

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕНЕРГЕТИЦІ
ІМ. Г.Є. ПУХОВА

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

ШЕВЧЕНКО СЕРГІЙ СТАНІСЛАВОВИЧ

УДК 004.942:519.876.5; 621.31

ДИСЕРТАЦІЯ

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ В СИСТЕМАХ ГЕРМЕТИЗАЦІЇ
ВІДЦЕНТРОВИХ МАШИН

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи
(технічні науки)

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук.

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ С.С. Шевченко

Науковий консультант: Винничук Степан Дмитрович,
доктор технічних наук, професор

Київ – 2023

Анотація

Шевченко С.С. Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова Національної академії наук України, Київ, 2023.

Дисертаційна робота присвячена вирішенню актуальної науково-прикладної проблеми, яка полягає в подальшому розвитку теорії створення надійних ущільнюючих систем з врахуванням особливостей їх впливу на вібраційний стан роторних машин на основі розроблення математичних моделей, які описують вібраційні, гідро- і термодинамічні процеси в ущільнювальному тракті і зміни параметрів руху систем та надають можливість отримати залежності для контактного тиску, моменту тертя і витоків від герметизованого тиску для контактних ущільнень та залежності динамічних характеристик роторів від параметрів безконтактних ущільнень, а також методики конструювання герметизуючих систем при послідовному розміщенні ущільнень.

Ефективне розв'язання вказаної проблеми створює належні умови для побудови надійних ущільнюючих систем з врахуванням особливостей їх впливу на вібраційний стан роторних машин.

Однією з найбільш важливих і складних проблем сучасного машинобудування є проблема герметизації роторів відцентрових насосів і компресорів, в яких перекачується рідке або газоподібне середовище під великим тиском. При цьому необхідно запобігти витіканню ущільнюваного середовища через немінучі зазори між обертовим, вібруючим валом і нерухомим корпусом. Безпосередньо таке завдання в принципі не має рішення, тому ущільнення роторів розростаються в складні, багатоланкові гідромеханічні системи, що складаються з декількох ступенів ущільнень.

Потреби в відцентрових машинах з високими параметрами, такими як тиск ущільнюваного середовища і швидкість обертання ротора, постійно зростають,

відповідно зростають проблеми, пов'язані із забезпеченням ефективної герметизації. Крім власне герметизації ущільнювальні системи роблять все більший вплив на загальну експлуатаційну безпеку обладнання, особливо вібраційну. Тому технічний рівень роторних машин багато в чому визначається глибиною і якістю рішення задач динаміки.

Ущільнення роторів повинні задовольняти двом головним умовам: необхідній герметичності і підвищеній надійності при заданих перепадах тиску, частоті обертання, температурах і фізичних властивостях ущільнюваного середовища. Результатом пошуку компромісу між цими двома суперечливими вимогами стало формування двох класів ущільнень роторів: контактних і безконтактних.

Специфіка відцентрових машин полягає в тому, що для надійного прогнозування їх вібраційного стану потрібно враховувати гідродинамічні процеси в ущільнюючих каналах складної форми і коливання роторів з розподіленими параметрами, що схильні до впливів власної неврівноваженості. Це досить складне завдання, проте його рішення дає широкі можливості вдосконалення конструкцій відцентрових машин за рахунок використання ущільнень в якості динамічних опор.

У зв'язку з цим підхід до відцентрової машини як до замкнутої гідромеханічної системи, в якій існує досить жорсткий зворотний зв'язок між вібраціями ротора і гідродинамічними процесами в каналах проточної частини і щілинах ущільнень і опор представляється найбільш перспективним шляхом розвитку теорії відцентрових машин.

Ротор сучасної відцентрової машини, що обертається в ущільненнях, разом з системою авторозвантаження осьових сил, представляє особливу замкнуту гідромеханічну систему.

Особливість системи обумовлена тим, що на ротор з боку ущільнень діють гідродинамічні сили і моменти різної природи: інерційні, дисипативні, гіроскопічні, потенційні і циркуляційні. Всі ці сили по-різному впливають на коливання ротора і в той же час самі залежать від характеру цих коливань.

Це необхідно враховувати при проектуванні ущільнюючих систем відцентрових машин, що є серйозною технічною проблемою.

В авіаційній і космічній техніці, де крім високих швидкостей обертання роторів і тисків, що ущільнюються, дуже великі обмеження по вазі і габаритам обладнання, застосування ущільнень як динамічних опор особливо важливо. В екстремальних умовах безконтактні ущільнення можуть посилювати гнучкий ротор, забезпечуючи необхідну вібраційну надійність.

Виникла гостра проблема створення методики розрахунку динаміки роторів в ущільненнях. Тому, створення моделей ущільнень з урахуванням гідродинаміки тривимірних нестационарних течій в'язкої рідини в кільцевих каналах, стінки яких обертаються, прецесують і одночасно здійснюють радіально-кутові коливання є актуальною науковою проблемою.

Оскільки завдання динаміки роторів без ущільнень в основному вирішені, в роботі більше уваги приділено аналізу коливальних процесів, обумовлених гідродинамічними характеристиками ущільнень. Метою є оцінка впливу геометричних і режимних параметрів ущільнень на власні і критичні частоти, на амплітуди вимушених коливань і на стійкість руху роторів.

Врівноважуючи пристрої, їх називають також системами авторозвантаження – працюють як навантаженні гідростатичні підшипники, висока несуча здатність яких забезпечується великим ущільнюваним тиском; як правило, це повний тиск, що розвивається насосом. Якщо правильно використовувати ущільнюваний тиск, то врівноважуючий пристрій може працювати і як радіальна гідростатична опора. Великий ущільнюваний тиск призводить до значних витрат рідини, що знижує економічність насоса. Для зменшення протікання зазори гідравлічного тракту прагнуть робити якомога меншими. В результаті врівноважуючий пристрій додатково виконує функції кінцевого ущільнення з саморегульованими витокami.

Таким чином, система врівноваження осьових сил є комбінованим вузлом, який поєднує функції радіально-упорних гідростатичних підшипників і безконтактних кінцевих ущільнень і впливає на динаміку ротора і машини в цілому. Для надійності і економічності таких вузлів потрібно на стадії проектування домагатися оптимальної взаємодії окремих функціональних елементів.

Аналіз динаміки ротора з урахуванням взаємозв'язку радіальних, кутових і осьових коливань навіть для найпростіших однодискових моделей ротора вимагає рішення систем диференціальних рівнянь високого порядку. Тому аналіз і якісна оцінка впливу гідродинамічних характеристик ущільнень на вібраційний стан відцентрової машини неможливі без побудови моделей як самих вузлів ущільнень, так і гідромеханічних систем, в які вони входять.

У наш час існують і безперервно оновлюються універсальні програмні комплекси для вирішення найрізноманітніших завдань математичної фізики. Однак для їх раціонального використання треба вміти будувати адекватні і в той же час не перевантажені другорядними факторами математичні моделі досліджуваних фізичних процесів.

В роботі запропонована методика побудови математичних моделей ущільнюючих систем та гідромеханічних систем «ротор – щілинні ущільнення» і «ротор – система авторозвантаження», методи їх розрахунку для проведення оцінки впливу параметрів ущільнень на вібраційні характеристики роторних машин і визначення шляхів вдосконалення конструкцій ущільнень.

В результаті проведених досліджень побудовані моделі і вирішена науково-прикладна проблема створення методики розрахунку та конструювання ущільнень як складових герметизуючих систем на основі їх конфігурації (послідовного розміщення) з метою досягнення гармонізації між герметизацією і вібраційної надійністю з урахуванням коливальних процесів, обумовлених гідродинамічними характеристиками ущільнень.

Побудовано моделі процесів в контактних і безконтактних ущільненнях, в яких враховано вплив гідродинамічних характеристик герметизуючих пристроїв на динаміку ротора відцентрової машини і отримано аналітичні залежності, які враховують вплив процесів, що відбуваються в ущільнюваному середовищі, в тому числі:

- Для контактних сальникових ущільнень враховані попередньо включена безконтактна і контактна ділянки і вирішена задача гідропружності.

- Для контактних торцевих ущільнень враховано вплив гідродинамічних процесів, що відбуваються в ущільнюваному середовищі, і його взаємодію з елементами ущільнень. Розв'язано систему диференціальних рівнянь руху робочого тіла, нерозривності течії, стану і енергії, що описують гідро-і термодинамічні процеси в ущільнювальному тракті і зміни параметрів руху системи.
- Для безконтактних щілинних ущільнень враховано вплив гідродинамічних характеристик на динаміку ротора, на підставі чого отримані амплітудні і фазові характеристики і межа стійкості.
- Для безконтактних імпульсних ущільнень отримані амплітудні і фазові характеристики і межа стійкості.

Побудовано математичні моделі і отримано аналітичні залежності для розрахунку герметизуючих пристроїв з автоматичним регулюванням параметрів: контактних ущільнень з саморегулюванням моменту тертя і безконтактних імпульсних ущільнень з саморегулюванням зазору. На принцип саморегулювання отримано патент на винахід.

Запропоновано моделі систем «ротор – ущільнення» і «ротор – система авторозвантаження» та визначено їх динамічні характеристики з урахуванням конструктивних параметрів герметизуючих пристроїв.

На основі отриманих аналітичних рішень для запропонованих моделей створені та впровадженні в практику конструкторських робіт засоби дослідження гідродинамічних, коливальних і вібраційних процесів в системах герметизації відцентрових машин з оцінкою межі динамічної стійкості та отримано рішення низки прикладних задач.

Таким чином досягнута мета дослідження, яка полягала в створенні комплексу математичних моделей гідродинамічних, коливальних і вібраційних процесів в ущільнювальних системах та гідромеханічних системах «ротор – щілинні ущільнення» та «ротор – система авторозвантаження», як інструмент для розрахунку

вібраційних характеристик при проектуванні відцентрових машин, що дозволяє враховувати вплив параметрів ущільнень.

Ключові слова: математична модель, ущільнююча система, контактні ущільнення, безконтактні ущільнення, система ротор – ущільнення, система ротор – пристрій авторозвантаження, автоматичне регулювання, динаміка ротора, вібраційна надійність.

Abstract

Shevchenko S.S. Methods and models for creating rotors sealing systems of centrifugal machines. – As the manuscript.

Thesis for a Doctor of Technical Sciences Degree in specialty 01.05.02 – Mathematical modelling and computational methods. – G.E. Pukhov Institute for Modelling in Energy Engineering, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2023.

The dissertation is devoted to solving an actual scientific and technical problem to further progress the theory of developing reliable sealing systems with consideration of their influence on the vibration state of machines. The theory is based on the building of mathematical models that describe vibration, hydro- and thermodynamic processes in the sealing channels and changes in the parameters of systems' movement. This allows to obtain dependencies of contact pressure, frictional moment, and leakage on sealed pressure for contact seals and the dependence of the dynamic characteristics of rotors on the parameters of non-contact seals, as well as a method for designing sealing systems for sequential placement of seals.

An effective solution to this problem creates the right conditions for the construction of reliable sealing systems, taking into account the peculiarities of their impact on the vibration state of rotary machines.

One of the most important and complicated problems of modern mechanical engineering is the problem of sealing the rotors of centrifugal pumps and compressors, in which a liquid or gaseous medium is pumped under high pressure. It is necessary to prevent leakage of the sealed medium through the inevitable gaps between the rotating, vibrating shaft and the stationary housing. Directly such a problem in principle has no solution, therefore the rotor seals grow into complex, multistage hydromechanical seal systems.

The need for high parameters of centrifugal machines, such as the pressure of the sealed medium and the rotor rotation speed, is constantly growing, so the problems associated with ensuring effective sealing are rising as well. In addition to the actual sealing, sealing systems have an increasing impact on the overall operational safety of equipment,

especially vibration. Therefore, the technical level of rotary machines is largely determined by the depth and quality of solving problems of dynamics.

Rotor seals must meet two main conditions: the required tightness and increased reliability at a given pressure drop, speed, temperature and physical properties of the sealed medium. To compromise between these two contradictory requirements two classes of rotor seals were formed: contact and non-contact.

The specificity of centrifugal machines is that for reliable prediction of their vibrational state it is necessary to take into account hydrodynamic processes in sealing channels of complex shape and oscillations of rotors with distributed parameters that are subject to the effects of their own imbalance. This is quite a difficult task, but its solution provides ample opportunities to improve the design of centrifugal machines through the use of seals as dynamic supports.

In this regard, the approach to the centrifugal machine as a closed hydromechanical system, in which there is fairly rigid feedback between rotor vibrations and hydrodynamic processes in the channels of the flow part and the gaps of seals and supports is the most promising way to develop the theory of centrifugal machines.

The rotor of a modern centrifugal machine rotating in the seals, together with the system of self-unloading of axial forces, is a special closed hydromechanical system.

The peculiarity of the system is due to the fact that the rotor is affected by hydrodynamic forces and moments of different nature: inertial, dissipative, gyroscopic, potential and circulating. All these forces affect the oscillations of the rotor in different ways and at the same time themselves depend on the nature of these oscillations.

This must be taken into account when designing sealing systems of centrifugal machines, which is a serious technical problem.

In aviation and space technology, where in addition to high rotational speeds and sealing pressures, there are very large restrictions on the weight and dimensions of the equipment, the use of seals as dynamic supports is especially important. In extreme conditions, non-contact seals can toughen the flexible rotor, providing the required vibration reliability.

Thus, an acute problem of creating a method for computing the dynamics of rotors in the seals has arisen. Therefore, the creation of models of seals that take into account the hydrodynamics of three-dimensional non-stationary flows of viscous fluid in the annular channels, the walls of which rotate, precessing and simultaneously carry out radial-angular oscillations is an urgent scientific problem.

Since the problems of the dynamics of rotors without seals are mostly solved, the thesis pays more attention to the analysis of oscillatory processes due to the hydrodynamic characteristics of the seals. The aim is to evaluate the influence of geometric and mode parameters of seals on natural and critical frequencies, on the amplitudes of forced oscillations and on the stability of rotor motion.

Balancing devices, also called unloading systems, operate as hydrostatic bearings with high bearing capacity, that is ensured by high sealing pressure; this is usually the total pressure developed by the pump. If the sealed pressure is used correctly, the balancing device can also work as a radial hydrostatic support. High sealing pressure leads to significant fluid leakages, which reduce the efficiency of the pump. To reduce these leakages the gaps of the hydraulic channels are made as small as possible. As a result, the balancing device additionally performs the functions of the final seal with self-regulating leaks.

Thus, the axial force balancing system is a combined unit with functions of radial thrust hydrostatic bearings and non-contact end seals and affects the dynamics of the rotor and the machine as a whole. For reliability and economy of such units it is necessary to achieve optimum interaction of separate functional elements at a design stage.

Analysis of rotor dynamics taking into account the relation of radial, angular and axial oscillations, even for the simplest single-disk rotor models requires the solution of high-order differential equation systems. Therefore, the analysis and qualitative assessment of the influence of the hydrodynamic characteristics of the seals on the vibration state of the centrifugal machine is impossible without building models of the seals themselves and hydromechanical systems in which they are included.

Nowadays, there are constantly updating universal software packages to solve a variety of problems in mathematical physics. However, for their rational use it is necessary

to be able to build adequate and at the same time not overloaded with secondary factors mathematical models of the studied physical processes.

The method of construction of mathematical models of sealing systems and hydromechanical systems "rotor–groove seals" and "rotor–autoloading system", methods of their computation for seal parameters influence estimation on vibration characteristics of rotor machines and finding ways to perfect the seals designs are proposed.

As a result of the conducted research models are built and the theoretical and technical problem of creation of computing method and of seal designing as components of sealing systems on the basis of their configuration (sequential placement) for the purpose of achievement of harmonization between sealing and vibration reliability taking into account the oscillatory processes caused by seal's hydrodynamic characteristics.

Models of contact and non-contact seals are built in which the influence of hydrodynamic characteristics of sealing devices on the rotor dynamics of the centrifugal machine is considered. Analytical dependences are obtained, which take into account the influence of processes occurring in the compacted medium, including:

- For contact gland seals both contactless and contact parts are considered and the problem of hydroelasticity is solved.
- For contact mechanical seals, the influence of hydrodynamic processes occurring in the sealed medium and its interaction with the elements of the seals is taken into account. The system of differential equations of motion of the working fluid, continuity of flow, mass and energy, describing hydro- and thermodynamic processes in the sealing path and changes in the parameters of the system motion are solved.
- For non-contact groove seals, the influence of hydrodynamic characteristics on the dynamics of the rotor is taken into account, on the basis of which the amplitude and phase characteristics and the stability boundaries are obtained.
- For contactless impulse seals the amplitude and phase characteristics and the stability boundaries are obtained.

Mathematical models are built and analytical dependences for computing of sealing devices with automatic adjustment of parameters are obtained: contact seals with self-

regulated friction moment and contactless impulse seals with self-regulated gap. A patent for invention of the self-regulation principle is obtained.

Models of the systems "rotor–seals" and "rotor–auto-unloading device" are proposed, and their dynamic characteristics are determined taking into account the design parameters of the sealing devices.

A method for computing the dynamic characteristics of rotors of centrifugal machines has been developed, which in practice allows determining the boundaries of dynamic stability by amplitude and phase frequency characteristics and performing detuning from hazardous vibration zones using analytical dependencies that consider the parameters of sealing devices.

A method was developed for constructing models of sealing systems of centrifugal machines and model design of sealing systems, including an assessment of the impact of seals on the dynamics of the rotor of a centrifugal machine.

Key words: mathematical model, sealing system, contact seals, non-contact seals, rotor – seals system, rotor – auto-unloading system, automatic regulation, rotor dynamics, vibration reliability.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Монографії:

1. Марцинковский В.А., Шевченко С.С. Насосы атомных электростанций: расчет, конструирование, эксплуатация: монография / под общ. ред. С.С. Шевченко. Сумы: Университетская книга, 2018. 472 с.
ISBN 978-966-680-866-3.
2. Шевченко С.С. Насосы АЭС: Монтаж, эксплуатация, обслуживание, ремонт. Сумы: Университетская книга, 2019. 196 с. ISBN 978-966-680-898-4.
3. Шевченко С.С., Гафт Я.З. Сальниковые уплотнения динамических насосов: монография / под общ. ред. С.С. Шевченко. Сумы: Университетская книга, 2020. 215 с. ISBN 978-966-680-954-7.
4. Шевченко С.С., Моделирование уплотнительных систем роторов центробежных машин: монография/ Сумы: Университетская книга, 2021. 545 с. ISBN 978-966-680-990-5.

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації у фахових виданнях:

5. Шевченко С.С., Шевченко А.С. Определение собственных частот ротора центробежной машины с системой автоматического уравнивания осевых сил. Электронное моделирование. Том 42, № 2 (2020). С. 41–58.
<https://doi.org/10.15407/emodel.42.02.041>
6. Шевченко С.С., Шевченко М.С. Методика расчета параметров контактных уплотнений с системами автоматического регулирования. Электронное моделирование. Том 42, № 3 (2020). С. 99–110.
<https://doi.org/10.15407/emodel.42.03.099>
7. Shevchenko, S. S. (2020). Design Improvement of Stuffing Box Seals of Centrifugal Pump Shafts, Based on the Study of the Sealing Mechanism Physical Model. Journal of Mechanical Engineering, vol. 23, no. 2, pp. 41–52.
<https://doi.org/10.15407/pmach2020.02.041>.
8. Shevchenko, S., & Chernov, A. (2020). Development of pulse mechanical seal calculation methods on the basis of its physical model construction. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 3(2 (105)), pp. 58–69.
<https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.206721> (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS – Q3).
9. Shevchenko, S. S. (2020). Computational method for mechanical seal as a dynamic system. Electronic Modeling. 2020. V. 42. No 5, с. 66—81.
<https://doi.org/10.15407/emodel.42.05.066>

10. Shevchenko S. S. (2020). Physical Model and Calculation of Face Packing Seals. *Journal of Mechanical Engineering*, vol. 23, no. 4, pp. 45–51. <https://doi.org/10.15407/pmach2020.04.045>
11. Shevchenko S. Analysis of the impact of special constructions of gap seals on the dynamics of centrifugal machines. *ScienceRise*. 2020. No. 5. P. 3–13. <https://doi.org/10.21303/2313-8416.2020.001485>
12. Shevchenko S., Shevchenko O. Improvement of Reliability and Ecological Safety of NPP Reactor Coolant Pump Seals. *Nuclear and Radiation Safety*. 2020. No. 4(88). pp. 47–55. [https://doi.org/10.32918/nrs.2020.4\(88\).06](https://doi.org/10.32918/nrs.2020.4(88).06) (*фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS – Q3*).
13. Шевченко С.С. Моделі процесів функціонування сальникових ущільнень для вдосконалення механізмів герметизації. Електронне моделювання. 2020. Т. 42. № 6, с. 91–107. <https://doi.org/10.15407/emodel.42.06.091>
14. Шевченко С.С. Разработка математических моделей уплотнительных систем. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. Том 31 (70) Ч. 1, № 6, 2020, с. 165–172. <https://doi.org/10.32838/TNU-2663-5941/2020.6-1/27>.
15. Шевченко С. С., Шевченко М. С. Математическое моделирование уплотнений роторов центробежных машин как динамических систем. Вестник Национального технического университета "Харьковский политехнический институт". Серия "Информатика и моделирование". – Харьков: НТУ "ХПИ", 2020. – № 2 (4). С. 85–102. ISSN 2079-0031.
16. Шевченко С.С. Модель і розрахунок гідромеханічної системи ротор - щілинні ущільнення // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: сб. наук. праць. Дніпро: Ліра. 2020. Вип. 32. С.95–111. <https://doi.org/10.15421/4220019>.
17. Шевченко С.С., Шевченко О.С. Підвищення герметичності і екологічної безпеки ущільнень насосів АЕС. Вісник Вінницького політехнічного інституту. № 5(152), 2020. С. 89–96. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2020-152-5-89-96>.
18. Шевченко О.С., Шевченко С.С. Шляхи удосконалення ущільнень для підвищення експлуатаційної безпеки насосів АЕС. Вісник Приазовського державного технічного університету. Серія: Технічні науки. №41 (2020), с. 145-154. <https://doi.org/10.31498/2225-6733.41.2020.226199>.
19. Шевченко С.С. Принцип роботи та методика розрахунку ущільнень з плаваючими кільцями. Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія: Механізація та автоматизація виробничих процесів, 2020, Вип. 1 (39) с. 49-53. ISSN: 2708-4892.
20. Шевченко С.С., Шевченко О.С. Математична модель і методика розрахунку безвального насоса з ущільненнями-опорами для підвищення екологічної безпеки насосного обладнання АЕС. Електронне моделювання. Том 43, № 1 (2021). С. 3–16. <https://doi.org/10.15407/emodel.43.01.003>

21. Shevchenko S., Shevchenko O., Vynnychuk S. Mathematical Modelling of Dynamic System Rotor-Groove Seals for the Purposes of Increasing the Vibration Reliability of NPP Pumps. Nuclear and Radiation Safety. No. 1(89), 2021. pp. 80–87. [https://doi.org/10.32918/nrs.2021.1\(89\).09](https://doi.org/10.32918/nrs.2021.1(89).09) (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS – Q3).
22. Shevchenko, S. S. Mathematical modeling of centrifugal machines rotors seals for the purpose of assessing their influence on dynamic characteristics. "Mathematical Modeling and Computing" Lviv Polytechnic National University. Vol. 8, № 3 (2021) pp. 422 – 431. <https://doi.org/10.23939/mmc2021.03.422>. (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS – Q3).
23. Shevchenko, S. S. Mathematical modelling of dynamic system rotor - groove seals. Electronic Modeling. 2021. V. 43. No 3, pp.17 – 35. <https://doi.org/10.15407/emodel.43.03.017>
24. Shevchenko, S. S. (2022). General Approach to Modeling of Non-Contact Seals and their Effect on the Dynamics of a Centrifugal Machine Rotor. Journal of Mechanical Engineering, 25(1), 32–39. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.01.032>
25. Шевченко С.С. Загальні принципи та методика моделювання складних ущільнювальних систем. Електронне моделювання. 2022. Т. 44. № 2, с. 15–25. <https://doi.org/10.15407/emodel.44.02.015>
26. Yu Z, Shevchenko S, Radchenko M, Shevchenko O, Radchenko A. Methodology of Designing Sealing Systems for Highly Loaded Rotary Machines. Sustainability. 2022; 14(23):15828. <https://doi.org/10.3390/su142315828>. (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS – Q1)

Праці апробаційного характеру:

27. Марцинковский В.А., Шевченко С.С. Теоретические и экспериментальные исследования сальниковых уплотнений с повышенным ресурсом. Vorträge IX Int. Dichtungstagung. Dresden, 1990.
28. Шевченко С.С. Саморегулируемые сальниковые уплотнения. Труды 6 научно-технической конференции «Уплотнения и вибрационная надёжность центробежных машин». Сумы, 1991. С. 99–107.
29. Gaft J. Z., Zahorulko A., Martsynkovskyy V. A., Shevchenko S. S. Face packing seals: new opportunities for pump rotor hermetic sealing. Proc. of 16th International Conference on Fluid Sealing. Brugge, Belgium, 2000. P. 335–349. (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази Web of Science).
30. W. Marzinkovski, J. Gaft, S. Schewtschenko. Konstruktionen und Berechnung der Dichtungen mit Schwimmringen // Untersuchung und Anwendung von Dichtelementen: XII Internationales Dichtungskolloquium. – Vulkan-Verlag, Essen, 2001. S. 147–155.

31. V. Martsynkovskyy, J. Gaft, S. Shevchenko. Calculation of Flow and Power Losses to Friction in Radial Stuffing Box Seal // Seals and Sealing Technology in Machines and Devices: Proc. IX International Conference. – Wroclaw-Polanica Zdroj, 2001. – P. 108–115.
32. Шевченко С.С. Модель и расчет динамической системы «ротор – щелевые уплотнения». Доклад на II Международной научно-технической конференции «Динамика, прочность и моделирование в машиностроении». Харьков, 2020. С. 302-306.
33. Шевченко С.С. Анализ влияния специальных конструкций щелевых уплотнений на динамику центробежных машин. Доклад на 8 научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные исследования в современной науке». Харьков, 2020.
34. Shevchenko S.S. Centrifugal machines dynamic system "rotor –groove seals" mathematical model development. Зб. тез XXXIX науково-технічної конференції молодих вчених та спеціалістів ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2021. – с. 29-31.
35. Shevchenko S., Shevchenko O. General Approach to Modeling of Non-Contact Seals and their Effect on the Dynamics of a Centrifugal Machine Rotor and Environmental Safety. International Conference on Advanced Mechanical and Power Engineering (CAMPE-2021) Kharkiv, Ukraine.
36. Shevchenko S.S. General approach to modeling non-contact seals of centrifugal machines. Зб. тез XL науково-технічної конференції молодих вчених та спеціалістів ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2022. – с. 6-10.
37. Shevchenko S., Shevchenko O., Radchenko M. Assessment of Sealing Systems Impact on the Vibration and Environmental Safety of Rotary Machines. Proc. of the Interdisciplinary Conference on Mechanics, Computers and Electrics (ICMECE 2022), Barcelona, Spain, ID 427.

Винаходи:

38. Шевченко С. С. и др. Торцовое уплотнение. А. с. 1712717. 1991.
39. Шевченко С. С. Сальникове ущільнення валу. Патент UA 151398 U; F16J 15/18 опубл. 13.07.2022 р., бюл. №28 – заяв. у 2022 00856, 23.02.2022 р.
40. Шевченко С. С. Сальникове ущільнення валу. Патент UA 152297 U; F16J 15/18 опубл. 11.01.2023 р., бюл. №2 – заяв. у 202202341, 6.07.2022 р.

Зміст

ВСТУП	29
РОЗДІЛ 1 ПРИНЦИПИ ТА ПІДХОДИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В УЩІЛЬНЮЮЧИХ ПРИСТРОЯХ ВІДЦЕНТРОВИХ МАШИН.	40
1.1. Ущільнення та їх роль в технічних пристроях	40
1.2. Процеси, характерні для ущільнень, та підходи до їх моделювання	43
1.3. Вплив ущільнень на динаміку роторів відцентрових машин	54
1.4. Технічні і наукові проблеми побудови моделей ущільнень відцентрових машин	60
1.5. Висновки до першого розділу	62
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ У КОНТАКТНИХ УЩІЛЬНЕННЯХ.	64
2.1. Класифікація ущільнень роторних машин	64
2.2. Базові параметри, що характеризують роботу ущільнень	68
2.3. Сальникові ущільнення	70
2.3.1. Механізм герметизації сальникових ущільнень	70
2.3.2. Модель розподілу контактного тиску при співвісному розташуванні валу і набивки	71
2.3.3. Врахування впливу ущільнюваного тиску	73
2.3.4. Потужність тертя і тепловий розрахунок	79
2.4. Торцові механічні ущільнення	82
2.4.1. Розрахункова модель і принцип роботи	82
2.4.2. Аналіз процесів в торцових механічних ущільненнях	84
2.4.3. Розрахункові залежності для торцової щілини.	92
2.4.4. Визначення контактного тиску в торцовій парі	97
2.4.5. Визначення гідродинамічних характеристик торцового ущільнення	100
2.4.6. Розрахунок теплового стану торцового ущільнення	104
2.4.7. Теплові деформації кілець пари тертя	109
2.4.8. Силкові деформації кілець ущільнення	112
2.5. Ущільнення з саморегульованим моментом тертя	117

2.5.1. Модель і принцип роботи саморегульованого контактного ущільнення.....	117
2.5.2. Розрахунок статичних характеристик саморегульованих ущільнень.....	118
2.5.3. Потужність тертя і тепловий розрахунок	122
2.6. Висновки до другого розділу	123

РОЗДІЛ 3 МОДЕЛЮВАННЯ ЩІЛИННИХ УЩІЛЬНЕНЬ З УРАХУВАННЯМ ЇХ ВПЛИВУ НА ДИНАМІКУ РОТОРА 125

3.1. Принцип роботи і призначення щілинних ущільнень.....	125
3.2. Узагальнена розрахункова модель щілинного ущільнення.....	126
3.3. Вплив щілинних ущільнень на динаміку ротора відцентрової машини. Гідромеханічна система «ротор - щілинні ущільнення»	130
3.4. Радіально-кутові коливання ротора в щілинних ущільненнях.....	131
3.4.1. Постановка задачі.....	131
3.4.2. Рівняння радіально-кутових коливань ротора в ущільненнях.....	133
3.5. Радіальні коливання симетричного ротора в щілинних ущільненнях.....	138
3.5.1. Вільні коливання	140
3.5.2. Стійкість коливань	165
3.5.3. Амплітудні і фазові частотні характеристики.....	178
3.6. Кутові коливання	184
3.6.1. Вільні кутові коливання ротора в щілинних ущільненнях	184
3.6.2. Стійкість кутових коливань	192
3.6.3. Вимушені кутові коливання.....	194
3.7. Спільні радіально-кутові коливання ротора в щілинних ущільненнях	198
3.7.1. Рівняння вільних коливань.....	198
3.7.2. Власні частоти радіально-кутових коливань ротора при постійному перепаді тиску	199
3.7.3. Оцінка стійкості	203
3.7.4. Врахування залежності перепаду тиску від частоти обертання.....	206
3.7.5. Вимушені коливання ротора в щілинних ущільненнях	210
3.8. Висновки до третього розділу.....	214

РОЗДІЛ 4 МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ІМПУЛЬСНИХ ТОРЦОВИХ УЩІЛЬНЕННЯХ..... 217

4.1. Конструкція, принцип роботи і розрахункова схема імпульсного торцевого ущільнення	218
4.2. Статичний розрахунок імпульсного ущільнення.....	224
4.2.1. Модель визначення усередненого тиску в камерах.....	224
4.2.2. Модель оцінки регулюючого впливу і гідростатичної жорсткості.....	232
4.2.3. Гідростатична жорсткість і стійкість рівноваги.....	235
4.2.4. Статичні та витратні характеристики	236
4.3. Розрахункова модель динаміки ущільнення	241
4.3.1. Постановка задачі.....	241
4.3.2. Рівняння балансу витоків в динаміці	242
4.3.3. Рівняння автоматичного регулятора	246
4.3.4. Осьові коливання аксіально-рухомого кільця.....	246
4.3.5. Рівняння динаміки системи «кільце - регулятор».....	248
4.3.6. Вимушені осьові коливання кільця і стійкість.....	249
4.4. Висновки до четвертого розділу.....	253

РОЗДІЛ 5 МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ЩІЛНИХ УЩІЛЬНЕННЯХ СИСТЕМ АВТОРОЗВАНТАЖЕННЯ..... 255

5.1. Автоматичні врівноважуючі пристрої	255
5.1.1. Осьові сили, що діють на ротор.....	262
5.1.2. Осьові коливання ротора відцентрового насоса	268
5.1.3. Статичний розрахунок систем автоматичного врівноваження	269
5.1.4. Динаміка системи.....	280
5.1.5. Радіально-осьові коливання ротора відцентрового насоса з системою авторозвантаження	304
5.2. Моделювання гідродинамічних процесів в безвальних насосах.....	328
5.2.1. Принципова схема безвального насоса.....	329
5.2.2. Статичні характеристики торцевого ущільнення безвального насоса	330
5.2.3. Розрахунок вібраційних характеристик безвального насоса	338

5.3.	Висновки до п'ятого розділу.....	352
РОЗДІЛ 6 МОДЕЛЬНА ОРГАНІЗАЦІЯ СТВОРЕННЯ СКЛАДНИХ УЩІЛЬНЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ.....		354
6.1.	Приклади моделювання складних ущільнювальних систем роторних машин з високими параметрами.....	354
6.1.1.	Ущільнюючі системи відцентрових насосів енергетики	354
6.1.2.	Ущільнюючі системи авіа та ракетних двигунів	357
6.2.	Показники ущільнювальних систем при промисловій експлуатації	359
6.2.1.	Щілинні ущільнення в конструкціях енергетичних насосів.....	359
6.2.2.	Використання ущільнень в якості опор	362
6.2.3.	Експлуатаційні показники ущільнюючих систем головних циркуляційних насосів АЕС.....	364
6.2.4.	Експлуатаційні показники ущільнюючих систем ракетних двигунів	368
6.3.	Методика моделювання ущільнювальних систем	371
6.4.	Впровадження результатів роботи	375
6.5.	Висновки до шостого розділу	376
ВИСНОВКИ.....		377
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....		381
ДОДАТОК А. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ, ЩО ПІДТВЕРДЖУЮТЬ АДЕКВАТНІСТЬ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ		392
ДОДАТОК Б. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ		396
ДОДАТОК В. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ.....		404

Перелік умовних позначень

A_0 - амплітуда вимушених коливань;

A_u, A_ϑ - коефіцієнти динамічності радіальних та кутових коливань при постійних перепадах тиску на ущільненнях;

$A_{\vartheta t}$ - коефіцієнт динамічності кутових коливань при перепаді тиску, пропорційному квадрату частоти обертання ротора;

$A_{\vartheta 0}$ - коефіцієнт динамічності кутових коливань ротора в повітрі;

$A_{ua}, A_{\vartheta a}, A_{u\gamma}, A_{\vartheta\gamma}, A_{r\psi}, A_{r\tau}, A_{ra}; A_{z\psi}, A_{z\tau}, A_{za}$ - амплітудні частотні характеристики;

\vec{a} - вектор статичної неврівноваженості ротора;

$a_{x,y}^* = a_{x,y}/H$ - безрозмірний ексцентриситет центру мас диска;

a_i, a_{im} - коефіцієнти операторів для ламінарного і турбулентного режимів течії;

$a_{(1...5)}$ - коефіцієнти сумарних радіальних сил;

$a_{(1...5)1}$ - коефіцієнти гідродинамічних сил;

a_{20} - питомий коефіцієнт зовнішнього радіального демпфірування;

a'_4, a'_5 - коефіцієнти гіроскопічної і циркуляційної сил, віднесені до частоти обертання;

$b_{(1...5)}$ - коефіцієнти сумарних радіальних моментів;

b_{20}, b_{40} - питомі коефіцієнти зовнішнього кутового демпфірування і гіроскопічної сили;

b'_4, b'_5 - коефіцієнти гіроскопічного і циркуляційного моментів, віднесені до частоти обертання;

b_e - приведена товщина диска;

C_ω, C_p - коефіцієнти осьових сил;

C_i - коефіцієнти диференціального оператора;

$c_{u0}, c_{\vartheta 0}$ - радіальний і кутовий коефіцієнти зовнішнього демпфірування;

$D(p)$ - власний оператор системи;

$D_{22}, D_{23}, D'_p, D_{rr}, D_{rz}, D_{zz}$ - диференціальні оператори;

d - діаметр вала;

d_i - коефіцієнти характеристичного рівняння;

E - модуль пружності;

E_1 - адіабатичний об'ємний модуль пружності рідини;

e_0 - початковий ексцентриситет вала щодо втулки;

F - відцентрова сила неврівноваженої маси;

F_* - сила жорсткості віджимного пристрою;

F_z - осьова сила врівноважуючого пристрою;

F_k, F_c - сила згинальної жорсткості вала і сила зовнішнього демпфірування;

F_{1-5} - складові радіальної гідродинамічної сили в кільцевому дроселі гідроп'яти;

F_s - сумарна радіальна сила в щілинному ущільненні;

$g_{1,2,3}$ - провідності кільцевого, торцевого і додаткового дроселів;

g_{2n} - провідність торцевого дроселя при базовому (номінальному) значенні торцевого зазору;

g_e - еквівалентна провідність всього гідравлічного тракту при базовому значенні торцевого зазору;

H - середній радіальний зазор в щілинному ущільненні;

H_1, H_3 - середні радіальні зазори кільцевих дроселів врівноважуючого пристрою;

H_2 - базове значення торцевого зазору гідроп'яти;

$\bar{H} = H_2/H_1$ - безрозмірний торцевий зазор;

I - екваторіальний момент інерції диска;

I_0 - полярний момент інерції диска;

I_* - екваторіальний момент інерції перерізу вала;

$i = \sqrt{-1}$ - уявна одиниця;

J_{1-3} - коефіцієнти реактивного опору дроселів врівноважуючого пристрою;

K - динамічна жорсткість;

- K_i - коефіцієнт, що характеризує вплив локального прискорення на демпфуючу радіальну силу;
- k - коефіцієнт згинальної жорсткості вала; коефіцієнт жорсткості віджимного пристрою системи осевого урівноваження ротора;
- k_1, k_2, k_{1m}, k_{2m} - коефіцієнти підсилення;
- k_{11}, k_{12}, k_{22} - радіальний, перехресний і кутовий коефіцієнти жорсткості вала;
- k_x, k_y - коефіцієнти жорсткості опор;
- k_g, k_d, k_p - коефіцієнти гідродинамічних сил в щілинних ущільненнях;
- L - довжина вала;
- l - довжина кільцевого зазору щілинного ущільнення;
- l_c - відстань від центру диска до центру ущільнення;
- $M_{1,2,3}$ - сумарні гідродинамічні моменти;
- M_k, M_c - момент згинальної жорсткості вала і момент зовнішнього демпфірування;
- M_s - сумарний радіальний момент в щілинному ущільненні;
- M_{1-3}^* - відносні гідродинамічні моменти;
- m - приведена маса ротора;
- N - постійна, що характеризує режим течії рідини в щілинному ущільненні;
- $n = c/2m$ - питомий коефіцієнт демпфірування;
- n_{1-4} - речові частини власних чисел;
- n_u, \bar{n}_u - розмірна і безрозмірна речова частина характеристичних показників;
- n_g, \bar{n}_g - розмірна і безрозмірна речова частина характеристичних показників рівняння кутових коливань;
- $P_{1n} = P_n, P_{4n}$ - номінальні значення тиску перед урівноважуючим пристроєм і після нього;
- Q_n - номінальна об'ємна подача насоса;
- Q, Q_*, \bar{Q} - витоки, умовні витоки і безрозмірні витоки через систему урівноваження;
- Q_v, Q_p - виток витіснення і виток стиснення;

R - радіус диска;

R_1, R_2 - радіуси вала і втулки в середньому перетині;

$R_0 = 0,5(R_1 + R_2)$ - середній радіус кільцевого зазора;

Re_0 - число Рейнольдса;

\vec{r}, r_a - вектор радіального зміщення центру диска і його модуль;

$r_{a\psi}, r_{a\tau}, r_{aa}$ - амплітуди вимушених радіальних коливань диска під дією відповідних збурень;

$s_{u(1-4)}, \bar{s}_{u(1-4)}$ - розмірні і безрозмірні власні частоти радіальних коливань;

$s_{90(1-4)}, \bar{s}_{90(1-4)}$ - розмірні і безрозмірні власні частоти кутових коливань ротора без ущільнень;

$s_{9(1-4)}, \bar{s}_{9(1-4)}$ - розмірні і безрозмірні власні частоти незалежних кутових коливань ротора в ущільненнях;

$s_{(1,2)0}$ - власні частоти радіально-кутових коливань необертового ротора без ущільнень;

$\bar{s}_{(1-4)*}$ - безрозмірні власні частоти радіально-кутових коливань обертового ротора без ущільнень;

s_{1-4}, \bar{s}_{1-4} - розмірні і безрозмірні власні частоти радіально-кутових коливань ротора в ущільненнях;

T - врівноважуюча осьова сила, що діє на ротор;

T_a - амплітуда коливань осьової сили щодо її номінального значення;

T_n - номінальне значення врівноважуючої осьової сили;

$T_0 = 2\pi/\omega_0$ - період вільних коливань одномасового ротора;

$T_1, T_c; T_{11}, T_{12}, T_{13}; T_{22}, T_{23}; T_2, T_{2m}$ - постійні часу;

u_x, u_y - безрозмірні узагальнені координати;

$\vec{u}_r, |u_{r0}|$ - вектор радіального зміщення диска і модуль вектора початкового зсуву;

u_z - безрозмірна осьова координата або безрозмірний торцевий зазор в системі урівноваження осьової сили;

- u_a - радіальна складова амплітуди вимушених радіально-кутових коливань диска;
- u_{aa}, u_{ay} - радіальні складові амплітуд вимушених радіально-кутових коливань під дією статичної та динамічної неврівноваженості;
- V_2, V_3 - об'єми передньої і задньої камер гідропр'яти;
- W_1 - передаточна функція ротора;
- W_u - динамічна жорсткість регулятора;
- $W_\tau, W_{\psi 1}, W_{\psi 4}$ - частотні передаточні функції;
- x, y - радіальні зміщення центра диска;
- z - осьове зміщення центра диска;
- $z_{a\tau}, z_{a\psi 1}, z_{a\psi 4}$ - амплітуди вимушених осьових коливань ротора з гідропр'ятою;
- $z_{a\tau}, z_{a\psi}, z_{aa}$ - амплітуди осьових складових вимушених радіально-осьових коливань ротора;
- A - статична неврівноваженість;
- A_0 - площа перетину вхідної воронки робочого колеса;
- A_A, A_B - площі покривного і основного дисків робочого колеса;
- A_2, A_3, A_c - площі елементів врівноважуючого диска;
- A_e - ефективна площа диска;
- α - коефіцієнт анізотропії опор;
- α_0 - перехресний коефіцієнт радіальної жорсткості вала;
- α_{2-5} - коефіцієнти гідродинамічних сил, що залежать від кутових коливань ротора;
- $\alpha_{ij} = g_{in} / g_{jn}$ - відносні провідності для ламінарних течій;
- $\alpha_{ij} = g_{in}^2 / g_{jn}^2$ - відносні провідності для турбулентних течій;
- B - узагальнений параметр проточної частини насоса;
- β_0 - перехресний коефіцієнт кутової жорсткості вала;
- β_{2-5} - коефіцієнти гідродинамічних моментів, які залежать від радіальних коливань ротора;
- Γ - динамічна неврівноваженість ротора;

$\gamma_{x,y}; \gamma_{\xi,\eta}$ - проекції вектора динамічної неврівноваженості на осі нерухомої і обертової систем координат;

$\gamma_{x,y}^*$ - проекції наведеної динамічної неврівноваженості;

$\gamma_{\tau}, \gamma_{\psi_1}, \gamma_{\psi_4}$ - фазові частотні характеристики осьових коливань ротора з гідроп'ятою;

$\gamma_{r\psi}, \gamma_{rt}, \gamma_{ra}; \gamma_{z\psi}, \gamma_{z\tau}, \gamma_{za}$ - фазові частотні характеристики радіальних и осьових коливань ротора;

$\Delta M_{ix}, \Delta M_{iy}; \Delta M_{ix}^*, \Delta M_{iy}^*$ - додаткові моменти радіальних гідродинамічних сил;

Δp_0 - перепад тиску, що дроселюється на щілинному ущільненні;

$\Delta p_{ia}, \Delta p_{ir}$ - витрати тиску на подолання активного і реактивного опорів на i -му дроселі;

$\Delta \chi$ - різниця коефіцієнтів відносних місцевих опорів;

$\Delta \psi = \psi_1 - \psi_4$ - безрозмірний перепад тиску на врівноважуючому пристрої;

$\Delta \sigma$ - безрозмірна площа;

$\Delta \Omega_u, \Delta \Omega_g$ - приріст власних частот радіальних і кутових коливань;

$\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{22}$ - коефіцієнти впливу (піддатливості);

ε - кутове прискорення ротора;

$\varepsilon, \varepsilon_0$ - безрозмірний ексцентриситет ротора у втулці і його початкове значення;

$\zeta = k_{12} / \sqrt{k_{11} k_{22}}$ - безрозмірний коефіцієнт пружного зв'язку; показник загасання;

$\zeta, \zeta_{11}, \zeta_{12}, \zeta_2$ - коефіцієнти гідравлічних втрат;

ζ_u, ζ_g - безрозмірні коефіцієнти циркуляційних сил і моментів;

ζ'_u, ζ'_g - безрозмірні коефіцієнти для випадку постійного перепаду тиску на ущільненнях;

ζ'_{un}, ζ'_{gn} - безрозмірні коефіцієнти для перепаду тиску пропорційного квадрату частоти обертання;

η_u, η_g - безрозмірні коефіцієнти гіроскопічних сил і моментів;

$\theta_a, \tilde{\theta}$ - кутова складова амплітуди і комплексної амплітуди вимушених коливань;

- θ_0 - параметр конусності кільцевого каналу;
 θ_x, θ_y - відносні узагальнені кутові координати;
 θ_{0*} - критичне значення параметра конусності;
 ϑ_0 - кут конусності кільцевого каналу щільного ущільнення;
 ϑ_A, ϑ_B - кути конусності вала і втулки;
 ϑ_x, ϑ_y - узагальнені кутові координати диска в нерухомій системі координат;
 κ - коефіцієнт закрутки потоку в кільцевому зазорі;
 $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2$ - коефіцієнти закрутки потоку в бічних камерах робочого колеса;
 κ_g, κ_0 - безрозмірні частоти;
 κ_s - гідростатична жорсткість системи врівноваження;
 Λ_0 - модифікований коефіцієнт опору тертя;
 λ - характеристичні показники (власні числа);
 λ_0 - коефіцієнт опору тертя;
 λ_1, λ_2 - коефіцієнти опору тертя кільцевого і торцевого дроселів;
 μ - коефіцієнт динамічної в'язкості;
 ν - кінематична в'язкість рідини;
 ξ_u, ξ_g - показники загасання радіальних і кутових коливань;
 ξ_g, ξ'_{g1n} - показники загасання кутових коливань для постійного перепаду тиску і перепаду, пропорційного квадрату частоти обертання ротора;
 ρ - щільність рідини;
 τ - безрозмірна осьова сила, що врівноважується;
 $\tau_{22}, \tau_{23}; \tau_2, \tau_{2m}$ - постійні часу;
 σ - напруги вигину;
 σ_2, σ_3 - безрозмірні площі;
 Φ_z, Φ_r - функції зовнішніх впливів;
 ϕ - фазова частотна характеристика одномасового ротора;
 ϕ_{g0} - фазова характеристика кутових коливань в повітрі;

$\phi_{\vartheta}, \phi_{\vartheta t}$ - фазові частотні характеристики кутових коливань при постійному перепаді тиску і при перепаді, пропорційному квадрату частоти обертання ротора;

ϕ_u, ϕ_{ϑ} - фазові частотні характеристики радіально-кутових коливань ротора;

χ - безрозмірна сила віджимного пристрою;

$\chi_1, \chi_2, \chi_m = \chi_1 + \chi_2$ - відносні коефіцієнти місцевих опорів;

ψ_{1-4} - безрозмірні тиски;

Ω_1, Ω_2 - частоти прецесії вала і втулки;

$\Omega_{u0}, \Omega_{\vartheta 0}$ - парціальні частоти радіальних і кутових коливань ротора без ущільнень;

$\Omega_u, \Omega_{\vartheta}$ - власні частоти недемпфованих незалежних радіальних і кутових коливань ротора в щільних ущільненнях;

ω, ω_e - частота власного обертання і частота прецесії одномасового ротора;

ω_0 - власна частота недемпфованих коливань;

ω_a - середнє арифметичне частот обертання валу і втулки;

ω_c - середня кутова швидкість рідини в концентричному кільцевому каналі;

ω_* - критична частота другого роду;

$\bar{\omega}, \bar{\omega}_{\vartheta}$ - безрозмірні частоти обертання;

$\omega_{u\otimes}, \omega_{\vartheta\otimes}$ - граничні по стійкості частоти радіальних і кутових коливань.

ВСТУП

Актуальність теми.

Відцентрові машини широко використовуються в промисловості та побуті. На роботи, здійснювані насосами і компресорами, витрачається значна частка вироблюваної в світі енергії. Тому актуальним є питання підвищення їх ефективності, що досягається при використанні більш високих параметрів, таких як тиск ущільнюваного середовища і швидкість обертання ротора.

Потреби в відцентрових машинах з високими параметрами постійно зростають. Проте при підвищенні тиску та швидкості обертання ротора виникають вібрації, для зменшення яких використовують складні ущільнюючі системи, з використанням різних типів ущільнень. Проектування таких складних систем засноване на досвіді конструкторів та дороговартісних експериментальних дослідженнях. Проте забезпечити повну герметичність роботи сучасного обладнання навіть застосуванням складних ущільнюючих систем неможливо, як неможливо повністю виключити тертя та виникаючі вібрації. Тому проблема герметизації роторів відцентрових насосів і компресорів, в яких перекачується рідке або газоподібне середовище під великим тиском є складною **науково - прикладною проблемою** сучасного машинобудування.

Дослідження і розробки, спрямовані на створення ефективних ущільнюючих систем виконуються науковими колективами і компаніями в усьому світі. Значний внесок у розвиток теорії моделювання ущільнюючих систем та систем ротор – ущільнення – система авторозвантаження внесли відомі вітчизняні та зарубіжні вчені: А.І. Белоусов, Я.З. Гафт, А.І. Голубев, Б.М. Громико, Е.П. Кревсун, А.А. Ломакін, В.А. Марцинковський, Л.А. Кондаков, С.В. Фалалєєв, D. Childs, D. Denny, Y. Ishida, W. Jędral, A. Korczak, Cz. Kundera, A. Lebeck, E. Mayer, H. Mueller, J. Wang та ін.

