

СПЕЦІАЛЬНІ РОЗДІЛИ ФОРМАЛЬНОЇ ЛОГІКИ ТА ГРАМАТИКИ. ТЕОРІЯ КАТЕГОРІЙ ТА ЛЯМБДА-ЧИСЛЕННЯ.

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Третій (доктор філософії)</i>
Галузь знань	12 Інформаційні технології
Спеціальність	122 Комп'ютерні науки
Освітня програма	КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, перший семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>2 кредити (60 годин)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік</i>
Розклад занять	<i>Перший та другий тиждень: Лекція/лабораторна робота, четвер, 10-25, on-line</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>к.т.н. Кравцов Григорій Олексійович, контактні дані: hryhoriy.kravtsov@gmail.com</i> Практичні: <i>к.т.н. Кравцов Григорій Олексійович, контактні дані: hryhoriy.kravtsov@gmail.com</i>
Розміщення курсу	

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дисципліна «Спеціальні розділи формальної логіки та граматики. Теорія категорій та лямбда-числення» (СРФЛГ-ТКЛЧ) є нормативною дисципліною навчального плану підготовки докторів філософії з спеціальності «Комп'ютерні науки» і грає важливу роль у підготовці фахівців.

Теорія категорій забезпечує уніфіковане трактування математичних властивостей і конструкцій, які можуть бути виражені в термінах «морфізмів» між структурами. Це дає точну основу для порівняння однієї галузі математики (організованої як категорія) з іншою та для перенесення проблем з однієї області в іншу. З моменту свого виникнення в 1940-х роках, мотивована зв'язками між алгеброю та геометрією, теорія категорій застосовувалася до різних галузей, включаючи інформатику, логіку та лінгвістику. Цей курс знайомить з основними поняттями теорії категорій: приєднання, природне перетворення, функтор і категорія. Ми будемо використовувати теорію категорій для організації та розвитку типів структур, які виникають у моделях і семантиці для логіки та мов програмування.

Метою навчальної дисципліни є формування у аспірантів компетентностей та підготовка науковця, здатного вирішувати складні задачі і практичні проблеми використання формальної логіки теорії категорій, її зв'язків з логікою та семантикою мов програмування.

Метою кредитного модуля є формування у аспірантів загальних та спеціальних (фахових, предметних) компетентностей:

- ЗК01 – здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- ЗК03 – здатність працювати в міжнародному контексті;
- СК01 – здатність виконувати оригінальні дослідження, досягати наукових результатів, які створюють нові знання у комп'ютерних науках та дотичних до них міждисциплінарних напрямках і можуть бути опубліковані у провідних наукових виданнях з комп'ютерних наук та суміжних галузей;
- СК03 – здатність виявляти, ставити та вирішувати дослідницькі науково-прикладні задачі та/або проблеми в сфері комп'ютерних наук, оцінювати та забезпечувати якість виконуваних досліджень;
- СК05 – здатність розвивати теоретичні засади, створювати моделі інформаційних технологій, проектувати та створювати інформаційні системи і цифрові сервіси та їх прототипи;
- СК06 – здатність аналізувати та оцінювати сучасний стан і тенденції розвитку комп'ютерних наук та інформаційних технологій;

Програмні результати навчання:

Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни аспіранти після засвоєння кредитного модуля мають продемонструвати такі результати навчання:

- РН01– мати передові концептуальні та методологічні знання з комп'ютерних наук і на межі предметних галузей, а також дослідницькі навички, достатні для проведення наукових і прикладних досліджень на рівні останніх світових досягнень з відповідного напрямку, отримання нових знань та/або здійснення інновацій;
- РН02– вільно презентувати та обговорювати з фахівцями і нефахівцями результати досліджень, наукові та прикладні проблеми комп'ютерних наук державною та іноземною мовами, оприлюднювати результати досліджень у наукових публікаціях у провідних міжнародних наукових виданнях;
- РН03– формулювати і перевіряти гіпотези; використовувати для обґрунтування висновків належні докази, зокрема, результати теоретичного аналізу, експериментальних досліджень і математичного та/або комп'ютерного моделювання, наявні літературні дані;
- РН04– застосовувати сучасні програмно-технічні засоби, зокрема для реалізації методів захисту комп'ютерної інформації при проектуванні інформаційних систем та цифрових сервісів в різних предметних областях;

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Знайомство з базовою логікою та простою теорією множин (розділи: Дискретна математика та Логіка), з лямбда-численням (розділи: Основи інформатики, Теорія обчислень та Денотаційна семантика) та з індуктивно визначеними системами типів (розділи: Семантика мов програмування та Типи).