Коливанням роторів відцентрових машин присвячено багато наукових робіт, однак методи розрахунку динаміки роторних систем або не враховували вплив сил і

моментів в ущільненнях, або спиралися на емпіричні залежності і досвід експлуатації. На підставі натурних випробувань і експериментів було визначено, що ущільнення не тільки змінюють критичні частоти ротора, а й істотно впливають на амплітуди його коливань і на межу стійкості.

Специфіка відцентрових машин полягає в тому, що для надійного прогнозування їх вібраційного стану потрібно спільно вирішувати рівняння гідродинаміки нестационарних турбулентних течій в каналах складної форми і рівняння коливань роторів з розподіленими параметрами, схильних як до впливів власної неврівноваженості, так і системи гідродинамічних сил і моментів. Це досить складне завдання, проте його рішення дає широкі можливості вдосконалення конструкцій відцентрових машин, в тому числі за рахунок використання ущільнень в якості динамічних опор з високими несучими можливостями і, тим самим, визначати вібраційний стан ротора – найважливішого показника технічного стану машини.

При проектуванні ущільнюючих систем необхідно враховувати обсяги витікання ущільнюючого середовища через неминучі зазори між обертовим, вібруючим валом і нерухомим корпусом, втрати на тертя та вібрації, що можуть виникати. Для досягнення прийняттого балансу між втратами рідини через ущільнення, силою тертя в ущільненнях та вібраціями слід використовувати багатоланкові гідромеханічні системи з ряду ступенів ущільнень. Для їх створення важливою є розробка методологічної бази, що передбачає розробку моделей різних типів ущільнень, на основі рішень яких можуть бути отримані характеристики втрат рідини, сили тертя та вібраційні характеристики, а також особливості їх конфігурування в складі складних герметизуючих систем з метою досягнення балансу (гармонізації) між герметизацією та вібраційною надійністю з урахуванням коливальних процесів, обумовлених гідродинамічними характеристиками ущільнень.

Виходячи із зазначеного, можна констатувати існування стійкого **протиріччя**, яке полягає у невідповідності зростаючих вимог до вирішення проблем ефективної герметизації ущільнюваних середовищ та зростання впливу ущільнювальних систем

на вібраційну безпеку відцентрових машин з *одного боку*, і наявним рівнем розвитку методологічної бази, яка включає моделі, методи та засоби створення ущільнень як складових герметизуючих систем на основі їх конфігурування з метою досягнення гармонізації між герметизацією та вібраційною надійністю з урахуванням коливальних процесів, обумовлених гідродинамічними характеристиками ущільнень, – з *іншого боку*.

Таким чином, розробка моделей, методів розрахунку і конструювання ущільнень як складових герметизуючих систем на основі створення їх моделей і їх конфігурування (послідовного розміщення) з метою досягнення гармонізації між герметизацією і вібраційною надійністю з урахуванням коливальних процесів, обумовлених гідродинамічними характеристиками ущільнень, є актуальною **науково-прикладною проблемою**.

Загальною метою дослідження є оцінка впливу геометричних і режимних параметрів ущільнень на власні і критичні частоти, на амплітуди вимушених коливань і на стійкість руху роторів.

Зв'язок з науковими програмами, планами, темами.

Роботи виконувались згідно цільової програми НАН України. Дослідження виконані відповідно НДР: «Методи та моделі для аналізу динамічних процесів в паливних системах сучасних літальних апаратів», шифр «Система», держ. реєстрація № 0117U005432, 2021 р. та, «Комп'ютерна технологія створення тренажерів насосного обладнання АЕС на основі 3D-моделей» шифр «ЮПАН», держ. реєстрація № 0122U002118, 2022 р., Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. У вказаних роботах автор був виконавцем етапів.

Мета та завдання дослідження.

Метою дисертаційної роботи є розробка математичних моделей гідродинамічних, коливальних і вібраційних процесів в ущільнювальних системах та гідромеханічних системах «ротор – щілинні ущільнення» та «ротор – система авторозвантаження», методів та алгоритмів розрахунку їх вібраційних характеристик з урахуванням впливу параметрів ущільнень при проектуванні відцентрових машин.

Для досягнення поставленої мети в дисертаційній роботі вирішено такі задачі:

1. Провести аналіз актуальних технічних та наукових проблем розробки та розрахунку сучасних ущільнюючих систем.
2. Створити математичні моделі контактних і безконтактних ущільнень з урахуванням впливу гідродинамічних характеристик герметизуючих пристроїв на динаміку ротора відцентрової машини.
3. Створити основи розрахунку контактних і безконтактних ущільнень, як складових ступенів ущільнюючих систем з метою досягнення гармонізації між герметичністю і вібраційною надійністю.
4. Створити математичні моделі і отримати аналітичні залежності для розрахунку герметизуючих пристроїв з автоматичним регулюванням параметрів.
5. Розробити моделі систем «ротор - ущільнення» і «ротор – система авторозвантаження», визначити їх динамічні характеристики з урахуванням конструктивних параметрів герметизуючих пристроїв.
6. Створити загальні підходи модельного конструювання ущільнювальних систем, включаючи оцінку впливу ущільнень на динаміку ротора відцентрової машини.

Об'єктом дослідження є гідродинамічні, коливальні і вібраційні процеси в системах герметизації роторів відцентрових машин.

Предметом дослідження є моделі, методи та засоби дослідження гідродинамічних, коливальних і вібраційних процесів в системах герметизації відцентрових машин з оцінкою межі динамічної стійкості.

Методи дослідження. Теоретичною основою роботи є методи математичного моделювання, прикладна теорія систем, обчислювальні методи алгебри, методи розв'язання нелінійних систем алгебри, трибомеханіки, теплопередачі, теорії пружності, гідрогазодинаміки, теорії коливань, гідроаероупругості, теорії оптимізації гідромеханічних систем та теорії функцій комплексних змінних – для дослідження режимів роботи гідромеханічних систем, які моделюють режими роботи ущільнюючих систем. Чисельне моделювання та експериментальні дослідження розроблених моделей, методів конструювання і засобів автоматизації ущільнюючих систем, оцінка адекватності моделей.

Наукова новизна одержаних результатів.

У процесі вирішення визначених завдань у роботі отримано такі наукові результати:

1. Побудовано моделі контактних і безконтактних ущільнень, в яких, на відміну від відомих рішень, **вперше** враховано вплив гідродинамічних характеристик герметизуючих пристроїв на динаміку ротора відцентрової машини і отримано аналітичні залежності, які враховують вплив процесів, що відбуваються в ущільнюваному середовищі, в тому числі:
 - Контактних сальникових ущільнень, де на відміну від відомих рішень **вперше** враховані передвключена безконтактна і контактна ділянки, що дозволяє описати повний цикл функціонування, включаючи пусковий, базовий режими та зупинку відцентрової машини, на відміну від відомих моделей, де аналізується тільки базовий режим, що дозволяє цілеспрямовано впливати на характеристики ущільнень при проектуванні.

- Контактних торцових ущільнень, де **вперше** враховано вплив гідродинамічних процесів, що відбуваються в ущільнюваному середовищі, і його взаємодію з елементами ущільнень, та, на відміну від відомих моделей, забезпечено аналіз ряду процесів при переході торцового ущільнення від стадії спокою аж до виходу на режим номінальної частоти обертання і навпаки, тобто від сухого до рідинного тертя, з визначенням умов виникнення рідинного тертя.
 - Безконтактних щілинних ущільнень, в яких **вперше** враховано вплив гідродинамічних характеристик ущільнень на динаміку ротора та отримано амплітудні і фазові характеристики з оцінкою межі динамічної стійкості системи.
 - Імпульсних ущільнень, для яких **вперше** отримані амплітудні і фазові характеристики та межа стійкості, що дозволяє налаштовувати ущільнення на роботу у вібраційно безпечному режимі.
2. Для нового класу контактних ущільнень, заснованих на принципі саморегулювання, **вперше** побудовано модель гідромеханічних та теплових процесів в них. Отримано аналітичні залежності для розрахунку характеристик ущільнень з системою саморегулювання.
3. **Вперше** отримано моделі, що описують гідродинамічні процеси в імпульсних ущільненнях як системи автоматичного регулювання торцового зазору і протікання. На їх основі отримано статичні та динамічні характеристики, а саме: для розмірів торцового зазору і протікання отримано залежності від ущільнюваного тиску, частоти обертання ротора, коефіцієнта навантаження і зусилля попереднього стиснення пружин; визначено коефіцієнт гідростатичної жорсткості, умову статичної стійкості, діапазон допустимих ущільнюваних тисків; вирази для визначення власної частоти коливань аксіально-рухомого кільця; побудовано амплітудні і фазові частотні характеристики вимушених осьових коливань кільця під дією ущільнюваного тиску, що гармонічно змінюється, виконано аналіз динамічної стійкості.

4. **Вперше** запропоновано модель систем «ротор – ущільнення» – математичну модель гідродинамічних процесів в щільних ущільненнях з урахуванням їх впливу на динаміку ротора. Визначено їх динамічні характеристики з урахуванням конструктивних параметрів герметизуючих пристроїв. Розроблено підхід та алгоритм розрахунку динамічних характеристик роторів, що дозволяє по амплітудним і фазовим частотним характеристикам визначати межі динамічної стійкості.
5. Запропоновано модель системи «ротор – система авторозвантаження», що виконує функції врівноваження сил, які діють на ротор, та одночасно функції кінцевого ущільнення з регульованими протіканнями. Комплексно така задача розглядається **вперше**. В моделі **вперше** дано опис осьових сил, що діють на ротор, через частоту обертання ротора. Визначено статичні та динамічні характеристики системи. Для рівнянь нестационарної течії в дроселюючих каналах вперше враховано як активний, так і інерційний опори та встановлено, що інерційний опір рідини в дроселюючих каналах врівноважуючих пристроїв надає демпфуючий вплив, суттєво (порядку на 50%) зменшуючи амплітуди резонансних коливань. При додатковому врахуванні радіальних коливань ротора відцентрового насоса з системою авторозвантаження отримано математичний опис спільних радіально-осьових коливань та амплітудні і фазові частотні характеристики.
6. **Отримала подальший розвиток** теорія математичного моделювання гідродинамічних процесів в ущільненнях відцентрових машин на основі розробки моделей контактних та безконтактних ущільнень, систем ущільнень, систем «ротор – ущільнення» та «ротор – система авторозвантаження».

**Наукове використання і практичне застосування отримали наступні
результати досліджень**

Математичні моделі та отримані аналітичні залежності, точність яких підтверджена даними експериментальних досліджень, використовуються при

проектуванні та обслуговуванні ущільнюючих систем на підприємствах АТ «Енергопроект», АТ Сумський завод «Енергомаш», що підтверджено відповідними актами впровадження. (№99/02 від 15.06.2021, №8 від 03.06.2021).

Методи проектування та розрахунку ущільнювальних систем відцентрових машин, розвинені у дисертаційній роботі, використовуються при створенні герметизуючих систем на підприємствах Конструкторське бюро «Укрспецмаш», ТОВ «Спецпромтранстехніка» та інших галузевих підприємствах (акти впровадження: №195 від 07.06.2021, №1/0206 від 02.06.2021).

Розроблені навчальні системи були впроваджені в НАЕК "Енергоатом" і використовуються при підготовці та підвищенні кваліфікації спеціалістів у навчально – тренувальному центрі ВП ЗАЕС. Монографії автора використовуються при підготовці спеціалістів для атомної енергетики у вищих навчальних закладах: Національному технічному університеті України «Київському політехнічному інституті ім. Ігоря Сікорського», Одеському національному політехнічному університеті, Національному університеті «Львівська політехніка» та у навчально – тренувальному центрі ВП ЗАЕС. (довідка впровадження №21 від 09.08.2021, акт впровадження №18 від 21.07.2021).

Публікації.

Основний зміст дисертаційної роботи відображено у, 36 публікаціях, а саме: чотирьох монографіях [1-4] 22 статті у фахових наукових виданнях [5-26] (в тому числі 5 із них у міжнародних наукометричних базах Scopus), 11 доповідях та тезах доповідей в збірниках матеріалів конференцій [27-37] (з них 1 внесено до наукометричної бази Web of Science [29] та 1 до наукометричної бази Scopus [37]), одному авторському свідоцтві на винахід [38] та двох патентах на корисну модель [39, 40].

Особистий внесок здобувача.

Наукові положення і результати, що увійшли до дисертації, отримані здобувачем особисто. В друкованих працях, опублікованих у співавторстві, дисертанту належить: [5] – постановка задачі, розробка моделі врівноважуючого пристрою ротора багатоступеневої відцентрової машини. Аналіз динаміки системи. Формули для побудови амплітудних і фазових частотних характеристик. [6] – постановка задачі, розробка моделі ущільнення з системою саморегулювання. аналітичні залежності для розрахунку статичних характеристик саморегульованих ущільнень, втрат потужності на тертя в контакті та теплового розрахунку. [8] – постановка задачі, побудова розрахункової моделі імпульсного торцевого ущільнення, розробка алгоритму аналітичного розрахунку статичних та динамічних характеристик імпульсних торцевих ущільнень. [12] – постановка задачі, визначення найбільш поширених конструктивних рішень ущільнюючих вузлів ГЦН, тенденцій їх удосконалення з метою підвищення герметичності і екологічної безпеки роботи. Створення моделі імпульсного ущільнення як системи автоматичного регулювання. Розробка загального порядку його розрахунку. [15] – постановка задачі, можливості використання осьових і радіальних безконтактних ущільнень в якості статичних і динамічних опор ротора відцентрової машини. Побудова моделі гідромеханічної системи ротор – щілинні ущільнення. Аналітичні залежності, що описують радіально – кутові коливання ротора відцентрової машини в щілинних ущільненнях. [17] – постановка задачі, основні ідеї, описання процесів, що протікають на стику сполучених торцевих поверхонь ущільнення в різних режимах роботи. аналіз ущільнень роторів насосів АЕС, розробка і реалізація алгоритма і програми розрахунку ущільнюючих систем насосного обладнання АЕС. [18] –постановка задачі, аналіз існуючих конструкцій вузлів ущільнення насосів атомних електростанцій, побудова моделі і методики розрахунку торцевого ущільнення як системи автоматичного регулювання торцевого зазору і протікання. [20] – постановка задачі, основна ідея, побудування моделі безвального насоса, статичні та витратні характеристики насоса з ущільненнями-опорами. аналіз динаміки безвального

консольного насоса з комбінованим опорно-врівноважуючим і ущільнюючим вузлом. [21] – постановка задачі, основна ідея, побудова моделей однодискових роторів, створення розрахункової схеми щілинного ущільнення з рухомою втулкою. Проведено оцінку радіальних сил і моментів у щілинних ущільненнях, отримано аналітичні залежності, що описують радіально – кутові коливання ротора відцентрової машини в щілинних ущільненнях. [26] – постановка задачі, основна ідея, запропоновано загальний підхід до аналізу безконтактних ущільнень як систем автоматичного керування та алгоритм побудови їх динамічних характеристик. Створено методику проектування ущільнюючих систем для високонавантажених роторних машин.

Апробація результатів дисертації.

Основні положення й результати роботи апробовані в повному об'ємі, доповідалися й обговорювалися на:

- семінарах Наукової ради ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України (2020–2023);
- Vorträge IX Int. Dichtungstagung. (Dresden, 1990);
- VI научно-технической конференции «Уплотнения и вибрационная надёжность центробежных машин». (Сумы, 1991);
- 16th International Conference on Fluid Sealing. (Brugge, Belgium, 2000);
- XII Internationales Dichtungskolloquium. Untersuchung und Anwendung von Dichtelementen (Essen, 2001);
- IX International Conference. Seals and Sealing Technology in Machines and Devices (Wroclaw-Polanica Zdroj, 2001);
- II Международной научно-технической конференции «Динамика, прочность и моделирование в машиностроении». (Харьков, 2020);
- VIII научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные исследования в современной науке». (Харьков, 2020);

- XXXIX науково-технічної конференції молодих вчених та спеціалістів ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. (Київ, 2021);
- International Conference on Advanced Mechanical and Power Engineering (CAMPE-2021) Kharkiv, Ukraine.
- XL науково-технічної конференції молодих вчених та спеціалістів ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. (Київ, 2022).
- Interdisciplinary Conference on Mechanics, Computers and Electrics (ICMECE 2022), Barcelona, Spain.

Об'єм і структура роботи.

Дисертація складається з анотації, вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел (182 бібліографічних найменувань) та 3 додатків. Загальний обсяг дисертації складає 407 сторінок, в тому числі 341 сторінка основного тексту, включаючи 85 рисунків (31 сторінка, повністю зайнята рисунками).

РОЗДІЛ 1

ПРИНЦИПИ ТА ПІДХОДИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В УЩІЛЬНЮЮЧИХ ПРИСТРОЯХ ВІДЦЕНТРОВИХ МАШИН.

1.1. Ущільнення та їх роль в технічних пристроях

Однією з найбільш важливих і складних проблем сучасного машинобудування є проблема герметизації роторів відцентрових насосів і компресорів, в яких перекачується рідке або газоподібне середовище, яке знаходиться під великим (до 50-100МПа) тиском і необхідно запобігти його витіканню через неминучі зазори між валом що обертається і нерухомим корпусом. Безпосередньо така задача в принципі не має рішення, тому ущільнення роторів розростаються в складні, багатоланкові гідромеханічні системи, що складаються з декількох ступенів ущільнень, системи підготовки (охолодження, очищення) і подачі замикаючого середовища, системи контролю основних параметрів і аварійного відключення машини.

Відцентрові насоси і компресори широко використовуються у всіх галузях промисловості. Для них характерна стійка тенденція до підвищення робочих параметрів: подач, тисків і швидкостей, тобто до концентрації все більш високих потужностей в одиничних агрегатах. Наприклад, подачі головних циркуляційних насосів атомних електростанцій становлять 20 000 м³/год, напір високооборотних насосів досягає 60 МПа [48]. Відцентрові компресори надвисокого тиску розвивають тиск на виході до 180 МПа. Частота обертання роторів турбонасосних агрегатів ракетних двигунів досягає 200 000 об/хв і обмежується лише міцністю робочих коліс (гранично допустима окружна швидкість обода робочого колеса – 450 м/с). Саме таку частоту обертання мають турбонасосні агрегати (ТНА) пального (рідкий водень) фірми "Аероджет ліквід ракет" (США). Потужність ТНА вимірюється сотнями мегават при вкрай низьких масових і габаритних характеристиках (потужність ТНА ракетного двигуна РД-170 становить ~ 180 МВт). Серед усіх видів лопаткових машин рухових і енергетичних установок ТНА мають найбільшу питому потужність 50-150 кВт/кг [61]. Для порівняння: питома потужність парової турбіни К-500-65/3000

(номінальна потужність 500 МВт) для атомних енергетичних блоків - 0,357 кВт/кг, а живильних насосів ПТ-3750-75 для тих же блоків - 0,51 кВт/кг [34].

У наш час рівень ущільнювальної техніки є важливим показником розвитку промисловості. Прогрес в тепловій та атомній енергетиці, гірничорудній та хімічній промисловості, суднобудуванні, авіації, космонавтиці неможливий без уміння виробляти надійні ущільнення нерухомих і особливо рухомих з'єднань. Технічним рівнем систем герметизації значною мірою визначається ефективність найрізноманітніших технологічних систем, починаючи з відкачування фекалій і очищення стічних вод і закінчуючи атомною енергетикою і космічною технікою.

Важливість проблеми герметизації обумовлена тим, що протікання через ущільнення роторів в цілому призводять до величезних втрат енергії, цінної сировини, хімічних і харчових продуктів, паливно-мастильних матеріалів, прісної води. Наприклад, протікання 4 л/год (тонка переривчаста цівка) для сальникового ущільнення вважається нормальною. При такому "нормальному" витокі через кожен з багатьох мільйонів сальників впливає в навколишнє середовище близько 35 кубічних метрів рідини на рік. Тому якість ущільнень істотно впливає на чистоту навколишнього середовища, а в атомній енергетиці і в хімічних виробництвах, в авіації, космонавтиці, мореплаванні – на безпеку життєдіяльності людей. Великих коштів вимагають знешкодження і утилізація протікань перекачуваних середовищ. Вимушені простої технологічних ліній і систем через відмови ущільнень завдають величезних економічних збитків, а ремонт ущільнень вимагає великих затрат ручної праці і дорогих матеріалів. У зв'язку з тенденцією до збільшення параметрів машин, їх енергоємності при одночасному посиленні вимог до надійності і герметичності, актуальність і складність проблем ущільнень ще більше зростає.

Герметизація - процес забезпечення певного ступеня непроникності для рідин і газів нерухомих і рухомих з'єднань в машинах, апаратах, трубопроводах і т. д. Більш широке трактування процесів герметизації дає Е.П. Кревсун у своїй книзі [31]: "Процес герметизації супроводжує будь-яке природне явище. По суті справи, це окремий випадок процесу перенесення, коли потік субстанції, що рухається через тракт перенесення, піддається частковому або в ідеалі повному гальмуванню.

Обмеження витоку перекачуваної рідини вздовж обертового вала насоса, припинення виділення крові на кінчику пальця після проколу для відбору на аналіз, митний контроль для затримки контрабандних товарів, фізичний захист об'єктів проти несанкціонованого доступу, нарешті, процес засекречування інформації - все це можна віднести до процесів герметизації. Безсумнівно, що герметологію, як область гостро затребуваних знань, чекає велике майбутнє".

Гермомеханіка має яскраво виражений міжгалузевий характер. Сучасні ущільнення, зокрема ущільнення роторів, є складними тріботехнічними системами. Вони акумулюють у собі новітні досягнення різних галузей науки і техніки: трибомеханіки, матеріалознавства, теплопередачі, теорії пружності, гідрогазодинаміки, теорії коливань, теорії оптимізації гідромеханічних систем і т. д.

Ущільнювальна техніка [28, 67, 159], або герметологія [68] – галузь техніки, яка розробляє наукові основи і практичні методи герметизації об'єктів, проектування і експлуатації ущільнюючих пристроїв. Їх працездатність визначає ресурс і надійність більшості об'єктів, що викликає постійне посилення вимог до ущільнювальних пристроїв і стимулює роботи по їх вдосконаленню.

У Західній Європі і в Америці для сприяння прогресу в гермотехніці створені асоціації герметологів, розробників, виробників і споживачів ущільнень, які видають свої науково-технічні журнали, довідкову і навчальну літературу, проводять конференції, курси та виставки з проблем ущільнювальної техніки.

В Україні проектування і виробництво великого насосного і компресорного обладнання для теплової та атомної енергетики, видобутку і транспорту нафти і газу, для хімічної та інших галузей промисловості зосереджено у м. Суми. Тому з усіх країн СНД лише в Сумах, на базі лабораторії герметичності і вібронадійності Сумського держуніверситету, починаючи з 1976 року, проводяться регулярні, раз в три роки, міжнародні науково-технічні конференції з гермотехніки.

З розвитком техніки зростають одиничні параметри відцентрових машин, що потребує більш повного врахування особливостей процесів герметизації ущільнюваних середовищ. Перш за все це відноситься до ущільнень рухомих з'єднань, зокрема, до ущільнень валів роторних машин: насосів, компресорів, турбін,

турбодетандерів, центрифуг, машин і апаратів хімічних виробництв і т. д. Найбільш важливими питаннями, пов'язаними з моделюванням, проектуванням та розробкою ущільнювальної техніки є комплексний аналіз проблем герметизації об'єктів і створення ефективних систем ущільнень.

1.2. Процеси, характерні для ущільнень, та підходи до їх моделювання

Ущільнювальний пристрій або ущільнення – пристрій для поділу середовищ, запобігання або зменшення до допустимих меж витoku середовищ через рухливі або роз'ємні нерухомі з'єднання. Спільними елементами ущільнень різних видів є ущільнюванні поверхні стику з'єднання і ущільнювач, що забезпечує герметичність. На працездатність ущільнення впливають експлуатаційні, конструктивні, технологічні, техніко-економічні та екологічні чинники. Найважливішими з них є: властивості робочого і навколишнього середовищ, режими роботи, властивості матеріалів з'єднання і ущільнювача, допустимі межі витoku, ресурс, загальний термін експлуатації, токсичність і хімічна агресивність середовищ. Часто для підвищення працездатності створюють комбіновані ущільнення, що включають ущільнювачі декількох видів, а також складні ущільнювальні комплекси.

Значні труднощі, що виникають при розробці ущільнювальної техніки, пов'язані з необхідністю комплексного підходу до питань, що вирішуються на стику декількох наук. Для ущільнень будь-якого виду необхідно було виявити закономірності фізичних і хімічних процесів, що відбуваються в елементах ущільнень. Механізм ущільнювальної дії зазвичай обумовлений не тільки механічною взаємодією контактуючих поверхонь, а й процесами тертя в зоні контакту і хімічними перетвореннями матеріалу в процесі експлуатації при контакті з різними середовищами.

Ущільнення обертових валів – складні прецизійні вузли, які виготовляються з надтвердих композитів. Допуски на не площинність складають десятки частки мікрометра, а глибина профільованих серповидних канавок в газових торцевих ущільненнях вимірюється кількома мікрометрами. При виготовленні таких вузлів доводиться вирішувати ряд складних технологічних завдань.

Основні труднощі у вирішенні завдань моделювання процесів функціонування ущільнень обумовлені різноманітністю фізичних процесів, які використовуються для герметизації та різноманітністю конструкцій герметизаторів. Механічні торцові ущільнення суттєво відрізняються від прокладок, щілинні ущільнення – від гумових кілець, сальники – від саморегульованих торцових ущільнень, лабіринтові ущільнення – від рідкометалічних, манжети – від імпелерних, магніторідинні – від мембран, поршневі кільця – від щіткових ущільнень і т. д. Всі ці несхожі пристрої об'єднує спільна, важко досяжна мета – усунення або обмеження перетоків рідких і газоподібних середовищ через канали, на яких дроселюються значні перепади тиску.

Ущільнювальні пристрої застосовують буквально у всіх галузях техніки, тому номенклатура ущільнень виключно широка, а вимоги і умови експлуатації різноманітні. Велика кількість механізмів герметизації диктується різноманітністю умов роботи і висунутих до ущільнень вимог. Умови їх експлуатації досить різноманітні, оскільки важко назвати область техніки, в якій не виникала б проблема герметизації. Часто саме ущільнення визначають якісні показники машин, а також допустимі області їх застосування. Неправильний вибір ущільнень або їх низька якість і неправильна експлуатація можуть призвести до відхилень показників роботи машин, зниження їх надійності, великих економічних втрат.

Довгий час розробка ущільнень була заснована лише на досвіді і інтуїції конструкторів, які застосовували при виборі ущільнень загальні методи проектування деталей машин. Створення нових видів ущільнень завжди пов'язане з появою машин нових класів. Так, розвиток двигуно- і компресоробудування (поява поршневих ДВЗ і компресорів) призвів до створення поршневих кілець. Розвиток енергетичного машинобудування викликав необхідність розробки динамічних безконтактних ущільнень, що дозволило значно підвищити частоти обертання валів.

Ущільнення роторів повинні задовольняти двом головним умовам: необхідній герметичності і підвищеній надійності при заданих перепадах тиску, частоті обертання, температурах і фізичних властивостях ущільнюваного середовища. Результатом пошуку компромісу між цими двома суперечливими вимогами стало формування двох класів ущільнень роторів: контактних і безконтактних.

На даний час розроблено широкий асортимент ущільнювальних пристроїв [37]. Для герметизації валів роторних машин в переважній більшості випадків підходять контактні ущільнення – торцові і сальникові.

Сальникове ущільнення є вузлом з регульованим витокком, тобто перевищення рівня витокку може виправлятися переміщенням натискного пристрою без розбирання насоса. Оскільки збільшення витокку визначається відносно постійним в часі зносом пари тертя можливість раптових відмов такої конструкції невелика. Це дуже важливо, оскільки дозволяє при правильній експлуатації виключити раптовий аварійний витік. Заміна сальникової набивки не вимагає демонтажу агрегата і відмовою, як правило, не вважається. Ресурс вузла визначається досягненням гранично допустимого зносу захисної втулки вала, для заміни якої потрібні демонтаж і розбирання машини. Таким чином, сальникове ущільнення є регульованим і періодично поновлюваним в процесі експлуатації вузлом, чим, в поєднанні з традиційністю конструкції і відносно низькою ціною, обумовлено його широке застосування.

Значний внесок у дослідження сальникових ущільнень внесений Денні, результати його робіт викладені в [101]. Перш за все їм введено чіткий поділ вузлів на ущільнення низького тиску (тиск від затягування вище тиску рідини) і ущільнення високого тиску. На основі експериментального дослідження була розроблена теорія, заснована на положенні, що при високому тиску рідини в набивці створюються напруги тільки під дією цього тиску. При цьому осьові напруги в пакеті під дією тиску рідини постійні по довжині і дорівнюють деякому середньому значенню. Тиск рідини в зазорі між ущільнювачем і валом викликає радіальну деформацію, так що утворюється зазор, висота якого пропорційна тиску рідини по довжині ущільнення.

Механізм герметизації сальникового ущільнення зводиться до дроселювання тиску рідини кільцевою щілиною з деформованою зовнішньою стінкою.

Незважаючи на це, викликає сумнів сама фізична модель механізму герметизації (по щілині), яка принципово виключає вплив на герметизацію контакту набивки з валом. Тим часом, значне тертя і місцевий знос в ущільненнях є твердо встановленим практикою експлуатації фактом. У зв'язку з цим розрахунок величини

контактного тиску має першорядне значення для проектування довговічних ущільнень.

Мюллер (H.K.Muller) [144, 145] запропонував пояснювати механізм витоків на основі теорії «циркуляційної течії рідини», розробленої Майєром (E.Mayer) [140]. Відповідно до цієї теорії, між рухомими ущільнювальними поверхнями утворюється безліч дрібних каверн, що постійно змінюють своє положення. Обсяг цих каверн залежить від характеристик мікронерівностей ущільнюючих поверхонь, контактної тиску і швидкості ковзання. Механізм витоків, згідно з цією теорією, зводиться до витіснення каверн з рідиною в сторону меншого тиску. Рівень витоків не залежить від перепаду тиску рідини і визначається тільки об'ємом каверн. Для оцінки рівня витоків в разі, коли тиск герметизованої рідини перевищує контактний тиск, що створюється натискним механізмом, ряд дослідників [62, 101, 177] приймають в якості фізичної моделі протоки через кільцеву щілину змінного перерізу, що дозволяє використовувати при розрахунку відомі рівняння гідродинаміки. Як було сказано вище, такий підхід не описує реальний процес, який характеризується контактом набивки з валом. З іншого боку, модель фільтрації по довжині контакту при високому тиску рідини також представляється неправомірною, оскільки експериментально встановлена значна нерівномірність падіння тиску рідини, що не може бути пояснено фільтрацією.

Розподіл контактної тиску на поверхні тертя сальникового ущільнення вивчався в роботі [182] Стандартне одинарне сальникове ущільнення та розподіл контактної тиску по довжині пакета набивки представлено на рис. 1.1. Ущільнення складається з кільцевої камери в корпусі 1, обмеженої поверхнею вала 2 і заповненої набиванням 3, що стискається в осьовому напрямку натискною втулкою 4 і тиском герметизованої рідини. Як показали дослідження, за умови, що ущільнюваний тиск не перевищує приблизно 0,4 МПа, а зусилля стиснення створює на внутрішніх кільцях радіальні напруження більші, ніж тиск герметизованої рідини розподіл контактної тиску може бути представлено епюрою, зображеною на рис. 1.1, б.

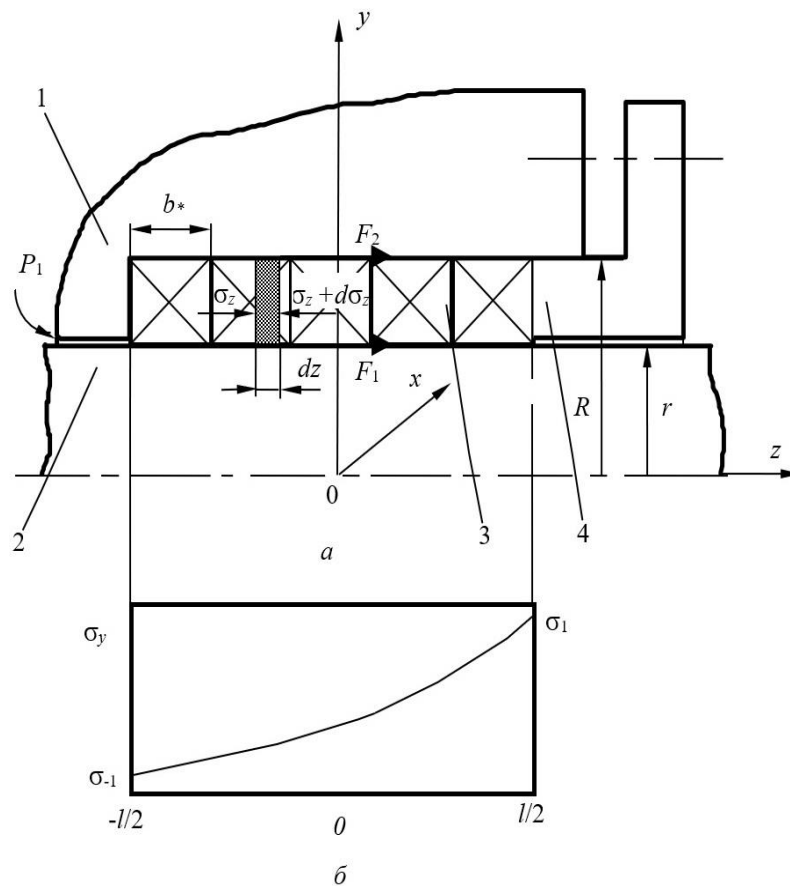


Рис. 1.1. Схема сальникового ущільнення

a - схема конструкції, *б* - зміна контактного тиску по довжині пакета набивки:

Великий вклад у вивчення фізичних основ роботи і створення наукової бази для розрахунку та шляхів вдосконалення конструкцій сальникових ущільнень вніс Я.З. Гафт [13]. На основі всебічних експериментальних досліджень їм створена фізична модель сальникового ущільнення. В роботах виконано аналітичний та чисельний аналіз радіальних та торцевих сальникових ущільнень.

Експериментально встановлено наявність залежності втрат на тертя від тиску рідини і довжини пакету набивки. Істотний вплив на умови змащення, а, отже, і на момент тертя має окружна швидкість вала. Як показують проведені експерименти, в міру збільшення окружної швидкості (частоти обертання) момент тертя у вузлі зменшується до деякого мінімуму, після чого спостерігається його невелике зростання. Розподіл тиску рідини в контакт для перепаду тисків в діапазоні 0.4-2 МПа при нормальній роботі вузла, показано на рис. 1.2. Як показали експерименти, результати яких представлені в роботі [14], розподіл тиску рідини по довжині

ущільнення мало залежить від початкового розподілу контактного тиску набивки, створюваного натискним механізмом, і визначається тільки величиною тиску герметизованої рідини.

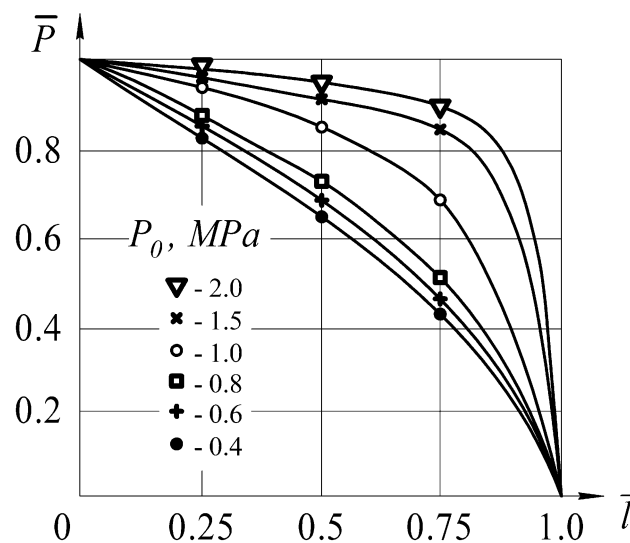


Рис. 1.2. Розподіл тиску рідини по довжині контакту в стандартному ущільненні

Відсутність теорії, що задовільно пояснює механізм герметизації і дозволяє отримати аналітичні залежності контактного тиску, моменту тертя і витоків від герметизованого тиску і конструкції ущільнення, призвела до розвитку чисто експериментального підходу до цієї проблеми. В основу таких робіт покладено вимірювання температурних полів і теплового балансу вузла, втрат на тертя, а також чисто ресурсні випробування для оцінки закономірностей зношування і герметичності.

Торцове ущільнення з притертою парою тертя є нерегульованим вузлом, ресурс якого однозначно визначається напрацюванням до досягнення неприйнятною витоків. Найвні спроби використовувати роз'ємні пари тертя внаслідок складності конструкції і монтажу поширення не отримали. Основними напрямками розвитку цього типу ущільнень є підвищення ресурсу вузла за рахунок вдосконалення матеріалів пари тертя і зниження вартості торцевих ущільнень. Торцові ущільнення є автоматичними вузлами, відновлення яких в умовах експлуатації досить складне, тому що забезпечується шляхом заміни ущільнення при демонтажі обладнання. Недоліком торцевого ущільнення з точки зору експлуатації є також те, що його відмова в переважній більшості випадків є раптовою. Визначення досягнення вузлом гранично

допустимого стану методами діагностики практично неможливо, так як причинами відмови є або втрата рухливості, або вихід з ладу одного з герметизуючих елементів.

Області, де переважні положення завоювали торцові ущільнення, що працюють при тиску рідин більше 1,0 МПа: нафтохімічна промисловість, авіаційна і космічна техніка, обладнання енергетики, в тому числі, атомної.

Аналіз літературних джерел показав, що торцові ущільнення широко застосовуються в насосах атомних електростанцій, в тому числі в головних циркуляційних, поживних, аварійних і спринклерних насосах першого контуру. У другому контурі АЕС використовуються насоси, що не відрізняються від застосовуваних на звичайних електростанціях. Однак до насосів систем охолодження і безпеки, що перекачують радіоактивні середовища, висувають вимоги, частина яких здійснюється лише з використанням спеціальних конструкцій. Виняткові і вимоги до них щодо умов роботи і безпеки [48]. Більшість аварійних відключень на атомних електростанціях пов'язано перш за все з проблемами герметизації, тому до торцових ущільнень пред'являються особливі вимоги щодо конструкції, матеріалів і технології, що гарантують їх властивості.

Великий внесок у вивчення фізичних основ роботи та побудову методів конструювання та розрахунку торцових ущільнень зробили А.І. Голубєв, Л.А. Кондаков, Е.П. Кревсун, Е. Mayer, Н. Mueller.

Складністю процесів тертя і зношування обумовлені основні труднощі розрахунку *механічних торцових ущільнень* і прогнозування їх експлуатаційних характеристик. В цьому випадку практика значно випереджає теорію: гострота проблеми герметизації роторів змушує часто на дотик шукати і знаходити правильні конструктивні і технологічні рішення для різних параметрів ущільнюваних рідин, їх тисків, окружних швидкостей, температур, вимог до надійності, довговічності та герметичності при економічно виправданій вартості.

На підставі викладених уявлень про процеси тертя і зношування запропоновані розрахункові формули для оцінки показників зношування, що містять ряд коефіцієнтів, які повинні визначатися експериментально для конкретних матеріалів і умов тертя. У монографіях Е. Майєра [140], А.І. Голубєва і Л.А. Кондакова [68]

зібраний великий експериментальний матеріал по тертю і зносу торцевих ущільнень, що дозволяє орієнтовно прогнозувати довговічність ущільнень на стадії їх проектування. Е. Майер [35] умовно поділяє торцеві ущільнення по експлуатаційній навантаженості на чотири групи, що дозволяє в загальних рисах уявити труднощі, пов'язані з герметизацією роторів конкретних насосів. Якщо ущільнення першої і другої груп виробляються серійно, то ущільнення четвертої, а часто і третьої групи вимагають індивідуального проектування та виготовлення.

У ряді робіт описуються конструкції безконтактних торцевих ущільнень [153, 177]; принцип роботи [129], методики розрахунку і експериментальних досліджень безконтактних торцевих ущільнень з динамічними канавками [176]. У таких конструкціях ущільнювальні пояски розвантажені і працюють з невеликим зазором в режимах тертя, близьких до рідинного. До них відносяться гідродинамічні і термогідродинамічні ущільнення.

Принцип роботи термогідродинамічних ущільнень ґрунтується на використанні деформації кілець під дією термічних напружень в зоні контакту [102], в якій на поверхні одного з кілець виконуються серпоподібні канавки, які сприяють утворенню мікрокліна за рахунок різниці температур, що утворюються внаслідок нерівномірного охолодження робочої поверхні кільця в окружному напрямку. У зоні мікрокліна при обертанні виникають додаткові підйомні сили, що дозволяють значно зменшити контактний тиск на робочих поверхнях і коефіцієнт тертя. Перевага цих ущільнень полягає в тому, що зі зростанням швидкості ковзання і перепаду тиску різниця температур між окремими ділянками робочої поверхні зростає. Під дією високої термічної напруги і викликаних ними деформацій розширюються зони, які займає мікроклін [95].

При високих перепадах тиску і швидкостях обертання, коли потрібен великий ресурс і допускаються незначні витіки, все ширше застосовуються ущільнення з безперервною рідинною плівкою. До них відносяться гідростатичні ущільнення, що складаються з тих же елементів, що і звичайні торцеві ущільнення [181]. При створенні гарантованого зазору між поверхнями ущільнювальних кілець в гідростатичних ущільненнях виток майже не залежать від відносного обертання

кілець ущільнення, а визначається перепадом тиску. Тому під час стоянки виток залишається таким же, як і при роботі насоса. Для ущільнення валу при зупинці насоса доводиться встановлювати послідовно з основним додаткові стоянкові ущільнення, що ускладнює і здорожує конструкцію, її експлуатацію і ремонт. Для безконтактної роботи гідростатичні ущільнення вимагають певного перепаду тиску, при якому утворюється гарантований осьовий зазор. В іншому випадку кільця знаходяться в контакті і схильні до зносу під час роботи. У звичайних торцевих ущільненнях потужність тертя пропорційна ущільнюваному тиску і окружній швидкості, тому їх працездатність зберігається лише у вузькому, розрахунковому діапазоні робочих параметрів – ущільнюваного тиску і частоти обертання [134]. У конструкціях гідростатичних і гідродинамічних безконтактних торцевих ущільнень сила тиску замикаючого середовища сприймається аксіально-рухомим кільцем. При збільшенні тиску замикаючого середовища зазор збільшується [135].

Створення торцевих ущільнень є складним технічним завданням. Питання створення ущільнюючих систем, що мають високу надійність, герметичність і великий ресурс роботи, залишається до кінця не вирішеним. Для його успішного вирішення необхідно на основі виявлення найбільш перспективних напрямків проектування ущільнюючих вузлів і аналізу існуючих конструкцій побудувати моделі і схеми розрахунку ущільнень як динамічних систем. При виборі конструкції ущільнень потрібно враховувати не тільки їх пряме призначення – зменшувати об'ємні втрати, але і не менш важливу їх функцію – забезпечувати необхідні вібраційні характеристики насоса.

Імпульсні торцеві ущільнення відносяться до безконтактних ущільнень з саморегульованим зазором і як альтернатива гідростатичним і гідродинамічним безконтактним торцевим ущільненням з'явилися в процесі створення ущільнень роторів головних циркуляційних насосів АЕС [96]. Всебічні експериментальні дослідження і натурні випробування показали, що імпульсні ущільнення задовольняють жорстким вимогам по надійності, герметичності і ресурсу, що пред'являються до основного обладнання АЕС [169]. Завдяки своїм високим експлуатаційним характеристикам імпульсні торцеві ущільнення привернули увагу

розробників високооборотних відцентрових машин і для інших галузей промисловості, зокрема, для паливних насосів рідинних ракетних двигунів (ТНА РРД) [129, 134]. Імпульсні ущільнення також стали прототипом перспективних затворних торцевих ущільнень з коаксіальним розташуванням ступенів.

Імпульсні торцеві ущільнення з саморегульованим зазором мають ряд незаперечних переваг у порівнянні зі звичайними механічними торцевими ущільненнями і безконтактними торцевими ущільненнями гідростатичного і гідродинамічного типу. В імпульсних ущільненнях зі збільшенням частоти обертання торцевий зазор збільшується, в результаті чого втрати потужності на тертя практично не ростуть, тому їх застосування особливо ефективно для високооборотних машин. Низькі втрати потужності тертя, хороший тепловідвід з витокм від пари тертя, дозволяє, в деяких випадках, обійтися без додаткових систем охолодження навіть в насосах, що працюють на гарячих рідинах, наприклад, в паливних насосах атомних і теплових електростанцій.

Для успішного проектування імпульсних торцевих ущільнень необхідна методика розрахунку їх основних геометричних параметрів, що забезпечує необхідну герметичність при заданих умовах експлуатації. А для отримання аналітичних розрахункових залежностей необхідна побудова фізичної та математичної моделей імпульсного торцевого ущільнення і дослідження його статичних і динамічних характеристик.

Врівноважуючі пристрої, їх називають також системами авторозвантаження – працюють як навантажені гідростатичні підшипники, висока несуча здатність яких забезпечується великим ущільнюваним тиском; як правило, це повний тиск, що розвивається насосом. Якщо правильно використовувати ущільнюваний тиск, то врівноважуючий пристрій може працювати і як радіальна гідростатична опора. Великий ущільнюваний тиск призводить до значних витрат рідини, що знижує економічність насоса. Для зменшення протікання зазори гідравлічного тракту прагнуть робити якомога меншими. В результаті врівноважуючий пристрій додатково виконує функції кінцевого ущільнення з саморегульованими витокми. Тому актуальними є завдання з моделювання систем «ротор – ущільнення» і «ротор -

авторозвантажувальний пристрій», яке полягає у застосуванні математичного аналізу динаміки систем та аналізу вимушених коливань ротора з метою врахування при виборі конструкцій і розрахунку ущільнень забезпечення необхідних вібраційних характеристик ротора.

Процеси герметизації використовуються в багатьох областях людської діяльності. Велика кількість об'єктів герметизації породила незорну безліч конструкцій вузлів ущільнень і їх систем, безліч нових технологій герметизації, що використовують різні фізичні процеси. Серед таких варіантів конструкцій є ущільнення, сформовані з різної кількості певних їх видів. Тому для успішної роботи зі створення ущільнюючих систем роторних машин необхідно побудувати їх класифікацію на базі вивчення особливостей і областей їх. Найбільш повно питання класифікації розглянуті Л.А. Кондаковим [68]. Проте для існуючих на даний час видів ущільнень така класифікація не створена, що є одним із завдань досліджень в роботі.

У процесі створення відцентрових насосів і компресорів на будь-які параметри, крім відпрацювання економічної проточної частини, першорядними завданнями є зниження вібрацій, забезпечення необхідної надійності і довговічності опор і приводних муфт, розробка надійних і досить герметичних ущільнень. Особливість відцентрових машин полягає в тому, що перераховані завдання взаємопов'язані і в більшості випадків можуть бути задовільно вирішені за рахунок правильного вибору конструкції *щільних ущільнень*.

У відцентрових машинах до 10% споживаної потужності втрачається на протікання через щільні ущільнення робочих коліс і системи авторозвантаження осьових сил. Для великих живильних насосів, наприклад, це тисячі кіловат. Енергію об'ємних втрат можна перетворити в корисну енергію, якщо щільні ущільнення використовувати одночасно як гідростатичні опори, здатні не тільки створювати велику радіальну жорсткість, а й ефективно демпфувати коливання ротора. У цьому випадку енергія протікання не тільки може забезпечити необхідну несучу здатність опор, а й, що найважливіше, знизити до допустимого рівня вібрації ротора навіть при наявності значної невривноваженості.

1.3. Вплив ущільнень на динаміку роторів відцентрових машин

Роторні машини, основним вузлом яких є ротор, тобто вал, що обертається, з закріпленими на ньому тими чи іншими робочими органами, становлять найбільш великий клас машин. В процесі роботи на ротор діють гармонійні збурення у вигляді сил і моментів інерції неврівноважених мас, що викликають вимушені коливання ротора. У більшості випадків технічний рівень таких машин оцінюється їх віброакустичними характеристиками, які визначаються, перш за все, вібраційним станом ротора. Тому завдання динаміки роторів мають велике практичне значення, а коло цих задач необмежене, як необмежене число конструктивних типів роторних машин, особливостей конструкцій роторів, умов їх роботи. Великий вплив на вібраційні характеристики мають параметри ущільнень.

Серед роторних машин виділяються багатоступінчасті високонапірні відцентрові насоси і компресори, які широко використовуються в усіх галузях промисловості. Для них характерна стійка тенденція до підвищення робочих параметрів: подач, тисків і швидкостей обертання, тобто до концентрації все більш високих потужностей в одиничних агрегатах. Тиск, що розвивається відцентровими машинами, пропорційний квадрату частоти обертання ротора, тому підвищення частоти обертання виявляється найбільш раціональним шляхом досягнення високих тисків. В результаті високонапірні відцентрові машини, як правило, є високооборотними. А для таких машин проблеми динаміки роторів особливо актуальні.

Досвід експлуатації показує, що значна частка відмов великих відцентрових насосів і компресорів пов'язана із стомлюючим руйнуванням окремих вузлів і деталей. З ростом параметрів небезпека втомних поломок зростає, оскільки піднімається загальний рівень питомої енергоємності та, відповідно, напруженості, на яку накладаються додаткові знакозмінні напруги, обумовлені вібраціями.

Основним джерелом вібрацій є ротор. Причинами незадовільного вібраційного стану ротора можуть бути неврівноваженість і розцентровка, силові і температурні деформації корпусу і його окремих елементів, втрата динамічної стійкості,

конструктивні і технологічні дефекти, знос ущільнень, опор, приводних муфт. Підвищеними вібраціями супроводжується робота поблизу критичних частот, розрахунок яких через відсутність достовірних даних про жорсткість опор і через вплив багатьох випадкових факторів не може гарантувати надійної відбудови від резонансних режимів.

Своєрідні завдання пов'язані з динамікою роторів відцентрових насосів. Ротор багатоступінчастого відцентрового насоса обертається в щілинних ущільненнях, які являють собою порівняно короткий кільцевий канал з радіальним зазором 0,15 - 0,3 мм. Гідравлічний опір обумовлено опором тертя в'язкої рідини об стінки каналу. Одна зі стінок належить ротору і здійснює складні власне і прецесійне обертання, а також радіальні і кутові коливання. В результаті потік в'язкої рідини в щілинних ущільненнях є тривимірним, нестационарним. Розподіл швидкостей і тисків в потоці визначається узагальненими координатами, швидкостями і прискореннями центру вала. Відповідно на стінки каналу, що належать ротору, діють позиційні, дисипативні, гіроскопічні і інерційні радіальні сили тиску і їх моменти. Динаміка ротора визначається цими силами і моментами, які, в свою чергу, залежать від характеру руху ротора. Таким чином, ротор і щілинні ущільнення представляють замкнуту гідромеханічну систему. Цим обумовлена основна особливість і складність проблем динаміки роторів відцентрових машин.

Вперше гідростатичну жорсткість щілинних ущільнень виявив і теоретично обґрунтував професор ЛПІ А.А. Ломакін [32] в 1953 році в процесі доведення живильних насосів СВП 220-280 для енергоблоків СВК-150 Черепетської ГРЕС. Він же оцінив вплив щілинних ущільнень на критичну швидкість ротора насоса.

При перших пусках насосів на Черепетській ГРЕС виявилася підвищена вібрація, через яку доводилося зупиняти насос і міняти ротор і кільця ущільнень. Величезні зусилля, витрачені на підвищення якості виготовлення і збірки, балансування і центрування, модернізацію підшипників і муфт не дали бажаних результатів. Лише після того, як на спеціально створеній установці був виявлений ефект самоцентрування ротора в щілинних ущільненнях, а також залежність цього

ефекту від конструкції ущільнення і величини перепаду тиску, вібрації вдалося усунути.

У світовій технічній літературі цей вплив отримав назву «ефект Ломакіна». Минуло понад півстоліття, а завдання, пов'язані з ефектом Ломакіна, залишаються до кінця не вирішеними і не втрачають своєї актуальності. Як і проблеми гідродинамічної теорії змащування, основи якої закладені Н. П. Петровим в 1883 році і О. Рейнольдсом в 1886 році, ефект Ломакіна виявився невичерпним.

Досліди показали, що в трьохщілинних ущільненнях, прийнятих в конструкції насоса для зменшення об'ємних втрат, при перепаді тиску понад 3 МПа виникають інтенсивні самозбуджувані коливання ротора. Після заміни трьохщілинних ущільнень на однощілинні проблема вібрацій була майже повністю знята.

Також в 1957 році в Сумах (Україна), у ВНДІАЕН (тоді СКБ Поживних насосів) з ініціативи головного інженера С.С. Серікова був створений унікальний стенд, на якому проводилися вібраційні дослідження натурних роторів високонапірних живильних насосів з різними конструкціями щілинних ущільнень [37, 39]. Особливість цих робіт в тому, що ротор і ущільнення розглядалися як замкнута гідромеханічна система, в якій роль зв'язуючої ланки виконує потік перекачуваної рідини в дроселюючих каналах, інерційні і гідродинамічні характеристики потоку [42,44].

Перечисленні роботи, а також потреби теплової і атомної енергетики в поживних, головних циркуляційних та інших насосах на все більш високі параметри стимулювали детальне вивчення проблем гідродинаміки щілинних ущільнень і їх вплив на вібраційний стан роторів відцентрових машин. Роботи зі створення турбонасосних агрегатів ракетних двигунів великої потужності для космічних кораблів багаторазового використання ще більше підняли інтерес дослідників до динамічних характеристик щілинних ущільнень і до вібрацій роторів в ущільненнях [94, 98, 99, 113].

Вплив середовища особливо проявляється при наявності великих градієнтів швидкостей і тисків. Такі умови як раз і характерні для малих зазорів щілинних

ущільнень, на яких дроселюються великі перепади тиску, а одна зі стінок належить вібруючому ротору, який обертається.

На ущільненнях вхідних воронки робочих коліс дроселюється тиск ступені, що досягає 10 МПа, а на циліндричному дроселі автомата розвантаження - приблизно половина повного тиску, що розвивається насосом. Тому щілинні ущільнення працюють як гідростатодинамічні підшипники, радіальна жорсткість яких пропорційна дросельованому перепаду тиску. Як правило, жорсткість ущільнень або порівнянна, або перевищує жорсткість підшипників ковзання. Завдяки цьому ущільнення виступають як додаткові проміжні опори. Кожна ступінь відцентрового насоса герметизується від суміжних ступенів двома щілинними ущільненнями. Такі ущільнення використовуються і в системах авторозвантаження осьових сил, що діють на ротор, а також в якості кінцевих ущільнень, герметизуючих ротор в місцях його виходу з корпусу. Таким чином, ущільнення розташовані досить щільно по довжині ротора і визначають його вібраційний стан: ротор, «гнучкий» без урахування ущільнень, стає «жорстким» в ущільненнях.

Ущільнення не тільки змінюють критичні частоти ротора, а й істотно впливають на амплітуди його вимушених коливань і на межі його стійкості. В результаті, проблеми безконтактних щілинних ущільнень зростаються з проблемами гідростатодинамічних підшипників і проблемами динаміки роторів. Виникає нова важлива і цікава гілка гідродинамічної теорії змащування, позбавлена невизначеності у встановленні меж мастильного шару: осьовий перепад тиску забезпечує суцільність витратної течії у всьому кільцевому зазорі.

У відцентрових компресорах найчастіше використовуються лабіринтові ущільнення, ущільнюючий ефект яких створюється за рахунок місцевих опорів осьовій течії мало в'язкого газу. В цьому випадку радіальні сили тиску значно менші, ніж в щілинних ущільненнях.

Динамічні характеристики щілинних ущільнень як проміжних опор досліджені в роботах В.А. Марцинковського [37, 44]. Ним отримані лінеаризовані вирази радіальних гідродинамічних сил і моментів, що діють на ротор з боку потоку рідини в зазорі щілинного ущільнення. Силкові характеристики визначаються геометричними

і режимними параметрами ущільнень: початковою конусністю і радіальним зазором, довжиною і середнім радіусом каналу, дросельованим перепадом тиску, частотою обертання ротора, закручуванням потоку на вході в зазор, фізичними властивостями рідини. Аналіз впливу щілинних ущільнень на динаміку ротора дозволяє вибрати їх конструкцію так, щоб у всьому робочому діапазоні рівень вібрацій ротора не виходив за допустимі межі.

Особлива увага приділяється перспективам використання щілинних ущільнень в якості радіально-осьових опор, зокрема, в конструкціях так званих безвальних насосів.

На ротори відцентрових машин, крім радіальних сил і моментів, діють великі осьові сили. Для багатоступеневих високонапірних насосів осьові сили вимірюються десятками і навіть сотнями тон, тому пристрої для їх врівноваження виявляються напруженими і енергонасиченими: на них втрачається до 10% потужності насоса, що в багатьох випадках становить близько тисячі кіловат. Урівноваження таких сил, що діють на ротор, який швидко обертається, являє собою складну і відповідальну інженерну задачу. Найбільш ефективним способом врівноваження осьових сил є використання автоматичних врівноважуючих пристроїв. Система осьового врівноваження виконує функції ущільнень і радіально-упорних підшипників, що працюють на ущільненій рідині. Однак такі пристрої допускають можливість осьових коливань ротора, які впливають на загальний вібраційний стан машини.

Раніше вважалось, що осьових коливань ротора або немає, або їх амплітудами можна знехтувати в порівнянні з амплітудами радіальних і кутових коливань. Тим часом, в складній системі сил, що діють на ротор лопатного насоса, найбільшою за абсолютним значенням є осьова сила. Вона здатна істотно впливати на вібраційний стан ротора, тому що містить складову, що змінюється за гармонійним законом з частотою, кратною частоті обертання ротора.

У книзі А. Корчака [117] наведені статистичні дані німецьких дослідників, отримані в процесі контролю за експлуатацією 55 живильних насосів теплових електростанцій: більше 70% відмов, витрат на ремонт і обслуговування пов'язано з

системами врівноваження осьових сил. Такі дані – найбільш вагомих доказ актуальності проблеми осьового урівноваження ротора.

Складність завдання осьового урівноваження роторів призводить до того, що врівноважуючі пристрої являють собою саморегульовані системи із зворотними зв'язками. При певних умовах в них можуть виникати самозбудні коливання, які мають вирішальний вплив на вібраційний стан всього насоса. Більше того, радіальні гідродинамічні сили і моменти в щілинних ущільненнях, що визначають радіальні коливання, залежать від тиску в камері гідроп'яти, який, в свою чергу, залежить від осьових коливань ротора. В результаті осьові коливання можуть викликати радіальні і навпаки. Таким чином, система врівноваження осьових сил є комбінованим вузлом, який поєднує функції радіально-упорних гідростатичних підшипників і безконтактних кінцевих ущільнень і впливає на динаміку ротора і машини в цілому. Для надійності і економічності таких вузлів потрібно на стадії проектування домагатися оптимальної взаємодії окремих функціональних елементів.

Конструювання та розрахунок унікальних відцентрових машин з достатнім запасом вібронадійності потребує використання сучасних програмних комплексів для вирішення найрізноманітніших завдань математичної фізики. Однак для їх ефективного використання необхідно будувати адекватні і в той же час не перевантажені другорядними факторами математичні моделі досліджуваних фізичних процесів. Тому створення методів побудови моделей ущільнюючих систем є важливим науково – прикладним завданням.

Аналіз наукових публікацій, присвячених коливанням роторних машин, свідчить що створені методи розрахунку роторних систем, які враховують вплив різних конструктивних факторів. Однак проблемам динаміки роторів у щілинних ущільненнях не приділено достатньо уваги, оскільки для їх вирішення потрібно враховувати гідродинамічні характеристики ущільнень. А це потребує створення відповідних моделей ущільнень з врахуванням гідродинаміки трьохмірних нестационарних течій в'язкої рідини в кільцевих каналах, стінки яких обертаються і одночасно здійснюють радіально-кутові коливання.

Тому отримання аналітичних залежностей для розрахунку динамічних характеристик гідромеханічних систем «ротор - щілинні ущільнення» та «ротор – урівноважуючий пристрій» на основі побудови і вивчення їх моделей є актуальним.

Метою є оцінка впливу геометричних і режимних параметрів щілинних ущільнень на власні і критичні частоти, на амплітуди вимушених коливань і на стійкість руху роторів.

1.4. Технічні і наукові проблеми побудови моделей ущільнень відцентрових машин

Проблема побудови моделей ущільнень відцентрових машин має наступні основні складові-підпроблеми: створення моделей контактних ущільнень – сальникових і торцевих механічних для розуміння механізмів герметизації і подальшого аналітичного дослідження; побудова моделі ущільнення з саморегульованим моментом в парі тертя, що пояснює механізм регулювання моменту тертя в різних конструкціях контактних ущільнень; створення моделі імпульсного торцевого ущільнення, як системи автоматичного регулювання; розробка моделі жорсткого ротора з автоматичним урівноважуючим пристроєм для подальшого аналізу вимушених коливань ротора, амплітуда яких залежить від віддаленості частоти обертання від власних частот системи «ротор- урівноважуючий пристрій»; розробка моделі динамічної системи «ротор – щілинні ущільнення» та подальшого математичного аналізу динаміки системи з метою врахування при виборі конструкцій щілинних ущільнень не тільки їх прямого призначення – зменшувати об'ємні втрати, але і не менш важливу їх функцію – забезпечувати необхідні вібраційні характеристики ротора.

Ротор відцентрового насоса, що обертається в щілинних ущільненнях, разом з системою авторозвантаження осьових сил представляє особливу замкнуту гідромеханічну систему. Особливість системи обумовлена тим, що на ротор з боку ущільнень діють гідродинамічні сили (і моменти) різної природи: інерційні, дисипативні, гіроскопічні, потенційні і циркуляційні. Всі ці сили по різному

впливають на коливання ротора і, в той же час, самі залежать від характеру цих коливань.

Побудова моделей різних типів ущільнень дозволить оцінити вплив їх конструктивних особливостей на динамічні характеристики відцентрових машин. Розробка моделей гідромеханічних систем «ротор – ущільнення» і «ротор – урівноважуючий пристрій» дозволять знаходити рішення задачі підвищення вібраційної надійності відцентрових машин за рахунок правильного вибору конструктивних параметрів ущільнень. Тому методи моделювання і комп'ютерні технології побудови складних ущільнюючих систем є важливою складовою інструментальних засобів для вирішення актуальної науково-технічної проблеми – розроблення теорії побудови надійних ущільнюючих систем з врахуванням особливостей їх впливу на вібраційний стан роторних машин.

Аналіз динаміки ротора з урахуванням взаємозв'язку радіальних, кутових і осьових коливань навіть для найпростіших однодискових моделей ротора вимагає рішення систем диференційних рівнянь високих порядків. Вирішувати такі системи можна тільки обчислювальними методами, що ускладнює аналіз, узагальнення результатів та їх використання спеціалістами з проектування, обслуговування та ремонту відцентрових машин. Тому актуальною є побудова спрощених моделей, що відображають якісну картину впливу гідродинамічних характеристик щілинних ущільнень, а їх точність є прийнятною при проектуванні, обслуговуванні та ремонті відцентрових машин.

Достовірний розрахунок вібраційного стану реального багатоопорного, багатодискового ротора відцентрової машини дуже складний через імовірнісний характер визначальних параметрів. Тому створення унікальних машин, наприклад турбонасосних агрегатів РРД, на сьогодні потребує тривалого і дорогого експериментального доведення для забезпечення необхідних ресурсу і надійності.

Для таких моделей більшість практичних висновків засновані на досвіді експериментальних випробувань і експлуатації та попередньому аналізі коливань найпростіших парціальних систем:

- радіальні коливання одномасового ротора,

- кутові коливання однодискового ротора,
- спільні радіально-кутові коливання однодискового ротора,
- осьові коливання одномасового ротора з автоматичним урівноважуючим пристроєм,
- радіально-осьові коливання одномасового ротора з автоматичним урівноважуючим пристроєм.

Необхідно виявити шляхи удосконалення існуючих методів конструювання та розрахунку ущільнюючих систем за рахунок розробки загальних підходів до створення моделей ущільнень та складних ущільнюючих систем.

Розрахунок впливу ущільнень на динаміку ротора з успіхом можна буде використовувати в практиці машинобудування для чисельних розрахунків амплітудних і фазових частотних характеристик та межі стійкості роторів багатоступеневих роторних машин. Природно, основним критерієм правильності розрахунків залишається експеримент і досвід експлуатації.

Необхідно відмітити, що на практиці недоцільним є безпосереднє використання в якості моделі для прийняття конструктивних рішень загальної системи математичних залежностей, що включають рівняння руху робочого тіла, нерозривності течії, стану і енергії, описують гідро- і термодинамічні процеси в ущільнювальному тракті і зміни параметрів руху системи. Це пов'язано зі складністю постановки задач при складній геометрії поверхонь та складністю формування краєвих та початкових умов, що потребуватиме від конструктора додаткових глибоких специфічних знань. Тому важливим є завдання побудови моделей, на основі яких конструктору можна відносно просто отримати інформацію про зміну режимних параметрів ущільнюючих систем при зміні конструкції.

1.5. Висновки до першого розділу

На основі проведеного аналізу визначено мету досліджень та виявлено і сформульовано технічні і наукові проблеми побудови моделей ущільнень, ущільнювальних систем та систем «ротор -ущільнення» і «ротор – система

авторозвантаження» з метою гармонізації функцій герметизації і підвищення динамічної жорсткості роторів відцентрових машин.

Науково-технічна проблема, що вирішується в дисертаційній роботі, полягає в подальшому розвитку теорії створення надійних ущільнюючих систем з врахуванням особливостей їх впливу на вібраційний стан роторних машин на основі розроблення математичних моделей, які описують вібраційні, гідро- і термодинамічні процеси в ущільнювальному тракті і зміни параметрів руху систем та надають можливість отримати залежності для контактного тиску, моменту тертя і витоків від герметизованого тиску для контактних ущільнень та залежності динамічних характеристик роторів від параметрів безконтактних ущільнень, а також методики конструювання герметизуючих систем при послідовному розміщенні ущільнень.

Методи моделювання і комп'ютерні технології побудови складних ущільнюючих систем є важливою складовою інструментальних засобів для її вирішення. Створення математичних моделей та отримання аналітичних залежностей, що описують процеси в системах герметизації, є базою для створення науково обґрунтованих методик конструювання складних ущільнюючих систем.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ У КОНТАКТНИХ УЩІЛЬНЕННЯХ.

2.1. Класифікація ущільнень роторних машин

Зазвичай на першому етапі конструювання неможливо вибрати конкретний вид ущільнення, можна лише намітити систему ущільнень агрегату і виявити функціональне призначення кожного. Повної стандартизованої класифікації ущільнень, що встановлює їх ієрархічну залежність, системи індексації та кодування, поки не створено. Це пояснюється головним чином різноманіттям видів ущільнень. Однак склалася певна система понять і термінів, які використовуються в науково-технічній літературі, технічній документації та виробничій сфері [68].

Визначено структуру кодування деяких видів ущільнень, яка передбачає наступні ієрархічні категорії продукції: клас, підклас, група, підгрупа, вид, внутрішньовидові угруповання. В універсальній десятковій класифікації (УДК) і міжнародній класифікації винаходів (МКІ) існують також підкласи ущільнень. У літературі часто вживають терміни-синоніми тип і типаж в залежності від класу герметизованих з'єднань. Відповідно до принципу дії та галузевою належністю запропонована класифікація ущільнень в наступних категоріях:

- 1) *класи* - контактні, безконтактні, розділові;
- 2) *підкласи* відповідно до основних експлуатаційних особливостей, обумовлених властивостями ущільнювача: проточні, динамічні, механічні, набивані, діафрагмові та ін.;
- 3) *типи* за призначенням герметизованого з'єднання;
- 4) *групи* за особливостями механізму герметизації;
- 5) *підгрупи* за основними конструктивним ознаками;
- 6) *види* по конкретним конструкціям.

Зазвичай в найменуванні ущільнення вказують групу, підгрупу і вид.

У міжнародній бібліографічній системі УДК ущільненням відведений певний підклас: УДК 621 ... 62-762 (621- розділ машинобудування, 62-762 - підклас ущільнення).

Ущільнення одного класу мають схожий механізм герметизації, а значить схожі експлуатаційні характеристики, структурні схеми та математичні моделі.

Контактні ущільнення утворюють в сполученні деталей зону замкнутого безперервного контакту по периметру ущільнювальних поверхонь. Тому в їх конструкції повинен бути ущільнювач, що виконує функцію герметизації, і силовий елемент, що забезпечує контактний тиск. Конструктивна реалізація принципової схеми залежить від матеріалу і форми ущільнювача. Експлуатаційні властивості контактних ущільнень в першу чергу визначаються властивостями матеріалу ущільнювача. Тому матеріал входить в назву ущільнення та визначає його підгрупу. Ущільнення кожної групи можуть бути виконані з різних матеріалів, що призводить до утворення численних підгруп. Контактні ущільнення відрізняються наявністю ущільнювача, який щільно підтискають спеціальним силовим елементом до герметизуючих поверхонь. Внаслідок малості (або відсутності) зазору між герметизованою поверхнею і ущільнювачем забезпечується хороша герметичність, але в рухомих з'єднаннях розвивається значне тертя. Механізм герметизації визначається процесами в зоні контакту: контактною дифузією і плином середовища мікроканалами.

Механічні ущільнення [35, 36, 67, 96-105] мають кільцевий ущільнювач у вигляді деталі або пари тертя з металу чи інших твердих тіл. Контактні поверхні пари повинні мати незначне відхилення від заданої форми, щоб при зіткненні поверхонь зазор був дуже малий. Найбільш точно можуть бути оброблені плоскі або циліндричні поверхні, що визначає розподіл цих ущільнень на дві групи: радіальні і торцові. Назва механічні ущільнення пов'язана з характером виробництва цих ущільнень на механічних заводах. Експлуатаційні характеристики торцових ущільнень відрізняються великим діапазоном допустимих тисків, швидкостей і температур при задовільній герметичності і відносно великому терміні служби (десятки тисяч годин).

Підрозділ ущільнень на класи має умовний характер, тому що існують комбіновані ущільнення, в яких поєднуються елементи різних класів, а також ущільнення, механізм герметизації яких залежить від режиму роботи. Наприклад, торцеві гідростатичні ущільнення при зупинці і малій частоті обертання є контактними, а в основному режимі – безконтактними.

В *безконтактних ущільненнях* між ущільнюваними поверхнями є значний зазор і герметизація здійснюється рідким, газоподібним або композиційним ущільнювачем, що заповнює зазор. Зазвичай ущільнювачем є рідке або газоподібне робоче середовище. Безконтактні ущільнення застосовують переважно в рухливих з'єднаннях з метою зменшення тиску, втрат на тертя і зношування основного ущільнення. Механізм герметизації заснований на створенні в ущільнювачі сил, які протидіють тиску Δp , що викликає витік Q . Область застосування цих ущільнень обмежена властивостями матеріалу ущільнювача, а також можливостями створення протидіючих сил (наприклад, відцентрових, що виникають тільки при обертанні вала). За герметизуючою здатністю безконтактні ущільнення підрозділяють на високогерметичні (гідрозатвори, динамічні з насосним ефектом, магніторідинні) і проточні (щілинні, лабіринтові), котрим принципово властива негерметичність. У цих ущільненнях з метою зменшення витоків збільшують гідравлічний опір доданням відповідної форми поверхонь зазора. У гідрозатворів гідростатичний протитиск виникає під дією гравітаційних і капілярних сил або зовнішнього тиску, в динамічних ущільненнях протитиск створюється за принципом найпростіших відцентрових, гвинтових або вихрових насосів. В ущільненнях з композиційними сумішами в силовому полі знаходиться рідина з дрібнодисперсними частками (наприклад, феромагнітними), що створюють для герметизованого середовища непроникну структуру. Динамічні ущільнення працездатні тільки в комплектних ущільненнях і при великій частоті обертання. При зупинці вала герметичність зовсім не забезпечується, тому в комплект ущільнення повинно входити стоянкове ущільнення, яке автоматично відключається при обертанні вала.

На основі описаних критеріїв та аналізу існуючих конструкцій ущільнень роторів ВМ запропоновано їх класифікацію, представлену на рис. 2.1.

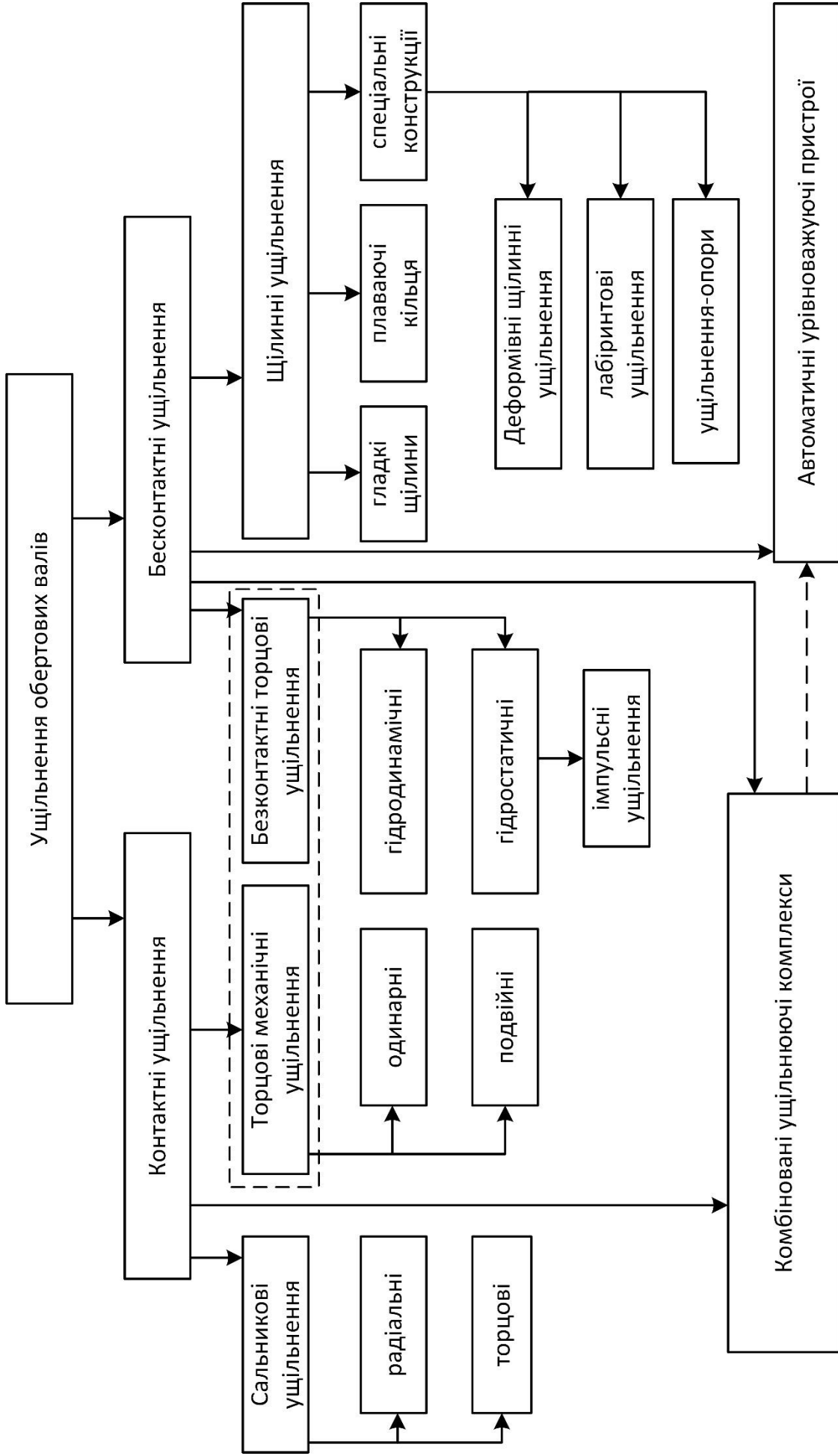


Рис. 2.1. Класифікація ущільнень роторних машин

2.2. Базові параметри, що характеризують роботу ущільнень

Номінальними називають параметри, при яких об'єкт повинен працювати протягом встановленого ресурсу. При змінних параметрах розрізняють *еквівалентні, середньомовірні, максимальні* і *екстремальні* їх значення. Методи розрахунків ущільнень залежать від класу машин. Екстремальне значення параметри приймають вкрай рідко, але навіть при дуже короткочасній їх дії ущільнення не повинно виходити з ладу.

Основними показниками, що визначають ресурс *контактного* ущільнення, є втрати потужності на тертя і максимальна температура на поверхні контакту. За цими показниками можна оцінювати техніко-економічну ефективність різних конструктивних варіантів. У свою чергу, потужність тертя визначається величиною і розподілом контактної тиску на поверхні тертя.

Величини витоку, тиску герметизованого середовища, швидкості ковзання в контакт, величини неспівосності і биття вала визначають умови роботи ущільнення. Зазначені вище параметри не можуть бути оптимізовані для підвищення довговічності ущільнення, оскільки вони задані параметрами агрегату і технологічними можливостями виробництва.

В кінцевому рахунку, ресурс контактної ущільнення, як і будь-якого вузла тертя, визначається режимом тертя і зносостійкістю контактуючої пари. Розподіл контактної тиску, умови змащення контакту і антифрикційні властивості визначають величину тертя в контакт. Удосконалення конструкції контактних ущільнень є найбільш перспективним і універсальним способом підвищення ресурсу вузла, оскільки дає можливість широкого вибору варіантів конструктивного виконання для ефективного зниження інтенсивності зношування пари тертя. Конструкція ущільнення визначає також особливості процесу герметизації, тобто основного функціонального призначення вузла.

Відсутність теорії, що задовільно пояснює механізм герметизації і дозволяє отримати аналітичні залежності контактної тиску, моменту тертя і витоків від герметизованого тиску і конструкції контактної ущільнення, призвела до розвитку

чисто експериментального підходу до цієї проблеми. В основу таких робіт було покладено вимірювання температурних полів і теплового балансу вузла, втрат на тертя, а також чисто ресурсні випробування для оцінки закономірностей зношування і герметичності.

Тому в даній роботі було побудовано математичні моделі контактних ущільнень, що ґрунтуються на спільному вирішенні системи диференціальних рівнянь руху робочого тіла, нерозривності течії, стану і енергії, що описують гідро- і термодинамічні процеси в ущільнювальному тракті і зміни параметрів руху системи.

Зростання одиничних параметрів ВМ вимагає вирішення проблем ефективної герметизації ущільнюваних середовищ. Крім герметизації *безконтактні* ущільнення впливають на вібраційну безпеку обладнання.

Ротор багатоступінчастої машини обертається в безконтактних ущільненнях. Гідравлічний опір обумовлено тертям в'язкої рідини об стінки каналів. Вплив середовища особливо проявляється при наявності великих градієнтів швидкостей і тисків. Такі умови як раз і характерні для малих зазорів безконтактних ущільнень, на яких дроселюються великі перепади тиску, а одна зі стінок належить вібруючому ротору, який обертається. У результаті потік в'язкої рідини в ущільненнях є трьохмірним, нестационарним. Розподіл швидкостей і тисків в потоці визначається узагальненими координатами, швидкостями і прискореннями центру вала. Відповідно на стінки каналу, що належать ротору, діють позиційні, дисипативні, гіроскопічні і інерційні радіальні сили тиску і їх моменти. Динаміка ротора визначається цими силами і моментами, котрі, в свою чергу, залежать від характеру руху ротора. Таким чином, ротор і безконтактні ущільнення представляють замкнуту гідромеханічну систему. Цим обумовлені основна особливість і складність проблем динаміки роторів ВМ. Ущільнення не тільки змінюють критичні частоти ротора, а й істотно впливають на амплітуди його вимушених коливань і на межі його стійкості.

2.3. Сальникові ущільнення

2.3.1. Механізм герметизації сальникових ущільнень

У сальникових ущільненнях контактний тиск по довжині пакета набивки встановлюється відразу після стиснення набивки натискною втулкою і змінюється за рахунок релаксації напружень та повзучості упругов'язкого матеріалу набивки.

Коли ущільнюваний тиск перевищує 0,4 МПа розподіл контактного тиску істотно відрізняється від представленого на рис. 1.1.б.

Істотно, що повний тиск герметизованої рідини діє на торець пакету набивки. Це пояснює наявність досить великого зазору між дном камери і пакетом набивки для ущільнень високого тиску. Тобто напруження в набивці, створювані кришкою сальника, істотні при невеликих тисках герметизованої рідини. Якщо цей тиск вище 0,4 МПа, кришка сальника перестає грати роль натискного елемента і стає упором, що сприймає тиск набивки, викликаний дією тиску рідини. При цьому контактний тиск визначається напружено-деформованим станом набивки під дією тиску ущільнюваної рідини. Тобто механізм герметизації сальникового ущільнення - це поєднання двох послідовно розташованих гідравлічних опорів – передвключеного опору аналогічного щілинному дроселю і контактному ущільненню, де відбувається безпосередня герметизація вала. При цьому передвключена ділянка, що знаходиться під дією практично повного тиску герметизованої рідини, створює значні напруги в пакеті набивки. При деформації останньої створюється контактна напруга на робочій ділянці. Величина цієї напруги визначається тиском герметизованої рідини, фізико-механічними властивостями і розмірами набивки.

Контакт набивки з валом є сумою мікроучастків, на яких створюється контактний тиск, що розділені мікроділянками, заповненими рідиною. Поява в контакті системи лабіринтових каналів, по яких відбувається витік, визначається нещільністю в структурі набивки, биттям вала, місцевими термогідравлічними ефектами і іншими факторами. Перетин цих каналів зменшується при збільшенні контактного тиску. Фізично найбільш близька до даного механізму дроселювання фільтрація рідини через шар пористого тіла. У загальному вигляді з рівняння

нерозривності фільтраційного потоку може бути визначено витік. Описана фізична модель механізму герметизації (рис. 2.2) дозволяє пояснити основні особливості роботи ущільнення і є базою для подальшого аналітичного дослідження.

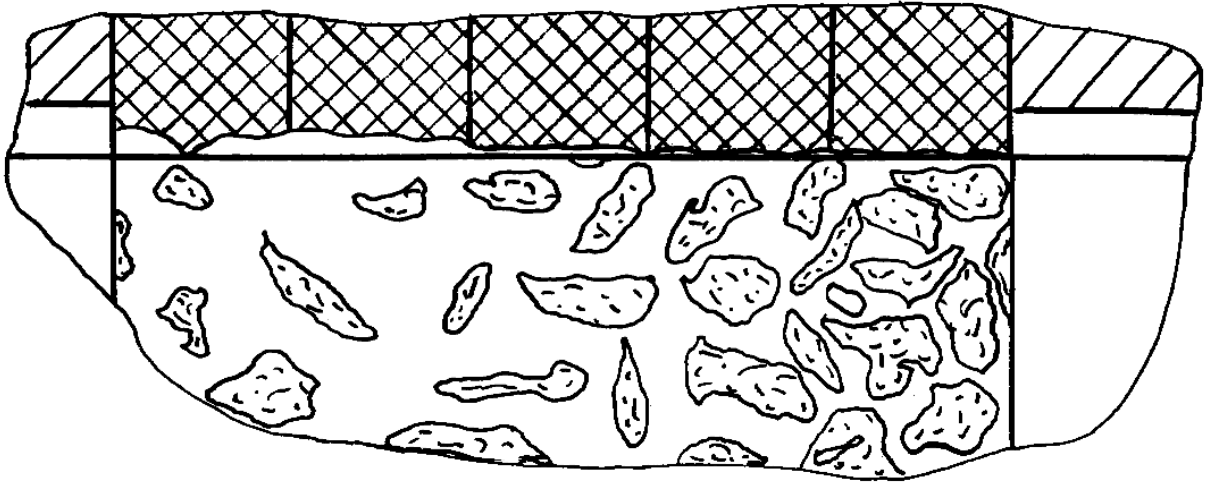


Рис. 2.2. Фізична модель механізму герметизації

2.3.2. Модель розподілу контактного тиску при співвісному розташуванні валу і набивки

Знайдемо, перш за все, розподіл контактної тиску по внутрішній поверхні пакета набивки, обумовлений лише силами тертя набивки по валу і корпусу, тобто характерний для порівняно низьких значень тисків ущільнюваної рідини. Умова осової рівноваги кільцевого елемента набивки (див. рис. 1.1):

$$\pi(R^2 - r^2) \cdot d\sigma_z = 2\pi\sigma_y(Rf_1 + rf_2)dz,$$

де f_1, f_2 – коефіцієнти тертя набивки по корпусу і по валу;

σ_y – радіальні напруги.

У рівняння рівноваги входять невідомі осові і радіальні напруги. Зв'язок між ними може бути отримано з умови рівності нулю радіальних і окружних деформацій набивки, оскільки вал і сальникова коробка жорсткі. Використовуючи узагальнений закон Гука

$$\varepsilon_y E = \sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z), \quad \varepsilon_x E = \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \quad (2.1)$$

і вважаючи $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$, знайдемо коефіцієнт бокового тиску

$$k = \sigma_y / \sigma_z = \nu / (1 - \nu), \quad (2.2)$$

$0 < \nu < 0,5$ – коефіцієнт Пуассона.

Потрібно відзначити, що сальникові набивки характеризуються анізотропією пружних властивостей, тому експериментальне визначення коефіцієнтів Пуассона - завдання більш складне, ніж безпосереднє вимірювання коефіцієнта бокового тиску [63]. Більш високі значення коефіцієнта Пуассона і, відповідно, коефіцієнта бокового тиску мають м'які, пластичні набивки [1, 64].

Розділивши змінні в рівнянні рівноваги

$$\frac{d\sigma_z}{\sigma_z} = 2k \frac{Rf_1 + rf_2}{R^2 - r^2} dz,$$

і інтегруючи з урахуванням (2.2) за умови $\bar{z} = -1$, $\sigma_{y0} = \sigma_{-1}$, $\sigma_z = \sigma_{z0}$ отримаємо:

$$\sigma_{y0} = \sigma_{-1} \exp a(\bar{z} + 1) \quad , \quad (2.3)$$

де $a = kn \left(f_1 + f_2 \frac{r}{R} \right) / (1 + r/R)$; $n = l/b^*$ – кількість кілець набивки квадратного перетину; $b^* = R - r$, $\bar{z} = 2z/l$; σ_{y0} – радіальні напруги; σ_{-1} – радіальні напруги на внутрішньому кільці ($z = -l/2$, $\bar{z} = -1$); σ_{z0} – осьовий тиск натискної втулки на кільце набивки, що примикає до неї. Таким чином, контактний тиск зростає за експоненціальним законом у міру наближення до натискної втулки (рис. 1.1, *b*), тому зовнішні кільця працюють в найбільш важких умовах і під ними насамперед зношується поверхня вала або захисної втулки.

Збільшення контактного тиску

$$\sigma_1 / \sigma_{-1} = e^{2a}, \quad (2.4)$$

залежить від числа кілець ущільнювача (від довжини пакета набивки), від коефіцієнта бокового тиску і від коефіцієнтів тертя набивки по корпусу і по валу, причому внесок тертя по корпусу більш значний.

Як впливає з описаного вище механізму роботи ущільнення, радіальні напруги на зовнішніх кільцях додатково збільшуються за рахунок радіальних деформацій внутрішніх кілець тиском ущільнюваної рідини. Тому формула (2.4) дає занижені значення σ_1 , причому помилка зростає зі зростанням ущільнюваного тиску.

Тиск попереднього осьового обтиску набивання σ_{z0} залежить від вимог до герметичності і його потрібно підбирати емпіричним шляхом для конкретних набивки і умов роботи так, щоб максимальний радіальний тиск $\sigma_1 = k\sigma_{z0}$ не був меншим ущільнюваного тиску p_1 . Граничне значення осьового тиску можна вибрати з умови

$$\sigma_1 = k\sigma_{x1} = \sigma_{-1} e^{2a} \geq p_1 \geq \sigma_{-1}, \text{ або } k\sigma_{x1} \geq p_1 > k\sigma_{x1} e^{-2a} \quad (2.5)$$

2.3.3. Врахування впливу ущільнюваного тиску

Як було зазначено вище, сальникове ущільнення можна представити у вигляді двох послідовно розташованих ділянок. Перша - кільцевий дросель зі змінним зазором, друга – ділянка безпосереднього контакту набивки з валом. В основному ділянка контакту виконує функції герметизатора. Він утворюється за рахунок стиснення набивки при монтажі і за рахунок її деформацій тиском ущільнюваної рідини на ділянці зазору. Протікання через ділянку контакту подібні фільтрації. Роль пористого тіла відіграє система лабіринтових мікроканалів, утворених поверхнями вала і плетеної набивки. Мікрозазори також виникають від гідродинамічних ефектів, обумовлених обертанням вала, його биттям, радіальними і кутовими вібраціями.

Основні характеристики ущільнення: витоки, втрати потужності на тертя і тепловий стан визначаються довжиною ділянки безпосереднього контакту набивки з валом і величиною контактного тиску. Для їх визначення потрібно вирішувати задачу гідропружності, тобто спільно вирішувати рівняння руху рідини і рівняння напружено-деформованого стану в'язкопружної набивки [133].

Знайдений в розділі 2.3.1 контактний тиск характеризує попередній напружений стан набивки, так як $\sigma_z^{(0)} = p_c^{(0)} / k$. Для області порівняно великих ущільнюваних тисків ($p_1 > 0,5 \text{ МПа}$) потрібні лише мінімальні зусилля попереднього затягування $p_{z1} \approx (0,2 - 0,3) p_1$, оскільки герметичність забезпечується підтиском набивки ущільнюваним тиском. Кришка виконує в цьому випадку роль жорсткого осьового упору.

Під час роботи насоса на внутрішні кільця діє тиск p_1 ущільнюваного середовища. Якщо $p_1 > p_{z1}$, то набивка відтісняється від вала і від дна сальникової камери. На деякій ділянці l_s утворюється малий зазор h , в якому рідина знаходиться під змінним по довжині гідростатичним тиском p_s . Надалі передбачається, що зазор виникає тільки між набивкою і валом, так як вал, що обертається і вібує, створює гідродинамічні ефекти, які сприяють утворенню зазору. Між нерухомими набивкою і корпусом умови виникнення зазору менш сприятливі.

Розрахунок напруженого стану набивки під дією ущільнюваного тиску проведемо в два етапи (послідовними наближеннями) [163]. На першому етапі (рис. 2.3) не будемо враховувати радіальні деформації набивки. Наявність зазору частково врахуємо лише тим, що силу тертя набивки по валу будемо вважати рівною нулю. При цих умовах рівняння осьової рівноваги кільцевого елемента набивки

$$\pi(R^2 - r^2)d\sigma_z^{(1)} = -2\pi Rf_2 k\sigma_z^{(1)} dz.$$

Розділивши змінні, отримаємо

$$\frac{d\sigma_z^{(1)}}{\sigma_z^{(1)}} = -a_1 d\bar{z}, \quad a_1 = knf_1 \frac{R}{r_m}. \quad (2.6)$$

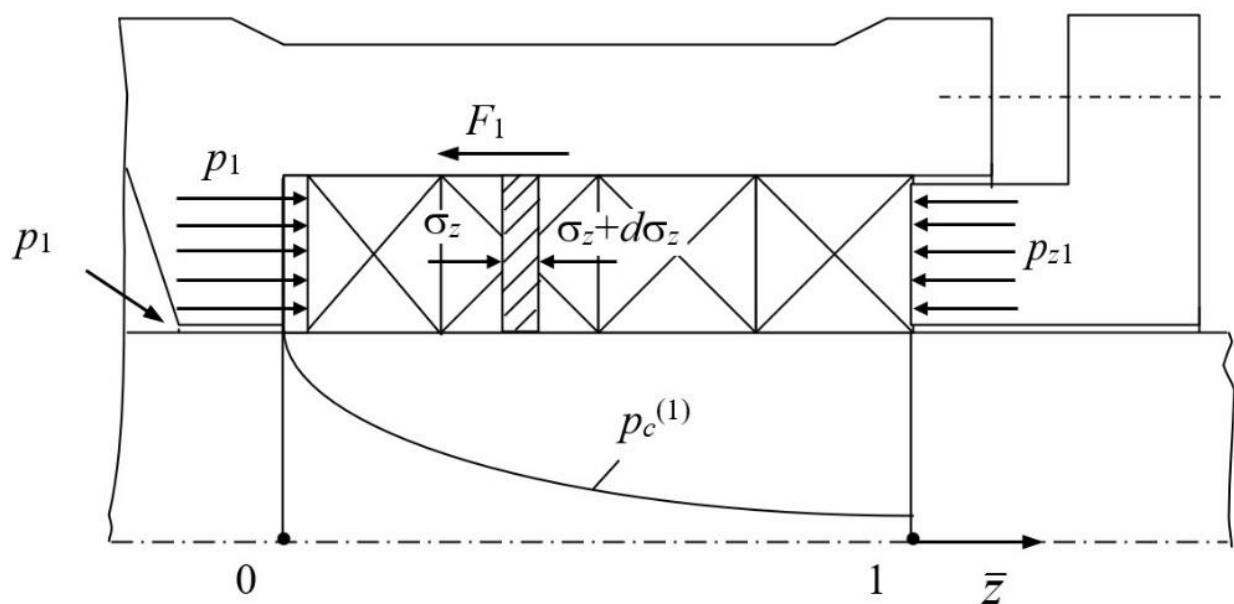


Рис. 2.3. Розрахункова схема двостороннього навантаження, $\varepsilon_y = 0$

Після інтегрування за умови $\bar{z} = 0, \sigma_z^{(1)} = p_1$ знайдемо розподіл осьових і радіальних напружень по довжині пакета набивки

$$\sigma_z^{(1)} = p_1 e^{-a_1 \bar{z}}, \quad \sigma_y^{(1)} = p_c^{(1)} = k \sigma_z^{(1)}. \quad (2.7)$$

Слід мати на увазі, що формула $k = \sigma_y / \sigma_z = \nu / (1 - \nu)$ при відмінних від нуля радіальних деформаціях дає дещо завищені значення коефіцієнта бокового тиску.

На другому етапі врахуємо малі радіальні деформації набивки, що виникають під дією змінного по довжині гідростатичного тиску (рис. 2.4). Рівняння осрової рівноваги

$$A \sigma_z^{(2)} - (A + dA) (\sigma_z^{(2)} + d\sigma_z^{(2)}) - F_1 = 0, \quad (2.8)$$

де $A = \pi [R^2 - (r + h)^2]$, $dA = -2\pi(r + h)dh$, $F_1 = 2\pi R f_1 \sigma_y^{(2)} dz$.

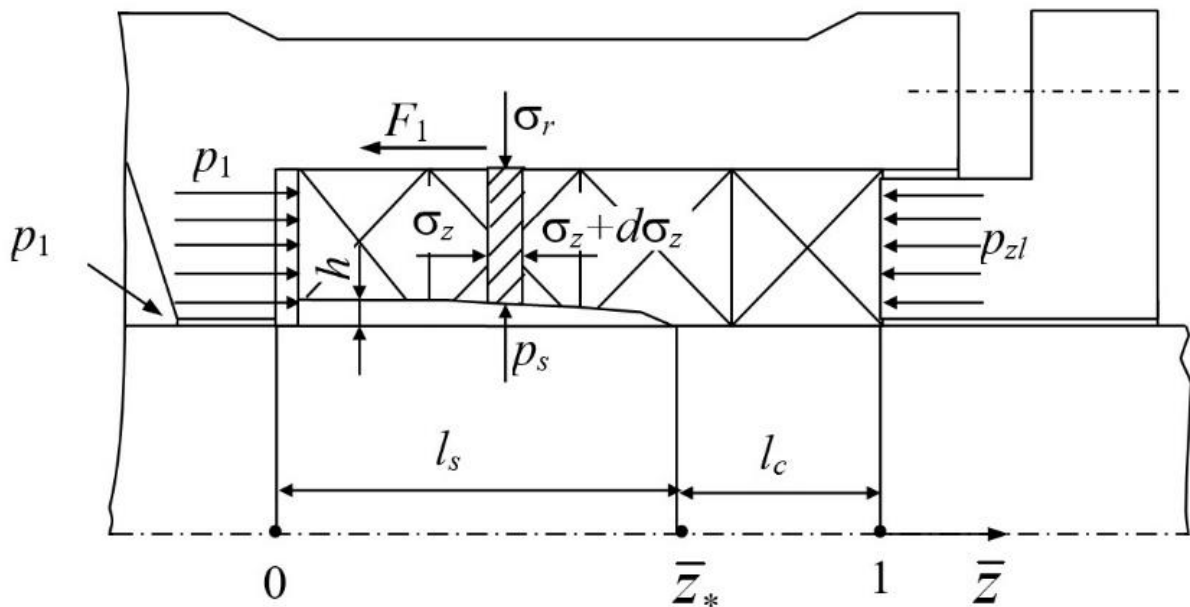


Рис. 2.4. Розрахункова схема двостороннього навантаження, $\epsilon_y \neq 0$.

З умови рівноваги в радіальному напрямку

$$2\pi R dz \sigma_y^{(2)} = 2\pi r dz p_s, \quad \sigma_y^{(2)} = p_s r / R.$$

Нехтуючи в рівнянні (2.8) множенням диференціалів, а також відношенням h/r в порівнянні з одиницею, приведемо рівняння рівноваги до виду

$$\frac{d\sigma_z^{(2)}}{\sigma_z^{(2)}} = -a_2 d\bar{z}, \quad a_2 = -\frac{r}{r_m} \left(nf_1 \frac{p_s}{\sigma_z^{(2)}} - \frac{1}{b} \frac{dh}{d\bar{z}} \right). \quad (2.9)$$

Вирішимо важливу для практики задачу визначення межі \bar{z}_* ділянок зазору l_s і контакту l_c , а також радіальних напружень на ділянці контакту. Для вирішення поставленого завдання використаємо ту обставину, що осьові напруги, отримані на першому етапі розрахунку, мало відрізняються від результатів другого етапу розрахунку: $\sigma_z^{(2)} \approx \sigma_z^{(1)}$. На цій підставі, порівнюючи рівняння (2.6) і (2.9), можна записати $a_1 \approx a_2$. З цього рівняння, записаного для $\bar{z} = \bar{z}_*$, знайдемо межу ділянок.

Обчислимо зазор і розподіл тиску рідини в зазорі. У межах малих деформацій попередньо опресовану набивку можна вважати лінійно пружним матеріалом. Відносна радіальна деформація такої набивки з модулем пружності E , в якій вже є радіальні напруги, знаходиться за формулою

$$\frac{h}{b} = \frac{p_s - p_c}{E}. \quad (2.10)$$

На межі ділянок $p_{s*} = p_{c*}$ і зазор дорівнює нулю. Контактний тиск на межі ділянок дорівнює сумі $p_{c*} = p_{c*}^{(0)} + p_{c*}^{(1)}$. Використовуючи (2.3) і (2.7), знайдемо

$$p_c = kp_1 \left[e^{-a_1 \bar{z}} + \frac{p_{z1}}{p_1} e^{-a_0(1-\bar{z})} \right]. \quad (2.11)$$

Чисельні оцінки показують, що на ділянці контакту l_c величина p_c змінюється не більше ніж на 10%, тому приймаємо $p_c = p_{c*} = \text{const}$. Тоді похідна від зазору

$$\frac{dh}{dz} = b \frac{dp_s}{E}. \quad (2.12)$$

Для обчислення тиску рідини в зазорі скористаємося формулою Хагена-Пуазейля для плоского каналу довжиною dz і умовою нерозривності потоку

$$q = -\frac{\pi r h^3}{6\mu} \frac{dp_s}{dz} = \text{const}.$$

Таким чином, зазор і тиск визначаються спільним рішенням рівнянь пружності і гідромеханіки, тобто рішенням статичної задачі гідропружності. Підставивши значення зазору (2.10), отримаємо рівняння

$$qd\bar{z} = -\frac{\pi rb^3}{6\mu l E^3} (p_s - p_{c*})^3 dp_s,$$

рішення якого повинно відповідати умовам: якщо $\bar{z} = \bar{z}_*$, $p_s = p_{c*}$; якщо $\bar{z} = 0$, $p_s = p_1$.

Інтегруючи останнє рівняння по довжині зазору, отримаємо

$$q(\bar{z} - \bar{z}_*) = \frac{B}{E^3} (p_s - p_{c*})^4, \quad q\bar{z}_* = \frac{B}{E^3} (p_1 - p_{c*})^4, \quad B = \pi rb^3 / 24\mu l \quad (2.13)$$

Розділивши перше рівняння на друге, знайдемо розподіл гідростатичного тиску по довжині зазору і його градієнт:

$$p_s = p_{c*} + (p_1 - p_{c*}) \left(1 - \frac{\bar{z}}{\bar{z}_*}\right)^{1/4}, \quad \frac{dp_s}{d\bar{z}} = -\frac{p_1 - p_{c*}}{4\bar{z}_*} \left(1 - \frac{\bar{z}}{\bar{z}_*}\right)^{-3/4}. \quad (2.14)$$

Відзначимо, що на межі ділянок $\bar{z} = \bar{z}_*$ градієнт тиску і похідна від зазору (2.12) дорівнюватимуть нулю. На ділянці контакту протоки мають фільтраційний характер, тому відповідно закону Дарсі тиск рідини лінійно зменшується по довжині ділянки. Таким чином, рівняння (2.14) описують розподіл тиску рідини по довжині радіального сальникового ущільнення.