Постреквізити: Алгебра за програмою дисциплін лінійна алгебра, алгебра і теорія чисел, які вивчалися на першому (бакалаврському) і другому (магістерському) освітніх рівнях.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1.

1.1. Вступ. Історія розвитку теорії категорій та лямбда-числення. Визначення лямбда-числення. Визначення категорії. Розряд множин і функцій. Комутативні діаграми. Приклади

категорій: бінарне відношення, яке є рефлексивним і транзитивним та монотонні функції. Моноїди та гомоморфізми моноїдів. Бінарне відношення, яке є рефлексивним і транзитивним як категорія. Моноїд як категорія. Означення ізоморфізму. Неформальне поняття «теоретико-категорійної» властивості.

- 1.2. Термінальні об'єкти. Протилежність категорії та принцип подвійності. Початкові об'єкти. Вільні моноїди як вихідні об'єкти. Бінарні добутки та співпродукти. Декартові категорії.
- 1.3. Експоненціальні об'єкти: в категорії множин і взагалі. Декартові замкнуті категорії: визначення та приклади. Інтуїтивістська пропозиційна логіка (IPL) у стилі природної дедуції. Семантика IPL у декартовому замкненому порядку.
- 1.4. Просте лямбда-числення (STLC). Відношення типізації. Семантика типів і термінів STLC у декартовій замкненій категорії.

Розділ 2.

- 2.1. Функтори. Контраваріантність. Тотожність і композиція для функторів. Розмір: малі категорії та локально малі категорії. Розряд малих категорій. Кінцеві продукти категорій.
- 2.2. Природні перетворення. Категорії функторів. Категорія малих категорій є декартово замкнутою. Нот функтори. Природні ізоморфізми. Приєднання. Приклади приєднаних функторів. Теорема, що характеризує існування правих (відповідно лівих) спряжених функторів з точки зору універсальної властивості.
- 2.3. Еквівалентність категорій. Передпучки. Монади. Залежні типи. Множини залежних добутків і множини залежних функцій як приєднані функтори. Еквівалентність категорій. Приклад: категорія I-індексованих множин і функцій еквівалентна категорії зрізу Set/I .
- 2.4. Передпучок. Лема Йонеді. Категорії попередніх передпучків декартово замкнуті. Монади. Моделювання уявлень про обчислення у вигляді монади. Лямбда-числення Моджі.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова

1. Awodey, S. (2010). Category theory. Oxford University Press (2nd ed.).
2. Crole, R. L. (1994). Categories for types. Cambridge University Press.
3. Lambek, J. and Scott, P. J. (1986). Introduction to higher order categorical logic. Cambridge University Press.
4. Pitts, A. M. (2000). Categorical Logic. Chapter 2 of S. Abramsky, D. M. Gabbay and T. S. E. Maibaum (Eds) Handbook of Logic in Computer Science, Volume 5. Oxford University Press. (Draft copy available here.)
5. Emily Riehl. Category Theory in Context. Режим доступу до ресурсу: <https://math.jhu.edu/~eriehl/context.pdf>
6. Francis Borceux. Handbook of Categorical Algebra.
7. Saunders McLain. Categories for a working mathematician.

Додаткова

8. F. W. Anderson, K. R. Fuller, Rings and Categories of Modules, Springer-Verlag New-York, 2nd ed., 1992.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (дидактичні матеріали: презентація PowerPoint)
	Розділ 1. Вступ до дисципліни. Визначення категорій та лямбда-числень.