В якості базової конструкції для розрахунку був прийнятий герметизатор вала діаметром 80 мм з чотирма кільцями набивки 10x10 мм, матеріал набивки має модуль пружності $E = 50$ МПа і коефіцієнт Пуассона 0,45. На рис. 2.5 показані результати розрахунку епюр контактного тиску зазначеної набивки в стандартній конструкції ущільнення при тиску рідини 1,0 МПа.

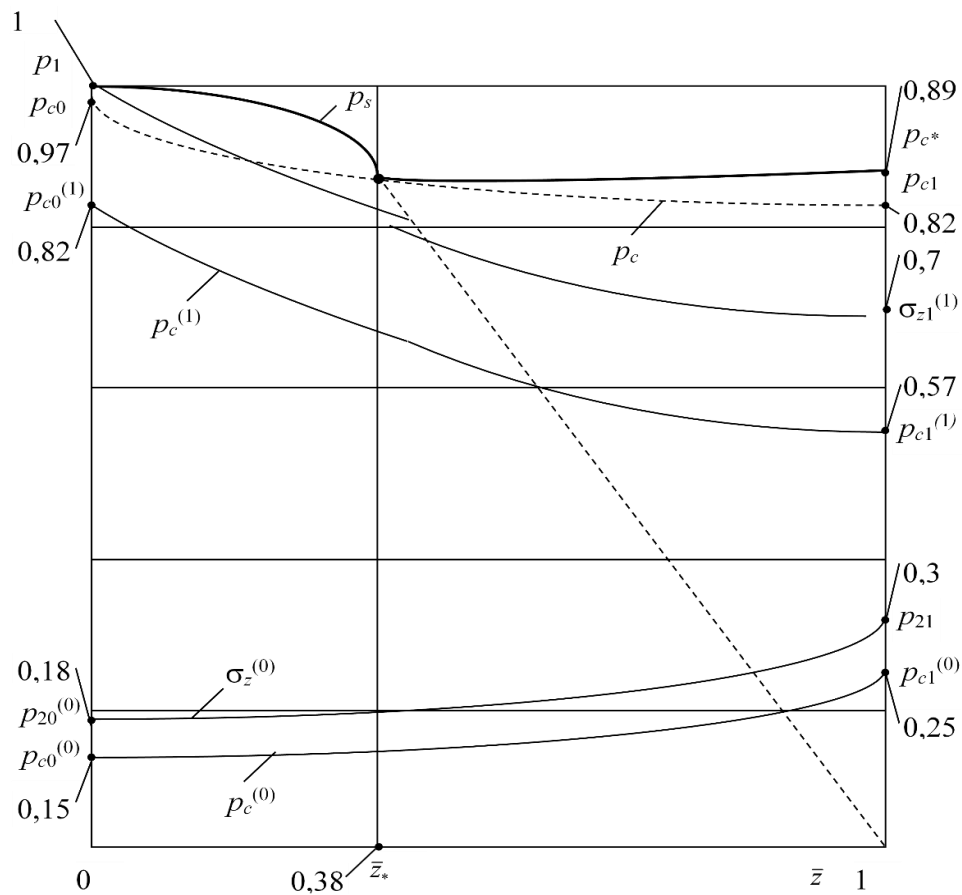


Рис. 2.5. Графіки зміни окремих складових тиску

Слід зазначити, що довжина ділянки контакту набивки з валом значно змінюється в залежності від тиску рідини. З деякого значення тиск рідини може перевершити для даної набивки величину створюваних контактних тисків.

Порівняємо показники $a_{1*} = a_{2*}$, використовуючи вирази (2.7), (2.11) і (2.14) на межі ділянок. Після перетворень, отримаємо відносну довжину ділянки зазору

$$\bar{z}_* = \frac{a_0 + \ln\left(\frac{b}{r} \frac{p_1}{p_{z1}}\right)}{a_0 + a_1}. \quad (2.15)$$

Остання формула дозволяє визначити умови, при яких зазор не утворюється ($\bar{z}_* \leq 0$) і при яких він поширюється по всій довжині пакета набивки ($\bar{z}_* \geq 1$):

$$-a_0 \leq \ln\left(\frac{b}{r} \frac{p_1}{p_{z1}}\right) \leq a_1. \quad (2.16)$$

Довжина ділянки зазору буде дорівнювати нулю (набивка контактує з валом по всій довжині пакета), якщо

$$\ln\left(\frac{b}{r} \frac{p_1}{p_{z1*}}\right) = -a_0, \text{ або } \frac{p_{z1*}}{p_1} = \frac{b}{r} e^{a_0} \quad (2.17)$$

Знаючи довжину зазора, по другий з формул (2.13) можна обчислити витіки через ущільнення [24]

$$q = \frac{B}{z_* E^3} (p_1 - p_{c*})^4. \quad (2.18)$$

Аналіз формули (2.18) показує, що при деякому критичному контактному тиску витік повністю припиняється. Цей тиск залежить від співвідношення номінальної і фактичної площі контакту, що визначається фізико-механічними характеристиками набивки і шорсткістю поверхні тертя.

Запропонована модель механізму витіку дозволяє пояснити відоме з досвіду експлуатації і описане деякими дослідниками [13, 103] монотонне зменшення рівня витіку в часі. Це явище мало пов'язане з притиранням пари тертя, оскільки воно може тривати сотні годин. Однією з основних причин є повзучість матеріалу набивки під дією тиску герметизованої рідини. Повзучість призводить до повільного збільшення істинної площі контакту набивки з валом.

2.3.4. Потужність тертя і тепловий розрахунок

Потужність, що втрачається на тертя набивки по валу, $N = F_R \omega r$, де елементарна сила тертя $dF_R = r f_2 \sigma_y d\phi dz$. Якщо не брати до уваги можливі області нульового контактного тиску, то з урахуванням (2.20) після інтегрування отримаємо

$$N_0 = \frac{\pi r^2 l \omega f_2}{a} \sigma_{-1} e^a (e^a - e^{-a}) = 2\pi r^2 l f_2 \omega \sigma_{-1} e^a \frac{\text{sh } a}{a} = N_c e^a (\text{sh } a) / a, \quad (2.36)$$

де N_c – потужність тертя за умови, що тиск σ_{-1} постійний по всій поверхні контакту.

З урахуванням реальної довжини ділянки контакту, що обчислюється за формулою (2.15), отримаємо рівняння для обчислення потужності, що витрачається на подолання тертя на ділянці контакту

$$N = 2\pi \omega r^2 l f_2 p_{c*} (1 - \bar{z}_*). \quad (2.37)$$

Контактний тиск, що входить в формулу для обчислення потужності, визначається виразом (2.11).

Як впливає з формули (2.18), витоки через ущільнення пропорційні четвертому ступеню різниці тисків $p_1 - p_{c*}$ і зворотно пропорційні кубу модуля пружності матеріалу набивки. Оскільки контактний тиск p_{c*} знайдено наближено, а модуль пружності залежить від типу і розмірів пакета, від зусиль попереднього обтиску, від властивостей ущільнюваного середовища і температурного стану вузла, а також змінюється в часі через вигоряння і вимивання просочення, за формулою (2.18) можна отримати лише орієнтовні значення витоків. Більш достовірні результати дає формула (2.37) для обчислення втрат потужності на тертя.

Тертя призводить до нагрівання контактних поверхонь і, якщо відведення тепла недостатнє, то температура може перевищити допустимі значення. У набивці вигорає і (або) вимивається антифрикційне просочення, що викликає збільшення коефіцієнта тертя і подальше наростання температури. Набивка руйнується, і лише різке збільшення протікання відновлює рівноважний тепловий режим. Особливо небезпечні неспівосності, що викликають значні місцеві підвищення температури.

Якщо в конструкції сальника не передбачені спеціальні заходи охолодження, то тепло відводиться в основному протіканнями через сальник ущільнюваної рідини тому, чим більше протікання, тим нижче температура поверхонь, що труться і легше умови роботи. Спроби підвищити герметичність за рахунок надмірного обтиску набивки призводять до швидкого виходу ущільнення з ладу через перегрів.

Орієнтовну оцінку середньої температури в зоні тертя без урахування неспівосності легко отримати, якщо знехтувати відведенням тепла через поверхні вала і набивки, тобто вважати, що тепловідвід здійснюється тільки витоками через ущільнення:

$$N_q = \rho c Q \Delta t, \quad (2.38)$$

де ρ - щільність ущільнюваної рідини, г/м^3 ; c - її питома теплоємність, $\text{Дж}/(\text{М}^\circ\text{С})$; Q - об'ємні протікання через ущільнення, $\text{м}^3/\text{с}$; Δt - приріст середньої температури

контактних поверхонь по відношенню до температури рідини на вході в зону тертя, °С.

У сталому тепловому режимі $N_0 \approx N_q$. Порівнюючи (2.36) і (2.38), отримаємо

$$\Delta t = N_0 / \rho c Q = [2\pi r_2 l \omega f_2 \sigma_{-1} / a \rho c Q] \operatorname{sh} a. \quad (2.39)$$

Коефіцієнт тертя f_2 набивки по валу залежить не тільки від типу набивки і ущільнюваної рідини, матеріалу і чистоти обробки контактної поверхні вала, а й від таких експлуатаційних факторів, як ущільнюваний тиск, тиск обтиснення, окружна швидкість вала. Зі збільшенням обтиснення і окружної швидкості коефіцієнт тертя зростає, а з підвищенням ущільнюваного тиску зменшується. Для різних набивок і умов роботи коефіцієнт тертя може змінюватися в межах від 0,01 до 0,12. При орієнтовних розрахунках можна приймати $f_2 = 0,03-0,08$, $f_1 = 0,05-0,15$.

Проведений аналіз відноситься до режимів, при яких є ділянка з зазором між набивкою і валом. Випадок, коли зазор поширюється на всю довжину пакета набивки ($\bar{z}_* \leq 0$), не має практичного значення, оскільки такому режиму притаманні неприпустимо великі витоки. В іншому крайньому випадку, коли набивка контактує з валом по всій довжині пакета ($\bar{z}_* \geq 1$), робота ущільнення супроводжується великими втратами на тертя і великими температурами. Набивка працює під дією зовнішнього навантаження $p_{z1} > p_1$, яке створює нерівномірний по довжині пакета контактний тиск.

Розглянуті тут задачі гідропружності сальникової набивки можна вирішувати чисельними методами, зокрема методами кінцевих або граничних елементів. Однак точність результатів розрахунку визначається не тільки методом розрахунку, але, перш за все, точністю даних щодо механічних характеристик набивки, а також її релаксаційних властивостей. З огляду на велику різноманітність матеріалів, методів плетіння, розмірів, умов роботи набивки, можна користуватися лише орієнтовними значеннями таких важливих параметрів, як коефіцієнти Пуассона і бічного тиску, модуль пружності, коефіцієнт теплопровідності.

Адекватність математичної моделі процесу герметизації в сальникових ущільненнях і отриманих на її основі аналітичних залежностей для розрахунку

ущільнень на етапі конструювання підтверджується експериментальними даними, результати яких наводяться як у роботах автора, так і інших дослідників [13, 50, 84, 101] (Додаток А).

Необхідно зауважити, що застосування сальникових ущільнень обмежується величиною тиску ущільнюваного середовища до 10 МПа, тому отримані вище аналітичні залежності для розрахунку сальникових ущільнень на більш високі параметри не поширюються. Це зауваження також враховується при моделюванні складних ущільнюючих систем, алгоритм створення яких розглянуто в Розділі 6. При перевищенні вказаного параметра слід додавати в систему передвключене безконтактне ущільнення.

2.4. Торцові механічні ущільнення

2.4.1. Розрахункова модель і принцип роботи

Найпростіше торцове ущільнення (рис. 2.6) має нерухоме кільце 2 і аксіально-рухоме кільце 3, що обертається, із зносостійкого матеріалу, які закріплені в обоймах 1 і 5.

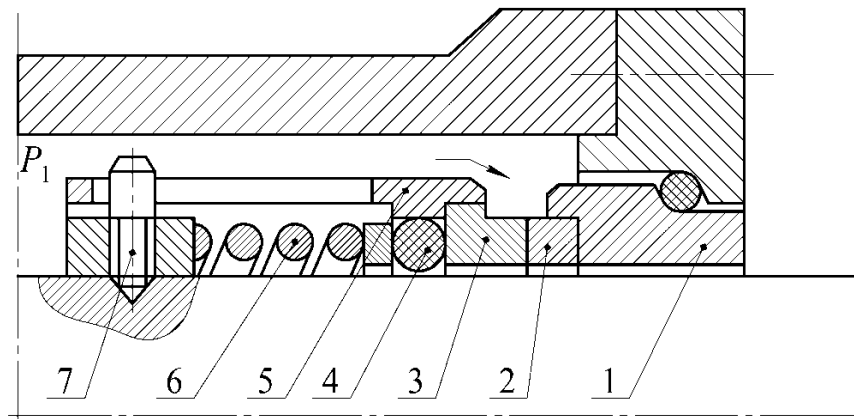


Рис. 2.6. Торцове механічне ущільнення

Попередній контактний тиск між кільцями забезпечується силою стиснення пружини 6, а потім збільшується за рахунок сили тиску ущільнюваної рідини. Зазор між валом і аксіально-рухомим кільцем 3 герметизується вторинним ущільненням 4; крутний момент, необхідний для подолання тертя на торцевих контактних поверхнях,

передається від вала на кільце, що обертається, через повідковий пристрій (штифт 7 у поздовжнім пазі кільця 3).

Герметизація здійснюється за рахунок стиснення торцових поверхонь нерухомого 2 і обертового 3 кілець. Зі збільшенням контактного тиску герметичність підвищується, однак при цьому збільшуються втрати потужності тертя, в результаті чого підвищується знос поверхонь тертя, їх нагрівання і температурні деформації. Таким чином, працездатність ущільнення визначається контактним тиском і фізичними процесами на контактуючих торцових поверхнях, що переміщуються відносно одна одної.

Незважаючи на зовнішню простоту вузла торцового ущільнення, процеси, що протікають на стику сполучених торцових поверхонь двох деталей (одна з яких обертається разом з ротором), є надзвичайно складними. Це пояснюється одночасним впливом і взаємодією процесів тертя, гідродинаміки, теплових процесів, а також зміною форм сполучених поверхонь в ущільнюючому стику при змінах параметрів навантаження ущільнення.

Основним фактором, що визначає знос, є контактний тиск, який, в свою чергу, залежить не тільки від конструкційних і експлуатаційних параметрів, але і від ряду внутрішніх процесів, супутніх роботі ущільнення. Зокрема, значний вплив на процеси в парі тертя можуть надавати силові і температурні деформації, які визначаються геометричною формою ущільнювальних кілець, потужністю втрат тертя і умовами відводу тепла.

Таким чином, торцове ущільнення є динамічною системою [162], структурна схема моделі якої (рис. 2.7) дає уявлення про взаємодію основних її елементів, про характер передавальних функцій, про зовнішні впливи і виходи системи. У той же час з структурної схеми видно задачі розрахунку, що зводяться до визначення передавальних функцій елементів і оцінки реакції системи на зовнішні впливи. Як реакцію можна прийняти ресурс T_p ущільнення або лінійний знос U торцових контактних поверхонь.

2.4.2. Аналіз процесів в торцових механічних ущільненнях

Розглянемо загальну модель звичайного торцового ущільнення, для якого в контактному стику, утвореному криволінійними поверхнями ущільнюючих кілець, в радіальному напрямку утворюється конфузорна або дифузорна форма щілини.

Найбільш вагомим механізмом виникнення несучої сили є вплив відхилення поверхонь ковзання від паралельності. Причиною таких відхилень можуть бути термічні і механічні деформації ущільнюючих поверхонь, що виникають в процесі роботи торцового ущільнення, а також вихідні похибки цих поверхонь, отримані в процесі доводочних операцій при виготовленні кілець або складанні вузла ущільнення.

Перехід торцового ущільнення від стадії спокою до стадії роботи при обертовому валі, аж до виходу на режим номінальної частоти обертання, пов'язаний з рядом процесів, які залишаються за рамками відомих моделей, що описують роботу торцових ущільнень. Так, у відомих моделях роботи торцового ущільнення тільки стаціонарний режим з певними параметрами навантаження стає об'єктом опису і дослідження без урахування впливу процесів, що передують цьому етапу [35,68].

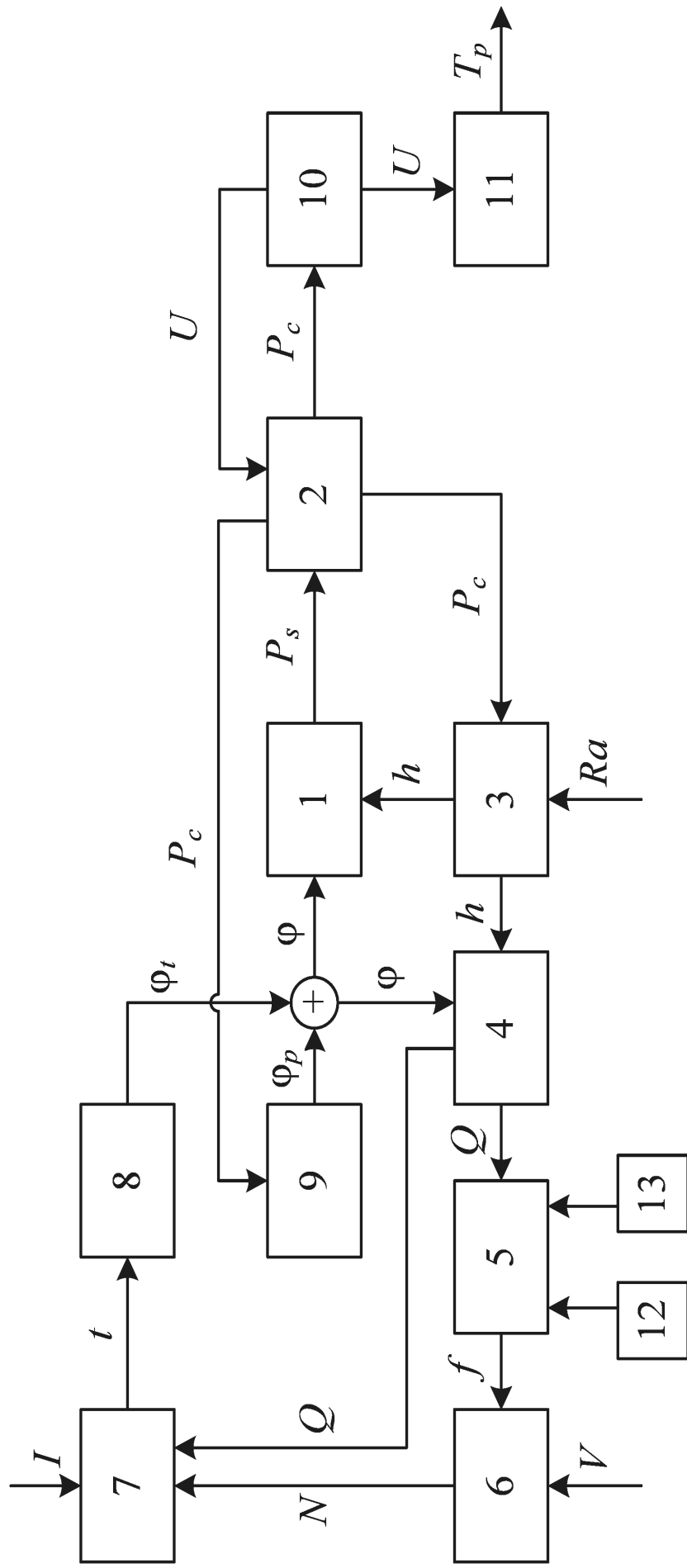


Рис. 2.7. Структурна схема моделі торцевого ущільнення: 1 - гідростатичний тиск в зазорі; 2 - контактний тиск; 3 - торцевий зазор; 4 - протікання; 5 - режим тертя; 6 - втраги на тертя; 7 - тепловий стан; 8 - температурні деформації; 9 - силкові деформації; 10 - знос; 11 - ресурс; 12 - антифрикційні властивості матеріалів; 13 - характеристики

ущільнюваного середовища

Розглянемо процеси, що протікають в ущільнюючій щілині типового розвантаженого торцевого ущільнення. Робочий процес в торцевому ущільненні від моменту початку обертання валу і до встановлення стаціонарного режиму роботи пов'язаний з розвитком ряду нестационарних явищ в ущільнюючому стику і в тілі кілець ущільнення з поступовим переходом параметрів в усталені при номінальному режимі роботи.

В якості вихідних умов приймемо наступні:

- тиск p_1 середовища в камері ущільнення дорівнює атмосферному;
- перепад тиску на ущільненні дорівнює 0;
- контактний тиск $p_c = f(F_n, S_c)$ в стику ущільнюючих поверхонь кілець визначається силою пружних елементів F_n і номінальною площею контакту S_c ущільнюючих поверхонь кілець;
- температура в кільцях ущільнення дорівнює температурі T_c ущільнюваного середовища $T_k = T_c$.

Після включення приводу і початку руху обертового кільця робота ущільнення пов'язана з ростом швидкості ковзання і з нестационарними явищами тертя ущільнюючих поверхонь. Між поверхнями кілець, спочатку притиснутих один до одного осьовою силою, створюваною пружними елементами, при їх відносному русі - в умовах контактної взаємодії - виникають явища, пов'язані з відкиданням аксіально-рухомого кільця на деяку величину від поверхні аксіально-нерухомого кільця (через взаємодії окружного моменту і гальмуючих сил контактної тертя між ущільнювальними поверхнями кілець). Початковий момент відносного переміщення поверхонь кілець відбувається в умовах майже повної відсутності змащення між ущільнювальними поверхнями. Однак сили тертя в контактній зоні викликають часте осьове переміщення аксіально-рухомого кільця, забезпечуючи тим самим надходження змащення між ущільнювальними поверхнями. Тертя поверхонь в окремих плямах контакту призводить до тепловиділення і нерівномірного по висоті нагрівання кілець. Виникаючі зміни температури на ущільнюючих поверхнях кілець залежать від величини контактної тиску в стику поверхонь і швидкості ковзання в

парі тертя: $T_k = f(p_c, u_\phi^*)$, де u_ϕ^* - окружна швидкість ковзання (змінна на пусковій стадії роботи ущільнення).

Від впливу місцевого осьового перепаду температур в тілах кілець відбувається близьке до осесиметричного зі слабкою хвилеподібністю в окружному напрямку деформування з деформацією $\Delta_i = f(T_k)$ розмірами в частки мікрметрів, пов'язане з місцевим поворотом перетинів кілець щодо поздовжньої осі симетрії в напрямку падіння температури. Виникнення слабо - хвилеподібних ущільнюючих поверхонь кілець і хвиль на їх зовнішніх діаметрах є результатом нерівномірної дії сил від окремих пружин або одиничного пружного елемента (центральної пружини, сільфона, мембрани), від кута перехрещення подовжніх осей обертового і необертового кілець, параметра непаралельності ковзання кілець, а також від відносної швидкості ковзання в парі тертя.

Виникає також перепад температур і по ширині кілець, що веде до місцевого (розмірами в частки мікрметрів) підйому поверхні кожного з кілець поблизу внутрішнього радіусу ущільнюючого паска. У торцовій щілині утворюється конусна з нерегулярною хвилястістю форма сполучення ущільнюючих поверхонь, з розмірами зазору на зовнішньому діаметрі кілець в частки мікрметрів, і місцеві порожнини такого ж порядку осьових розмірів між ущільнювальними поверхнями, що формуються неорганізованими виступами і западинами. Причинами появи останніх можуть бути також місцева анізотропія матеріалів кілець, мікрохвилястість, отримана при доводочних операціях, релаксація напружень в тілах кілець, пов'язана зі зміною їх теплового стану, і неосесиметричність як тіл ущільнюючих кілець, так і елементів їх сполучення із суміжними деталями.

Початковий стаціонарний режим майже сухого тертя, завдяки появі порожнин зі змащенням між ущільнювальними поверхнями при відносному їх переміщенні, переходить в стадію граничного тертя при триваючому зростанні швидкості ковзання і з поступовим зменшенням контактної взаємодії поверхонь.

Ущільнюване середовище заповнює і звільняє виникаючі і зникаючі порожнини, відбирає тепло з ущільнюючих поверхонь кілець. З подальшим

зростанням швидкості ковзання в торцовому стику протікає процес переходу від граничного режиму до режиму напіврідинного тертя і виходу поверхонь з контактної взаємодії. Ці процеси пов'язані в основному з впливом зміни форм ущільнюючих поверхонь в окружному напрямку і з явищем відкидання аксіально - рухомого кільця при контакті ущільнюючих поверхонь. Тут джерелами утворення в тонкому шарі змащення несучої гідродинамічної сили внаслідок в'язкісних явищ при відносному переміщенні поверхонь є місцеві відхилення від площинності поверхонь в парі. Виникає несуча сила внаслідок клинового ефекту, яка утворюється при русі плоскої або випуклої ділянки поверхні одного кільця щодо місцевої випуклої частини ділянки, що утворилася на поверхні іншого кільця, яке спрощено описується для окружного течії в торцовій щілині окремим випадком диференціального рівняння змащення в формі залежності:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu r} \frac{\partial p}{\partial \phi} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\rho h}{2} \right).$$

Крім того, в шарі змащення одночасно протікають процеси, пов'язані з кавітаційними ефектами, а також з впливом здавлювання шару змащення від осьових переміщень торцових поверхонь кілець в ущільнюючій щілині, які описуються для радіального плину залежністю

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho \frac{h^3}{12\mu r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \rho u_r \quad (2.40)$$

і для окружного течії залежністю

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu r} \frac{\partial p}{\partial \phi} \right) = \rho u_\phi. \quad (2.41)$$

Тут r - радіальна координата ущільнюваної щілини; h - поточний зазор між поверхнями; p - тиск в шарі змащення, ρ - щільність ущільнюваного середовища; μ - в'язкість шару змащування; ϕ - кут в окружному напрямку; u_ϕ - окружна швидкість течії середовища; u_r - радіальна швидкість течії середовища.

Течія середовища в тонкому шарі між поверхнями ущільнювачів в значній мірі обумовлена змінами кута перехрещення осей роторних і корпусних деталей вузла ущільнення - через податливості кутового положення аксіально-рухомого блоку.

При відсутності перепаду тиску на ущільненні або його невисокому рівні в умовах низького навантаження пари осьовим зусиллям, створюваним тільки пружинними елементами, несуча сила, що виникає в щілині між торцевими поверхнями, є достатньою для забезпечення безконтактної роботи торцевого ущільнення без зносу ущільнюючих поверхонь.

Для гідродинамічного режиму змащення підйомна сила в щілині в значній мірі залежить від зазору між поверхнями (вона пропорційна 5-му ступеню величини клинового зазору). Таким чином, достатня для поділу поверхонь підйомна сила в щілині утворюється вже при дуже малих величинах зазорів, характерних для режиму граничного тертя.

При малих зазорах в торцевій щілині і триваючій, аж до виходу на стаціонарний режим роботи, зростанні відносної швидкості ковзання поверхонь кілець в парі тертя утворюються значні тепловиділення. Це викликає відчутне підвищення температури в середовищі, що заповнює торцову щілину, і подальше деформування поверхонь, що утворюють цю щілину. Швидкість зростання температур в щілині і в кільцях значна, основна частина цього процесу займає кілька перших секунд роботи вузла ущільнення.

Температура середовища в ущільнюючій щілині залежить від окружної швидкості обертання валу, коефіцієнтів теплопровідності матеріалів кілець, умов тепловіддачі в ущільнюване середовище, що оточує вузол ущільнення, і теплофізичних властивостей ущільнюваного середовища.

Під впливом теплових деформацій кілець разом з хвилястістю ущільнюючих поверхонь йде процес активного утворення близької до осесиметричної клинової форми щілини в радіальному напрямку з максимальним розкриттям щілини з боку зовнішніх діаметрів кілець.

З підвищенням частоти обертання валу зростає тиск за колесом агрегата і зростає перепад тиску на ущільненні. Збільшуються осьове навантаження на

ущільнюючий стик пари і гідростатична складова осьової розвантажуючої сили за рахунок зростання епюри тиску в радіальному напрямку по торцовій щілині; знижується гідродинамічна складова несучої сили. Зростаючи в цьому випадку силові деформації від навантаження деталей торцового ущільнення тиском ущільнюваного середовища в деяких конструкціях ущільнень можуть виявитися значними і навіть перевершити деформації від температурних явищ. Напрямок дії силових деформацій в переважній більшості випадків (через конструктивні особливості виконання деталей вузлів торцових ущільнень) пов'язаний з поворотом перетину кілець в сторону, протилежну тій, яка стала результатом температурних деформацій від осьового градієнта температур.

У всьому часовому відрізку виходу торцового ущільнення на номінальний режим роботи йде процес підробітки поверхонь тертя, пов'язаний зі збільшенням постачання змащенням поверхонь, що труться, відповідно до умов навантаження торцової пари. Зростає товщина шару змащення між ущільнювальними поверхнями кілець. При утворенні достатнього постачання змащення поверхонь, що труться, в торцовій парі настає стадія рідинного тертя.

Головними факторами, що впливають на величину несучої сили, стають протоки рідини в радіальному напрямку і радіальна форма щілини між торцовими поверхнями кілець, а також непаралельність ковзання їх ущільнюючих поверхонь. Місцеві ж відхилення в окружній нерівномірності форми поверхонь кілець перестають бути вагомим джерелом несучої сили внаслідок радіального розтікання мастильного шару вздовж ущільнюючого паска вузької ширини. Несуча сила в рідинному шарі стає квазістійкою і рівноважною силі навантаження аксіально-рухливого блоку. Підтримується ця рівновага за рахунок поточної зміни мінімального розміру щілини в зближенні поверхонь, а також шляхом збільшення або зменшення поточної конусності щілини в радіальному і окружному напрямках через непаралельності ковзання ущільнюючих поверхонь кілець. Забезпечується це в основному піддатливістю аксіально-рухомого блоку до кутового зміщення.

Схема торцової щілини вузла ущільнення після виходу його на режим рідинного тертя з визначальним впливом гідростатичних сил показана на рис. 2.8.

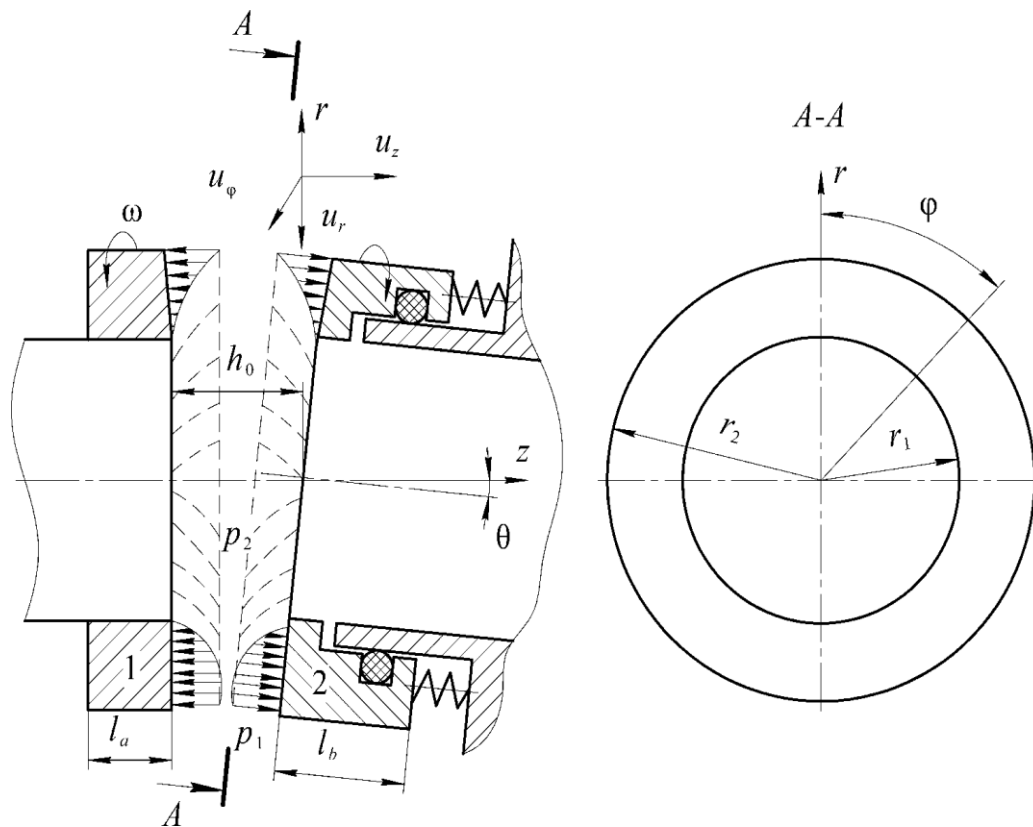


Рис. 2.8. Схема торцової щілини вузла ущільнення після виходу його на режим рідинного тертя з визначальним впливом гідростатичних сил:

r, z, ϕ - радіальна, осьова і кутова координати; u_r, u_z, u_ϕ - радіальна, осьова і кутова швидкості течії середовища; ω - кутова швидкість обертання кільця; p_1, p_2 - тиск перед ущільненням і за ним; $F_{\text{п}}$ - зусилля пружинного елемента; h_0 - середній зазор між ущільнювальними поверхнями; l_a, l_b - висота тіла кільця A і кільця B відповідно; θ - кут непаралельності ущільнюючих поверхонь кілець; r_1, r_2 - внутрішній і зовнішній радіуси ущільнюючих поверхонь кілець.

Найбільший вплив на величину несучої сили між торцевими поверхнями має величина середнього зазору між ущільнювальними поверхнями.

При вже усталеному рідинному режимі тертя поточні зміни режимів навантаження (наприклад, тиску, витрати охолоджуючого середовища і т. д.) можуть змінювати умови змащення в ущільнюючій щілині. Так, недостатній тепловідвід від кілець, несприятливий характер їх силових деформацій, що приводить до утворення дифузорної форми ущільнюючої щілини, або недостатня кутова податливість аксіально-рухомого блоку вузла ущільнення (через зниження пружних властивостей

вторинних елементів ущільнювачів або недостатніх зазорів в сполученні деталей), можуть стати причиною істотної зміни характеру змащення ущільнюючих поверхонь. Ці зміни стають наслідком перегріву шару рідини в ущільнюючій щілині, падіння в'язкісних властивостей цього шару і пов'язаного з цим збільшення зближення і контактів поверхонь.

Причиною нестабільного деформування ущільнюючої щілини можуть стати також динамічні навантаження. Наприклад, вібрації ротора можуть викликати вигинні коливання його осі [69] і відповідні еволюції ущільнюючої поверхні обертового кільця.

2.4.3. Розрахункові залежності для торцової щілини.

Розглянемо детальніше процеси, що протікають при роботі торцового ущільнення.

Визначити, яким буде мінімальний зазор в торцовій щілині при роботі торцового ущільнення на розрахунковому режимі, можна по силі навантаження на торцовий стик, заданим витокам та формі торцової ущільнюючої щілини.

Визначення розрахункових залежностей для торцової щілини в гідродинамічній теорії змащення для вузьких щілин ґрунтується на спільному вирішенні системи диференціальних рівнянь руху робочого тіла, нерозривності течії рідини, стану і енергії, що описують гідро-і термодинамічні процеси в тракті і зміни параметрів руху системи.

Через складність вихідних диференціальних рівнянь приймається ряд загальноприйнятих припущень, зумовлених як особливостями роботи ущільнень, так і спрощеннями, що не мають значного впливу на точність одержуваних результатів, але значно полегшують обчислювальні роботи:

1. Течія робочого тіла в щілині приймається ізотермічною - ґрунтується на тому, що при роботі торцового ущільнення в рідинному режимі тертя існує інтенсивна тепловіддача від шару змащення в кільця і тому температуру мастильного шару по щілині можна без особливої похибки усереднити. Такий підхід підкріплюється і даними результатів експериментів [53].

2. Тиск робочого тіла по товщині шару не змінюється - ґрунтується на малості вкладу в зміну тиску інерційних сил в змащувальному шарі в порівнянні з силами в'язкості при роботі торцевого ущільнення в рідинному режимі тертя.
3. У щілині реалізується ламінарний режим течії середовища - ґрунтується на тому, що при роботі торцевого ущільнення в рідинному режимі тертя, при поточних робочих зазорах і навантажувальних перепадах тисків, реалізується за розрахунками лише ламінарний режим течії ущільнюваного середовища.
4. Зміни зазору за оборот кільця осереднюються - ґрунтується на тому, що після виходу торцевого ущільнення на розрахунковий режим роботи він розглядається як сталий зі стабільними параметрами.

Так як зміни в'язкості ущільнюваного середовища в щілині через температуру незначні, впливом зміни температур середовища уздовж щілини на розподіл тиску можна знехтувати і в систему рівнянь, що описують процеси в торцевій щілині ущільнення, можна не вводити рівняння енергії. Система рівнянь для стаціонарного випадку ламінарного режиму течії середовища через торцову щілину (утворену гладкими поверхнями) стосовно до торцевих ущільнень може бути записана у вигляді рівняння нерозривності:

$$\frac{\partial(\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u_\phi)}{\partial \phi} + r \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0, \quad (2.42)$$

а рівняння руху рідини – через прийняття припущення про сталість тиску по товщині мастильного шару – можна записати в формі системи рівнянь Рейнольдса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) - \rho \frac{u_\phi^2}{r}; \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= 0; \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial p}{r \partial \phi} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u_\phi}{\partial z} \right);$$

з граничними умовами:

$$z = 0; u_r = 0; u_\phi = 0; u_z = 0; \quad (2.44)$$

$$z = h; u_r = 0; u_\phi = \omega r; u_z = 0;$$

які для ньютонівських рідин представляють кінематичні умови на стінках, що обмежують досліджуваний потік (тут ϕ - кут зсуву обертового кільця по кутовій координаті, див. рис. 2.8).

Проінтегрувавши по z систему рівнянь (2.43) при граничних умовах (2.44), отримаємо узагальнене рівняння Рейнольдса:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r^2 \rho^2 \omega^2 h^3}{40\mu} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu r} \frac{\partial p}{\partial \phi} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\rho \omega r h}{2} \right) + \rho u_z = 0 \quad (2.45)$$

Обмежуючись розглядом осесиметричної задачі тільки для радіального плинку в торцовій щілині, згідно з описаною вище картиною процесів для розрахункового режиму в ущільнюючому стику і нехтуючи ефектом здавлювання плівки середовища в щілині, отримаємо вираз (2.45) у вигляді:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{r^2 \rho^2 \omega^2 h^3}{40\mu} \right) = 0. \quad (2.46)$$

Невідомими тут є зміна зазору і поточна зміну тиску в радіальному напрямку.

При ізотермічних течіях середовища необхідними додатковими співвідношеннями для вирішення рівнянь є залежності в'язкості μ і щільності ρ від тиску. Обмежуючись розглядом роботи торцового ущільнення для рідини в області середнього за величиною тиску, покладемо $\mu(p) = \text{const}$ і $\rho(p) = \text{const}$.

Для оцінки ефективності торцового ущільнення необхідні наступні розрахункові характеристики: витік Q через ущільнення, витрати потужності N на його роботу, тривала працездатність вузла, гарантією якої може бути лише рідинний режим тертя ущільнюючої пари кілець.

Параметром оптимізації може бути максимальна жорсткість рідинного шару в ущільнюючій щілині, пов'язана з формою самої щілини і характеристиками ущільнюваного середовища [56, 69].

Проінтегрувавши (2.46) по r , використовуючи в рішенні підстановку

$$Q = -2\pi r \int_0^h u_r dz, \text{ проміжні рішення при інтегруванні систем (2.42), (2.43), і вводячи}$$

безрозмірні величини, отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{p}}{d\bar{r}} = \frac{\bar{\mu}}{h^3} \frac{\bar{R}_B}{\bar{r}} \bar{Q} + \Omega_u \frac{\bar{\rho}\bar{r}}{\bar{r}_1}; \\ \frac{d(\bar{\rho}\bar{Q})}{d\bar{r}} = 0. \end{cases} \quad (2.47)$$

тут $\Omega_u = \frac{0,3\omega^2 r_1 (r_2 - r_1) \rho^*}{\Delta p}$ - безрозмірний відцентровий параметр щілини; ρ^* - базове (початкове) значення щільності середовища; $\Delta p = p_1 - p_2$ - перепад тиску на ущільненні.

Вводячи нову змінну $\bar{x} = \bar{r} - \bar{r}_1$, проінтегруємо систему (2.47) при граничних умовах:

$$\begin{cases} \bar{p}(\bar{r}_1) = 0; \\ \bar{p}(\bar{r}_1 + 1) = 1. \end{cases}$$

Рішення задачі можна представити у вигляді:

$$\bar{Q} = \frac{1 - \Omega_u \int_0^1 \bar{\rho} \left(1 + \frac{\bar{x}}{\bar{r}_1}\right) d\bar{x}}{\bar{\rho} \int_0^1 \frac{\bar{v} d\bar{x}}{h^3 \left(1 + \frac{\bar{x}}{\bar{r}_1}\right)}}; \quad (2.48)$$

$$\bar{p}(\bar{x}) = \bar{p}(0) + \bar{p}\bar{Q} = \int_0^{\bar{x}} \frac{\bar{v} d\bar{x}}{h^3 \left(1 + \frac{\bar{x}}{\bar{r}_1}\right)} + \Omega_u \int_0^{\bar{x}} \bar{\rho} \left(1 + \frac{\bar{x}}{\bar{r}_1}\right) d\bar{x}; \quad (2.49)$$

$$\bar{F} = \frac{\int_0^1 \bar{p} \left(1 + \frac{\bar{x}}{\bar{R}_B}\right) d\bar{x}}{1 + \frac{0,5}{\bar{r}_1}}, \quad (2.50)$$

де $\bar{F} = \frac{F}{F^*}$, $F = 2p \int_{r_1}^{r_2} pr dr$ - гідростатична несуча сила в щілині; F^* - базове значення несучої сили.

Для визначення моменту тертя $M_{TP} = 2\pi \int_{R_B}^{R_H} \tau r^2 dr$ слід проінтегрувати по площі

щілини елементарні моменти від дотичних напружень:

$$\tau = \mu \frac{du_\phi}{dz} = \frac{\mu \omega r}{h}.$$

Після перетворень в безрозмірному вигляді маємо

$$\bar{M}_{TP} = \int_0^1 \frac{\bar{\mu} \left(1 + \frac{\bar{x}}{\bar{r}_1}\right)^3}{\bar{h}} d\bar{x}.$$

У розмірному вигляді $M_{TP} = \bar{M}_{TP} M_{TP}^*$, де

$$\begin{cases} \bar{M}_{TP} = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} \tau r^2 dr, \\ M_{TP}^* = \frac{2\pi \mu^* \omega r^3 (r_2 - r_1)}{h_m}. \end{cases} \quad (2.51)$$

Отримані залежності (2.45) – (2.48) дозволяють визначити основні характеристики торцевого ущільнення: витік, несучу силу в щілині, момент тертя і епюру тиску.

У зв'язку з тим що при роботі торцевого ущільнення можлива відсутність осової симетрії кільцевої щілини через непаралельності поверхонь кілець (див. рис. 2.8), застосування формул (2.48), (2.50) і (2.51), отриманих в припущенні осесиметричної течії, може бути неправомірним, оскільки для цих умов виникає необхідність розгляду тривимірної задачі.

Однак при малій зміні зазору в окружному напрямку, коли радіальний градієнт тиску значно більше окружного, ефект непаралельності поверхонь кілець в парі тертя в першому наближенні можна врахувати виходячи з того, що значення dM_{TP} , dF і dQ для кожного елементарного кільцевого сектора з кутом $d\phi$ можуть бути визначені за формулами (2.48), (2.50) і (2.51) для поточного значення радіальної щілини. Після інтегрування отриманих рішень dM_{TP} , dF і dQ для елементарних кільцевих секторів,

можна отримати узагальнюючі рішення характеристик M_{TP} , F і Q для ряду осесиметричних зближень поверхонь ущільнюючої пари кілець.

При виключенні приводу машини швидкість ковзання процес поступово знижується та падає перепад тиску на ущільненні. У щілині зберігається ще рідинний режим тертя, однак йде процес зміни радіального профілю форми щілини в сторону зменшення конфузору через зниження температурних і силових деформацій, зростає роль осової сили від пружного елемента підтискання кілець; збільшується зближення ущільнюючих поверхонь кілець. З'являється місцевий контакт по вершинах хвильових поверхонь, число контактів зростає. Рідинне тертя переходить в напіврідинне, а потім і в граничне тертя. Деформування кілець через силові фактори зникає, і характер деформування визначається температурною неоднорідністю в тілах кілець. Настає стадія напівсухого ковзання поверхонь з контактною взаємодією поверхонь і з прискореним падінням швидкості ковзання. Відбувається зупинка обертового кільця ущільнення. Така загальна картина робочого процесу звичайного торцевого ущільнення.

2.4.4. Визначення контактної тиску в торцевій парі

Умова осової рівноваги аксіально-рухомого кільця торцевого ущільнення (рис. 2.9) має вигляд

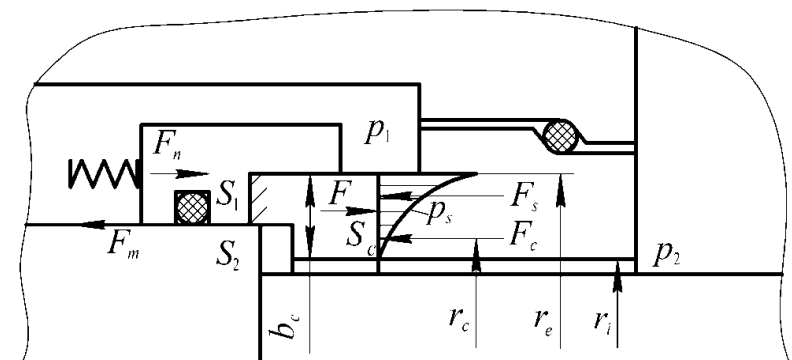


Рис. 2.9. Схема сил, що діють на аксіально-рухоме кільце торцевого ущільнення

$$F + F_n = F_c + F_s \pm F_m \quad (2.52)$$

де F_n - сила пружного елемента; F_s - сила, обумовлена гідростатичним тиском P_s в торцовому зазорі; $F_c = p_c S_c$ - сила контактної тиску; F_m - сила тертя по вторинному ущільненню, яка перешкоджає зсуву аксіально-рухомого кільця в ту чи іншу сторону; F - осьова сила тиску, яка притискає аксіально-рухливе кільце до опорної поверхні

$$F = p_1 S_1 + p_2 S_2. \quad (2.53)$$

Знаки площ S_1 і S_2 вважають додатними, якщо сили тиску, що діють на них, збільшують контактний тиск в парі тертя (рис. 2.10), і від'ємними, якщо відповідні сили тиску розкривають торцовий стик.

З урахуванням прийнятого правила знаків $S_c = S_1 + S_2$ вираз для сили F можна записати у вигляді

$$\left. \begin{aligned} F &= \Delta p S_c (k + p_2 / \Delta p), \\ k &= S_1 / S_c = b_1 r_1 / b_c r_c, \\ b_1 &= r_e - r_1, b_c = r_e - r_i, \\ r_p &= 0,5(r_e + r_1), \\ r_c &= 0,5(r_e + r_i), \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

де $\Delta p = p_1 - p_2$ - ущільнюваний перепад тиску; k - коефіцієнт навантаження. Якщо $S_2 > 0$, то $k < 1$ (ущільнення розвантажене), якщо $S_2 < 0$, то $k > 1$ (ущільнення навантажене). Якщо протитиск не дорівнює нулю ($p_2 > 0$), то в якості ефективного коефіцієнта навантаження потрібно брати $k_e = k + p_2 / \Delta p$.

Сила гідростатичного тиску, яка розкриває торцовий стик, визначається розподілом тиску в зазорі і може бути отримана підсумовуванням елементарних сил тиску по всій контактній площі S_c :

$$F_s = \int_{(S_c)} p_s ds = \bar{p}_s S_c,$$

де усереднений по зазору гідростатичний тиск

$$\bar{p}_s = \frac{1}{S_c} \int_{(S_c)} p_s dS.$$

Торцовий зазор близький за величиною до розмірів мікронерівностей контактних поверхонь, тому теоретично визначити розподіл тиску в зазорі поки не вдається.

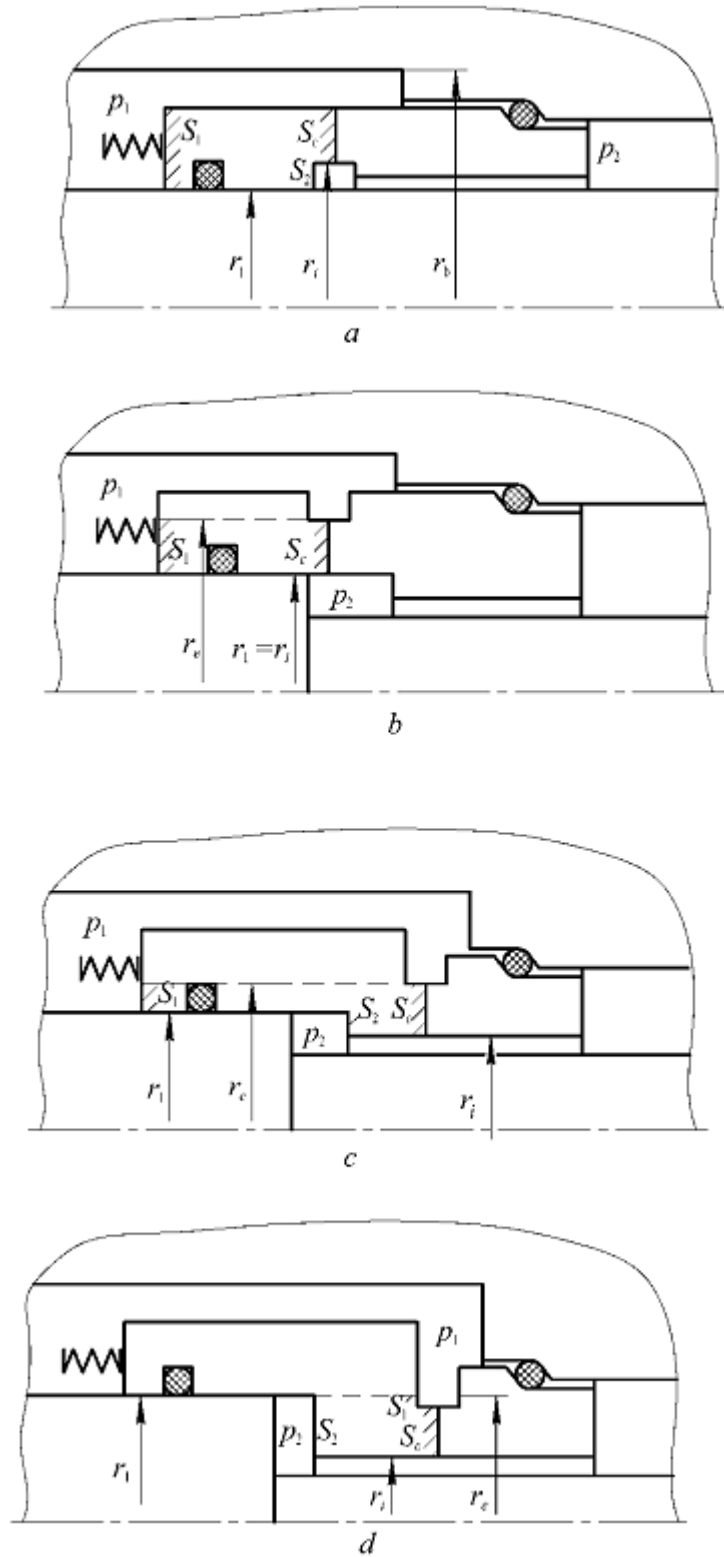


Рис. 2.10. До визначення коефіцієнта навантаження:

$a - k > 0, S_1 > 0, S_2 < 0$; $b - k = 1, S_1 > 0, S_2 = 0$; $c - k < 1, S_1 > 0, S_2 > 0$; $d - k < 0, S_1 < 0, S_2 > 0$.

Тільки при порівняно великих зазорах ($h_0 / \bar{R}_a \geq 3 - 5$), що відповідають режиму рідкого тертя і характерних для гідростатичних ущільнень, тиск в торцовому каналі змінюється від вхідного перетину до вихідного за законом, близьким до лінійного:

$$p_s = p_2 + \Delta p \frac{r - r_1}{r_2 - r_1},$$

при цьому

$$\bar{p}_s = 0,5(p_1 + p_2). \quad (2.55)$$

З урахуванням гідравлічних сил рівняння рівноваги (2.52) можна записати у вигляді

$$p_c S_c = \Delta p S_c k_s - \bar{p}_s S_c + F_n - F_m,$$

звідки

$$p_c = \Delta p k_s - \bar{p}_s + (F_n - F_m) / S_c. \quad (2.56)$$

Силу пружного елемента зазвичай приймають декілька більшою сили тертя, тому останній доданок в рівності (2.56) малий і їм, як правило, можна знехтувати. Для режиму рідинного тертя

$$p_c = \Delta p(k - 0,5) + (F_n + F_m) / S_c, \quad (2.57)$$

тобто контактний тиск повністю визначається коефіцієнтом навантаження k і ущільнюваним перепадом тиску Δp . З останньої рівності видно, що при $k < 0,5$ існує небезпека розкриття торцового стику. У зв'язку з цим для розвантажених ущільнень беруть $k = 0,55-0,85$, а для навантажених $k = 1,1-1,2$.

2.4.5. Визначення гідродинамічних характеристик торцового ущільнення

Метод визначення гідродинамічних характеристик вузла торцового ущільнення з будь-якою формою щілини вимагає досить складного програмного продукту і використовувати його доцільно на фінальній стадії розробки вузла торцового ущільнення. На стадії попереднього опрацювання конструкції розробнику потрібно досить простий інструмент для спрощеного оціночного розрахунку обраного варіанту конструктивного рішення. Нижче представлена методика спрощеного рішення на основі ряду спрощень, в тому числі і моделі контактної стику, шляхом заміни

поверхонь складних форм, що утворюються при роботі торцевого ущільнення, поверхнями простої клинової форми (рис. 2.11).

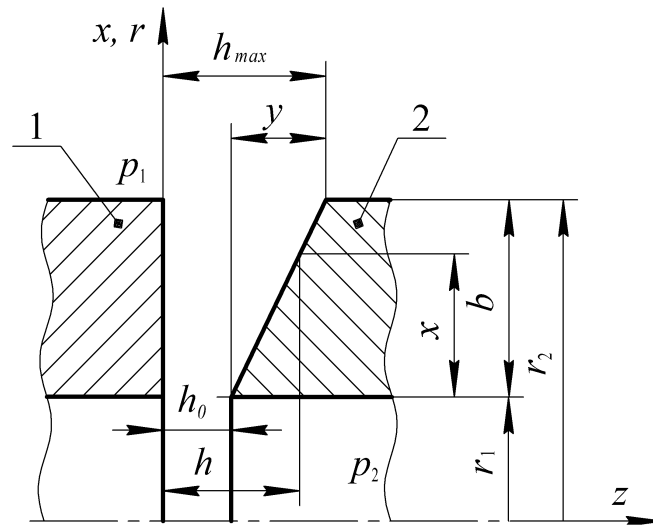


Рис. 2.11. Модель контактної щілини торцевої щілини.

Розмірні позначення:

b, x - повна і поточна довжина ущільнюючої щілини; h, h_0, h_{max} - поточний, мінімальний і максимальний зазори в щілині; p_1, p_2 - тиск перед ущільненням і за ним; r_1, r_2 - зовнішній і внутрішній радіуси поверхонь ущільнюючих кілець; $y = h_{max} h_0$; r, x, z - осі циліндричної системи координат

В основу даного розрахункового алгоритму покладено модель одновимірної ламінарної течії нестисливого середовища через торцеву щілину. Обмежуючись осесиметричною задачею, умовами ізотермічності течії середовища та короткою довжиною ущільнюючої щілини, а також нехтуючи ефектами, пов'язаними з обертанням одного з кілець, рівняння (2.46) запишемо у вигляді

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dp}{dx} h^3 \right) = 0 \quad (2.58)$$

з граничними умовами $p = 0$ при $x = 0$ і $p = p_1$ при $x = b$, зазор між кільцями 1 і 2 $h(x) = h_0 + ux/b$. Форма щілини може бути як дифузornoю ($y < 0$), так і конфузornoю ($y > 0$).

Перейдемо до безрозмірних величин: $h = \bar{h}(y + h_0)$, $x = \bar{x}b$, $y = \bar{y}b$, $h_0 = \bar{h}_0 b$.

Тоді рівняння (2.58) запишеться у вигляді:

$$\frac{d}{d\bar{x}} \left[\frac{d\bar{p}}{d\bar{x}} (\bar{y}\bar{x} + \bar{h}_0^3) \right] = 0. \quad (2.59)$$

Двічі проінтегрувавши по \bar{x} і підставивши межі інтегрування, отримаємо вираз для розподілу тиску в щілині:

$$\bar{p}_s(\bar{x}) = \frac{\bar{x}(\bar{y} + \bar{h}_0)^2(\bar{y}\bar{x} + 2\bar{h}_0)}{(\bar{y}\bar{x} + \bar{h}_0)^2(\bar{y} + 2\bar{h}_0)}. \quad (2.60)$$

Безрозмірна гідростатична несуча сила в щілині знаходиться інтегруванням рівняння

$$\bar{F} = \int_0^1 \bar{p}_s(\bar{x}) d\bar{x}, \quad (2.61)$$

де $\bar{F} = \frac{F}{F^*}$, $F^* = \Delta p \pi (r_2^2 - r_1^2)$.

Тоді з урахуванням (2.60) отримаємо:

$$\bar{F} = \frac{\bar{y} + \bar{h}_0}{\bar{y} + 2\bar{h}_0}. \quad (2.62)$$

Так як параметр \bar{F} , по суті, є відношення усередненого перепаду тиску \bar{p}_s в щілині до повного перепаду на ній, то для контактних торцевих ущільнень, якщо знехтувати зусиллям від пружного елемента, з балансу осьових сил випливає, що питоме безрозмірне значення несучої сили \bar{F} в щілині повинно відповідати питомій безрозмірній силі, що навантажує кільця торцової пари.

Продиференціювавши (2.58) по \bar{h}_0 , отримаємо вираз для осьової жорсткості

$\bar{W} = \frac{d\bar{F}}{d\bar{h}_0}$ шару в щілині:

$$\bar{W} = \frac{\bar{y}}{(\bar{y} + 2\bar{h}_0)^2}. \quad (2.63)$$

Використовуючи співвідношення (2.58) у натуральному вираженні для центра епюри тиску

$$Z_c = \frac{\int_0^1 \bar{p}_s(\bar{x}) \bar{x} d\bar{x}}{\int_0^1 \bar{p}_s(\bar{x}) d\bar{x}}, \quad (2.64)$$

отримаємо

$$Z_c = \frac{\bar{y} + \bar{h}_0}{\bar{y}^3} \left(\frac{\bar{y}^2 + 2\bar{h}_0^2}{2} - \frac{\bar{h}_0^3}{\bar{y} + \bar{h}_0} - \bar{h}_0^2 \ln \frac{\bar{y} + \bar{h}_0}{\bar{h}_0} \right). \quad (2.65)$$

Ущільнення з щілиною, утвореною паралельними поверхнями ($C = 0$), має нульову гідростатичну жорсткість. Режим тертя в торцовій парі знаходиться в нестійкій рівновазі і може переходити то в рідинний, то в змішаний.

Ущільнення з дифузornoю формою щілини має від'ємну осьову жорсткість рідинного шару. Режим тертя в торцовій парі може бути або змішаним (при $-1 < C < 0$), або сухим (при $C < -1$).

Максимальна осьова жорсткість рідинного шару для щілини клиноподібної форми існує при параметрі форми щілини $C = 2$. При цьому значення гідростатичної несучої сили в щілині $\bar{F} = 0,75$.

Параметром оптимізації ущільнення з клиноподібною формою щілини є осьова жорсткість \bar{W} несучого шару рідини в стику торцових поверхонь пари кілець торцевого ущільнення.

Керованими параметрами ущільнення є коефіцієнт навантаження k і величина u на боці високого тиску. Ці параметри визначають величину найбільшого зближення h_0 між робочими поверхнями ущільнення. З умови оптимуму значення \bar{W} коефіцієнт навантаження k ущільнення слід приймати близьким до значення $k = 0,75$.

У режимі граничного змащення коефіцієнт тертя можна визначити тільки експериментально для кожної пари матеріалів і умов роботи. На жаль, поки що доводиться обмежуватися лише загальними зауваженнями про коефіцієнт тертя і при відсутності для кожного окремого випадку точних експериментальних даних використовувати наближені значення і проводити оціночні розрахунки витрат на

тертя для граничних значень $f_{\min} = 0,02$ і $f_{\max} = 0,15$, якщо забезпечуються умови граничного змащення.

Сумарна потужність, що витрачається на роботу ущільнень, збільшується за рахунок втрат, пов'язаних з витоками рідини $N_p = Q\Delta p$, і за рахунок втрат на дискове тертя. Якщо протікання відводять частину тепла від контактних поверхонь, то дискове тертя підвищує температуру рідини в камері ущільнення і тим самим збільшує загальну теплову напруженість вузла. Формули для обчислення потужності рідинного тертя обертових торцової і циліндричної поверхонь наведені в [40].

Слід зазначити, що втрати потужності на дискове тертя пропорційні кубу частоти обертання ротора і при низьких частотах (до 3000 об / хв) вимірюються частками кіловата, тому облік цих втрат доцільний тільки для високооборотних машин.

2.4.6. Розрахунок теплового стану торцового ущільнення

Потужність тертя в ущільнювальному зазорі перетворюється в тепло, яке через контактні торцові поверхні поширюється по кільцям ущільнення, створюючи нерівномірне температурне поле. Нагрівання контактних поверхонь істотно впливає на режим тертя: по-перше, змінюються механічні та фізичні властивості матеріалів тіл, що труться і прошарку ущільнюваної рідини, по-друге, у кільцях відбуваються температурні деформації, що порушує рівномірність контакту в парі тертя. Надмірний нагрів призводить до випаровування рідкого шару і різкого підвищення коефіцієнта тертя, температури і зносу або до термічного розтріскування кілець і втрати герметичності.

Основними задачами теплового розрахунку є оцінки максимальних температур в парі тертя і температурних деформацій кілець для того, щоб в конструкції забезпечити такі умови, при яких температури і деформації не перевищують допустимих значень.

Розрахунок теплового стану ґрунтується на рівняннях теплового балансу, причому з рівності сумарного потоку тепла, що виділяється при роботі ущільнення, і

конвективного відведення його від корпусу визначається середня температура рідини в камері ущільнення (рис. 2.12).

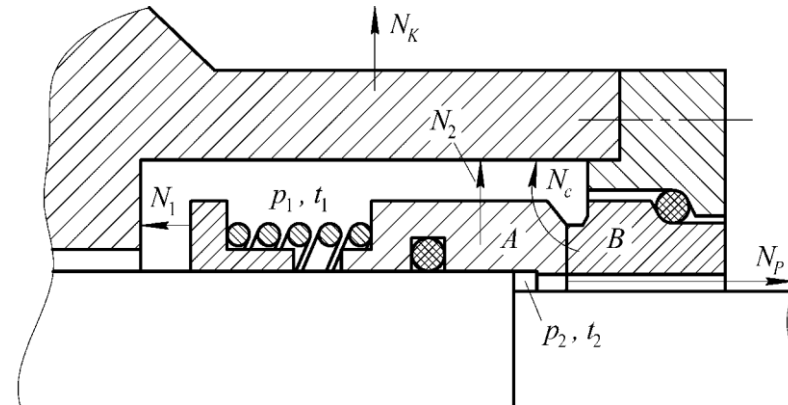


Рис. 2.12. Схема теплових потоків в торцовому ущільненні

Рівняння теплового балансу має вигляд

$$N_c + N_1 + N_2 = N_k + N_p, \quad (2.66)$$

де тепловідвід від корпусу

$$N_k = S_k \alpha_k (t_1 - t_2), \quad (2.67)$$

а тепловідвід за рахунок витоків Q через ущільнення

$$N_p = Qc\Delta t. \quad (2.68)$$

Тут S_k - приведена площа корпусу ущільнення, від якої відбувається тепловіддача в зовнішнє середовище; α_k - коефіцієнт тепловіддачі; c - питома теплоємність ущільнюваної рідини; Δt - приріст її температури за рахунок відведеного тепла; t_1 - температура рідини всередині корпусу ущільнення; t_2 - температура зовнішнього середовища.

Якщо ущільнення забезпечене примусовим охолодженням, то в правій частині рівняння (2.66) необхідно додати відповідний тепловий потік. При нормальній роботі ущільнення протікання малі (близько $10 \text{ см}^3 / \text{год}$), тому їх впливом на тепловий стан, як правило, можна знехтувати ($N_p \approx 0$).

Оцінка температури в парі тертя ґрунтується на рівнянні теплового балансу між кільцями ущільнення, ущільнюваною рідиною і зовнішнім середовищем

$$N_c = N_a + N_b, \quad (2.69)$$

де N_a і N_b - теплові потоки, що відводяться від обертового кільця A і опорного кільця B відповідно.

Температурне поле кілець ущільнювачів (рис. 2.13) в загальному випадку описується нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку (похідною параболічного типу).

Якщо розглядати стійкий теплової процес і не враховувати слабку залежність коефіцієнта теплопровідності від температури, то температурне поле описується рівнянням Лапласа зі складними граничними умовами. Навіть в цьому випадку чисельне рішення задачі для кілець складної форми пов'язано зі значними труднощами, тому ефективні методи електронного моделювання теплового стану ущільнення.

В загальному вигляді закон зміни температури вздовж кільця описується рівнянням [48]:

$$\theta(x) = \theta_0 \operatorname{ch}[m(l-x)] / \operatorname{ch} ml, \quad (2.70)$$

причому зниження температури по довжині обумовлено тепловіддачею в навколишнє середовище.

Якщо підставити (2.70) в рівняння Фур'є

$$N = \lambda \frac{d\theta}{dx} S,$$

то це дасть формулу для визначення відведеного за одиницю часу тепла:

$$N = \lambda S m \theta_0 \operatorname{th} ml. \quad (2.71)$$

У реальних ущільненнях кільця на різних ділянках поверхні стикаються з різним середовищем або виконані з матеріалів з різними коефіцієнтами теплопровідності, тому розрахункова схема може бути представлена циліндрами (рис. 2.13, *b*) з різними коефіцієнтами тепловіддачі і температурами середовища на окремих ділянках поверхні. При цьому повна тепловіддача кожного кільця складається з суми тепловіддачі окремих ділянок:

$$\begin{aligned} N_a &= N_{a1} + N'_{a1} + N_{a2}, \\ N_b &= N_{b1} + N_{b2} + N'_{b2}, \end{aligned} \quad (2.72)$$

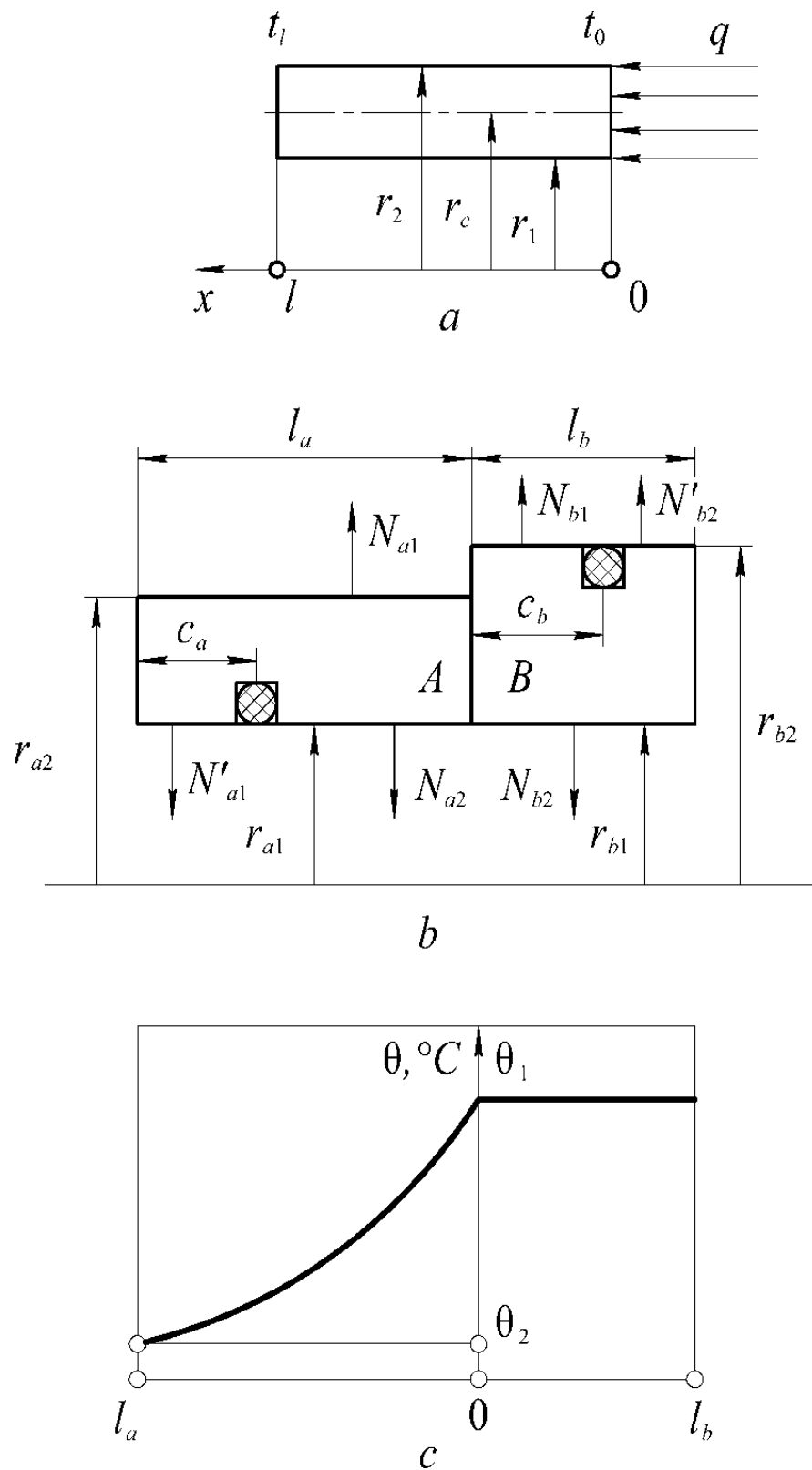


Рис. 2.13. Схема теплового стану ущільнення:

a - модель окремого кільця; b - розрахункова схема аксіально-рухомого A і опорного B кільця; c - зміна температури уздовж кільця; $\theta_1 = 94,4$, $\theta_2 = 42,7$

де перший індекс відноситься до номера кільця, а другий - характеризує навколишнє для даної ділянки середовище: 1 – ущільнювана рідина з температурою t_1 ; 2 - зовнішнє середовище (повітря) з температурою t_2 . Кожна складова обчислюється за формулою (2.71) з урахуванням відповідних значень параметрів:

$$S_a = \pi(r_{a2}^2 - r_{a1}^2), \quad S_b = \pi(r_{b2}^2 - r_{b1}^2),$$

$$r_{a1} = r_{b1} = r_1;$$

$$l_{a1} = l_a, \quad l'_{a1} = c_a, \quad l_{a2} = l_a - c_a,$$

$$l_{b2} = l_b, \quad l'_{b2} = l_b - c_b, \quad b_{b1} = c_b;$$

$$L_{a1} = 2\pi r_{a2}, \quad L'_{a1} = L_{a2} = L_{b2} = 2\pi r_1,$$

$$L_{b1} = L'_{b2} = 2\pi r_{b2};$$

для ділянок кілець, що стикаються з ущільнюваною рідиною $\theta_{01} = t_0 - t_1$, із зовнішнім середовищем - $\theta_{02} = t_0 - t_2$; t_0 - температура в контакті кілець.

Якщо підставити вирази (2.72) в рівняння теплового балансу, отримаємо

$$N_c = (A_{a1} + A'_{a1} + A_{b1})\theta_{01} + (A_{a2} + A_{b2} + A'_{b2})\theta_{02},$$

звідки

$$t_0 = \left(\frac{N_c}{B_1} + t_1 + \frac{B_2}{B_1} t_2 \right) / \left(1 + \frac{B_2}{B_1} \right), \quad (2.73)$$

де коефіцієнти B_1 і B_2 характеризують тепловіддачу в ущільнювану рідину і навколишнє середовище відповідно:

$$B_1 = A_{a1} + A'_{a1} + A_{b1},$$

$$B_2 = A_{a2} + A_{b2} + A'_{b2}.$$

Якщо врахувати, що тепловіддача від поверхонь кілець, нерухомих щодо навколишнього середовища $(\alpha'_{a1}, \alpha_{a2}, \alpha_{b1}, \alpha'_{b2})$, мала в порівнянні з тепловіддачею обертових поверхонь $(\alpha_{a1}), (\alpha_{b2})$, то $B_1 \approx A_{a1}$, $B_2 \approx A_{b2}$ або

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= S_a \lambda_a m_1 \operatorname{th}(m_1 l_1), \\ B_2 &= S_b \lambda_b m_2 \operatorname{th}(m_2 l_2) \end{aligned} \right\}, \quad (2.74)$$

$$m_1 = [\alpha_1 L_{a1} / \lambda_a S_a]^{0.5},$$

$$m_2 = (\alpha_2 L_{b2} / \lambda_b S_b)^{0.5}.$$

Таким чином, за формулою (2.70) можна визначити зміну середньої по перетину температури уздовж кільця, а за формулою (2.73) - середню температуру на контактних поверхнях торцевого ущільнення.

Виходячи з умов теплостійкості контактних поверхонь і збереження рідинної плівки в зазорі при даному тиску, температуру в парі тертя обмежують значенням t_* . При цьому для заданих умов тепловідведення з формули (2.72) можна визначити допустиму потужність тертя:

$$N_{c_*} \leq (B_1 + B_2)t_* - B_1t_1 - B_2t_2, \quad (2.75)$$

а з урахуванням (2.74) - допустиме значення показника експлуатаційного навантаження:

$$(\omega r_c \Delta p f)_{c_*} \leq \frac{1}{k_3 S_c} [(B_1 + B_2)t_* - B_1t_1 - B_2t_2]. \quad (2.76)$$

З формули (2.73) видно, що для зниження температури в парі тертя необхідно зменшувати втрати потужності на тертя і збільшувати тепловідвід за рахунок інтенсифікації перенесення тепла, збільшення коефіцієнтів теплопередачі і поперечних перерізів кілець. Довжина кілець входить тільки в аргумент гіперболічного тангенса, граничним значенням якого є одиниця. Оскільки для $ml = 1,6$ $\text{th}(ml) = 0,9217$, тобто близький до граничного значення, то подальше збільшення аргументу за рахунок довжини кільця неефективно. Доцільність тих чи інших способів зниження температури в зоні контакту повинна визначатися стосовно до конкретних умов експлуатації.

2.4.7. Теплові деформації кілець пари тертя

Досвід експлуатації торцевих ущільнень показує, що через кутові деформації кілець знос контактних поверхонь по радіусу відбувається нерівномірно. Деформації в першому наближенні можна розглядати як поворот поперечного перерізу кільця без зміни його форми і не враховувати взаємодії між кільцевими волокнами, тобто вважати напружений стан одноосьовим, що дозволяє порівняно легко обчислити кут повороту кільця [75]:

$$\phi = \frac{M_t + M_p}{EI_y} y_c, \quad (2.77)$$

де y_c - радіус центра ваги перерізу; I_y - момент інерції перерізу відносно осі Oy , що проходить через центр ваги і перпендикулярна до осі кільця; E - модуль пружності матеріалу кільця; M_t, M_p - моменти сил щодо осі Oy , обумовлені нерівномірністю полів температур і тиску.

Момент, обумовлений зміною температури по довжині кільця, визначається інтегралом

$$M_t = \int_{(s)} E\beta\theta x dx, \quad (2.78)$$

тобто зменшення температурного моменту можна досягти, використовуючи комбіновані кільця: контактне кільце з антифрикційного матеріалу з низьким модулем пружності і коефіцієнтом лінійного розширення закріплюється в сталевому бандажному кільці. При цьому зменшуються складові температурного моменту, які відповідають ділянкам перетину, найбільш віддаленим від осі Oy , і схильні до дії великих градієнтів температур $(\theta x)_{\max}$ (рис. 2.13, с).

Для кільця, показаного на рис. 2.14, поворот перетину через температурні деформації відбувається проти годинникової стрілки, отже, температурний момент є додатним $M_t > 0$.

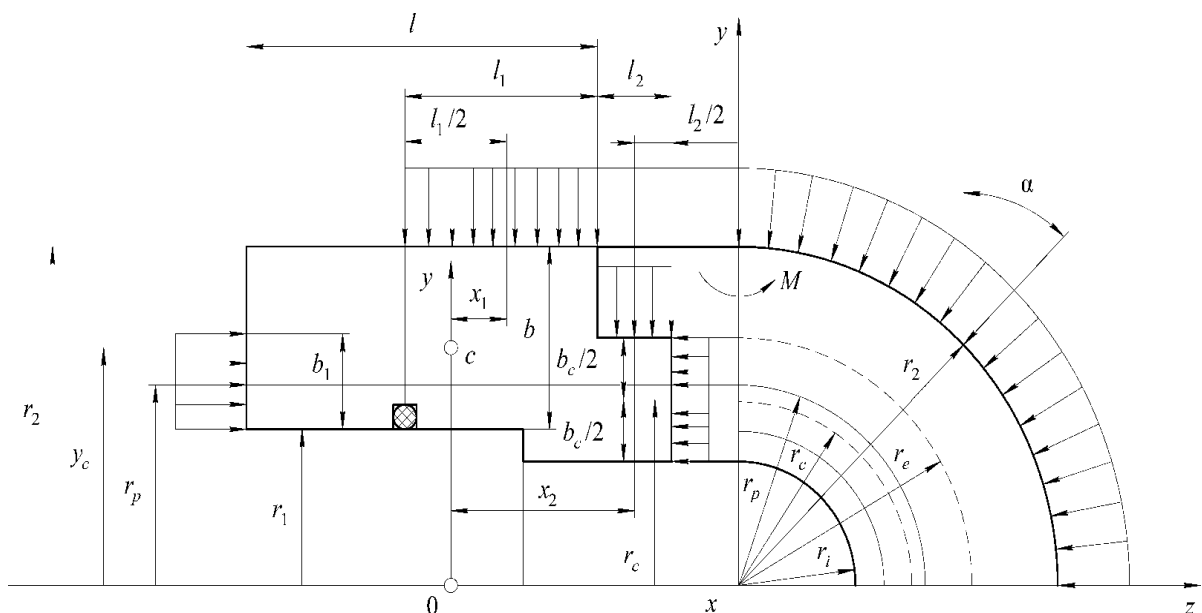


Рис. 2.14. Схема деформацій кільця ущільнювача

Якщо перетин кільця близький до прямокутної форми, то $I_y = bl^3/12$, $dS = bdx$, $y_c = 0,5(r_1 + r_2)$, при постійному по перетину модулю пружності і коефіцієнту лінійного розширення температурна складова кута повороту перетину обчислюється за формулою

$$\phi_t = \frac{6\beta(r_1 + r_2)}{l_3} \int_0^l \theta(x) x dx, \quad (2.79)$$

а з урахуванням виразу (2.70) для розподілу температури по довжині кільця

$$\phi_t = \frac{12\beta\theta_0(r_1 + r_2)}{m^2 l^3} \frac{\text{sh}^2(ml/2)}{\text{ch}(ml)}. \quad (2.80)$$

Останньою формулою можна користуватися для орієнтовної оцінки температурної деформації.

Момент M_r щодо осі Oy радіальних сил тиску, що діють на циліндричну поверхню з радіусом r_2 , довжиною l_1 , отримаємо, якщо підсумуємо моменти проєкцій елементарних сил тиску на площину xOz : $dM_r = -p_1 l_1 r_2 x_1 \sin \alpha d\alpha$. Сумарний момент на двох циліндричних поверхнях дорівнює

$$M_r = \int_0^{\pi/2} dM_r = -p_1 (l_1 r_2 x_1 + l_2 r_e x_2). \quad (2.81)$$

Якщо при обчисленні моментів радіальних сил змінюються проєкції елементарних сил тиску, то при обчисленні моменту осьових сил змінним є плече елементарної сили:

$$dM_a = p_1 b_1 r_p^2 \sin \alpha d\alpha - p_c b_c r_c^2 \sin \alpha d\alpha.$$

З огляду на те, що $p_c = kp_1$, $k = S/S_c = b_1 r_p / b_c r_c$,

$$M_a = p_1 (b_1 r_p^2 - k b_c r_c^2) = p_1 b_1 r_p^2 (1 - r_c / r_p). \quad (2.82)$$

З формули (2.82) видно, що момент осьових сил залежить від коефіцієнта навантаження. Для розвантажених (див. рис. 2.10) ущільнень $k < 1$, $r_p > r_c$, $M_a > 0$; для нерозвантажених $-k < 0$, $r_p < r_c$, $M_a < 0$. Якщо $k = 1$, то $r_p = r_c$, $M_a = 0$. Таким чином, модуль моменту осьових сил тим більше, чим більше коефіцієнт навантаження відрізняється від одиниці.

Для зменшення моменту радіальних сил необхідно підбирати кільце так, щоб зміщення x_1 центру радіального навантаження відносно центра ваги перетину було мінімальним [52].

Сумарний кут повороту перетину (2.77) визначається алгебраїчною сумою моментів або алгебраїчною сумою відповідних складових кута повороту ($\phi = \phi_t + \phi_p$). Завдяки цьому можливості зменшення сумарних деформацій кільць розширюються: температурні деформації можна компенсувати силовими деформаціями. За сумарним кутом повороту перетину можна визначити зміщення зовнішніх точок контактної поверхні щодо внутрішніх:

$$\delta = \phi b_c. \quad (2.83)$$

На підставі багаторічного досвіду розробки і експлуатації торцевих ущільнень в різноманітних умовах [140], гранично допустиме значення δ визначають зі співвідношення $\delta / r_e \leq 1,2 \cdot 10^{-4}$.

Додатним зрушенням відповідає розкриття торцевого зазору з боку більшого радіусу r_e контактної поверхні.

2.4.8. Силві деформації кільць ущільнення

На кільця торцевих ущільнень при навантаженні тиском ущільнюваного середовища діють осесиметричні радіальні і осьові сили, а також згинальні моменти.

Для розрахунку деформацій в тілі кільць під впливом тиску ущільнюваного середовища застосовують теорію осесиметричних деформацій кільцевих деталей при малих переміщеннях, яка заснована на наступних припущеннях:

- форма поперечного перерізу кільця залишається незмінною і при навантаженні перетину лише повертається в своїй площині відносно центра ваги;
- напружений стан в будь-якій точці кільця одновісний, тобто кільцеві волокна деформуються в окружному напрямку і не надають силового впливу одне на одного. Розглянемо типове за формою кільце розвантаженого торцевого ущільнення, наведене на рис. 2.15.

Для обчислення напружень в тілі кільця необхідно знати положення нейтральної лінії O_0r_0 , яке залежить від характеру і величини навантаження кільця. Від цієї лінії відраховуються координати z_0 точок в кільці і кут повороту ϕ його перетину при розрахунку величин деформування кільця. Положення нейтральної лінії визначається по напруженням в поперечному перерізі кільця. Останні, в свою чергу, пов'язані з зовнішнім навантаженням і можуть бути знайдені з рівнянь рівноваги половини кільця від радіальних сил і моментів навантажувальних сил.

Нормальні сили F_N і згинальні моменти M для окремих випадків навантаження наведені у вигляді, зручному для застосування при складанні рівнянь рівноваги (рис. 2.16) [52].

Для ущільнень швидкохідних валів з частотою обертання понад 100 м/с треба враховувати вплив інерційного навантаження на деформування обертового кільця торцової пари.

Цей вплив слід враховувати в рівнянні радіальних сил членом

$$N_{ин} = \int_{r_1}^{r_2} \rho \omega^2 z_i r^2 dr, \quad (2.86)$$

а в рівнянні згинальних моментів членом

$$M_{ин} = \int_{r_1}^{r_2} \rho \omega^2 z_i (z_{i2} - z_{i1}) r^2 dr, \quad (2.87)$$

де ρ - щільність матеріалу кільця; ω - кутова частота вала; r - радіальна координата обраного i -го прямокутника розбиття перетину кільця.

При дії осесиметричного навантаження в поперечних перетинах кільця виникають тільки нормальні напруги. Ці напруги можуть бути додатними або від'ємними; в точках нейтральної лінії напруги рівні 0.

Відносна деформація кільцевого волокна в тілі кільця

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta r}{r} = \frac{\phi z_0}{r}, \quad (2.88)$$

де z_0 - відстань від розглянутої точки в перетині кільця до нейтральної лінії; ϕ - кут повороту перетину кільця.

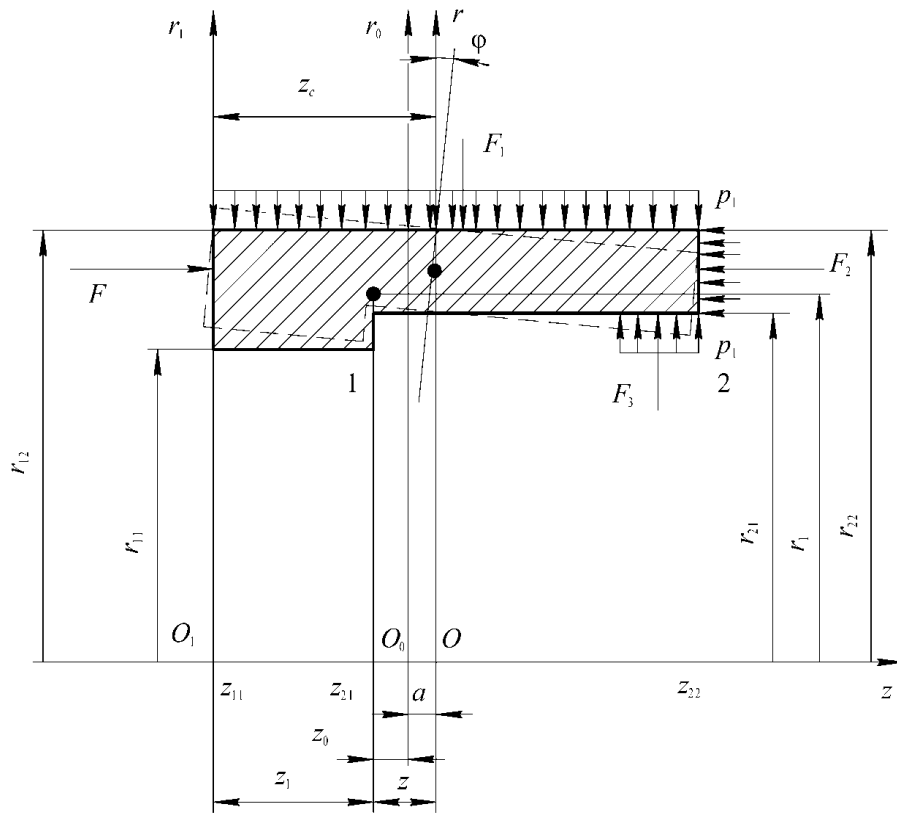


Рис. 2.15. Розрахункова схема для кільця торцевого ущільнення в разі навантаження його перепадом тиску:

p_1 - тиск ущільнюваного середовища; F - навантажуюча сила; r, z - радіальна і поздовжня осі і координати точок кільця; ϕ - кут повороту перетину кільця; O, O_0, O_1 - початкові координати обраних осей; c - центр мас перетину кільця

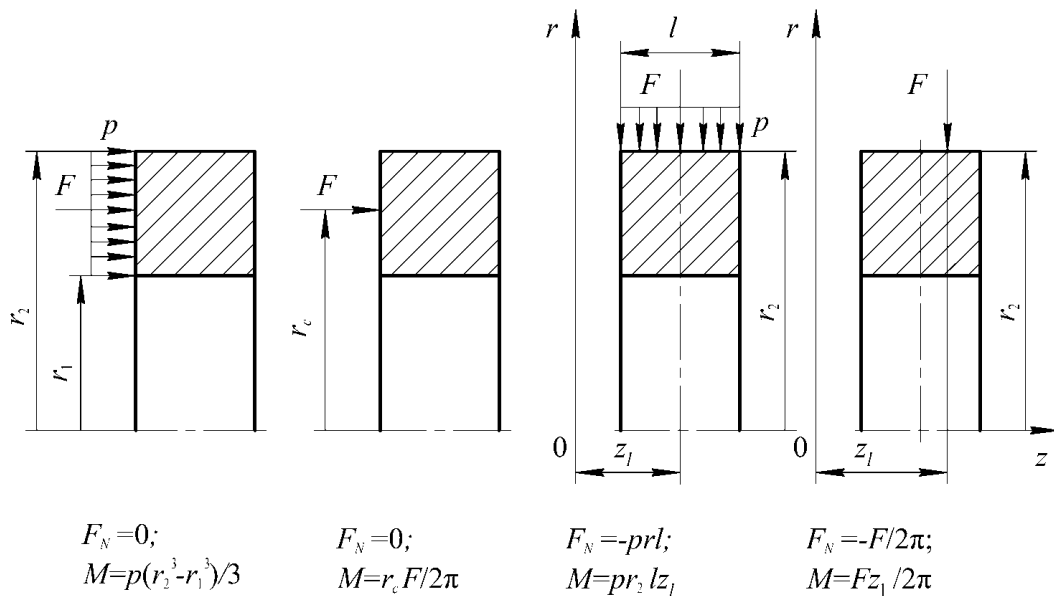


Рис. 2.16. Нормальні сили F_N і згинальні моменти M в поперечному перерізі кільця для окремих випадків навантажень

Відповідно окружне напруження

$$\sigma_i = \varepsilon_i E = \frac{\phi z_0 E}{r}; \quad (2.89)$$

де E - модуль пружності матеріалу.

З урахуванням залежності (2.89) отримаємо:

$$F_N = \phi E \int_S \frac{z_0 dS}{r}; \quad M = \phi E \int_S \frac{z_0 z dS}{r}. \quad (2.90)$$

Відстань між віссю Or і нейтральною лінією $O_0 r_0$ позначимо через a . Тоді відстані z від головної осі до будь-якої точки в перетині кільця можна виразити через відстані її $z_0 = z - a$ від нейтральної лінії $O_0 r_0$, і рівняння (2.90) приймають вид:

$$F_N = \phi E \left[\int_S \frac{dS z}{r} - a \int_S \frac{dS}{r} \right];$$

$$M = \phi E \left[\int_S \frac{dS z^2}{r} - a \int_S \frac{dS z}{r} \right].$$

Використовуючи введені позначення I_1 , I_2 , I_3 і вважаючи $I_2 = 0$, так як вісь Or - головна, отримаємо

$$F_N = -\phi E a I_1, \quad M = \phi E I_3. \quad (2.91)$$

Звідси кут повороту перетину кільця щодо його центру мас s :

$$\phi = \frac{M}{E I_3}, \quad (2.92)$$

і відстань до нейтральної лінії

$$a = -\frac{F_N}{E I_1 \phi} = -\frac{F_N I_3}{M I_1}. \quad (2.93)$$

Використовуючи залежність (2.89), можна отримати напругу для будь-якої точки перетину:

$$\sigma_i = \frac{M z_0}{r I_3} + \frac{F_N}{r I_1}. \quad (2.94)$$

Якщо нормальна сила N в перерізі дорівнює 0, то кільце відчуває тільки вигин, тобто $a = 0$ і нейтральна лінія O_0r_0 збігається з головною віссю Or перетину; якщо $M = 0$, напруга в тілі кільця не залежить від координати z .

Наведені вище залежності дозволяють визначити основні характеристики торцевого ущільнення: витік, несучу силу в щілині, момент тертя і епюру тиску при відомій формі радіальної щілини.

Виходячи з описаної вище моделі торцевого ущільнення і запропонованих рекомендацій щодо розрахунку вузла, завдання розробника полягає в такому конструюванні елементів деталей вузла ущільнення, щоб рівень і вид деформацій кілець від тиску середовища і температурних факторів забезпечили необхідну розрахункову оптимальну форму щілини в торцевому ущільнюючому стику пари кілець. Форми ущільнюючих поверхонь повинні забезпечити можливість постачання пари тертя змащенням, що відповідає умовам навантаження і гарантує рідинний режим тертя при роботі на номінальних параметрах, а також прийнятні величини і високу стабільність робочих характеристик торцевого ущільнення.

У Додатку А (таблиці А1, А2) наведено порівняння розрахункових даних з результатами експериментів [55]. Порівняльна оцінка даних показує, що точність розрахункового визначення температурного поля кілець при обробці експериментальних даних знаходилася в межах 8%.

На основі створених математичних моделей розроблено чисельні методи розрахунку торцевих ущільнень на етапі проектування [24,25,150,151], які дозволяють за заданими робочими характеристиками отримувати конструктивні параметри ущільнень, оптимізувати їх конструкцію і прогнозувати ресурс вузла.

Слід зазначити, що розроблені розрахункові залежності працюють у межах величини чинника Pv не більше 150 МПа м/с. При перевищенні цього показника доцільне використання безконтактних ущільнень, або взамін механічних торцевих ущільнень або як передвключених. Більш детально використання ущільнень в складних системах розглянуто у Розділі 6.

2.5. Ущільнення з саморегульованим моментом тертя

Органічним недоліком як механічних і сальникових ущільнень є залежність контактного тиску від ущільнюваного. Через це діапазон надійної роботи таких ущільнень обмежується порівняно вузькою областю поблизу розрахункового значення ущільнюваного тиску. Цей недолік усувається в конструкціях ущільнень з саморегульованим моментом в парі тертя [74, 75].

2.5.1. Модель і принцип роботи саморегульованого контактного ущільнення

В ущільненнях з саморегулюванням (рис. 2.17) [74] забезпечується автоматизм роботи, обумовлений введенням від'ємного зворотного зв'язку між моментом тертя в контакті і зусиллям підтискання пари тертя. Під дією підвищення ущільнюваного перепаду тиску або появи зони збідненого змащення в торцевому контакті рідинний режим тертя змінюється на граничне або сухе тертя.

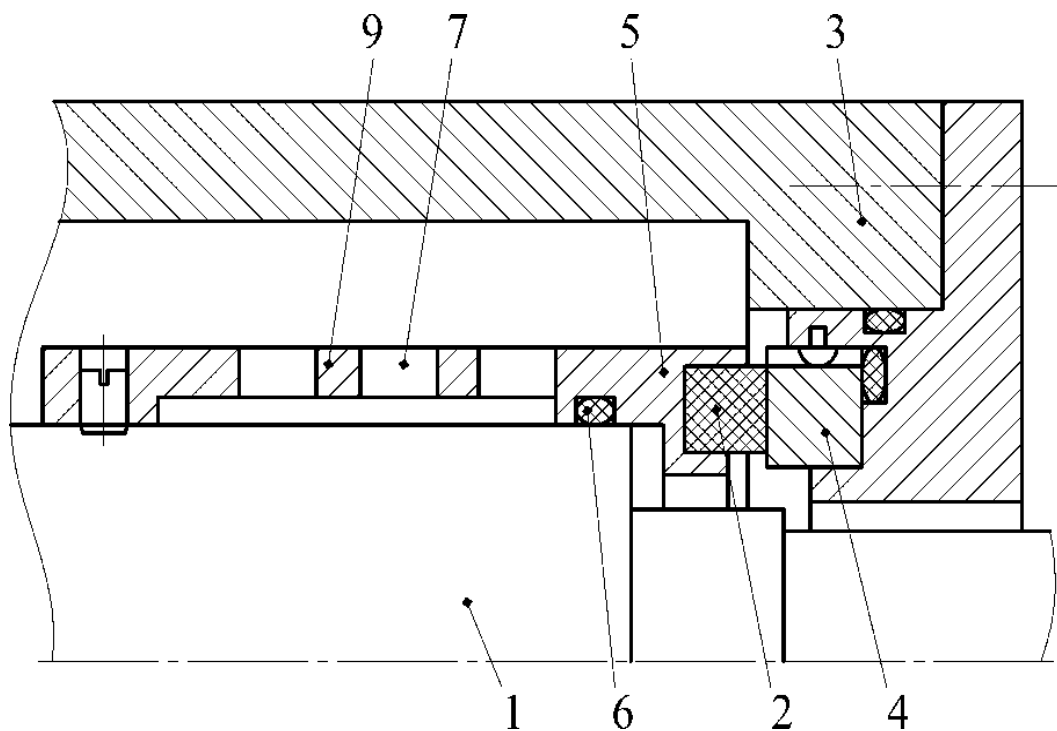


Рис. 2.17. Саморегульоване торцеве ущільнення

В контактній парі «кільце 2 - кільце 4» виникає момент сил тертя ковзання. Під дією цього моменту швидкість обертання кільця 2 стає менше, ніж швидкість обертання втулки 5, закріпленої на валу 1, що обертається разом з ним. Кільце 2 гальмується, в результаті відбувається скручування розрізної втулки 5, що викликає зменшення її осьової довжини. Тиск в стику зменшується, мікротрощини в парі тертя збільшуються, мастильний шар відновлюється, настає режим рідинного тертя і прорізна втулка 5, закручена на деякий кут, повертає кільце 2 в початкове положення. У разі, якщо прорізна втулка 5 закріплена на корпусі 3, механізм роботи ущільнення аналогічний.

Подібним чином можна регулювати момент тертя в різних конструкціях контактних ущільнень. Запропонований принцип регулювання допускає різні варіанти виконання, що відрізняються механізмом перетворення повороту аксіально-рухомого кільця в його осьовий зсув, тобто механізмом зворотного зв'язку [87].

2.5.2. Розрахунок статичних характеристик саморегульованих ущільнень

Розглянемо розрахунок статичних характеристик на прикладі торцевих сальникових ущільнень з саморегулюванням моменту тертя [87] (рис. 2.19). Зворотній зв'язок в таких ущільненнях забезпечується тим, що одне з кілець пари тертя не зафіксовано жорстко від повороту щодо корпусу, а пов'язано з ним пружними елементами, розташованими похило під кутом до поздовжньої осі вала. Кільце під дією моменту тертя повертається в бік обертання вала. При цьому пружні елементи згинаються і стягують його уздовж осі на себе, зменшуючи тиск підтискання і знижуючи момент тертя в контакті. Таким чином, пружні елементи забезпечують від'ємний зворотний зв'язок між силою тертя і контактним тиском.

Методику розрахунку проілюструємо на більш простій моделі торцевого ущільнення (рис. 2.20).

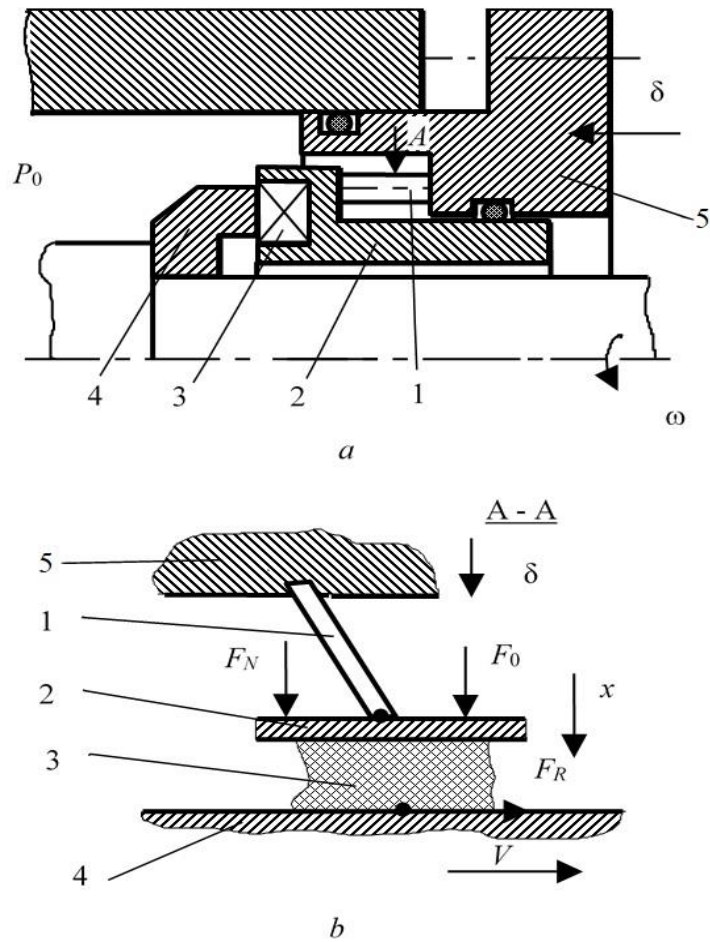


Рис. 2.19. Розрахункова схема моделі торцевого сальникового ущільнення з саморегульованим моментом тертя

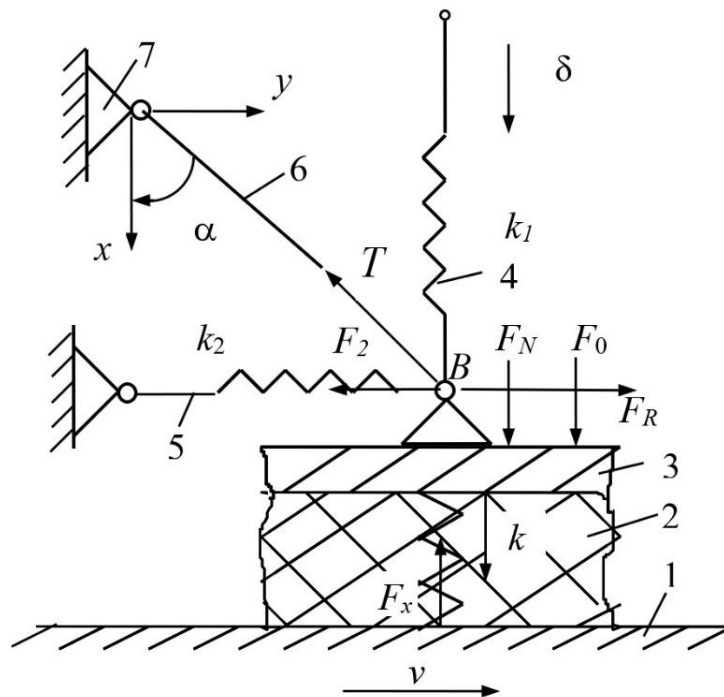


Рис. 2.20. Спрощена розрахункова модель саморегульованого торцевого ущільнення

Секторний елемент $Rd\varphi$ пружної набивки 2 з коефіцієнтом жорсткості k притискається до опорного диску 1 вертикально і горизонтально розташованими пружними елементами 4,5 (з коефіцієнтами жорсткості k_1, k_2) і силою тиску ущільнюваного середовища $F_0 = A_1 P_0$. Від повороту обойми 3 сальникової набивки утримується похилими жорсткими стрижнями 6, які шарнірно кріпляться до обойми 3 і до кришки 7. Стрижні 6 реалізують зворотний зв'язок між силою тертя і силою нормального тиску набивки на опорний диск 1: сила тертя прагне повернути стрижні проти годинникової стрілки, долаючи зусилля пружних елементів, а це веде до зменшення контактної сили тиску і, відповідно, сили тертя.