1	Лекція 1. Вступ. Історія розвитку теорії категорій та лямбда-числення. Визначення лямбда-числення. Визначення категорії. Розряд множин і функцій. Комутативні діаграми. Приклади категорій: бінарне відношення, яке є рефлексивним і транзитивним та монотонні функції. Моноїди та гомоморфізми моноїдів. Бінарне відношення, яке є рефлексивним і транзитивним як категорія. Моноїд як категорія. Означення ізоморфізму. Неформальне поняття «теоретико-категорійної» властивості. Література: 1-2. Самостійна робота: Ознайомлення з поняттями категорії та лямбда-числення. Підготовка до лабораторної роботи.
2	Лекція 2. Термінальні об'єкти. Протилежність категорії та принцип подвійності. Початкові об'єкти. Вільні моноїди як вихідні об'єкти. Бінарні добутки та співпродукти. Декартові категорії. Література: 2-3. Самостійна робота: Ознайомлення з поняттями термінальних об'єктів, принципом подвійності, початковими (нульовими об'єктами). Підготовка до лабораторної роботи.
3	Лекція 3. Експоненціальні об'єкти: в категорії множин і взагалі. Декартові замкнуті категорії: визначення та приклади. Інтуїтивістська пропозиційна логіка (IPL) у стилі природної дедукції. Семантика IPL у декартовому закритому попередньому порядку. Література: 2-3. Самостійна робота: Ознайомлення з прикладами декартових замкнутих категорій. Підготовка до лабораторної роботи.
4	Лекція 4. Просте лямбда-числення (STLC). Відношення типізації. Семантика типів і термінів STLC у декартовій замкненій категорії. Література: 3-6. Самостійна робота: Ознайомлення з типізацією лямбда-числень, семантикою типів у декартовій замкненій категорії. Підготовка до лабораторної роботи.
	Розділ 2. Категорії, функтори, монади та їх властивості.
5	Лекція 5. Функтори. Контраваріантність. Тотожність і композиція для функторів. Розмір: малі категорії та локально малі категорії. Розряд малих категорій. Кінцеві продукти категорій. Література: 3-6. Самостійна робота: Ознайомлення з поняттям функтора, тотожності і композиції функторів. Підготовка до лабораторної роботи.
6	Лекція 6. Природні перетворення. Категорії функторів. Категорія малих категорій є декартово замкнутою. Нот функтори. Природні ізоморфізми. Приєднання. Приклади приєднаних функторів. Теорема, що характеризує існування правих (відповідно лівих) спряжених функторів з точки зору універсальної властивості. Література: 2-7. Самостійна робота: Ознайомлення з поняттям категорії функторів та Нот функторами. Підготовка до лабораторної роботи.
7	Лекція 7. Еквівалентність категорій. Передпучки. Монади. Залежні типи. Множини залежних добутків і множини залежних функцій як приєднані функтори. Еквівалентність категорій. Приклад: категорія I-індексованих множин і функцій еквівалентна категорії зрізу Set/I. Література: 2-7. Самостійна робота: Огляд прикладів залежних типів, ознайомлення з поняттям передпучка та монади, еквівалентністю категорій. Підготовка до лабораторної роботи.
8	Лекція 8. Передпучок. Лема Йонеди. Категорії попередніх передпучків декартово замкнуті. Монади. Моделювання уявлень про обчислення у вигляді монади. Лямбда-числення Моджі. Література: 2-7. Самостійна робота: Ознайомлення з лемою Йонеди та лямбда-численням Моджі. Підготовка до лабораторної роботи.

Лабораторні заняття

№ з/п	Назва лабораторної роботи (комп'ютерного практикуму)	Кількість ауд. годин
1	<i>Лабораторна робота 1. Категорії, функтори та дуальні категорії.</i> Література: 1-3.	2
2	<i>Лабораторна робота 2. Морфізми функторів. Спряжені функтори. Природне перетворення функторів. Точні функтори. Функтор Нот.</i> Література: 1-3.	2
3	<i>Лабораторна робота 3. Еквівалентність категорій.</i> Література: 1-4.	2
4	<i>Лабораторна робота 4. Підоб'єкти і фактороб'єкти.</i> Література: 2, 5-6.	2
5	<i>Лабораторна робота 5. Добутки і кодобутки.</i> Література: 1-7.	2
6	<i>Лабораторна робота 6. Границі і кограниці.</i> Література: 3-7.	2
7	<i>Лабораторна робота 7. Нульові об'єкти. Ядра, коядра.</i> Література: 1-7.	2
8	<i>Лабораторна робота 8. Адитивні категорії. Абелеві категорії.</i> Література: 1-8.	2
9	<i>Лабораторна робота 9. Лема про діаграми. Твірні і котвірні. Проективні, ін'єктивні та вільні об'єкти.</i> Література: 5-7.	2
10	<i>Лабораторна робота 10. Добутки категорій. Категорії функторів.</i> Література: 5-7.	2