Регульованою величиною є сила тертя F_R , заданою дією - деформації δ пружних елементів 4, зовнішнім впливом - ущільнюваний тиск P_0 або сила тиску F_0 .

Запишемо умови рівноваги набивки в вертикальному і горизонтальному напрямках і закон сухого тертя:

$$F_0 + F_N = F_x + T \cos \alpha, \quad F_R = F_2 + T \sin \alpha, \quad F_R = f F_x. \quad (2.95)$$

$$F_N = k_1 (\delta - u_1), \quad F_2 = k_2 u_2, \quad F_0 = A_1 P_0, \quad F_x = k u_1. \quad (2.96)$$

$$u_1 = x - x_0, \quad T = t_c, \quad x_0 = l \cos \alpha_0, \quad u_2 = y - y_0, \quad y = l \sin \alpha, \quad p_{2p}, \quad (2.97)$$

де індексами 0 відзначені початкові значення відповідних величин, u_1 - осьова деформація кільця пари тертя, u_2 - горизонтальний зсув точки B . В якості початкового будемо приймати ненавантажений стан пари тертя, коли зовнішні впливи δ і P_0 дорівнюють нулю.

При цьому

$$u_{10} = u_{20} = 0, \quad F_{x0} = F_{R0} = F_{N0} = F_{20} = 0.$$

З рівнянь (2.95) знайдемо

$$F_x = \frac{(F_N + F_0) \operatorname{tg} \alpha + F_2}{f + \operatorname{tg} \alpha},$$

а з формули (2.96) для сил визначимо деформацію кільця пари тертя

$$u_1 = \frac{(k_2 \delta + F_0) \operatorname{tg} \alpha + k_2 u_2}{k(f + \operatorname{tg} \alpha) + k_1 \operatorname{tg} \alpha}.$$

Останній вираз з урахуванням (2.97) приводиться до трансцендентного рівняння відносно α :

$$l(\cos \alpha - \cos \alpha_0) [k(f + \operatorname{tg} \alpha) + k_1 \operatorname{tg} \alpha] = (k_1 \delta + F_0) \operatorname{tg} \alpha + k_2 l (\sin \alpha - \sin \alpha_0). \quad (2.98)$$

Після прикладення зовнішнього навантаження кільце пари тертя стискається і стрижні б повертаються на кут $\alpha = \alpha_0 + \delta\alpha$. Оскільки осьовий стиск кільця, що знаходиться в об'ємному напруженому стані, малий в порівнянні з його первісною товщиною, зміна кута α - також мала величина. На цій підставі рівняння (2.98) можна привести до вигляду:

$$-l \sin \alpha_0 [k(f + \operatorname{tg} \alpha_0) + k_1 \operatorname{tg} \alpha_0] \delta\alpha = (k_1 \delta + \delta F_0) \operatorname{tg} \alpha_0 + k_2 l \cos \alpha_0 \delta\alpha,$$

з якого знаходимо

$$\delta\alpha = \frac{k_1 \delta + A_1 P_0}{l \cos \alpha_0} \frac{1}{k(f + \operatorname{tg} \alpha_0) + k_1 \operatorname{tg} \alpha_0 + k_2 \operatorname{ctg} \alpha_0}. \quad (2.99)$$

У початковому ненавантаженому стані сила тертя дорівнює нулю, тому з формули

$$F_R = fF_x = fkl(\cos \alpha - \cos \alpha_0),$$

знаходимо

$$\delta F_R = -fkl \sin \alpha_0 \delta\alpha,$$

а з урахуванням (2.99)

$$\delta F_R = \Phi \delta F_R^*, \quad (2.100)$$

$$\text{де } \delta F_R^* = \frac{f(k_1 \delta + A_1 \delta P_0)}{1 + \frac{k_1}{k}}, \quad \Phi = \left[\left(1 + \frac{k_2}{k + k_1} \operatorname{ctg}^2 \alpha_0 \right) \left(1 + \frac{k}{k_2} f \operatorname{tg} \alpha_0 \right) \right]^{-1}.$$

Якщо початковий кут установки стрижнів $\alpha_0 = 0$, то коефіцієнт передачі Φ стає рівним нулю, так як все зовнішнє навантаження сприймається силою натягу стрижнів і на кільця пари тертя не передається. Інший крайній випадок маємо, коли $\alpha_0 = 90^\circ$. При цьому відсутній зворотний зв'язок і $\Phi = 1$, тобто все зовнішнє навантаження передається на кільця пари тертя, а приріст сили тертя поблизу ненапруженого стану прямо пропорційний збільшенню зовнішнього навантаження.

2.5.3. Потужність тертя і тепловий розрахунок

Потужність тертя по торцовій контактній поверхні ущільнення із середнім радіусом r_m при частоті обертання ω можна обчислити, використовуючи формулу

$$N_R = F_R r_m \omega. \quad (2.101)$$

Практичний інтерес представляє аналіз впливу саморегулювання на зниження втрат потужності на тертя в контактному ущільненні. Підставивши вираз (2.100) в формулу (2.101), отримаємо залежність для обчислення зменшення потужності тертя в ущільненні з саморегулюванням

$$\delta N_R = \delta F_R^* \Phi r_m \omega.$$

Орієнтовну оцінку температури в зоні тертя можна отримати, якщо знехтувати відведенням тепла через поверхні опорного диска і сальникової набивки, тобто вважати, що тепловідвід здійснюється тільки витоками через ущільнення:

$$N_Q = \rho c Q \Delta t, \quad (2.102)$$

де ρ , c - щільність і питома теплоємність ущільнюваної рідини, Q - протікання, Δt - приріст середньої температури контактних поверхонь по відношенню до температури рідини на вході в зону тертя. Порівнюючи (2.101) і (2.102), отримаємо

$$\Delta t = \frac{F_R}{\rho c Q} r_m \omega = \frac{fkl \cos \alpha_0}{\rho c Q} r_m \omega. \quad (2.103)$$

Як правило, протікання через ущільнення при постійному контактному тиску залежать від ущільнюваного тиску. На ламінарних режимах $Q = g P_0$, де g - провідність ущільнення. На жаль, виток через ущільнення, що входить в (2.103), не піддається теоретичній оцінці, тому в проектувальних розрахунках його доводиться приймати на підставі досвіду експлуатації подібних ущільнень в подібних умовах. Найчастіше вирішують зворотну задачу: з рівності (2.103) визначають витоки Q_* , необхідні для того, щоб приріст середньої температури на контактній поверхні не перевищував допустимого значення Δt^* .

Проведені дослідження показали, що контактні ущільнення, забезпечені системою саморегулювання підтискання, можуть тривалий час автоматично

підтримувати оптимальний режим тертя в контактній парі, знижуючи втрати потужності на тертя і істотно підвищуючи ресурс роботи вузлів.

Також слід зазначити, що застосування системи саморегулювання підвищує діапазон застосування контактних ущільнень з чинником Pv до 200 МПа м/с. Отримані розрахункові залежності працюють у вказаному діапазоні.

2.6. Висновки до другого розділу

1. Запропоновано класифікацію ущільнюючих систем роторних машин.
2. Створено модель сальникового ущільнення як поєднання кільцевого дроселя зі змінним зазором і ділянки контакту набивки з валом. Ділянка контакту утворюється за рахунок стиснення набивки при монтажі і, головним чином, за рахунок її деформацій тиском ущільнюваної рідини на ділянці зазору. Витоки обумовлені фільтраційним плином через мікроканали на ділянці контакту.
3. Виконано аналітичний і чисельний аналіз сальникового ущільнення: вирішена задача гідропружності набивки і отримані аналітичні залежності, що описують розподіл зазору і тиску рідини по довжині пакета набивки; чисельними методами визначено співвідношення довжин ділянок зазору і контакту, а також розподіл контактного тиску в залежності від тиску ущільнюваної рідини, розмірів і фізико-механічних властивостей набивки; отримані формули для обчислення протікання рідини через радіальне сальникове ущільнення. Враховано радіальні і кутові зміщення осі валу щодо осі сальникової коробки, які призводять до виникнення додаткових контактних тисків набивки на вал.
4. Проведені дослідження доводять, що вирівнювання контактних тисків не тільки по довжині пакета набивки, але і по колу є суттєвим резервом підвищення ресурсу ущільнення.
5. Розроблено модель торцевого сальникового ущільнення та виконано аналіз розподілу гідростатичного тиску і зазору по радіусу стику. Отримано вирази для визначення втрат потужності на тертя і проведено їх порівняння з

- втратами потужності в традиційній конструкції радіального сальника. Запропоновано залежності для проведення теплового розрахунку торцевого сальникового ущільнення.
6. Розроблена модель і методика розрахунку робочих параметрів торцевого механічного ущільнення, як динамічної системи, дозволяє враховувати експлуатаційні фактори на етапі його проектування.
 7. З метою забезпечення успішної розробки працездатних вузлів торцевих ущільнень вирішені задачі розрахунку тепловиділень і деформацій в ущільнювальній парі, що особливо важливо для високонавантажених швидкохідних ВМ, при роботі яких високе тепловиділення в торцевих щілинах ущільнюючих вузлів викликає значні температурні деформації ущільнюючих поверхонь кілець торцевої пари.
 8. Проведені дослідження показали, що виконання торцевої пари повинно забезпечувати конфузорну форму ущільнювальної щілини на всіх режимах роботи торцевого ущільнення і осесиметричні поля тисків при обертанні ротора.
 9. Розроблено принцип саморегулювання роботи контактних ущільнень, на який отримано патент на винахід.
 10. Аналіз контактних ущільнень, забезпечених системою саморегулювання підтискання, показав, що вони можуть тривалий час автоматично підтримувати оптимальний режим тертя в контактній парі, знижуючи втрати потужності на тертя і істотно підвищуючи ресурс роботи вузлів.
 11. Здійснено статичний розрахунок ущільнень з системами саморегулювання тиску. Отримано аналітичні залежності для розрахунку характеристик ущільнень з системою саморегулювання, що дає можливість враховувати експлуатаційні параметри на етапі їх проектування.

РОЗДІЛ 3

МОДЕЛЮВАННЯ ЩІЛИННИХ УЩІЛЬНЕНЬ З УРАХУВАННЯМ ЇХ ВПЛИВУ НА ДИНАМІКУ РОТОРА

3.1. Принцип роботи і призначення щілинних ущільнень

Щілинні ущільнення - це кільцевий (рис. 3.1, *a*) або торцовий (Рис. 3.1, *b*) канали (гідравлічні дроселі) з порівняно малим зазором між ущільнювальними поверхнями (стінками). У напрямку нормалі до потоку щілинні ущільнення підрозділяють на радіальні або кільцеві (*a*) і аксіальні або торцові (*b*). Часто в конструкції вузла щілинного ущільнення присутні і радіальні, і аксіальні елементи.

Щілинні дроселі розділяють порожнини, в яких ущільнюване середовище знаходиться під різним тиском. Витоки обмежуються за рахунок витрат потенційної енергії тиску на подолання місцевих опорів, опору тертя по довжині каналу, а іноді і інерційного опору. Чим більше ці витрати, тим менша частка потенційної енергії переходить в кінетичну енергію потоку, тим менше середня швидкість рідини в каналі і її витоки. Таким чином, щілинні ущільнення не усувають повністю, а лише обмежують витоки.

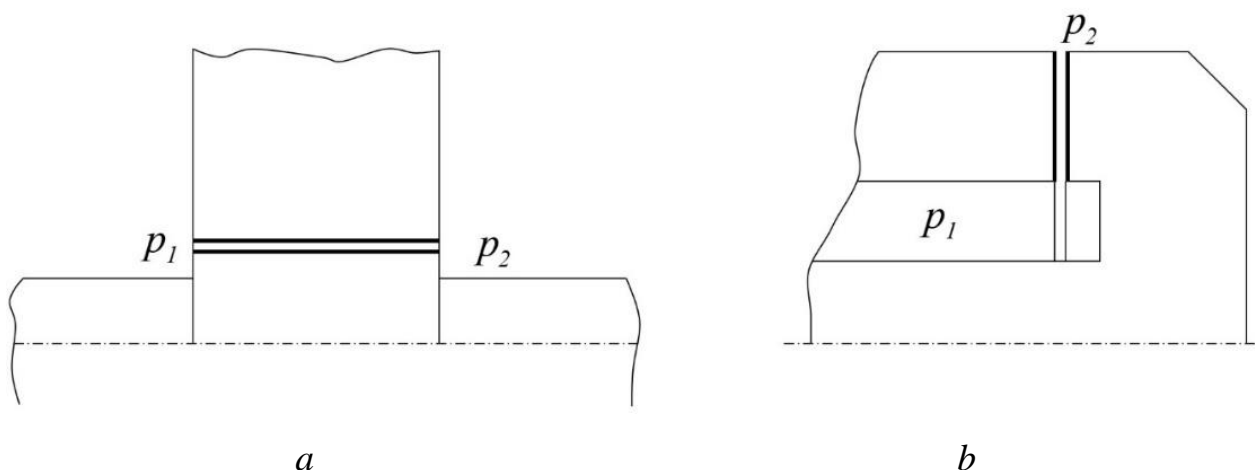


Рис. 3.1. Схеми щілинних ущільнень: *a* - радіального (кільцевого); *b* - аксіального (торцового)

Щілинні ущільнення є найбільш простими і надійними, тому що найчастіше не вимагають додаткових деталей: ущільнюючий зазор утворюється корпусом і валом.

Для них не виникає проблем охолодження, оскільки тепло, що виділяється через рідинне тертя в зазорі незначне і ефективно відводиться немінучими витоками. Ресурс - час напрацювання до досягнення неприпустимих витоків, обумовлених збільшенням радіальних зазорів. При відсутності контакту між стінками зазору величина його збільшується лише в результаті ерозійного зношування, а це процес повільний і прогнозований, особливо якщо ущільнюване середовище не містить абразивних частинок. Щілинні ущільнення реверсивні, тобто зберігають працездатність при зміні знака перепаду тиску (при зміні напрямку протікання), а також при зміні напрямку обертання ротора.

Зазначені позитивні якості реалізуються за умови збереження безконтактного режиму роботи, коли немає небезпеки задирів. А для цього потрібно, щоб вихідна величина зазору (для радіальних ущільнень) перевищувала сумарний ексцентриситет вала щодо ущільнювального кільця. Ексцентриситет може з'явитися через похибки виготовлення і збірки (биття, радіальна і кутова неспівосності), в результаті силових і температурних деформацій, а також з-за вібрацій вала. З цих міркувань зазор доводиться призначати в межах не менше 0,2-0,4 мм.

3.2. Узагальнена розрахункова модель щілинного ущільнення

На рис. 3.2 показана розрахункова модель щілинного ущільнення, яка представляє собою кільцевий дросель, утворений внутрішнім циліндром (валом) з малим кутом конусності ϑ_A і зовнішнім циліндром з кутом конусності ϑ_B ; $\vartheta_0 = \vartheta_B - \vartheta_A$ - сумарний кут конусності каналу.

Як параметр конусності каналу прийнято

$$\theta_0 = \vartheta_0 l / 2H, \quad |\theta_0| \leq 1 \quad (3.1)$$

Вал і втулка обертаються навколо власних осей з частотами власного обертання ω_1, ω_2 . Самі осі обертаються навколо нерухомого центру O з частотами прецесії Ω_1, Ω_2 , а також здійснюють радіальні і кутові коливання. Силові характеристики отримані для ламінарних і турбулентних режимів течії з урахуванням місцевих опорів і з урахуванням закрутки потоку на вході в зазор. Режим течії характеризується

постійними C, n узагальненої формули Блазіуса для коефіцієнта опору тертя $\lambda = C Re^{-n}$. Місцеві опори визначаються відносними коефіцієнтами гідравлічних втрат

$$\chi_1 = \zeta_{11}/\zeta, \chi_2 = \zeta_{12}/\zeta, \zeta = \zeta_{11} - \zeta_{12} + \zeta_2, \zeta_2 = \lambda l/2H, \quad (3.2)$$

де ζ_{11}, ζ_{12} – коефіцієнти місцевих гідравлічних втрат на вході в зазор і на виході з нього; ζ_2 – коефіцієнт гідравлічних втрат по довжині каналу. Для турбулентних течій на основі дослідних даних приймають $\zeta_{11} = 1,0 - 1,15$, $\zeta_{12} = 0,05 - 0,3$ [44, 48].

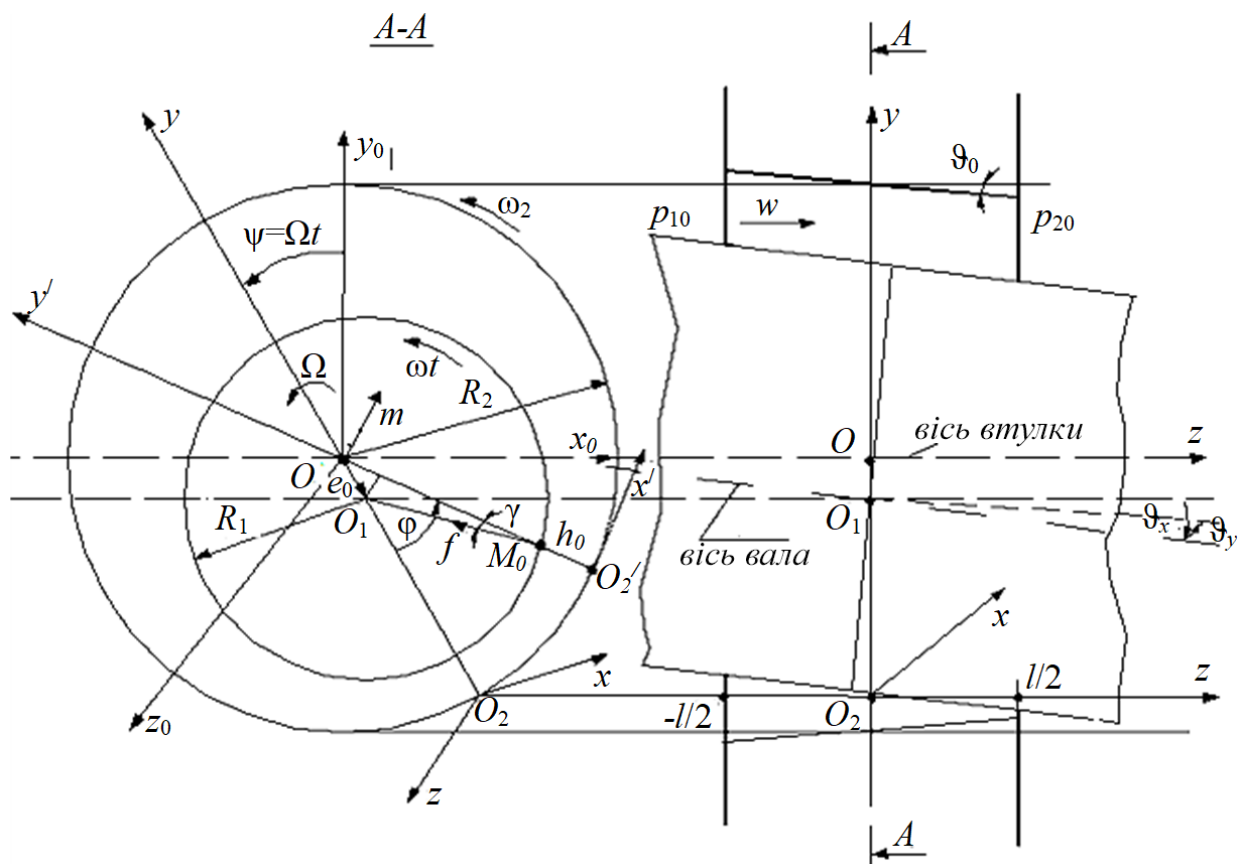


Рис. 3.2. Розрахункова схема щілинного ущільнення з рухомою втулкою

Для ламінарних течій коефіцієнт місцевих опорів визначався в роботі [59] на щілинних ущільненнях з кільцевими канавками. Результати показали, що в цьому випадку місцеві опори близькі до нуля. Тому при раптовому звуженні потоку на вході в зазор необхідно враховувати лише витрати потенційної енергії тиску на створення кінетичної енергії швидкісного потоку: $\Delta p_{11} = \zeta_{11} \rho w_1^2 / 2$, $\zeta_{11} \approx 1$; коефіцієнт втрат на виході $\zeta_{12} \approx 0$.

Початкова закрутка потоку оцінюється коефіцієнтом

$$\kappa = \omega_c / \omega_a, \text{ де } \omega_a = 0,5(\omega_1 + \omega_2), \quad (3.3)$$

ω_c - середня кутова швидкість рідини в каналі.

У традиційних конструкціях відцентрових насосів зовнішня втулка нерухома ($\omega_2 = 0$), тому $u_c = R_0 \kappa 0,5 \omega_1$. Якщо немає попередньої закрутки на вході, то $u_c = u_a$, $\kappa = 1$. Однак таке значення окружної швидкості досягається лише протягом деякого проміжку часу, що залежить від в'язкості рідини і зазору.

Під дією ущільнюваного перепаду тиску рідина з великою (до 70 м/с) осьовою швидкістю потрапляє в кільцевий зазор, утворений короткими ($l < 2R_0$) обертовими циліндрами. Завдяки в'язкості окружна швидкість часток, що примикають до обертових стінок, поступово поширюється на внутрішні шари. Час, протягом якого обсяг рідини, що потрапляє в канал, знаходиться в зазорі $T = l/w_0$. До кінця цього періоду поблизу виходу з каналу рідина набуває максимальну середню окружну швидкість. На ділянці входу в канал швидкість близька до нуля. Таким чином, середня окружна швидкість і коефіцієнт закрутки змінюються по довжині каналу.

При наявності осьової напірної течії на виході з каналу $\delta = \delta_{\max} = 4\sqrt{vT}/H = 4\sqrt{vl/w_0}/H$. Для типових параметрів щілинних ущільнень відцентрових насосів $\delta_{\max} \sim 0,5$; $\kappa_{\max} \sim 0,3$. У загальному випадку коефіцієнт закрутки може змінюватися в межах $0 < \kappa < 2$. Близькі до нуля значення відповідають зазорам, в яких спеціальними конструктивними заходами гальмується окружний потік (наприклад, зазори з нерухомими поздовжніми перегородками). У довгих каналах з навмисною закрутою потоку і порівняно малою осьовою швидкістю $1 < \kappa < 2$. Надалі, з огляду на наявність деякої початкової окружної швидкості на вході в зазор, велику осьову швидкість і малу довжину каналу будемо приймати орієнтовно $\kappa = 0,3$.

Оцінка силових характеристик для ламінарних і турбулентних режимів течії з урахуванням місцевих опорів і з урахуванням закрутки потоку на вході в зазор була проведена в роботі [48].

Надалі розглядається ротор, що обертається в двох симетрично розташованих щілинних ущільненнях з нерухомими зовнішніми обоймами ($\omega_2 = 0$), тому $\omega_a = 0,5\omega_1 = 0,5\omega$, де $\omega_1 = \omega$ – частота обертання ротора. Значення сил і моментів будемо подвоювати за кількістю ущільнень. Для зручності подальших перетворень будемо групувати складові по їх залежності від узагальнених координат (F_3^*, M_3^*) , узагальнених швидкостей (F_2^*, M_2^*) і узагальнених прискорень (F_1^*, M_1^*) :

$$-F_{1x}^* = 2k_g \ddot{u}_x, \quad -F_{1y}^* = 2k_g \ddot{u}_y, \quad -M_{1x}^* = -2k_g j \ddot{\theta}_x, \quad -M_{1y}^* = 2k_g j \ddot{\theta}_y \quad (3.4)$$

$$-F_{2x}^* = 2(k_d + k_g K_i \theta_0) \dot{u}_x + k_g \kappa \omega \dot{u}_y - \frac{2}{15} k_g \kappa \omega \theta_0 \dot{\theta}_x + \frac{4}{5} k_d \theta_0 \dot{\theta}_y, \quad (3.5)$$

$$-F_{2y}^* = -k_g \kappa \omega \dot{u}_x + 2(k_d + k_g K_i \theta_0) \dot{u}_y - \frac{4}{5} k_d \theta_0 \dot{\theta}_x - \frac{2}{15} k_g \kappa \omega \theta_0 \dot{\theta}_y, \\ -M_{2x}^* = j(2k_g \kappa \omega \theta_0 \dot{u}_x + 12k_d \theta_0 \dot{u}_y + 2k_d \dot{\theta}_x + k_g \kappa \omega \dot{\theta}_y), \\ -M_{2y}^* = j(-12k_d \theta_0 \dot{u}_x + 2k_g \kappa \omega \theta_0 \dot{u}_y - k_g \kappa \omega \dot{\theta}_x + 2k_d \dot{\theta}_y); \quad (3.6)$$

$$-F_{3x}^* = 2k_p (\theta_0 + N\chi_m) u_x + k_d \kappa \omega u_y - \frac{2}{5} k_d \kappa \omega \theta_0 \theta_x + 2k_p (1 + 2\Delta\chi) \theta_y, \quad (3.7)$$

$$-F_{3y}^* = -k_d \kappa \omega u_x + 2k_p (\theta_0 + N\chi_m) u_y - 2k_p (1 + 2\Delta\chi) \theta_x - \frac{2}{5} k_d \kappa \omega \theta_0 \theta_y,$$

$$-M_{3x}^* = j(-6k_d \kappa \omega \theta_0 u_x + 10k_p N\Delta\chi u_y - 20k_p \chi_m \theta_x + k_d \kappa \omega \theta_y), \quad (3.8)$$

$$-M_{3y}^* = j(-10k_p N\Delta\chi u_x - 6k_d \kappa \omega \theta_0 u_y - k_d \kappa \omega \theta_x - 20k_p \chi_m \theta_y).$$

Введемо позначення подвоєних коефіцієнтів сил

$$a_{11} = 2k_g, \quad a_{21} = 2(k_d + k_g K_i \theta_0), \quad a_{41} = k_g \kappa \omega, \quad \alpha_2 = \frac{2}{15} k_g \kappa \omega \theta_0, \quad \alpha_4 = \frac{4}{5} k_d \theta_0; \\ a_{31} = 2k_p (\theta_0 + N\chi_m), \quad a_{51} = k_d \kappa \omega, \quad \alpha_3 = \frac{2}{5} k_d \kappa \omega \theta_0, \quad \alpha_5 = 2k_p (1 + 2\Delta\chi). \quad (3.9)$$

Тепер вираження відносних сил і моментів для двох щілинних ущільнень приймають вид:

$$-F_{1x}^* = a_{11} \ddot{u}_x, \quad -F_{1y}^* = a_{11} \ddot{u}_y, \quad -M_{1x}^* = a_{11} j \ddot{\theta}_x, \quad -M_{1y}^* = a_{11} j \ddot{\theta}_y \quad (3.10)$$

$$-F_{2x}^* = a_{21} \dot{u}_x + a_{41} \dot{u}_y - \alpha_2 \dot{\theta}_x + \alpha_4 \dot{\theta}_y, \quad -F_{2y}^* = a_{41} \dot{u}_x + a_{21} \dot{u}_y - \alpha_4 \dot{\theta}_x - \alpha_2 \dot{\theta}_y, \quad (3.11)$$

$$-M_{2x}^* = j \left[15\alpha_2 \dot{u}_x + 15\alpha_4 \dot{u}_y + 2k_d \dot{\theta}_x + a_{4l} \dot{\theta}_y \right], \quad (3.12)$$

$$-M_{2y}^* = j \left[-15\alpha_4 \dot{u}_x + 15\alpha_2 \dot{u}_y - a_{4l} \dot{\theta}_x + 2k_d \dot{\theta}_y \right];$$

$$-F_{3x}^* = a_{31} u_x + a_{51} u_y - \alpha_3 \theta_x + \alpha_5 \theta_y, \quad -F_{3y}^* = -a_{51} u_x + a_{31} u_y - \alpha_5 \theta_x - \alpha_3 \theta_y,$$

$$-M_{3x}^* = j \left(-15\alpha_3 u_x + 5\alpha_5 \frac{N\Delta\chi}{1+2\Delta\chi} u_y - 10a_{31} \frac{\chi_m}{\theta_0 + N\chi_m} \theta_x + a_{51} \theta_y \right) \quad (3.13)$$

$$-M_{3y}^* = j \left(-5\alpha_5 \frac{N\Delta\chi}{1+2\Delta\chi} u_x - 15\alpha_3 u_y - a_{51} \theta_x - 10a_{31} \frac{\chi_m}{\theta_0 + N\chi_m} \theta_y \right).$$

3.3. Вплив щілинних ущільнень на динаміку ротора відцентрової машини. Гідромеханічна система «ротор - щілинні ущільнення»

Структура моделі гідромеханічної системи показана на Рис. 3.3. Радіальні (x, y) і кутові (θ_x, θ_y) коливання ротора багато в чому визначаються гідродинамічними силами (F) і моментами (M), що виникають в ущільнюючих зазорах (в кільцевих дроселях), а самі сили і моменти залежать від характеру руху ротора.

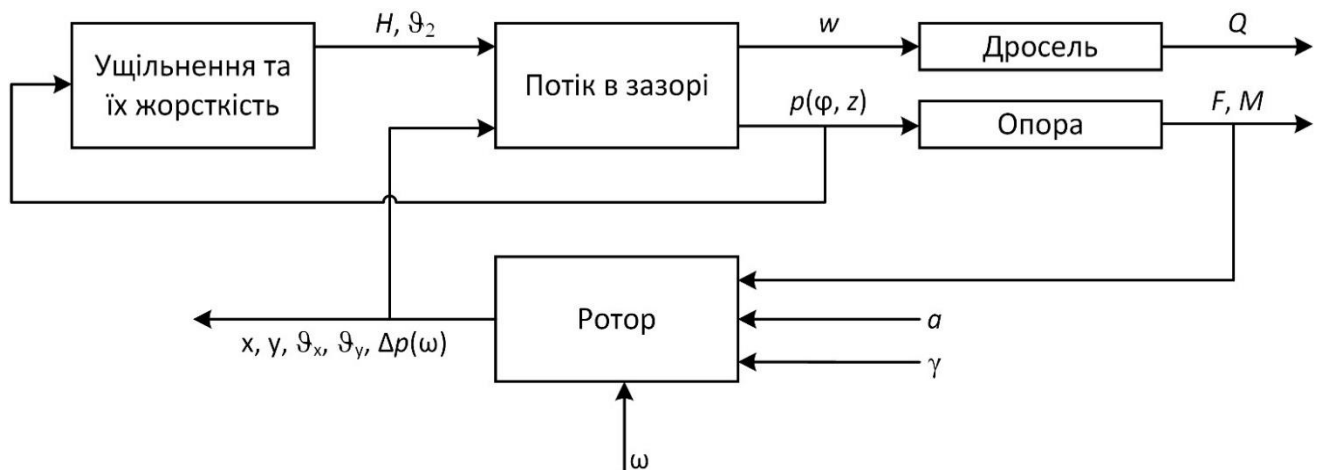


Рис. 3.3. Структурна схема моделі гідромеханічної системи «ротор - щілинні ущільнення»

Ще одна зворотний зв'язок існує між геометричною формою зазору (середній радіальний зазор H і конусність θ_2) і тиском в зазорі $p(z, \phi)$: деформації кілець

ущільнювачів визначаються розподілом тиску, а останній дуже чутливий до зміни величини і форми зазору.

Таким чином, при створенні щілинних ущільнень потрібно враховувати не тільки їх пряме призначення - зменшувати об'ємні втрати, але і не менш важливу їх функцію – забезпечувати необхідні вібраційні характеристики ротора.

3.4. Радіально-кутові коливання ротора в щілинних ущільненнях

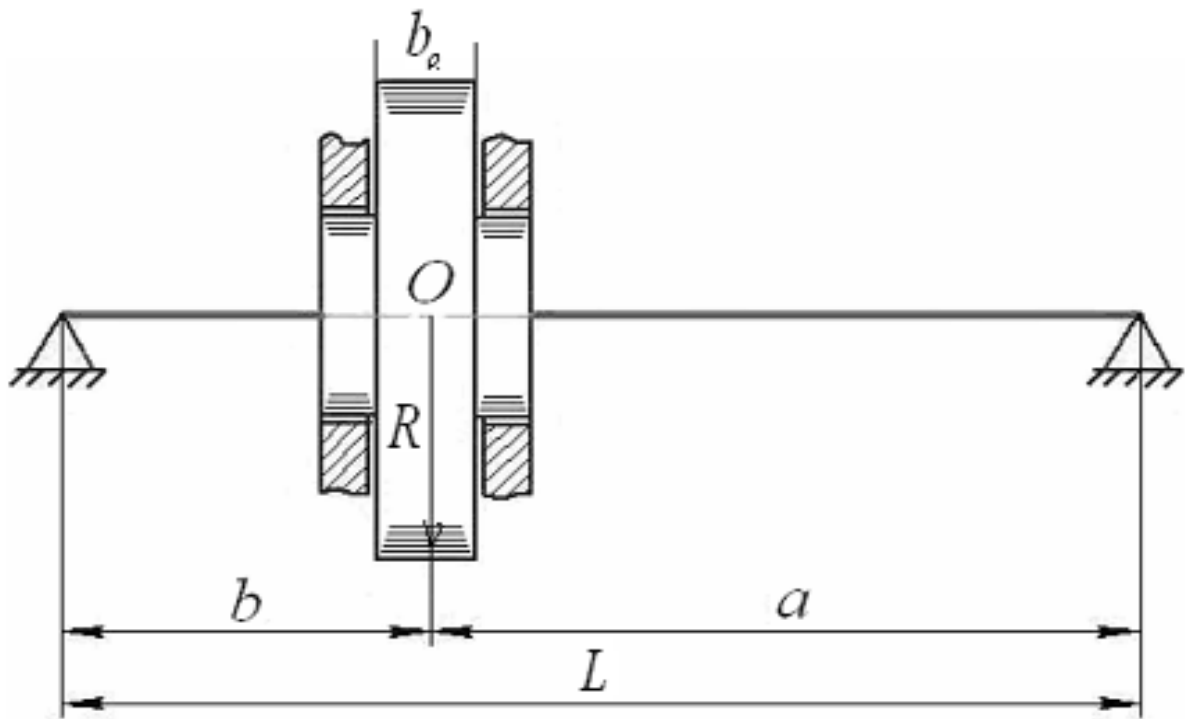
3.4.1. Постановка задачі

Розглядаються дві моделі однодискового ротора: з диском, розташованим між жорсткими опорами (рис. 3.4, *a*) несиметричного (модель Р-1), симетричного $a = b$ (модель Р-1с) і консольного (рис. 3.4, *b*, модель Р-2). По обидва боки диска (робочого колеса) розташовані однакові щілинні ущільнення.

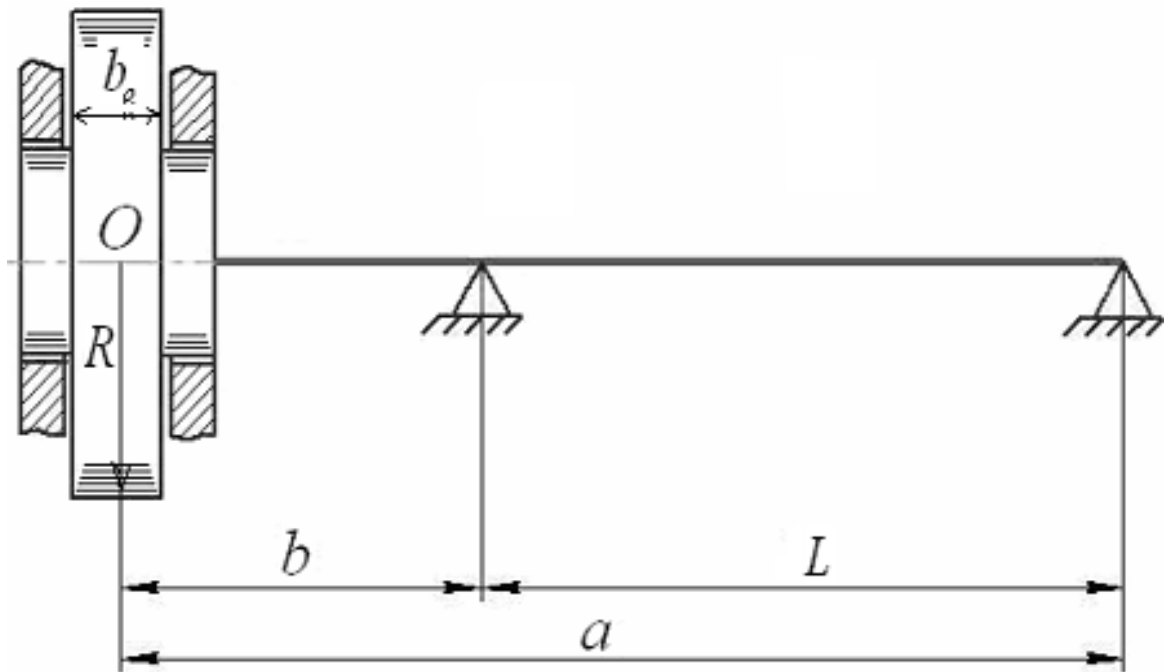
В обох моделях радіальні зміщення диска супроводжуються його поворотом в площині зігнутої осі вала. Інерційний опір повороту характеризується відповідним гіроскопічним моментом диска. Маса ротора зосереджена в центрі мас диска, а невагомий пружний вал обертається в жорстких опорах.

Ротор статично і динамічно нерівноважений: центр мас зміщений відносно геометричного центру на величину ексцентриситету $\vec{a}(a_x, a_y)$, який представляє статичну нерівноваженість. Головні центральні осі інерції диска через перекіс посадки або інші технологічні похибки відхилені від головних осей перерізу вала (головних осей жорсткості вала) на кути γ_x, γ_y , що характеризують динамічну нерівноваженість ротора. Параметри нерівноваженості вважаються заданими малими величинами. У моделях роторів одноступінчастих насосів, показаних на Рис. 3.4, робочі колеса розташовані між двома однаковими ущільненнями. Для симетричних статично нерівноважених роторів, наприклад, роторів насосів з колесом двостороннього входу, переважаючими є радіальні коливання. Незначні кутові коливання викликаються неминучою динамічною нерівноваженістю та можливими порушеннями симетрії ротора щодо поперечної вертикальної площини, що проходить через центр мас. В цьому випадку корисні попередні результати можна

отримати, розглядаючи тільки радіальні коливання. Коефіцієнти гідродинамічних сил при цьому потрібно подвоювати (по числу ущільнень).



a



b

Рис. 3.4. Принцип функціонування однодискового ротора в щілинних ущільненнях:
a - з диском між опорами (моделі Р-1, Р-1с); *b* - консольного (модель Р-2) з масою m , радіусом R і наведеною товщиною b_e

Інший крайній випадок переважно кутових коливань можливий для симетричного статично врівноваженого ротора під дією динамічної неврівноваженості. В цьому випадку необхідно подвоювати гідродинамічні моменти. Крім того, при перекосі осі ротора щодо осі ущільнень виникають радіальні гідродинамічні сили F_{su}^* , які відрізняються за величиною через відмінності ексцентриситетів, радіальних швидкостей і прискорень. Тому вони створюють додатковий момент щодо центру робочого колеса. Кути перекоосу в обох ущільненнях при однаково розташованих втулках залишаються однаковими, отже, складові сил, зумовлені кутовими коливаннями (з коефіцієнтами α_i), додаткових моментів не створюють. Детально додаткові моменти від пружних сил розглянуті в роботі [165].

3.4.2. Рівняння радіально-кутових коливань ротора в ущільненнях

Запишемо систему 8-го порядку звичайних неоднорідних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами:

$$\begin{aligned}
& (1 + a_{11})\ddot{u}_x + (a_{20} + a_{21})\dot{u}_x + (\Omega_{u0}^2 + a_{31})u_x + a_{41}\dot{u}_y + a_{51}u_y - \\
& - \alpha_2\dot{\theta}_x - \alpha_3\theta_x + \alpha_4\dot{\theta}_y + (\alpha_5 - \alpha_0)\theta_y = a_x^*\omega^2, \\
& (1 + a_{11})\ddot{u}_y + (a_{20} + a_{21})\dot{u}_y + (\Omega_{u0}^2 + a_{31})u_y - a_{41}\dot{u}_x - a_{51}u_x - \\
& - \alpha_2\dot{\theta}_y - \alpha_3\theta_y - \alpha_4\dot{\theta}_x - (\alpha_5 - \alpha_0)\theta_x = a_y^*\omega^2; \\
& [1 + a_{11}(j + j_c)]\ddot{\theta}_x + [b_{20} + (2k_d j + a_{21}j_c)]\dot{\theta}_x + \\
& + \left[\Omega_{90}^2 + a_{31} \left(j_c - j \frac{10\chi_m}{\theta_0 + N\chi_m} \right) \right] \theta_x + [b_{40} + a_{41}(j + j_c)]\dot{\theta}_y + a_{51}(j + j_c)\theta_y + \\
& + 15\alpha_2 j \dot{u}_x - 15\alpha_3 j u_x + 15\alpha_4 j \dot{u}_y + \left(\beta_0 + 5\alpha_5 j \frac{N\Delta\chi}{1 + 2\Delta\chi} \right) u_y = (1 - j_0)\gamma_x^*\omega^2, \\
& [1 + a_{11}(j + j_c)]\ddot{\theta}_y + [b_{20} + (2k_d j + a_{21}j_c)]\dot{\theta}_y + \\
& + \left[\Omega_{90}^2 + a_{31} \left(j_c - j \frac{10\chi_m}{\theta_0 + N\chi_m} \right) \right] \theta_y - [b_{40} + a_{41}(j + j_c)]\dot{\theta}_x - a_{51}(j + j_c)\theta_x + \\
& + 15\alpha_2 j \dot{u}_y - 15\alpha_3 j u_y - 15\alpha_4 j \dot{u}_x - \left(\beta_0 + 5\alpha_5 j \frac{N\Delta\chi}{1 + 2\Delta\chi} \right) u_x = (1 - j_0)\gamma_x^*\omega^2.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Розмірності всіх доданків цих рівнянь – c^{-2} . Введемо нові позначення їх коефіцієнтів:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 + a_{11}, a_2 = a_{20} + a_{21}, a_3 = \Omega_{u0}^2 + a_{31}, a_4 = a_{41}, a_5 = a_{51}; \\ b_1 &= 1 + a_{11}(j + j_c), b_2 = b_{20} + b_{21}, b_{21} = 2k_d j + a_{21} j_c, b_3 = \Omega_{90}^2 + b_{31}, \\ b_{31} &= a_{31}(j_c - b_{3*} j), b_4 = b_{40} + b_{41}, b_{41} = a_4(j + j_c), b_5 = a_5(j + j_c), \\ b_{3*} &= \frac{10\chi_m}{\theta_0 + \chi_m}, \beta_2 = 15\alpha_2 j, \beta_3 = 15\alpha_3 j, \beta_4 = 15\alpha_4 j, \beta_5 = 5\alpha_5 j \frac{N\Delta\chi}{1 + 2\Delta\chi} \end{aligned} \quad (3.15)$$

тут a_{20}, b_{20} - радіальний і кутовий коефіцієнти зовнішнього демпфування,

$b_{40} = j_0\omega$ - коефіцієнт гіроскопічного моменту диска. Використовуючи ці позначення, приведемо рівняння коливань до виду:

$$\begin{aligned} a_1 \ddot{u}_x + a_2 \dot{u}_x + a_3 u_x + a_4 \dot{u}_y + a_5 u_y - \alpha_2 \dot{\theta}_x - \alpha_3 \theta_x + \alpha_4 \dot{\theta}_y + (\alpha_5 - \alpha_0) \theta_y &= a_x^* \omega^2, \\ a_1 \ddot{u}_y + a_2 \dot{u}_y + a_3 u_y - a_4 \dot{u}_x - a_5 u_x - \alpha_2 \dot{\theta}_y - \alpha_3 \theta_y - \alpha_4 \dot{\theta}_x - (\alpha_5 - \alpha_0) \theta_x &= a_y^* \omega^2, \\ b_1 \ddot{\theta}_x + b_2 \dot{\theta}_x + b_3 \theta_x + b_4 \dot{\theta}_y + b_5 \theta_y + \beta_2 \dot{u}_x - \beta_3 u_x + \beta_4 \dot{u}_y + (\beta_5 + \beta_0) u_y &= (1 - j_0) \gamma_x^* \omega^2, \\ b_1 \ddot{\theta}_y + b_2 \dot{\theta}_y + b_3 \theta_y - b_4 \dot{\theta}_x - b_5 \theta_x + \beta_2 \dot{u}_y - \beta_3 u_y - \beta_4 \dot{u}_x - (\beta_5 + \beta_0) u_x &= (1 - j_0) \gamma_y^* \omega^2. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Для подальшого аналізу цих рівнянь важливим є те, що деякі коефіцієнти: $a_4, a_5, \alpha_2, \alpha_3, b_4, b_5, \beta_2, \beta_3$ - явно залежать від частоти обертання ротора. Через це власні частоти є функціями частоти обертання ротора. Щоб визначити ці функції, будемо представляти в явному вигляді залежність коефіцієнтів від частоти обертання (при $\Delta p_0 = \text{const}$):

$$\begin{aligned} a_4 &= a'_4 \omega, a'_4 = k_g \kappa, a_5 = a'_5 \omega, a'_5 = k_d \kappa, \\ \alpha_2 &= \alpha'_2 \omega, \alpha'_2 = \frac{2}{15} k_g \kappa \theta_0, \alpha_3 = \alpha'_3 \omega, \alpha'_3 = \frac{2}{5} k_d \kappa \theta_0; \\ b_4 &= b'_4 \omega, b'_4 = j_0 + a'_4(j + j_c), b_5 = b'_5 \omega, b'_5 = a'_5(j + j_c), \\ \beta_2 &= \beta'_2 \omega, \beta'_2 = 15\alpha'_2 j, \beta_3 = \beta'_3 \omega, \beta'_3 = 15\alpha'_3 j. \end{aligned} \quad (3.17)$$

коефіцієнти $a_{i1}, \alpha_i, i=1,2,\dots,5$ задані формулами (3.9), а коефіцієнти з нулями в нижніх індексах представляють параметри самого ротора без ущільнень: $a_{20} = c_{u0}/m, b_{20} = c_{90}/I$ - відносні коефіцієнти зовнішнього демпфування, $\Omega_{u0}^2, \Omega_{90}^2$ - квадрати власних частот незалежних радіальних і кутових коливань ротора без

ущільнень, $b_{40} = j_0 \omega$ характеризує гіроскопічний момент диска, $\alpha_0 = 2k_{12}/ml$, $\beta_0 = k_{12}l/2I$ - перехресні коефіцієнти згинальної жорсткості вала. Значення інших параметрів:

$$j = \frac{ml^2}{60I}, \quad j_c = \frac{ml_c^2}{I}, \quad j_0 = \frac{I_0}{I}.$$

Для диска наведеної товщини b_e з радіусом R

$$I = m \left(\frac{R^2}{4} + \frac{b_e^2}{12} \right), \quad I_0 = m \frac{R^2}{2}, \quad j_0 = \frac{2}{1 + b_e^2/3R^2},$$

$$j = \frac{l^2/15R^2}{1 + b_e^2/3R^2}, \quad j_c = \frac{4l_c^2/R^2}{1 + b_e^2/3R^2}, \quad (3.18)$$

$$\frac{j}{j_c} = \frac{l^2}{60l_c^2}, \quad \frac{j}{j_0} = \frac{l^2}{30R^2}, \quad \frac{j_c}{j_0} = \frac{2l_c^2}{R^2}.$$

Параметр j_c , що входить у вирази коефіцієнтів(3.17), визначається конструкцією насоса і характеризує внесок додаткового моменту, обумовленого зсувом центрів ущільнень щодо центру мас ротора. Чим більше це зміщення, тим більше додаткові моменти. Якщо ущільнення відрізняються геометричними параметрами, то додаткові моменти потрібно обчислювати окремо для кожного з них. Як правило, довжина ущільнення l менше зміщення ущільнень l_c відносно центру мас робочого колеса, а останнє менше радіуса робочого колеса R : $R > l_c > l$. Тому в реальних конструкціях

$$j \ll j_c \ll j_0. \quad (3.19)$$

Екваторіальний момент інерції дає більш повне уявлення про конструкцію ротора, так як на відміну від полярного залежить і від приведеної товщини диска. Для тонких дисків ($b_e \ll R$) $I_0 \approx 2I$, $j_0 \approx 2$; для товстих дисків $b_e > R\sqrt{3}$, $j_0 < 1$. Відповідно ротори називають роторами дискової конструкції, якщо $j_0 > 1$, і барабанної конструкції, якщо $j_0 < 1$. Щоб виділити вплив товщини диска на парціальну власну частоту кутових коливань, будемо, де це доцільно, представляти її у вигляді

$$\Omega_{90}^2 = j_0 \Omega_0^2, \quad \Omega_0^2 = k_{22}/I_0, \quad (3.20)$$

де $I_0 = \text{const}$, не залежить від товщини диска; $I = I_0/j_0$.

Тепер рівняння (3.14) спільних радіально-кутових коливань ротора в щілинних ущільненнях приймають вид:

$$\begin{aligned}
 & a_1 \ddot{u}_x + a_2 \dot{u}_x + a_3 u_x + (a'_4 \dot{u}_y + a'_5 u_y - \alpha'_2 \dot{\theta}_x - \alpha'_3 \theta_x) \omega + \\
 & \quad + \alpha_4 \dot{\theta}_y + (\alpha_5 - \alpha_0) \theta_y = a_x^* \omega^2, \\
 & a_1 \ddot{u}_y + a_2 \dot{u}_y + a_3 u_y - (a'_4 \dot{u}_x + a'_5 u_x - \alpha'_2 \dot{\theta}_y - \alpha'_3 \theta_y) \omega - \\
 & \quad - \alpha_4 \dot{\theta}_x - (\alpha_5 - \alpha_0) \theta_x = a_y^* \omega^2, \\
 & b_1 \ddot{\theta}_x + b_2 \dot{\theta}_x + b_3 \theta_x + (b'_4 \dot{\theta}_y + b'_5 \theta_y + \beta'_2 \dot{u}_x - \beta'_3 u_x) \omega + \beta_4 \dot{u}_y + (\beta_5 + \beta_0) u_y = \\
 & \quad = (1 - j_0) \gamma_x^* \omega^2, \\
 & b_1 \ddot{\theta}_y + b_2 \dot{\theta}_y + b_3 \theta_y - (b'_4 \dot{\theta}_x + b'_5 \theta_x - \beta'_2 \dot{u}_y + \beta'_3 u_y) \omega - \beta_4 \dot{u}_x - (\beta_5 + \beta_0) u_x = \\
 & \quad = (1 - j_0) \gamma_y^* \omega^2.
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Всі складові цих рівнянь мають розмірність c^{-2} . Гідродинамічні коефіцієнти записані для двох однакових симетрично розташованих відносно диска ущільнень. Додаткові моменти теж отримані для двох ущільнень.

Рівняння (3.21) описують коливання ротора, на щілинних ущільненнях якого дроселюється постійний перепад тиску, що не залежить від частоти обертання. Однак в реальних відцентрових машинах перепад тиску пропорційний квадрату частоти обертання: $\Delta p_0 \sim \omega^2$. Через це коефіцієнти k_p, k_d теж залежать від частоти обертання ротора, що дещо ускладнює вираження коефіцієнтів гідродинамічних сил і моментів. Залежність перепаду тиску від частоти обертання враховується при розгляді незалежних радіальних і кутових коливань, а також при аналізі спільних радіально-кутових коливань ротора в щілинних ущільненнях.

Для ізотропних систем, у яких силові коефіцієнти і зовнішні навантаження однакові в усіх напрямках в перпендикулярній осі обертання площині, всі точки цієї осі рухаються по кругових траєкторіях. В цьому випадку можна перейти до комплексних змінних і невривноваженостей. Для цього помножимо другі і четверті рівняння систем (3.16) і (3.21) і складемо почленно з першими і третіми рівняннями. Відзначимо попередньо, що операції з уявною одиницею мають особливість,

обумовлену рівноцінністю $+i$ та $-i$, що видно зі співвідношення $(\pm i)^2 = -1$. Розглянутий ротор під дією гіроскопічних сил і моментів може здійснювати як пряму, так і зворотну прецесію. Щоб при переході до комплексних змінних не втратити можливість виявлення додаткових рухів, потрібно множити рівняння на рівноцінні $\pm i$, система (3.16) приймає вигляд

$$\begin{aligned} a_1 \ddot{u} + a_2 \dot{u} + a_3 u \mp i(a_4 \dot{u} + a_5 u) - (\alpha_2 \dot{\theta} + \alpha_3 \theta) \mp \\ \mp i(\alpha_4 \dot{\theta} + \alpha_5 \theta - \alpha_0 \theta) = \omega^2 a^* = \omega^2 |a^*| e^{\pm i\omega t}, \\ b_1 \ddot{\theta} + b_2 \dot{\theta} + b_3 \theta \mp i(b_4 \dot{\theta} + b_5 \theta) + (\beta_2 \dot{u} - \beta_3 u) \mp \\ \mp i(\beta_4 \dot{u} + \beta_5 u + \beta_0 u) = (I-j_0) \omega^2 \gamma^* = (I-j_0) \omega^2 |\gamma^*| e^{\pm i\omega t} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Система (3.23) відрізняється тільки виразами коефіцієнтів, які в явному вигляді залежать від частоти обертання:

$$\begin{aligned} u = u_x \pm i u_y, \quad \theta = \theta_x \pm i \theta_y, \quad a^* = (a_\xi \pm i a_\eta) / H = (a_x \pm i a_y) / H, \\ a_{x,y}^* = a_{x,y} / H, \quad \gamma^* = \gamma_\xi^* \pm i \gamma_\eta^* = \gamma_x^* \pm i \gamma_y^*, \quad \gamma_{\xi,\eta}^* = \gamma_{\xi,\eta} l / 2H. \end{aligned} \quad (3.23)$$

У разі рівності нулю коефіцієнтів зв'язку $\alpha_r = \beta_r = 0$, $r = 0, \dots, 5$ система (3.23) зводиться до однакових за структурою рівнянь незалежних радіальних і кутових коливань ротора в ущільненнях. Рівняння відрізняються лише значеннями коефіцієнтів, тому однакові і методи їх вирішення, а самі рішення описують подібні коливальні процеси, що мають в основному тільки кількісні відмінності.

У праві частини рівнянь (3.22) входять вектори невірноваженості, що обертаються з частотою власного обертання ротора. Оскільки в подальшому розглядається односпрямоване обертання $\omega > 0$, знак мінус в показнику ступеня експоненти при амплітудах зовнішніх впливів потрібно опустити. Одночасно при аналізі вимушених коливань під дією невірноважених інерційних сил і моментів, частота яких дорівнює частоті обертання ротора, в рівняннях (3.22) і в формулах (3.23) потрібно зберігати тільки верхній знак перед уявними частинами.

Якщо покласти рівними нулю гідродинамічні коефіцієнти (3.9), то система (3.22) зводиться до спресованих рівнянь:

$$\begin{aligned} \ddot{u} + a_{20}\dot{u} + \Omega_{u0}^2 u \pm i\alpha_0 \theta &= |a^*| \omega^2 e^{i\omega t}, \\ \ddot{\theta} + b_{20}\dot{\theta} + \Omega_{\theta 0}^2 \theta \mp i(b_{40}\dot{\theta} + \beta_0 u) &= (1 - j_0) |\gamma^*| \omega^2 e^{i\omega t}, \end{aligned} \quad (3.24)$$

яка описує динаміку ротора без ущільнень.

Отримані значення коефіцієнтів Λ_0, K_i, k_p, k_d використовуються в якості номінальних в аналізі коливань, коли дрослюємий на щілинних ущільненнях перепад тиску пропорційний квадрату частоти обертання ротора: $\Delta p_0 \sim \omega^2$.

Тепер за формулами, (3.9) і (3.17) можна обчислити коефіцієнти рівнянь руху ротора в ущільненнях. Візьмемо до уваги, що тільки коефіцієнти зв'язку α_0, β_0 і коефіцієнти радіальної і кутової жорсткості a_3, b_3 , які містять парціальні частоти ротора в повітрі, залежать від схеми обпирання ротора і його геометричних параметрів (гіроскопічний момент $\sim j_0 \omega$ визначається масою і розмірами диска). Решта коефіцієнтів визначаються лише параметрами ущільнень і однакові для всіх розглянутих тут моделей роторів. Більшість коефіцієнтів залежить від конусності каналу в осьовому напрямку. Оскільки оцінка впливу конусності представляє особливий інтерес, в виразах коефіцієнтів для параметра конусності поки збережено буквене позначення θ_0 .

3.5. Радіальні коливання симетричного ротора в щілинних ущільненнях

Радіально-кутові коливання ротора в ущільненнях з урахуванням радіальних гідродинамічних сил і моментів і з урахуванням інерції повороту диска описуються системою диференціальних рівнянь 8-го порядку (3.21). Аналіз такої системи представляє великі математичні труднощі [43, 126], тому розглянемо більш прості парціальні системи, в яких виникають тільки радіальні і тільки кутові коливання.

Парціальні системи, кожна з яких описується диференціальними рівняннями четвертого порядку, виходять із загальної системи, якщо в останній покласти рівними нулю перехресні коефіцієнти: $\alpha_i = \beta_i = 0, i = 1, 2 \dots 6$. У цьому випадку перша система описує радіальні коливання, друга - кутові коливання ротора. Результати аналізу парціальних систем досить добре відображають динаміку реального ротора, якщо

коефіцієнти зв'язку, які визначаються перехресними коефіцієнтами, близькі до нуля. Для реальних роторів ця умова не виконується. Проте існують конструкції роторів, які здійснюють переважно або радіальні, або кутові коливання і задовільно моделюються парціальними системами. Зокрема, ротор з зосередженої масою (Рис. 3.5, *a*), моменти інерції якого близькі до нуля, має лише дві ступені свободи – радіальні зміщення в двох взаємно перпендикулярних напрямках. Дві радіальні ступені свободи має симетричний, динамічно врівноважений однодисковий ротор (Рис. 3.5, *b*). Такий же симетричний, статично урівноважений однодисковий ротор під дією динамічної неврівноваженості (Рис. 3.5, *c*) здійснює тільки кутові вимушені коливання, які характеризуються двома кутовими узагальненими координатами.

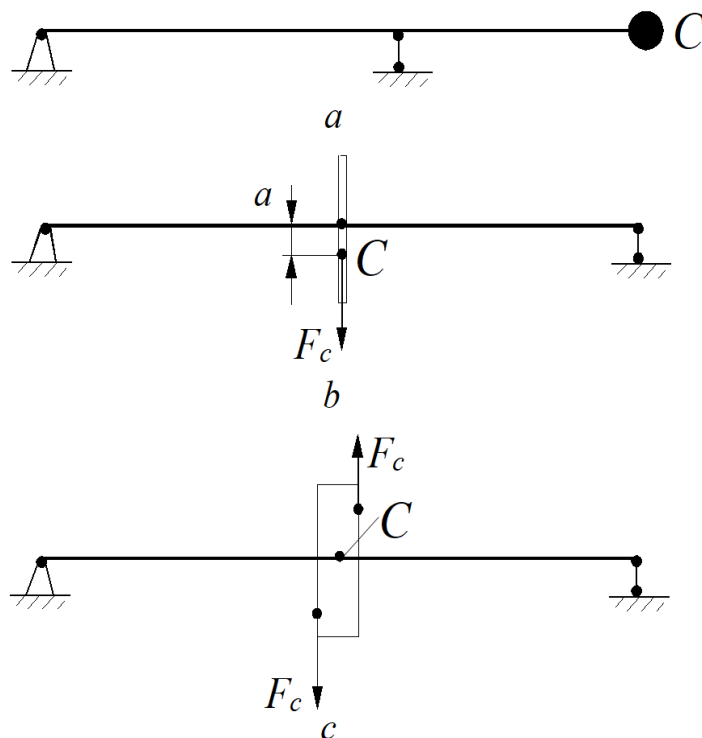


Рис. 3.5. Моделі роторів, що здійснюють: *a, b* - тільки радіальні коливання, *c* - тільки кутові коливання.

Таким чином, аналіз роздільних радіальних і кутових коливань представляє як методичний, так і практичний інтерес, оскільки дозволяє виявити найбільш важливі закономірності руху реальних роторів, оцінити вплив гідродинамічних характеристик щілинних ущільнень на власні і на критичні частоти парціальних систем, на їх стійкість і на амплітуди вимушених коливань.

3.5.1. Вільні коливання

Радіальні коливання описуються першим рівнянням системи (3.24) з комплексною змінною $u = u_x + iu_y$ або системою (3.21) з дійсними змінними – проекціями u_x, u_y . Якщо кутові коливання відсутні ($\theta = 0$), то (3.24) зводиться до рівняння другого порядку з комплексною змінною – рівняння першої парціальної системи:

$$a_1 \ddot{u} + a_2 \dot{u} + a_3 u \mp i(a_4 \dot{u} + a_5 u) = \omega^2 |a^*| e^{i\omega t}, \quad (3.25)$$

де коефіцієнти визначаються формулами (3.9) і (3.15).

З (3.21) отримаємо рівноцінну систему четвертого порядку з дійсними змінними

$$\begin{aligned} a_1 \ddot{u}_x + a_2 \dot{u}_x + a_3 u_x + a_4 \dot{u}_y + a_5 u_y &= \omega^2 a_x^* \\ a_1 \ddot{u}_y + a_2 \dot{u}_y + a_3 u_y - a_4 \dot{u}_x - a_5 u_x &= \omega^2 a_y^* \end{aligned} \quad (3.26)$$

Такі коливання, як уже зазначалося, можливі для ротора з зосередженою (точковою) масою, що не має моментів інерції (Рис. 3.5, а), або для симетричного динамічно врівноваженого ротора (Рис. 3.5, б).

Якщо у виразах коефіцієнтів (3.15) покласти рівними нулю гідродинамічні коефіцієнти (3.9) щільних ущільнень, то отримаємо рівняння радіальних коливань ротора в повітрі.

Аналіз вільних коливань необхідний, перш за все, для визначення власних частот, знання яких дозволяє уникнути роботи на резонансних режимах вимушених коливань.

Такі режими в разі вимушених коливань під дією відцентрової сили неврівноваженої маси виникають на частотах обертання ротора, що збігаються з однією з його власних частот, тобто на критичних частотах обертання ротора. Власні частоти визначаються рішенням рівнянь вільних коливань – рівнянь (3.26) або (3.27) без правих частин.

Розглянемо однорідну систему в проекціях

$$\begin{aligned} a_1 \ddot{u}_x + a_2 \dot{u}_x + a_3 u_x + a_4 \dot{u}_y + a_5 u_y &= 0, \\ a_1 \ddot{u}_y + a_2 \dot{u}_y + a_3 u_y - a_4 \dot{u}_x - a_5 u_x &= 0. \end{aligned} \quad (3.27)$$

У цих рівняннях $a_1 = 1 + a_{11}$ ($a_{11} = 2k_g$) – сумарна безрозмірна маса ротора і приєднана маса рідини, тому відношення $a_3/a_1 = \Omega_u^2$ представляє квадрат власної частоти радіальних коливань без урахування демпфуючих (a_2), гіроскопічних (a_4) і циркуляційних (a_5) сил:

$$\begin{aligned} \Omega_u^2 &= \frac{a_3}{a_1} = \frac{\Omega_{u0}^2 + a_{31}}{a_1}, \quad \frac{a_{31}}{a_1} = \Delta\Omega_u^2, \quad \Omega_{u0}^2 = \frac{k_{11}}{m}, \\ K_u^2 &= \frac{\Omega_u^2}{\Omega_{u0}^2} = \frac{1}{a_1} + \frac{a_{31}}{a_1 \Omega_{u0}^2} = \frac{1}{a_1} + \frac{\Delta\Omega_u^2}{\Omega_{u0}^2}. \quad a_{31} = 2k_p (\theta_0 + N\chi_m), \end{aligned} \quad (3.28)$$

де $\Delta\Omega_u^2/\Omega_{u0}^2$ показує, у скільки разів гідростатична жорсткість щільних ущільнень відрізняється від згинальної жорсткості вала;

K_u – коефіцієнт, що показує, у скільки разів власна частота, обумовлена сумарною згинальною і гідростатичною жорсткістю, відрізняється від власної частоти $\Omega_{u0} = \sqrt{k_{11}/m}$ в повітрі;

$\Delta\Omega_u = \sqrt{a_{31}/a_1}$ – власна частота ротора, в якому згинальна жорсткість вала зневажливо мала: $k_{11} \approx 0$. Іншими словами, це добавка до власної частоти ротора в повітрі, породжувана жорсткістю щільних ущільнень.

Загальне рішення лінійних однорідних диференціальних рівнянь (3.28) з постійними коефіцієнтами, слідуючи Ейлеру, можна представити у вигляді експоненційних функцій

$$u_x = B_x e^{\lambda t}, \quad u_y = B_y e^{\lambda t}, \quad (3.29)$$

де λ – характеристичний показник. Підставивши рішення (3.30) в рівняння (3.28), отримаємо систему алгебраїчних рівнянь відносно постійних B_x, B_y з невідомим характеристичним показником λ :

$$\begin{aligned} (a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3) B_x + (a_4 \lambda + a_5) B_y &= 0, \\ -(a_4 \lambda + a_5) B_x + (a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3) B_y &= 0. \end{aligned}$$

Умова, при якому хоча б одна постійна відмінна від нуля, вимагає рівності нулю визначника системи

$$\begin{vmatrix} a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 & a_4\lambda + a_5 \\ -(a_4\lambda + a_5) & a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 \end{vmatrix} = 0,$$

або

$$(a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3)^2 = -(a_4\lambda + a_5)^2. \quad (3.30)$$

Розкривши дужки і згрупувавши доданки за ступенями λ , Прийдемо до характеристичного рівняння – рівняння алгебри четвертого ступеня

$$\begin{aligned} P(\lambda) = a_1^2\lambda^4 + 2a_1a_2\lambda^3 + (a_2^2 + 2a_1a_3 + a_4^2)\lambda^2 + \\ + 2(a_2a_3 + a_4a_5)\lambda + a_3^2 + a_5^2 = 0. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Це рівняння з дійсними коефіцієнтами має чотири кореня. За коефіцієнтами рівняння, користуючись критеріями стійкості, можна оцінювати стійкість ротора в щілинних ущільненнях.

Відзначимо, що відшукування в загальному вигляді коренів характеристичного полінома четвертого ступеня вже представляє важку задачу. Рівняння п'ятого і більш високих ступенів в загальному випадку взагалі аналітично не вирішуються.

Обчислення характеристичних показників дещо спрощується, якщо розглядати рівняння другого ступеня з комплексними коефіцієнтами, яке виходить з (3.31):

$$a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = \pm i(a_4\lambda + a_5),$$

або

$$a_1\lambda^2 + (a_2 \mp ia_4)\lambda + a_3 \mp ia_5 = 0. \quad (3.32)$$

Це квадратне рівняння еквівалентно рівнянню четвертого ступеня (3.31).

Щоб полегшити надалі аналіз впливу різних гідродинамічних сил, що виникають в щілинних ущільненнях, на вільні коливання, розглянемо консервативну систему «ротор - ущільнення», вважаючи $a_2 = a_5 = 0$. Зневажимо також впливом приєднаної маси: $a_{11} = 2k_g \ll 1$, $a_1 \approx 1$. В цьому випадку $a_3 \approx \Omega_u^2$, а характеристичне рівняння (3.33) спрощується:

$$\lambda^2 \mp ia_4\lambda + a_3 = 0$$

і залишається незмінним при зміні знака λ . Корені цього рівняння

$$\lambda_{1,4} = -i\frac{a_4}{2} \pm i\sqrt{a_3}\sqrt{1 + \frac{a_4^2}{4a_3}} = i\left(-\frac{a_4}{2} \pm \Omega_u\sqrt{1 + \frac{a_4^2}{4\Omega_u^2}}\right),$$

$$\lambda_{2,3} = i\frac{a_4}{2} \pm i\sqrt{a_3}\sqrt{1 + \frac{a_4^2}{4a_3}} = i\left(\frac{a_4}{2} \pm \Omega_u\sqrt{1 + \frac{a_4^2}{4\Omega_u^2}}\right) = \lambda_{1,4} + a_4.$$

Для моделі ротора 1-с $a_4^2/4\Omega_u^2 = 2,3 \cdot 10^{-3} \ll 1$, тому можна прийняти

$$\begin{aligned} \lambda_1 &\approx i\left(-\frac{a_4}{2} + \Omega_u\right), \quad \lambda_3 \approx i\left(\frac{a_4}{2} - \Omega_u\right) = -\lambda_1, \\ \lambda_2 &\approx i\left(\frac{a_4}{2} + \Omega_u\right), \quad \lambda_4 \approx i\left(-\frac{a_4}{2} - \Omega_u\right) = -\lambda_2. \end{aligned} \tag{3.33}$$

Таким чином, отримано чотири чисто уявних попарно пов'язаних кореня, модулі яких представляють власні частоти вільних незгасаючих коливань:

$$s_1 = -0,5a_4 + \Omega_u = -s_3, \quad s_2 = 0,5a_4 + \Omega_u = -s_4.$$

Перші два кореня додатні, другі два – від'ємні. Корені пронумеровані по мірі збільшення їх модулів.

Загальне рішення однорідних рівнянь (3.28) для даної консервативної системи представляє суму частинних рішень

$$\begin{aligned} u_x &= B_{x1}e^{is_1t} + B_{x3}e^{-is_1t} + B_{x2}e^{is_2t} + B_{x4}e^{-is_2t}, \\ u_y &= B_{y1}e^{is_1t} + B_{y3}e^{-is_1t} + B_{y2}e^{is_2t} + B_{y4}e^{-is_2t}. \end{aligned}$$

Оскільки рівняння (3.28) – рівняння з дійсними коефіцієнтами, то комплексним спряженим кореням відповідають комплексні константи

$$\begin{aligned} B_{x1,3} &= 0,5U_{x1}e^{\mp i\psi_1}, \quad B_{x2,4} = 0,5U_{x2}e^{\mp i\psi_2}, \\ B_{y1,3} &= 0,5U_{y1}e^{\mp i\chi_1}, \quad B_{y2,4} = 0,5U_{y2}e^{\mp i\chi_2}. \end{aligned}$$

Амплітуди і фази постійних визначаються початковими умовами. Після підстановки постійних спільне рішення приймає вид

$$\begin{aligned}
u_x &= 0,5U_{x1} \left[e^{i(s_1 t - \psi_1)} + e^{-i(s_1 t - \psi_1)} \right] + 0,5U_{x2} \left[e^{i(s_2 t - \psi_2)} + e^{-i(s_2 t - \psi_2)} \right] = \\
&= U_{x1} \cos(s_1 t - \psi_1) + U_{x2} \cos(s_2 t - \psi_2), \\
u_y &= 0,5U_{y1} \left[e^{i(s_1 t - \chi_1)} + e^{-i(s_1 t - \chi_1)} \right] + 0,5U_{y2} \left[e^{i(s_2 t - \chi_2)} + e^{-i(s_2 t - \chi_2)} \right] = \\
&= U_{y1} \cos(s_1 t - \chi_1) + U_{y2} \cos(s_2 t - \chi_2).
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Вільні коливання представляють суму двох незатухаючих гармонічних коливань з різними частотами і фазами.

Гіроскопічна сила характеризується коефіцієнтом $a_4 = k_g \kappa \omega$ і пропорційна частоті обертання, тому і власні частоти в даному випадку лінійно залежать від частоти обертання ротора

$$s_{1,2} \approx \mp \frac{k_g \kappa}{2} \omega + \Omega_u, \quad s_{3,4} \approx \pm \frac{k_g \kappa}{2} \omega - \Omega_u = -s_{1,2} \tag{3.35}$$

або

$$s_{1,3} \approx \pm \left(-\frac{k_g \kappa}{2} \omega + \Omega_u \right), \quad s_{2,4} \approx \pm \left(\frac{k_g \kappa}{2} \omega + \Omega_u \right) = s_{1,3} + k_g \kappa.$$

Ці залежності для моделі Р-1с ротора наведені на Рис. 3.6 (потрібно звернути увагу на те, що масштаби по осях істотно відрізняються).

Такі залежності - частотні діаграми - є попарно симетричними відносно горизонтальної осі ($s_1 = -s_3$, $s_2 = -s_4$), тому всі необхідні відомості можна отримати, обмежувачись побудовою тільки верхньої половини графіків.

Залежність власних частот від частоти обертання дозволяє порівнювати напрямок вільного прецесійного обертання з напрямком власного обертання ротора ω . У другому і четвертому квадрантах знаки власних частот протилежні знаку частоти власного обертання: вільне прецесійне обертання направлено проти частоти обертання ротора ω , тобто має місце зворотна прецесія.

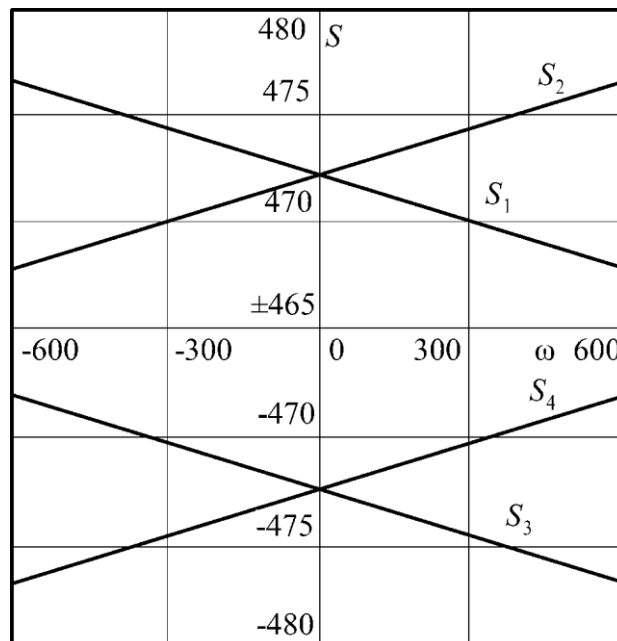


Рис. 3.6. Частотні діаграми консервативної моделі

В даному випадку поняття прямої і зворотної прецесії вільних коливань може бути застосовано тільки тому, що власні частоти залежать від частоти обертання. Це дозволяє порівнювати вільне обертання з напрямком обертання ротора. Для найпростішої моделі ротора без гіроскопічних і циркуляційних сил власні частоти не залежать від частоти обертання, і поняття прямої і зворотної прецесії вільних коливань втрачає сенс. Лише вимушені коливання залежать від частоти обертання, тому можна стверджувати, що вони мають характер прямої синхронної прецесії.

Гіроскопічна сила в межах реальних частот обертання ($\omega < 5 \cdot 10^3$) дуже мала в порівнянні з сумарною силою жорсткості вала і ущільнень, тому власні частоти консервативної системи можна вважати постійними: $s_1 \approx s_2 \approx -s_3 \approx -s_4 \approx \Omega_u$.

Повернемося до повного рівняння (3.33), яке, крім консервативних пружних a_3 , гіроскопічних a_4 і інерційних a_1 сил, містить неконсервативну силу в'язкого опору a_2 і циркуляційну силу a_5 .

Запишемо і перетворимо корені цього рівняння:

$$\begin{aligned}
\lambda_{1-4} &= -\frac{a_2 \mp ia_4}{2a_1} \pm \sqrt{\left(\frac{a_2 \mp ia_4}{2a_1}\right)^2 - \frac{a_3 \mp ia_5}{a_1}} = \\
&= -\frac{a_2 \mp ia_4}{2a_1} \pm \sqrt{-\left(\frac{a_3}{a_1} - \frac{a_2^2 - a_4^2}{4a_1^2}\right) \mp i\left(\frac{a_2 a_4}{2a_1^2} - \frac{a_5}{a_1}\right)} = \\
&= -\frac{a_2 \mp ia_4}{2a_1} \pm i\sqrt{\frac{a_3}{a_1}} \sqrt{1 - \frac{a_2^2 - a_4^2}{4a_1 a_3} \pm i\frac{a_2 a_4 - 2a_1 a_5}{2a_1 a_3}}.
\end{aligned} \tag{3.36}$$

Підкорінний вираз – пов'язані комплексні числа $w = u \pm iv$, де з урахуванням (3.29) ($a_3/a_1 = \Omega_u^2$)

$$\begin{aligned}
u &= 1 - \frac{a_2^2 - a_4^2}{4a_1 a_3} = 1 - \frac{a_2^2 - a_4^2}{4a_1^2 \Omega_u^2}, \quad v = \frac{a_2 a_4 - 2a_1 a_5}{2a_1 a_3} = \frac{a_2 a_4 - 2a_1 a_5}{2a_1^2 \Omega_u^2}, \\
w &= |w|e^{\pm i\phi}, \quad |w| = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad \phi = \pm \arctg v/u.
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Слід зазначити, що другий доданок у виразі u значно менше одиниці.

Розглядаючи рівняння з комплексними коефіцієнтами, потрібно враховувати особливості комплексних чисел. Аргумент комплексного числа багатозначний: $w = |w|e^{i(\phi+2\pi k)}$, $k = 0, 1, 2, \dots$. Через це операція отримання кореня теж неоднозначна, корінь n -го ступеня має n різних значень [44]. Корінь квадратний має два значення

$$\sqrt{w} = \sqrt{|w|}e^{i\left(\frac{\phi}{2} + \pi k\right)}, \quad k = 0, 1.$$

В результаті

$$(\sqrt{w})_1 = \sqrt{|w|}e^{i\frac{\phi}{2}}, \quad (\sqrt{w})_2 = \sqrt{|w|}e^{i\frac{\phi}{2} + i\pi} = -\sqrt{|w|}e^{i\frac{\phi}{2}},$$

тобто корінь квадратний з комплексного числа w

$$\sqrt{w} = \pm \sqrt{|w|}e^{\pm i\frac{\phi}{2}}.$$

На підставі (3.29) доданок a_3/a_1 дає значення квадрата власної частоти недемпфованих радіальних коливань без урахування гіроскопічних і циркуляційних сил: $\Omega_u^2 = a_3/a_1$. Коефіцієнт $a_1 = 1 + 2kg$ враховує лише вплив приєднаної маси рідини в ущільненнях, тобто локальну складову сили інерції рідини. З урахуванням (3.29)

$$\lambda_{1-4} = -\frac{a_2 \mp ia_4}{2a_1} \pm i\Omega_u \sqrt{|w|} e^{\pm i\frac{\phi}{2}} = -\frac{a_2 \mp ia_4}{2a_1} \pm i\Omega_u \sqrt{|w|} \left(\cos \frac{\phi}{2} \pm i \sin \frac{\phi}{2} \right).$$

Якщо в останньому виразі відокремити дійсну і уявну частини, то одержимо характеристичні показники у вигляді спряжених комплексних чисел:

$$\lambda_{1-4} = -\frac{a_2}{2a_1} \mp \Omega_u \sqrt{|w|} \sin \frac{\phi}{2} + i \left(\pm \frac{a_4}{2a_1} \pm \Omega_u \sqrt{|w|} \cos \frac{\phi}{2} \right) = -n_{u(1,2)} + is_{u(1-4)},$$

де

$$\begin{aligned} n_{u1} &= \frac{a_2}{2a_1} + \Omega_u \sqrt{|w|} \sin \frac{\phi}{2}, & n_{u2} &= \frac{a_2}{2a_1} - \Omega_u \sqrt{|w|} \sin \frac{\phi}{2}, \\ s_{u1} = -s_{u3} &= -\frac{a_4}{2a_1} + \Omega_u \sqrt{|w|} \cos \frac{\phi}{2}, & & (3.38) \\ s_{u2} = -s_{u4} &= \frac{a_4}{2a_1} + \Omega_u \sqrt{|w|} \cos \frac{\phi}{2} \end{aligned}$$

– питомі коефіцієнти демпфування і власні частоти радіальних коливань. Таким чином, корені характеристичного рівняння представляють дві пари комплексних спряжених чисел

$$\lambda_{1,3} = -n_{u1} \pm is_{u1}, \quad \lambda_{2,4} = -n_{u2} \pm is_{u2}.$$

Для подальшого перетворення коренів використовуємо тригонометричні формули

$$\cos \frac{\phi}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos \phi)}, \quad \sin \frac{\phi}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos \phi)}, \quad \cos \phi = \frac{u}{|w|}.$$

При цьому формули (3.39) приводяться до виду

$$\begin{aligned} n_{u1,2} &= \frac{a_2}{2a_1} \pm \Omega_u \sqrt{\frac{u}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}} - 1 \right)}, \\ s_{u1} = -s_{u3} &= -\frac{a_4}{2a_1} + \Omega_u \sqrt{\frac{u}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}} + 1 \right)}, \\ s_{u2} = -s_{u4} &= \frac{a_4}{2a_1} + \Omega_u \sqrt{\frac{u}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}} + 1 \right)}. \end{aligned}$$

Підстановка значень дійсної і уявної частин (3.38) приводить до невиправдано складних виразів. Якщо врахувати, що гідродинамічні характеристики щільних ушільнень отримані наближено, то при відношеннях $v^2/u^2 \ll 1$ (наприклад, для моделі Р-1с при $\theta_0 = 0$, $a_{20} = 0$, $\omega = 300\text{с}^{-1}$, $v^2/u^2 = 5,7 \cdot 10^{-4}$), для отримання кінцевих формул без помітної втрати точності можна скористатися першими двома членами розкладання квадратного кореня в ряд Тейлора:

$$\sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}} - 1 \approx 1 + \frac{v^2}{2u^2} - 1 = \frac{v^2}{2u^2}, \quad \sqrt{1 + \frac{v^2}{4u^2}} \approx 1.$$

В результаті наближені вирази коефіцієнта демпфування і власних частот

$$n_{u1,2} \approx \frac{a_2}{2a_1} \pm \Omega_u \frac{v}{2\sqrt{u}},$$

$$s_{u1,3} \approx \pm \left(-\frac{a_4}{2a_1} + \Omega_u \sqrt{u} \right), \quad s_{u2,4} \approx \pm \left(\frac{a_4}{2a_1} + \Omega_u \sqrt{u} \right). \quad (3.39)$$

З урахуванням (3.39) коефіцієнти демпфування і власні частоти приймають вид

$$n_{u1,2} = \frac{a_2}{2a_1} \pm \frac{a_2 a_4 - 2a_1 a_5}{4a_1^2 K_u \Omega_{u0} \sqrt{1 - \frac{a_2^2 - a_4^2}{4a_1^2 K_u^2 \Omega_{u0}^2}}},$$

$$s_{u1,3} = \pm \left(-\frac{a_4}{2a_1} + K_u \Omega_{u0} \sqrt{1 - \frac{a_2^2 - a_4^2}{4a_1^2 K_u^2 \Omega_{u0}^2}} \right), \quad (3.40)$$

$$s_{u2,4} = \pm \left(\frac{a_4}{2a_1} + K_u \Omega_{u0} \sqrt{1 - \frac{a_2^2 - a_4^2}{4a_1^2 K_u^2 \Omega_{u0}^2}} \right) = s_{u1,3} + \frac{a_4}{a_1}.$$

Перейдемо до безрозмірних величин

$$\bar{n}_{u1,2} = \frac{n_{u1,2}}{\Omega_{u0}}, \quad \bar{\lambda}_{1-4} = \frac{\lambda_{1-4}}{\Omega_{u0}}, \quad \bar{s}_{u(1-4)} = \frac{s_{u(1-4)}}{\Omega_{u0}}, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{\Omega_{u0}},$$

$$\xi_u = \frac{a_2}{2a_1 \Omega_{u0}}, \quad \xi_u = \xi_{u0} + \xi_{u1}, \quad \xi_{u0} = \frac{a_{20}}{2a_1 \Omega_{u0}}, \quad \xi_{u1} = \frac{a_{21}}{2a_1 \Omega_{u0}}, \quad (3.41)$$

$$\eta_u = \frac{a_4}{2a_1 \Omega_{u0}}, \quad \varsigma_u = \frac{a_5}{2a_1 \Omega_{u0}^2}, \quad u = 1 - \frac{\xi_u^2 - \eta_u^2}{K_u^2}, \quad v = 2 \frac{\xi_u \eta_u - \varsigma_u}{K_u^2},$$

де $\bar{n}_{u1,2}$ – приведені показники загасання, що враховують також вплив гіроскопічної і циркуляційної сил;

ξ_u – показник загасання, обумовлений сумарною силою в'язкого опору (a_2);

η_u, ζ_u – безрозмірні коефіцієнти гіроскопічної (a_4) і циркуляційної (a_5) сил відповідно.

Тепер (3.41) можна привести до виду

$$\bar{\lambda}_{1,3} = -\bar{n}_{u1} \pm i\bar{s}_{u1}, \quad \bar{\lambda}_{2,4} = -\bar{n}_{u2} \pm i\bar{s}_{u2}, \quad \bar{n}_{u1,2} = \xi_u \pm \frac{\xi_u \eta_u - \zeta_u}{K_u \sqrt{1 - \frac{\xi_u^2 - \eta_u^2}{K_u^2}}}$$

$$\bar{s}_{u1} = -\bar{s}_{u3} = -\eta_u + K_u \sqrt{1 - \frac{\xi_u^2 - \eta_u^2}{K_u^2}}, \quad (3.42)$$

$$\bar{s}_{u2} = -\bar{s}_{u4} = \eta_u + K_u \sqrt{1 - \frac{\xi_u^2 - \eta_u^2}{K_u^2}}.$$

З останніх формул видно, що циркуляційна сила (a_5, ζ_u) не впливає на власні частоти, а входить тільки в вираз наведеного показника загасання \bar{n}_u . Гіроскопічна і циркуляційна сили діють в сторону зменшення сили в'язкого опору. Якщо не враховувати власний в'язкий опір ($\xi_u = 0$), то формули (3.43) декілька спрощуються:

$$\bar{n}_{u1,2} = \frac{\mp \zeta_u}{K_u \sqrt{1 + \eta_u^2}}, \quad \bar{s}_{u1,3} = \pm \left[-\eta_u + K_u \sqrt{1 + \frac{\eta_u^2}{K_u^2}} \right],$$

$$\bar{s}_{u2,4} = \pm \left[\eta_u + K_u \sqrt{1 + \frac{\eta_u^2}{K_u^2}} \right] = \bar{s}_{u1,2} + 2\eta_u. \quad (3.43)$$

Як впливає з першої формули, для частинного рішення \bar{n}_{u1} , відповідного кореням $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_3$, циркуляційна сила грає роль сили від'ємного опору (прискорюючої сили: $\bar{n}_{u1} = -\zeta_u$) і при відсутності в'язкого опору викликає зростання амплітуди вільних коливань за експоненціальним законом. Таким чином, якщо не враховувати дисипативні сили ($\xi_u = 0$), то рух ротора під дією потенційних (K_u), гіроскопічних (η_u) і циркуляційних (ζ_u) сил нестійкий.

Вплив гідродинамічних сил на характер руху ротора проявляється при розгляді загального рішення (3.30). Результируючий рух визначається видом дійсної і уявної частин характеристичних показників (3.43), а також постійними інтегрування, тобто початковими умовами. На підставі принципу суперпозиції спільне рішення являє суму чотирьох частинних рішень. Для прикладу запишемо вираз однієї проекції:

$$u_x = B_{x1}e^{\lambda_1 t} + B_{x2}e^{\lambda_2 t} + B_{x3}e^{\lambda_3 t} + B_{x4}e^{\lambda_4 t}.$$

На відміну від консервативної системи (3.35) тут характеристичні показники (3.43) – пов'язані комплексні числа $\lambda_{1,3} = -n_{u1} \pm is_{u1}$, $\lambda_{2,4} = -n_{u2} \pm is_{u2}$ з відмінними від нуля дійсними частинами. Постійні інтегрування теж комплексні спряжені:

$$B_{x(1,3)} = 0,5U_{x1}e^{\mp i\psi_1}, \quad B_{x(2,4)} = 0,5U_{x2}e^{\mp i\psi_2}.$$

Підставивши значення коренів і постійних, отримаємо

$$\begin{aligned} u_x &= 0,5U_{x1}e^{-n_{u1}t} \left[e^{i(s_{u1}t - \psi_1)} + e^{-i(s_{u1}t - \psi_1)} \right] + 0,5U_{x2}e^{-n_{u2}t} \left[e^{i(s_{u2}t - \psi_2)} + e^{-i(s_{u2}t - \psi_2)} \right] = \\ &= U_{x1}e^{-n_{u1}t} \cos(s_{u1}t - \psi_1) + U_{x2}e^{-n_{u2}t} \cos(s_{u2}t - \psi_2). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Перші доданки в квадратних дужках з частотами s_{u1}, s_{u2} представляють прецесійне обертання в додатному напрямку (що збігається з напрямком обертання ротора), тобто пряму, близьку до синхронної прецесію. Другі складові з частотами $-s_{u1}$, $-s_{u2}$ мають характер зворотної прецесії.

Якщо корені дійсні ($s_{u1,2} = 0$, $\lambda_{1,3} = -n_{u1}$, $\lambda_{2,4} = -n_{u2}$), то вільний рух представляє прогин, що монотонно змінюється в часі: зменшується до нуля, коли корені від'ємні ($n_{u1,2} > 0$), і необмежено збільшується, якщо корені додатні. Наявність додатних дійсних коренів – ознака нестійкості вихідного стану ротора. Комплексним кореням відповідають коливання, частоти яких дорівнюють уявним частинам коренів, а амплітуди змінюються за експоненціальним законом з показником, рівним дійсній частині. При від'ємній дійсній частині ($n_{u1,2} > 0$) коливання загасають. Чисто уявним кореням $n_{u1,2} = 0$ відповідають незгасаючі коливання з постійною амплітудою: ротор знаходиться на коливальному кордоні стійкості.

Перш ніж визначати власні частоти, відзначимо ту обставину, що в відцентрових насосах перепади тиску на ущільненнях робочих коліс пропорційні квадрату частоти обертання. Коефіцієнт гідростатичної жорсткості k_p пропорційний перепаду тиску. Коефіцієнт демпфування k_d теж залежить від перепаду тиску через виток q_0 , що входить в параметр Λ_0 . Таким чином, всі коефіцієнти (3.9) рівнянь руху, що містять k_p і k_d , в загальному випадку залежать від частоти обертання ротора ω . Тому будемо розглядати два варіанти задачі.

У першому варіанті перепад тиску Δp_0 на ущільненнях і відповідний елементарний виток q_0 зберігають постійне значення, яке не залежить від частоти обертання ротора. Одночасно і коефіцієнти a_1, a_2, a_3 – постійні величини; від частоти обертання залежать тільки коефіцієнти гіроскопічної і циркуляційної сил: $a_4 = k_g \kappa \omega$, $a_5 = k_d \kappa \omega$. Такі умови можуть, наприклад, мати місце, коли кільцеві зазори використовуються в якості гідростатичних підшипників з підведенням тиску від незалежного зовнішнього джерела.

У другому варіанті задачі, характерному для відцентрових машин, перепад тиску на ущільненнях дорівнює тиску, що розвиває відцентрове колесо і який пропорційний квадрату частоти обертання ротора [40,44].

Для різних варіантів коефіцієнти частотного рівняння по-різному залежать від частоти обертання ротора, а це суттєво відбивається на результатах обчислення власних частот і, відповідно, критичних частот обертання.

Покажемо в явному вигляді залежність власних частот (3.43) від частоти обертання, позначивши з урахуванням (3.18) і (3.42):

$$a_4 = a'_4 \omega, \quad a'_4 = k_g \kappa, \quad \eta_u = \eta'_u \bar{\omega}, \quad \eta'_u = \frac{a'_4}{2a_1} = \frac{k_g \kappa}{2(1 + 2k_g)},$$

$$a_5 = a'_5 \omega, \quad a'_5 = k_d \kappa, \quad \zeta_u = \zeta'_u \bar{\omega}, \quad \zeta'_u = \frac{a'_5}{2a_1 \Omega_{u0}} = \frac{k_d \kappa}{2(1 + 2k_g) \Omega_{u0}}.$$
(3.45)

З урахуванням цих виразів формули (3.43) дають залежність власних частот від частоти обертання:

$$\begin{aligned}\bar{s}_{01} = -\bar{s}_{03} &= -\eta'_u \bar{\omega} + K_u \sqrt{1 - \frac{\xi_u^2 - (\eta'_u \bar{\omega})^2}{K_u^2}}, \\ \bar{s}_{02} = -\bar{s}_{04} &= \eta'_u \bar{\omega} + K_u \sqrt{1 - \frac{\xi_u^2 - (\eta'_u \bar{\omega})^2}{K_u^2}}.\end{aligned}\quad (3.46)$$

З огляду на малість безрозмірних коефіцієнтів демпфування і гіроскопічної сили, формули (3.47) для $\bar{\omega} \leq 10$ можна дещо спростити:

$$\begin{aligned}\bar{s}_{01,2} &\approx \mp \eta'_u \bar{\omega} + K_u \left(1 - \frac{\xi_u^2 - \eta_u'^2 \bar{\omega}^2}{2K_u^2} \right), \\ \bar{s}_{03,4} &\approx \pm \eta'_u \bar{\omega} - K_u \left(1 - \frac{\xi_u^2 - \eta_u'^2 \bar{\omega}^2}{2K_u^2} \right) = -\bar{s}_{01,2},\end{aligned}\quad (3.47)$$

або

$$\begin{aligned}\bar{s}_{01,3} &\approx \pm \left[-\eta'_u \bar{\omega} + K_u \left(1 - \frac{\xi_u^2 - \eta_u'^2 \bar{\omega}^2}{2K_u^2} \right) \right], \\ \bar{s}_{02,4} &\approx \pm \left[\eta'_u \bar{\omega} + K_u \left(1 - \frac{\xi_u^2 - \eta_u'^2 \bar{\omega}^2}{2K_u^2} \right) \right] = \bar{s}_{01,3} + 2\eta'_u \bar{\omega}.\end{aligned}$$

для $\bar{\omega} \leq 10$ похибка не перевищує одного відсотка.

Формули (3.48) приводяться до виду

$$\begin{aligned}\pm \bar{s}_{u1,3} &= A\bar{\omega}^2 - B\bar{\omega} + C, \quad \pm \bar{s}_{u2,4} = A\bar{\omega}^2 + B\bar{\omega} + C, \\ A &= \eta_u'^2 / 2K_u, \quad B = \eta'_u, \quad C = K_u - \xi_u^2 / 2K_u.\end{aligned}\quad (3.48)$$

Таким чином, для даної неконсервативної системи частотні діаграми на відміну від лінійних залежностей (3.36) мають вигляд симетричних щодо осі частот парабол. Щоб уявити вид цих парабол, знайдемо характерні точки для моделі Р-1с.

На Рис. 3.7 наведені графіки залежностей (3.47) власних частот (їх додатних значень) від частоти обертання – частотні діаграми. Графіки мають спотворений вигляд, так як ціна ділення по осях відрізняється майже в сто разів. Слід звернути увагу на те, що в ущільненнях з дифузорним зазором ($\theta_0 < 0$) підкореневий вираз може приймати від'ємні значення або дорівнювати нулю. При цьому обидва корені

$\lambda_{1,2}$ – дійсні числа і вільних коливань немає. Центр мас ротора монотонно наближається до незбуреного центрального положення, якщо обидва кореня від’ємні. При наявності хоча б одного додатного дійсного кореня прогин монотонно зростає до упору в стінку кільця ущільнення.

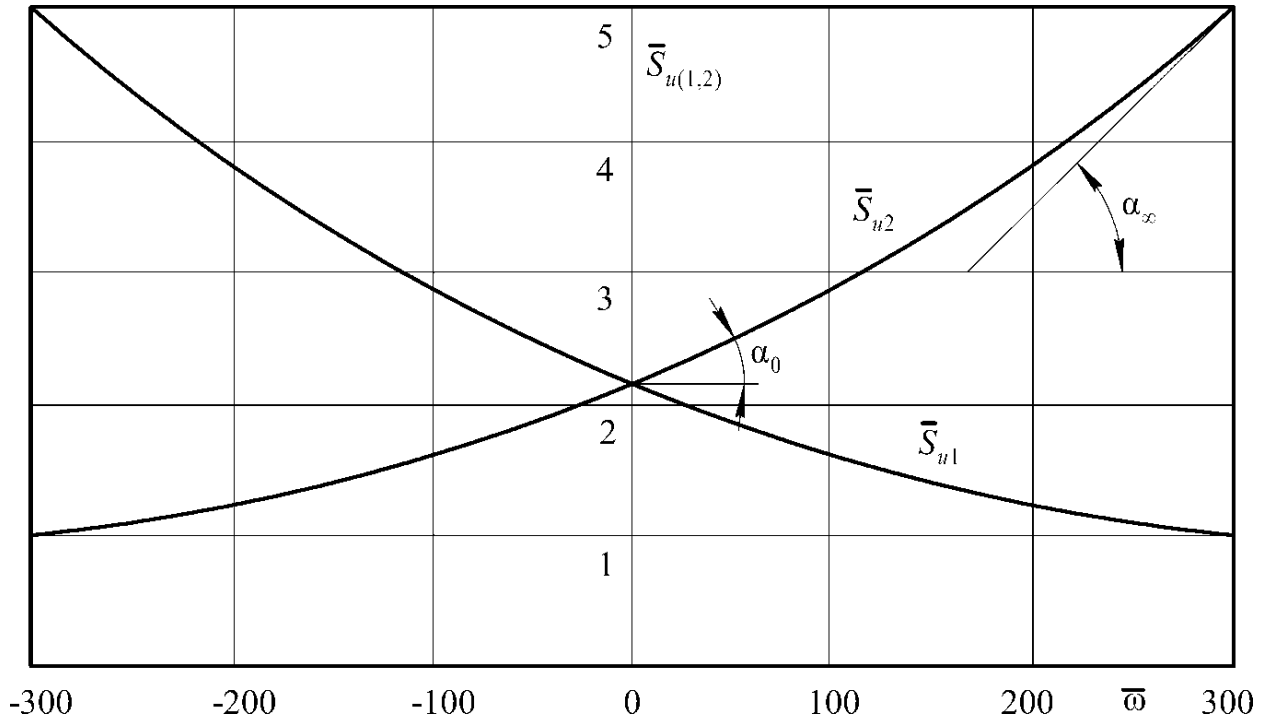


Рис. 3.7. Частотні діаграми неконсервативної системи «ротор - ущільнення»

Поняття критичної частоти обертання пов'язано з резонансом, тобто різким зростанням амплітуди усталених вимушених коливань, коли частота ω_f зовнішнього впливу на ротор наближається до будь-якої частоти s_i його власних коливань. Оскільки ідеально збалансувати ротор не можна, то завжди при його обертанні діє відцентрова сила $F = ma\omega^2 e^{i\omega t}$ неврівноваженої маси ротора. частота її ω_f дорівнює частоті обертання ($\omega_f = \omega$), і якщо частота обертання співпаде з однією з власних частот s_i , то настане резонанс, що супроводжується неприпустимим зростанням динамічних прогинів валу. Тому частота

$$\omega^*_i = \omega_f = s_i \quad (3.49)$$

називається i -ю критичною частотою обертання. Графічно вона визначається як точка перетину прямої $\omega_f(\omega) = 1 \cdot \omega$ з кутовим коефіцієнтом $k=1$ і прямою $s_i(\omega) = \text{const}$ (рис. 3.8, *a*).