6. Самостійна робота аспіранта

№ з/п	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СРС
1	Лямбда-числення [1-3]	11
2	Категорія [1-8]	11
3	Моноїд [1-8]	11
4	Функтор [1-8]	11
5	Монада [1-8]	12

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Відвідування лекцій переконливо рекомендується, але штрафних санкцій за пропуски лекцій не передбачено. Відвідування занять комп'ютерного практикуму необхідно в обсязі, достатньому для

виконання вимог викладача щодо виконання і своєчасної здачі лабораторних робіт та індивідуального завдання.

Пропущені контрольні заходи

Лабораторні роботи можна здавати у відведений за розкладом час лабораторних занять, як до, так і після встановленого терміну здачі конкретної роботи. Додаткові години для здачі індивідуального завдання призначаються викладачем в межах часу лабораторних занять. За відсутності поважних причин пропуску (медична довідка тощо) штрафні бали не нараховуються.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Здобувачі мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: виконання індивідуального завдання на проектування інформаційних систем, виконання комп'ютерних практикумів.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: залік.

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за індивідуальне завдання / зарахування усіх практичних робіт / семестровий рейтинг більше 30 балів.

Рейтинг аспіранта з дисципліни складається з двох складових: стартової – призначена для оцінювання заходів поточного контролю впродовж семестру та екзаменаційної – призначена для оцінювання окремих запитань (завдань) на екзамені і формується з балів, що він отримує за:

- 1) індивідуальне завдання на проектування інформаційної системи;
- 2) виконання комп'ютерних практикумів;
- 3) відповідь на екзамені.

1. Індивідуальне завдання

Ваговий бал – 25. Кожний аспірант виконує індивідуальне завдання щодо розробки інформаційної системи (програмного забезпечення) в рамках свого дисертаційного дослідження, яке передбачає використання всієї низки програмно-технічного інструментарію, що вивчається в рамках курсу.

2. Робота на комп'ютерних практичних заняттях

Ваговий бал – 5. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює $5 \cdot 9 = 45$ балів.

3. Відповідь на екзамені

Кількість балів по відповіді на кожне питання визначається викладачем з врахуванням складності питання та якості відповіді. Максимальна кількість балів 30.

Штрафні та заохочувальні бали за:

- виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни надається від 2 до 5 заохочувальних балів.

Розрахунок шкали (R) рейтингу

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$RC = 70 + 30 = 100 \text{ балів.}$$

Для отримання аспірантом відповідних оцінок (ECTS та традиційних) його рейтингова оцінка *R* переводиться згідно з таблицею відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за тематикою дисципліни «Теорія категорій та лямбда-числення»;
- інша інформація для аспірантів щодо особливостей опанування навчальної дисципліни: Застосовуються стратегії активного і колективного навчання, які визначаються наступними методами і технологіями:

1) кредитно-модульна технологія навчання;

2) особистісно-орієнтовані (розвиваючі) технології, засновані на активних формах і методах навчання («аналіз ситуацій» ділові, імітаційні ігри, дискусія, експрес-конференція, навчальні дебати.);

3) інформаційно-комунікаційні технології, що забезпечують проблемно-дослідницький характер процесу навчання та активізацію самостійної роботи аспірантів (електронні презентації для лекційних занять, використання аудіо-, відео-підтримки навчальних занять, розробка і застосування на основі комп'ютерних і мультимедійних засобів творчих завдань, доповнення традиційних навчальних занять засобами взаємодії на основі мережевих комунікаційних можливостей).

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено к.т.н. Кравцовим Григорієм Олексійовичем

Ухвалено: Вченою радою ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України (протокол №15 від 27.11.2025 р.)