У відцентрових насосах до неврівноваженої відцентрової сили інерції $F = m\omega^2 e^{i\omega t}$ додається гідродинамічна неврівноваженість, яка виникає через зсув щодо осі обертання центру мас рідини, що заповнює канали робочого колеса. Причинами цього можуть бути похибки у виготовленні робочого колеса або неоднакова ступінь розвитку кавітації в його каналах.

На практиці поняття критичної частоти ускладняється. Це обумовлено наступними причинами.

1. В реальних роторних машинах, крім відцентрової сили інерції, можуть діяти й інші періодичні збурення, частота яких ω_f відмінна від частоти обертання ротора. Як правило, вона пропорційна частоті обертання: $\omega_f = k\omega$, де коефіцієнт k (кутовий коефіцієнт в рівнянні прямої $\omega_f(\omega)$) може бути цілим і дробовим, додатним і від'ємним числом. Критична частота в цьому випадку визначається з рівності

$$\omega_{fi}(\omega^*_i) = k\omega^*_i = s_i \quad (3.50)$$

або як точка перетину прямих $k\omega$ і s_i (рис. 3.8, *b*). Правий квадрант відноситься до прямої прецесії, лівий - до зворотної. з рис. 3.8, *b* видно, що критична швидкість зворотної прецесії ω^*_j можлива лише при $k < 0$, тобто при від'ємній частоті зовнішнього збурення $\omega_f = -|k|\omega$.

Якщо частота зовнішніх збурень і власна частота не залежать від частоти обертання, то резонанс можливий лише при рівності $\omega_f = s_i$, яке зберігається при будь-яких швидкостях обертання (рис. 3.8, *c*), а поняття критичної швидкості втрачає сенс. Навіть якщо ротор не обертається, він здійснює вимушені резонансні коливання.

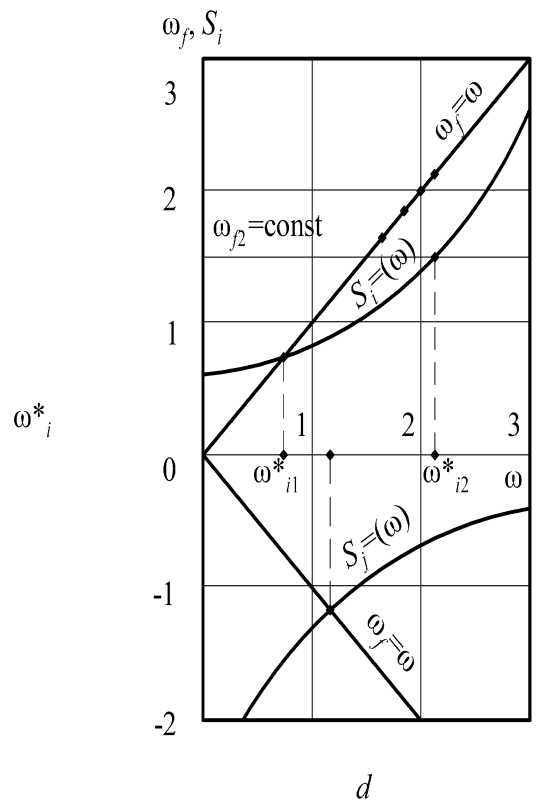
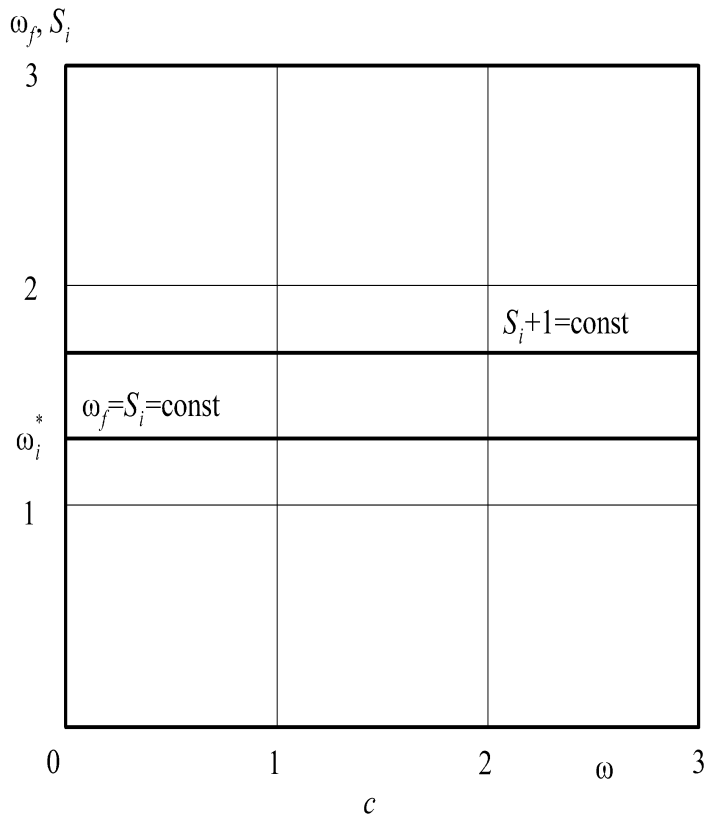
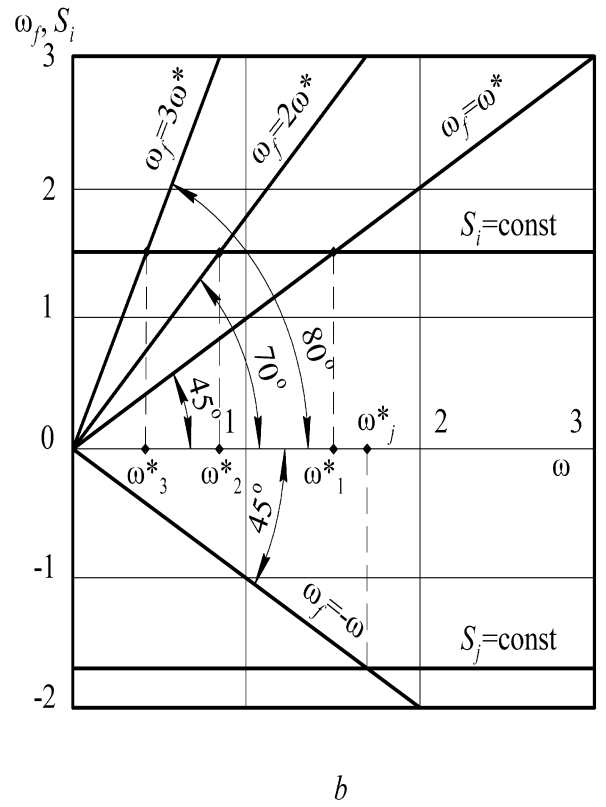
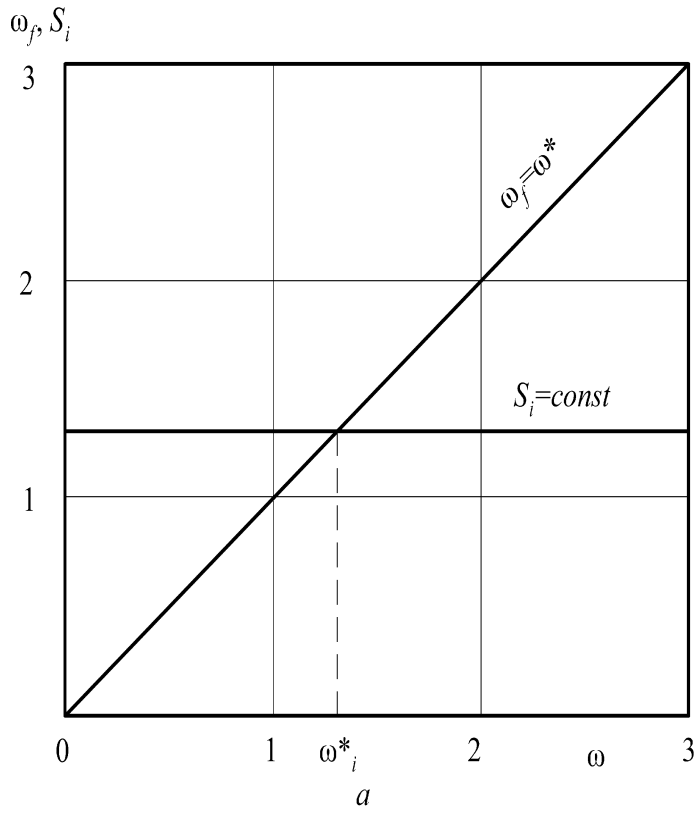


Рис. 3.8. До визначення критичних частот обертання

2. У багатьох випадках, наприклад (3.49), власні частоти коливань залежать від частоти обертання: $s = s(\omega)$. При цьому для визначення критичної частоти потрібно використовувати рівності

$$\omega_f(\omega^*_i) = k\omega^*_i = s_i(\omega^*_i), \text{ або } \omega_f = s_i(\omega^*_i), \quad (3.51)$$

якщо $\omega_f = \text{const}$, тобто коли частота збурень не залежить від частоти обертання. Графічне рішення цих рівнянь показано на рис. 3.8, *d*. Критична частота зворотної прецесії ω^*_j на малюнку відповідає від'ємній частоті зовнішнього впливу, що дорівнює за величиною частоті обертання ротора $\omega_f = -\omega$ ($k = -1$).

До числа можливих збурень, частота яких відрізняється від частоти обертання ротора, відносяться:

- імпульси тиску на виході потоку з каналу робочого колеса, що виникають в момент проходження каналу повз язик спірального відводу або решітки лопатного відвідного апарату; частота імпульсів – лопатна частота $-\omega_f = k\omega_z$, де $k=1,2,\dots$, z – число лопаток робочого колеса;
- кінематичні збурення з боку підшипників кочення, обумовлені похибками виготовлення; якщо відрізняються розміри кульок, то частота збурень $\omega_f = 0,5\omega R/(R+r)$, де R, r – радіус внутрішньої доріжки і середній радіус кульок;
- кінематичне збудження з боку вібруючого фундаменту, що передається на ротор через опори;
- кінематичне збудження характерно також для двохвальних насосних агрегатів з різною частотою обертання окремих валів. Такі агрегати використовуються в тепловій та атомній енергетиці, в суднових енергетичних установках, в турбонасосних агрегатах рідинних ракетних двигунів [21, 22, 48]. Як правило, двохвальні насосні агрегати складаються з головного високооборотного насоса і розташованого на одній осі з ним передвключеного насоса зі зниженою частотою обертання. При цьому усувається небезпека кавітації. Обидва вала пов'язані або зубчастою передачею, або гідравлічним зв'язком у вигляді

гідромуфти, осьової або радіальної гідротурбіни. Використовується також незалежний привід передвключеного і головного насосів.

Частота зовнішніх впливів – один з найбільш інформативних параметрів в задачі вібродіагностики технічного стану роторних машин. За частотою впливів можна розпізнавати джерело їх виникнення. Сама ж частота ω_f визначається, як правило, за результатами спектрального аналізу експериментально виміряних вібраційних показників.

Залежність власної частоти від частоти обертання, подібна (3.49), є невід'ємною властивістю роторів в щілинних ущільненнях, коли не тільки гіроскопічний момент диска, але і деякі гідродинамічні сили і моменти залежать від частоти обертання.

Розглянуті варіанти умов виникнення резонансів дозволяють дати загальне визначення: критична частота обертання – це частота обертання, при якій частота одного з зовнішніх збурень дорівнює одній з власних частот коливань ротора.

Визначимо критичні частоти, обумовлені відцентровою силою неврівноваженої маси $F = ma\omega^2 e^{i\omega t}$, частота якої дорівнює частоті обертання. Оскільки власні частоти (3.36) і (3.49) залежать від частоти обертання, слід застосувати першу рівність (3.52) з кутовими коефіцієнтами $k = \pm 1: s_i(\omega^*_{ui}) = \pm \omega^*_{ui}$. Для безрозмірних частот (3.49) $\bar{s}_{u1,3} = \pm \bar{\omega}^*_{u1,3}$, $\bar{s}_{u2,4} = \pm \bar{\omega}^*_{u2,4}$.

Розглянемо випадок постійного перепаду тиску на ущільненнях. Попередньо розглянемо консервативну систему з лінійною залежністю (3.36) власних частот від частоти обертання (Рис. 3.6). Перейдемо до безрозмірних величин (3.43) і (3.47):

$$\bar{s}_{1,3} \approx \pm(-\eta'_u \bar{\omega} + K_u), \quad \bar{s}_{2,4} \approx \pm(\eta'_u \bar{\omega} + K_u) = \bar{s}_{1,3} + 2\eta'_u \bar{\omega}.$$

Оскільки частотні діаграми симетричні відносно горизонтальної осі, обмежимося розглядом їх верхньої половини, тобто додатними значеннями власних частот. Частота обертання може приймати як додатні, так і від'ємні значення. При цьому рівняння (3.52) матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \bar{s}_{1,3}(\bar{\omega}^*_{u1,3}) &= \bar{\omega}^*_{u1,3} = \pm(-\eta'_u \bar{\omega}^*_{u1,3} + K_u), \\ \bar{s}_{2,4}(\bar{\omega}^*_{u2,4}) &= \bar{\omega}^*_{u2,4} = \pm(\eta'_u \bar{\omega}^*_{u2,4} + K_u). \end{aligned}$$

З цих рівностей знаходимо

$$\bar{\omega}_{u1}^* = \frac{K_u}{I + \eta'_u}, \quad \bar{\omega}_{u3}^* = -\frac{K_u}{I - \eta'_u}, \quad \bar{\omega}_{u2}^* = \frac{K_u}{I - \eta'_u}, \quad \bar{\omega}_{u4}^* = -\frac{K_u}{I + \eta'_u}, \quad (3.52)$$

$$\bar{\omega}_{u1}^* = -\bar{\omega}_{u4}^*, \quad \bar{\omega}_{u2}^* = -\bar{\omega}_{u3}^*.$$

Розташування критичних частот ілюструє рис. 3.9. Для більшої наочності коефіцієнт гіроскопічної сили збільшений в 50 разів у порівнянні з його реальною величиною. Критичні частоти визначаються абсцисами точок перетину прямих ON з кутовими коефіцієнтами $\pm k$ і частотних діаграм $\bar{s}_{u1}(\bar{\omega})$, $\bar{s}_{u2}(\bar{\omega})$. Для розглянутої консервативної системи діаграми симетричні щодо як горизонтальної, так і вертикальної осей.

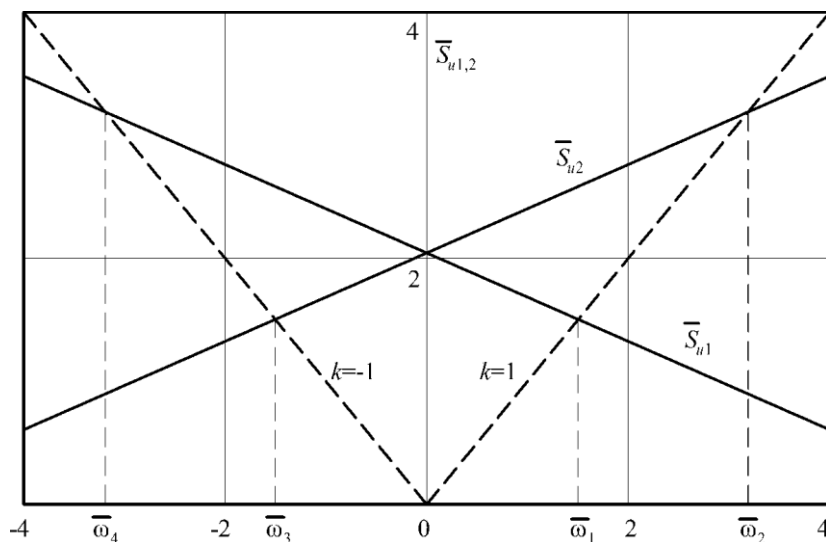


Рис. 3.9. Визначення критичних частот обертання по частотній діаграмі

Якщо враховується в'язкий опір, то, використовуюючи безрозмірні вираження власних частот (3.49) і приймаючи

$$\bar{s}_{u1,3}(\bar{\omega}_{u1,3}^*) = \pm \bar{\omega}_{u1,3}^* = A\bar{\omega}_{u1,3}^{*2} - B\bar{\omega}_{u1,3}^* + C,$$

$$\bar{s}_{u2,4}(\bar{\omega}_{u2,4}^*) = \pm \bar{\omega}_{u2,4}^* = A\bar{\omega}_{u2,4}^{*2} + B\bar{\omega}_{u2,4}^* + C,$$

прийдемо до чотирьох квадратних рівнянь

$$A\bar{\omega}_{u1}^{*2} - (B + I)\bar{\omega}_{u1}^* + C = 0, \quad A\bar{\omega}_{u4}^{*2} - (B - I)\bar{\omega}_{u4}^* + C = 0,$$

$$A\bar{\omega}_{u2}^{*2} - (B + I)\bar{\omega}_{u2}^* + C = 0, \quad A\bar{\omega}_{u3}^{*2} - (B - I)\bar{\omega}_{u3}^* + C = 0.$$

Частоти пронумеровані в порядку зростання їх модуля.

Вісім коренів цих рівнянь позначимо:

$$\bar{\omega}^*_{u1,4} = \frac{B \pm 1}{2A} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4AC}{(B \pm 1)^2}} \right], \quad \bar{\omega}'^*_{u1,4} = \frac{B \pm 1}{2A} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4AC}{(B \pm 1)^2}} \right],$$

$$\bar{\omega}^*_{u2,3} = -\frac{B \pm 1}{2A} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4AC}{(B \pm 1)^2}} \right], \quad \bar{\omega}'^*_{u2,3} = -\frac{B \pm 1}{2A} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4AC}{(B \pm 1)^2}} \right].$$
(3.53)

З огляду на те, що для модельного ротора $C \approx K_u$, вирази коренів спрощуються:

$$\bar{\omega}^*_{u1,4} \approx \frac{B \pm 1}{2A} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{2AC}{(B \pm 1)^2} \right] \right\}, \quad \bar{\omega}^*_{u1} = \frac{C}{B+1}, \quad \bar{\omega}^*_{u4} = \frac{C}{B-1};$$

$$\bar{\omega}^*_{u2,3} \approx -\frac{B \mp 1}{2A} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{2AC}{(B \mp 1)^2} \right] \right\}, \quad \bar{\omega}^*_{u2} = -\frac{C}{B-1}, \quad \bar{\omega}^*_{u3} = -\frac{C}{B+1};$$

$$\bar{\omega}'^*_{u1,4} \approx \frac{B \pm 1}{2A} \left\{ 1 + \left[1 - \frac{2AC}{(B \pm 1)^2} \right] \right\} = \frac{B \pm 1}{A} - \frac{C}{B \pm 1};$$

$$\bar{\omega}'^*_{u2,3} \approx -\frac{B \pm 1}{2A} \left\{ 1 + \left[1 - \frac{2AC}{(B \pm 1)^2} \right] \right\} = -\frac{B \pm 1}{A} + \frac{C}{B \pm 1}.$$

Якщо в отриманих формулах знехтувати постійною B порівняно з одиницею і врахувати, що $C \ll 1/A$, то вирази критичних частот приймуть такий вигляд:

$$\bar{\omega}^*_{u1} \approx \bar{\omega}^*_{u2} \approx C \approx K_u = \frac{\Omega_u}{\Omega_{u0}}, \quad \omega^*_{u1} \approx \omega^*_{u2} \approx \Omega_u,$$
(3.54)

$$\bar{\omega}^*_{u3} \approx \bar{\omega}^*_{u4} \approx -C \approx -K_u, \quad \omega^*_{u3} \approx \omega^*_{u4} \approx -\Omega_u;$$

$$\bar{\omega}'^*_{u1} \approx \bar{\omega}'^*_{u2} \approx \frac{1}{A} = 2 \frac{K_u}{\eta_u'^2}, \quad \bar{\omega}'^*_{u3} \approx \bar{\omega}'^*_{u4} \approx -\frac{1}{A} = -2 \frac{K_u}{\eta_u'^2}$$
(3.55)

Розглянемо випадок коли перепад тиску залежить від частоти обертання ротора. У відцентрових машинах перепад тиску, що дроселюється на щільних ущільненнях робочих коліс і систем авторозвантаження ротора від осьових сил, пропорційний квадрату частоти обертання ротора: $\Delta p_0 = B\omega^2$, де B - узагальнений параметр, що характеризує геометрію проточної частини і зберігає приблизно постійне значення на різних частотах обертання ротора:

$$B = \frac{\Delta p_n}{\omega_n^2} = \text{const}; \Delta p_0 = \Delta p_n \omega^2 / \omega_n^2 = B \omega^2, \quad (3.56)$$

де ω_n , Δp_n - номінальна частота обертання ротора і відповідний їй номінальний перепад тиску.

З огляду на зв'язок перепаду тиску з частотою, представимо в явному вигляді залежність коефіцієнтів рівнянь руху ротора від частоти його обертання. Будемо мати на увазі, що коефіцієнт k_g від частоти обертання не залежить. У цьому випадку залежності елементарного витoku і допоміжних коефіцієнтів від частоти виражаються наступними формулами:

$$q_0 = \left[\frac{4\Delta p_0 H^3}{\rho C l} \left(\frac{2\rho}{\mu} \right)^n \right]^{\frac{1}{2-n}} = q'_0 \omega^{\frac{2}{2-n}}, \quad q'_0 = \left[\frac{4BH^3}{\rho C l} \left(\frac{2\rho}{\mu} \right)^n \right]^{\frac{1}{2-n}};$$

$$\lambda_0 = \frac{C}{\text{Re}_0^n}, \quad \text{Re}_0 = \frac{2\rho q_0}{\mu}, \quad \Lambda_0 = \frac{\lambda_0}{8} \text{Re}_0 = \Lambda'_0 \omega^{\frac{2(1-n)}{2-n}}, \quad \Lambda'_0 = \frac{C}{8} \left(\frac{2\rho q'_0}{\mu} \right)^{1-n};$$

$$K_i = \frac{12q_0}{Hl(2-n)} = K'_i \omega^{\frac{2}{2-n}}, \quad K'_i = \frac{12q'_0}{Hl(2-n)}; \quad (3.57)$$

$$k_p = k'_p \omega^2, \quad k'_p = \frac{k_{pn}}{\omega_n^2} = \frac{\pi R_0 l}{2Hm} B;$$

$$k_d = \mu \frac{\pi R_0 l^3}{12H^3 m} \Lambda_0 = k'_d \omega^{\frac{2(1-n)}{2-n}}, \quad k'_d = \mu \frac{\pi R_0 l^3}{12H^3 m} \Lambda'_0.$$

Тепер коефіцієнти рівнянь руху можна представити у вигляді:

$$a_1 = \text{const}, \quad a_2 = a_{20} + a_{21}, \quad a_{21} = 2(k_d + k_g K_i \theta_0) = 2k'_d \omega^{\frac{2(1-n)}{2-n}} + 2k_g \theta_0 K'_i \omega^{\frac{2}{2-n}},$$

$$a_3 = \Omega_{u0}^2 + a_{31}, \quad a_{31} = 2k_p (\theta_0 + N\chi_m) = a'_{31} \omega^2, \quad a'_{31} = 2k'_p (\theta_0 + N\chi_m), \quad (3.58)$$

$$a_4 = k_g \kappa \omega = a'_4 \omega, \quad a'_4 = k_g \kappa, \quad a_5 = k_d \kappa \omega = a'_5 \omega^{\frac{4-3n}{2-n}}, \quad a'_5 = k'_d \kappa.$$

Звернемо увагу на те, що множники, відмічені штрихами, є постійними для заданої геометрії проточної частини, яка характеризується узагальненим параметром B (3.57).

Вирази (3.59) містять показник степені n узагальненої формули Блазіуса для коефіцієнта опору тертя $\lambda_0 = C/\text{Re}_0^n$. Показник n і постійна C характеризують режим течії рідини в кільцевих каналах щільних ущільнень. Як видно з (3.59), режим течії впливає на коефіцієнти демпфуючої і циркуляційної сил a_{21}, a_5 ; інерційна, гідростатична і гіроскопічна сили (a_1, a_{31}, a_4) від режиму течії не залежать. Для ламінарної течії $n = 1$, для автомодельної області турбулентної течії $n = 0$. Для цих режимів показники степені в формулах (3.59) цілі числа. Для турбулентної течії показники ступеня виходять дробовими, в результаті ускладнюється обчислення критичних частот. Тому обмежимося крайніми ламінарною і автомодельною турбулентною течіями. Останній режим найбільш характерний для ущільнень відцентрових насосів.

Формули (3.58) і (3.59) в розмірній і безрозмірній формах для розглянутих режимів приймають такий вигляд.

Ламінарний плин, $n = 1$:

$$\begin{aligned}
 q_0^{(l)} &= \frac{BH^3}{12\mu l}, \quad K_i^{(l)} = \frac{BH^2}{\mu l^2}, \quad \Lambda_0^{(l)} = 12; \\
 a_{21}^{(l)} &= a_{21}'^{(l)}\omega^2, \quad a_{21}'^{(l)} = 2k_g\theta_0 K_i^{(l)}; \\
 a_1 &= a_1^{(l)} = a_1^{(t)} = 1 + 2k_g, \quad a_2^{(l)} = a_{20} + 2k_d + a_{21}'^{(l)}\omega^2; \\
 \xi_u^{(l)} &= \frac{a_2^{(l)}}{2a_1\Omega_{u0}} = \xi_{u0}^{(l)} + \xi_{u1}^{(l)}\bar{\omega}^2, \quad \xi_{u0}^{(l)} = \frac{a_{20} + 2k_d}{2a_1\Omega_{u0}}, \quad \xi_{u1}^{(l)} = \frac{k_g\theta_0 K_i^{(l)}\Omega_{u0}}{a_1}; \\
 a_3 &= a_3^{(l)} = a_3^{(t)} = \Omega_{u0}^2 + a_{31}'\omega^2, \quad a_{31}' = 2k_p'(\theta_0 + N\chi_m); \\
 a_4^{(l)} &= a_4^{(t)} = a_4 = a_4'\omega, \quad \eta_u^{(l)} = \eta_u^{(t)} = \eta_u'\bar{\omega}, \quad \eta_u' = \frac{k_g\kappa}{2a_1}; \\
 a_5^{(l)} &= a_5^{(t)}\omega, \quad a_5^{(t)} = k_d^{(l)}\kappa, \quad \zeta_u^{(l)} = \frac{a_5^{(l)}\omega}{2a_1\Omega_{u0}^2} = \zeta_u^{(t)}\bar{\omega}, \quad \zeta_u^{(t)} = \frac{k_d^{(l)}\kappa}{2a_1\Omega_{u0}}.
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

Автомодельний турбулентний плин, $n = 0$:

$$\begin{aligned}
q_0^{(t)} &= q_0'^{(t)} \omega, \quad q_0'^{(t)} = 10 \left(\frac{BH^3}{\rho l} \right)^{0.5}, \quad \Lambda_0^{(t)} = \Lambda_0'^{(t)} \omega, \quad \Lambda_0'^{(t)} = 0,01 \frac{\rho}{\mu} q_0'^{(t)}, \\
K_i'^{(t)} &= \frac{6q_0'^{(t)}}{Hl}, \\
k_d^{(t)} &= k_d'^{(t)} \omega, \quad k_d'^{(t)} = \mu \frac{\pi R_0 l^3}{12H^3 m} \Lambda_0'^{(t)} = \frac{\pi R_0 l^3}{120H^2 m} \left(\frac{\rho BH}{l} \right)^{0.5}; \\
a_2^{(t)} &= a_{20} + a_{21}^{(t)}, \quad a_{21}^{(t)} = a_{21}'^{(t)} \omega, \quad a_{21}'^{(t)} = 2(k_d'^{(t)} + k_g \theta_0 K_i'^{(t)}), \\
\xi_u^{(t)} &= \xi_{u0} + \xi_{u1}^{(t)}, \quad \xi_{u1}^{(t)} = \xi_{u1}'^{(t)} \bar{\omega}, \quad \xi_{u1}'^{(t)} = \frac{k_d'^{(t)} + k_g \theta_0 K_i'^{(t)}}{a_1 \Omega_{u0}}; \\
a_5^{(t)} &= a_5'^{(t)} \omega^2, \quad a_5'^{(t)} = k_d'^{(t)} \kappa, \quad \zeta_u^{(t)} = \frac{a_5'^{(t)} \omega^2}{2a_1 \Omega_{u0}^2} = \zeta_u'^{(t)} \bar{\omega}^2, \quad \zeta_u'^{(t)} = \frac{a_5'^{(t)}}{2a_1}.
\end{aligned} \tag{3.60}$$

Критичні частоти обертання легко знайти по наближеним значенням власних частот. Вплив демпфуючих і гіроскопічних сил буде враховано пізніше.

Збуджуючою силою знову є сила інерції неврівноваженої маси, частота якої дорівнює частоті обертання, тому для обчислення критичних швидкостей слід скористатися першою формулою (3.52) при $k = \pm 1$: $\bar{s}_i(\bar{\omega}^*_{ui}) = \pm \bar{\omega}^*_{ui}$

$$\bar{s}_u \approx K_u = \sqrt{(1 + a'_{31} \bar{\omega}^*_{u2}) / a_1} = \pm \bar{\omega}^*_{u}.$$

Зведемо обидві частини рівності в квадрат, після чого знаходимо

$$\bar{\omega}^*_{u2} = \frac{1}{a_1(1 - a'_{31}/a_1)}, \quad \bar{\omega}^*_{u1,3} = \pm \frac{1}{\sqrt{a_1(1 - a'_{31}/a_1)}},$$

де $\bar{\omega}^*_{u1,3}$ – безрозмірні критичні частоти прямої і зворотної прецесії відповідно. З урахуванням формул (3.59) і (3.29)

$$\frac{a'_{31}}{a_1} = \frac{a_{31}}{a_1 \omega^2} = \frac{\Delta \Omega_u^2}{\omega^2}, \quad \bar{\omega}^*_{u1,3} = \pm \frac{1}{\sqrt{a_1(1 - \Delta \Omega_u^2 / \omega^2)}}. \tag{3.61}$$

З останньої формули видно, що критичні частоти, які є дійсними числами, існують за умови

$$\frac{a'_{31}}{a_1} = \frac{\Delta \Omega_u^2}{\omega^2} < 1, \quad a_1 > a'_{31} = 2k'_p(\theta_0 + N\chi_m),$$

звідки випливає, що для значень параметра конусності

$$\theta_0 > a_1/2k'_p - N\chi_m \quad (3.62)$$

критичних частот не існує, жорсткість ротора автоматично підвищується.

На ламінарних течіях ($n=1, N=4$) $\theta_0 > -1,1$. Оскільки параметр конусності $\theta_0 = \vartheta_0 l/2H$ не може по модулю перевищувати одиницю, на ламінарних течіях (3.62) безумовно виконується, і критичні частоти в першому наближенні відсутні.

Для оцінки впливу демпфуючих і гіроскопічних сил на критичні частоти потрібно використовувати уточнені формули (3.42). Вище було встановлено, що вплив цих сил на власні частоти, отже, і на критичні частоти, дуже малий. Проте оцінка цього впливу представляє методичний інтерес, оскільки подібним чином далі буде проводитися аналіз незалежних кутових коливань. А для них гіроскопічний момент має істотне значення. Отримані результати будуть служити в подальшому для порівняння і виявлення відмінних рис радіальних і кутових коливань.

Частотні діаграми симетричні відносно горизонтальної осі, тому досить розглянути тільки їх верхню половину $s_u > 0$. Запишемо формули (3.43) у вигляді

$$\bar{s}_{u1} + \eta_u = \sqrt{K_u^2 - \xi_u^2 + \eta_u^2}, \quad \bar{s}_{u2} - \eta_u = \sqrt{K_u^2 - \xi_u^2 + \eta_u^2}.$$

Щоб позбутися радикала, зведемо обидві частини цих рівностей в квадрат, після чого отримаємо

$$\bar{s}_u^2 \pm 2\bar{s}_u \eta_u - K_u^2 + \xi_u^2 = 0. \quad (3.63)$$

Для ламінарної течії, підставивши значення K_u (3.29) і (3.60) в рівняння (3.64) і приймаючи $\bar{s}_u = \pm \bar{\omega}_u$, отримаємо біквдратне рівняння

$$\xi_{u1}'^2 \bar{\omega}_u^{*4} + (1 + 2\xi_{u0} \xi_{u1}' - a_{31}'/a_1 \pm 2\eta_u') \bar{\omega}_u^{*2} - 1/a_1 + \xi_{u0}^2 = 0. \quad (3.64)$$

Для автотурбулентної області турбулентної течії підстановка виразів (3.61) в рівняння (3.64) приводить до квадратного рівняння

$$(1 + \xi_{u1}'^2 - a_{31}'/a_1 \pm 2\eta_u') \bar{\omega}_u^{*2} + 2\xi_{u0} \xi_{u1}' \bar{\omega}_u^* - 1/a_1 + \xi_{u0}^2 = 0. \quad (3.65)$$

Позначимо коефіцієнти цих рівнянь: для ламінарної течії

$$A^{(l)} = \xi_{uln}'^2, \quad B_{l,2}^{(l)} = 1 + 2\xi_{u0} \xi_{uln}' - a_{31}'/a_1 \pm 2\eta_u', \quad C^{(l)} = \xi_{u0}^2 - \frac{1}{a_1},$$

для автотельної області турбулентної течії

$$A_{1,2}^{(t)} = 1 + \xi_{u1}^{\prime 2} - a'_{31}/a_1 \pm 2\eta'_u, \quad B^{(t)} = 2\xi_{u0}\xi'_{u1}, \quad C^{(t)} = \xi_{u0}^2 - 1/a_1.$$

Надалі прийемо до уваги, що коефіцієнт, який враховує гіроскопічну силу в щільному ущільненні $\eta'_u \ll 1$. Це дозволяє прийняти $B_1^l \approx B_2^l$, $A_1^t \approx A_2^t$. В результаті рівняння критичних частот приймають вид

$$A^{(t)}\bar{\omega}_{ul}^{*4} + B^{(t)}\bar{\omega}_{ul}^{*2} + C^{(t)} = 0, \quad A^{(t)}\bar{\omega}_{ut}^{*2} + B^{(t)}\bar{\omega}_{ut}^{*} + C^{(t)} = 0, \quad (3.66)$$

а їх рішення

$$\bar{\omega}_{u1,3}^{*2(t)} = -\frac{B^{(t)}}{2A^{(t)}} \pm \sqrt{\left(\frac{B^{(t)}}{2A^{(t)}}\right)^2 - \frac{C^{(t)}}{A^{(t)}}}; \quad \bar{\omega}_{u1,3}^{*(t)} = -\frac{B^{(t)}}{2A^{(t)}} \pm \sqrt{\left(\frac{B^{(t)}}{2A^{(t)}}\right)^2 - \frac{C^{(t)}}{A^{(t)}}}.$$

Критичні частоти – дійсні числа, тому вони існують, якщо підкорінні вираження додатні: $B^2 - 4AC \geq 0$. В іншому випадку дійсних критичних частот немає, так як власні частоти ростуть швидше, ніж частота обертання ротора: за умови

$$B^2 \leq 4AC \quad (3.67)$$

відбувається підвищення жорсткості ротора, він позбавлений резонансних режимів.

Для ламінарного течії $A > 0$, $C < 0$, $4AC < B^2$, тому рівняння має два корені протилежних знаків і дві критичні частоти, які відповідають додатному кореню:

$$\bar{\omega}_{u(1)}^{*2} > 0, \quad \bar{\omega}_{u(2)}^{*2} < 0; \quad \bar{\omega}_{u1,3}^{*} = \pm \sqrt{\bar{\omega}_{u(1)}^{*2}}.$$

На автотельних турбулентних режимах умова (3.68) приводиться до вигляду

$$\xi_{u0}^2 \xi_{u1}^{\prime 2} \leq \left(1 + \xi_{u1}^{\prime 2} - a'_{31}/a_1 - 2\eta'_u\right) \left(\xi_{u0}^2 - 1/a_1\right).$$

Якщо не враховувати зовнішнє демпфування ($a_{20} = \xi_{u0} = 0$), то остання умова дещо спрощується:

$$a'_{31}/a_1 + 2\eta'_u - \xi_{u1}^{\prime 2} \geq 1. \quad (3.68)$$

З неї видно, що гіростатична і гіроскопічна сили сприяють підвищенню жорсткості ротора; демпфуюча сила робить зворотний вплив. Від циркуляційної сили власні частоти і критичні швидкості не залежать.

Для попередньої оцінки можна знехтувати квадратом коефіцієнта демпфування і коефіцієнтом гіроскопічної сили. При цьому нерівність (3.69) набирає вигляду $a'_{31} \geq a_1$, а з урахуванням виразів (3.59)

$$\theta_0 \geq \frac{1 + 2k_g}{2k'_p} - \chi_m. \quad (3.69)$$

Отримана умова відсутності критичних частот збігається з (3.63), якщо прийняти $N = 1$, що відповідає автономному турбулентному режиму.

Таким чином, особливістю роторів відцентрових машин є можливість настільки автоматично підвищувати жорсткість, що критичні частоти обертання стають недосяжними. На практиці цей ефект досягається застосуванням спеціальних конструкцій щілинних ущільнень, зокрема, ущільнень з конфузормим кільцевим зазором. Максимальний ефект конфузорності дає на кільцевих дроселях систем автоматичного врівноваження осьових сил, оскільки на них дроселюється приблизно половина тиску нагнітання [39].

3.5.2. Стійкість коливань

Неврівноважений ротор в режимі сталого руху здійснює стаціонарні вимушені коливання у вигляді прямої синхронної прецесії. При втраті стійкості на початковий рух накладаються додаткові автоколивання, частоти яких близькі до будь-яких власних частот системи і мало залежать від частоти обертання ротора [40]. Втрату стійкості викликають неконсервативні гідродинамічні сили, що виникають в щілинних ущільненнях, а також сили внутрішнього тертя. Робота на таких режимах супроводжується підвищеними вібраціями в широкому діапазоні частот обертання, тому ще на стадії проектування машини втраті стійкості прагнуть запобігти.

Надалі стійкість динамічних систем оцінюється їх відхиленнями від вихідного рівноважного положення, викликаними збуренням початкових умов. Положенням рівноваги консервативної системи з голономними стаціонарними зв'язками називається положення, в якому її потенційна енергія має постійне значення і, відповідно,

$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial q_j}\right)_0 = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n), \quad (3.70)$$

де q_j - узагальнені координати. Потенційна енергія в положенні рівноваги завжди може бути прийнята рівною нулю, так як її значення визначається з точністю до довільної сталої.

Рівняння (3.71) - рівняння рівноваги консервативної системи. З них випливає, що в положенні рівноваги потенційна енергія приймає екстремальні значення. Однак з рівнянь не видно стійкість рівноваги.

Достатня умова стійкості рівноваги для консервативних систем дає теорема Лагранжа – Діріхле: стан рівноваги стійкий, якщо потенційна енергія системи в цьому положенні має ізольований мінімум. Для систем з одним ступенем свободи ця умова має простий вигляд:

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q^2} > 0. \quad (3.71)$$

Потенційна енергія – функція узагальнених координат. В теорії лінійних коливань вона обчислюється з точністю до членів другого порядку щодо q :

$$\Pi \approx \Pi(0) + \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \Pi}{\partial q_j}\right)_0 q_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_j \partial q_k}\right)_0 q_j q_k.$$

Оскільки прийнято $\Pi(0) = 0$, в положенні рівноваги з урахуванням (3.71)

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_j \sum_k c_{jk} q_j q_k, \text{ де } c_{jk} = \left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_j \partial q_k}\right)_0,$$

потенційна енергія є квадратичною формою узагальнених координат, тобто однорідним многочленом, що містить попарні добутки узагальнених координат з дійсними коефіцієнтами, що задовольняють умові $c_{jk} = c_{kj}$.

У положенні рівноваги потенційна енергія приймається рівною нулю, тому в околиці стійкого положення рівноваги вона повинна бути додатною. З цього випливає, що квадратична форма

$$П = \frac{1}{2} \sum_j^n \sum_k^n c_{jk} q_j q_k, \quad (3.72)$$

яка представляє потенційну енергію поблизу рівноваги, повинна бути безумовно додатною, тобто зберігати додатні значення при всіх значеннях змінних q_j і звертатися в нуль лише при одночасній рівності нулю всіх змінних. Коефіцієнти такої форми повинні задовольняти критерію Сильвестра: для того, щоб квадратична форма з дійсними коефіцієнтами була безперечно-додатна, необхідно і достатньо, щоб всі головні діагональні мінори Δ_i матриці C

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \dots c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \dots c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} \dots c_{nn} \end{pmatrix}$$

були додатними:

$$\Delta_1 = c_{11} > 0, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix} > 0, \dots, \quad \Delta_n = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \dots & c_{2n} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \dots & c_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} & c_{nn} \end{vmatrix} > 0 \quad (3.73)$$

Останній визначник Δ_n називається дискримінантом квадратичної форми.

Для системи з двома ступенями свободи зі стійким положенням рівноваги критерій Сильвестра зводиться до перших двох нерівностей. З другої нерівності випливає

$$c_{11} c_{22} > c_{12}^2. \quad (3.74)$$

Вільний рух (3.45) обумовлено збуренням початкових умов: при нульових початкових умовах постійні $B_{x(1,2)} = 0$, $B_{y(1,2)} = 0$ і вільний рух відсутній. При цьому ротор знаходиться або в нерухомому стані рівноваги, або після загасання супутніх вільних коливань здійснює усталені вимушені коливання під дією зовнішніх гармонійних збурень.

Зміна амплітуд вільних коливань у часі визначається дійсною частиною $-n_u$ характеристичних показників: якщо вона від'ємна ($-n_u < 0, n_u > 0$), то амплітуди (3.45) монотонно зменшуються, тобто ротор асимптотично стійкий. Якщо ж за рахунок циркуляційної сили дійсна частина стає додатною ($-n_u > 0, n_u < 0$), то амплітуди необмежено зростають з часом, тобто рух ротора нестійкий. У разі рівності нулю дійсної частини амплітуди залишаються постійними, і рух має вигляд кругової прецесії, при якій центр диска рухається по круговій траєкторії постійного радіусу. В цьому випадку ротор знаходиться на межі стійкості. Таким чином, для стійкості необхідно і достатньо, щоб дійсні частини всіх коренів характеристичного рівняння були від'ємні.

При постійному перепаді тиску на ущільненнях коефіцієнти гіроскопічної і циркуляційної гідродинамічних сил пропорційні частоті обертання ротора (3.42). З урахуванням цих виразів знайдемо умови від'ємності дійсних частин показників (3.47), тобто умови стійкості $\bar{n}_{u(1,2)} > 0$:

$$\bar{n}_{u(1,2)} = \xi_u \pm \frac{(\xi_u \eta'_u - \zeta'_u) \bar{\omega}_{u1,2}}{K_u \sqrt{1 - \frac{\xi_u^2 - \eta_u'^2 \bar{\omega}_{u1,2}^2}{K_u^2}}} > 0,$$

або

$$\xi_u K_u \sqrt{1 - \frac{\xi_u^2 - \eta_u'^2 \bar{\omega}_{u1,2}^2}{K_u^2}} > \mp (\xi_u \eta'_u - \zeta'_u) \bar{\omega}_{u1,2}.$$

Зводячи обидві частини нерівності в квадрат, після скорочення подібних отримаємо:

$$\xi_u^2 K_u^2 \left(1 - \frac{\xi_u^2}{K_u^2}\right) > (\zeta_u'^2 - 2\xi_u \eta'_u \zeta'_u) \bar{\omega}_{u1,2}^2.$$

відношення $\xi_u^2 / K_b^2 \ll 1$ (навіть для конфузорового каналу $\theta_0 = 0,3$ воно дорівнює 0,04), тому можна прийняти

$$\xi_u^2 K_u^2 > (\zeta_u'^2 - 2\xi_u \eta'_u \zeta'_u) \bar{\omega}_{u1,2}^2, \quad \xi_u K_u > \pm \bar{\omega}_{u1,2} \sqrt{(\zeta_u'^2 - 2\xi_u \eta'_u \zeta'_u)}.$$

В результаті область стійкості обмежується безрозмірними частотами обертання

$$\bar{\omega}_{u1\otimes} < \frac{K_u \xi_u / \zeta'_u}{\sqrt{1 - 2\xi_u \eta'_u / \zeta'_u}}, \quad \bar{\omega}_{u2\otimes} > -\frac{K_u \xi_u / \zeta'_u}{\sqrt{1 - 2\xi_u \eta'_u / \zeta'_u}}$$

або розмірними

$$\omega_{u1\otimes} < \frac{a_2 \Omega_u}{a'_5 \sqrt{\left(1 - \frac{a_2 a'_4}{a_1 a'_5}\right)}}, \quad \omega_{u2\otimes} > -\frac{a_2 \Omega_u}{a'_5 \sqrt{\left(1 - \frac{a_2 a'_4}{a_1 a'_5}\right)}}. \quad (3.75)$$

Друга нерівність обмежує область стійкості зворотної прецесії і порушується, якщо від'ємна частота обертання ротора, тобто частота обертання в зворотному напрямку, стає менше $\omega_{u2\otimes}$ (рис. 3.10). Для ротора, що обертається в одному додатному напрямку, ця нерівність сенсу не має. Другий доданок в знаменниках (3.76), що характеризує деяку стабілізуючу роль гіроскопічної сили, малий в порівнянні з одиницею, тому часто їм можна знехтувати.

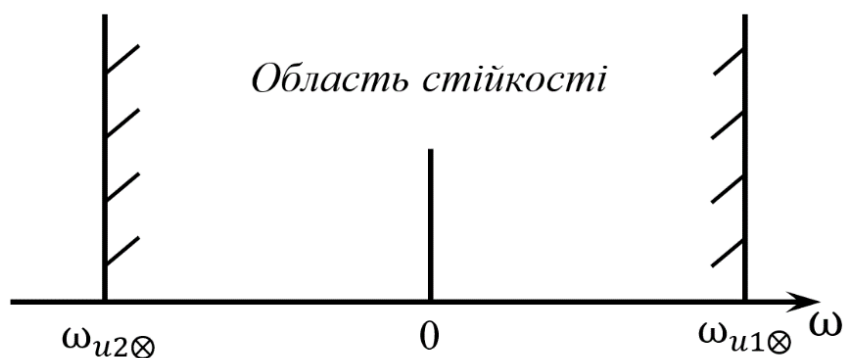


Рис. 3.10. Область стійкості прямої і зворотної прецесії

При цьому область стійкості прямої прецесії обмежується нерівністю

$$\omega_{u1\otimes} < \Omega_u \frac{a_2}{a'_5}, \quad \bar{\omega}_{u1\otimes} < K_u \frac{\xi_u}{\zeta'_u}. \quad (3.76)$$

При зменшенні циркуляційної сили діапазон стійкості розширюється.

Для ротора без зовнішнього демпфування ($a_{20} = 0$) і для каналів без конусності ($\theta_0 = 0$, $a_{21} = 2k_d$) наближена, без урахування гіроскопічної сили, умова стійкості (3.77) приймає простий вигляд

$$\omega_{u\otimes} < \Omega_u \frac{a_{21}}{a'_5} = 2 \frac{\Omega_u}{\kappa}; \quad \bar{\omega}_{u\otimes} = K_u \frac{2}{\kappa}. \quad (3.77)$$

Якщо вважати, що середня по всьому каналу окружна швидкість рідини дорівнює $0,5\omega R_l$, то отримаємо відомий результат: ротор в повноохоплюючих підшипниках або в щілинних ущільненнях на частотах обертання, що перевищують подвоєну власну частоту, втрачає стійкість: $\omega_{u\otimes} < 2\Omega_u$.

Рух ротора має характер прямої прецесії, що розгортається в часі по спіралі з частотою $\Omega_u = 0,5\omega$. В літературі [94] такий рух отримав назву напівчастотного вихору (*half frequency whirl* по англійській термінології). З формул (3.76) випливає, що сумарна жорсткість (Ω_u), демпфування (a_2) і гіроскопічна сила (a_4) розширюють область стійкості, а циркуляційна сила (a_5) дестабілізує ротор.

Особливої уваги потребує коефіцієнт демпфування

$$a_2 = a_{20} + 2(k_d + k_g K_i \theta_0).$$

У дифузорних кільцевих каналах щілинних ущільнень $\theta_0 < 0$ і за умови

$$\theta_0 < -k_d/k_g K_i, \quad (3.78)$$

а також при відсутності зовнішнього демпфування ($a_{20} \approx 0$) $a_2 < 0$, в результаті отримуємо $\omega_{u1\otimes} < 0$: пряма прецесія нестійка у всій області додатних частот.

В останньому випадку (дифузорний канал) ротор нестійкий на всіх додатних частотах обертання, включаючи $\omega = 0$. Критичне значення параметра конусності, при якому $\omega_{u1\otimes} = 0$, можна виразити через геометричні параметри ущільнень.

$$\theta_{0*} = -\frac{\mu}{\rho H^2 K_i} \frac{C}{8} \text{Re}_0^{1-n}. \quad (3.79)$$

На ламінарних течіях

$$n = 1, \quad C = 96, \quad \Lambda_0 = 12, \quad \theta_{0*} = -2 \text{Re}_0^{-1} \frac{l}{H}.$$

Для турбулентної течії

$$n = 0,25, \quad C = 0,316, \quad \Lambda_0 = \frac{0,316}{8} \text{Re}_0^{3/4}, \quad \theta_{0*} = -1,15 \cdot 10^{-2} \text{Re}_0^{-1/4} \frac{l}{H}.$$

Для автотурбулентної області турбулентної течії

$$n = 0, C = 0,04, \Lambda_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{Re}_0, \theta_{0*} = -\frac{1}{600} \frac{l}{H}. \quad (3.80)$$

На ламінарних і турбулентних течіях критичний параметр дифузорності залежить від числа Рейнольдса, отже, і від дросельованого перепаду тиску. Чим більше перепад тиску, тим більше число Рейнольдса і тим менше дифузорність, при якій виникають самозбудні коливання навіть заторможеного ротора.

З умови $\theta_0 < -k_d/k_g K_i$ (3.79) для заданої дифузорності $\theta_0 = -|\theta_0|$ можна також знайти критичний перепад тиску Δp_* , при якому виникають автоколивання заторможеного ротора:

$$\Delta p_* = \frac{\mu^2 l C^{\frac{2}{n}}}{16 \rho H^3} \left[\frac{l(2-n)}{48 H |\theta_0|} \right]^{\frac{2-n}{n}}.$$

Відповідно для ламінарної і турбулентної течій

$$\Delta p_{*l} = \frac{12 \mu^2 l^2}{\rho H^4 |\theta_0|}, \quad \Delta p_{*t} = 2,13 \cdot 10^{-15} \frac{\rho l}{H^3} \left(\frac{\mu}{2\rho} \right)^2 \left(\frac{l}{H |\theta_0|} \right)^7.$$

На автономних турбулентних режимах $\Delta p_* \rightarrow \infty$, а критична дифузорність визначається тільки відношенням довжини кільцевого каналу до його середнього зазору.

Явище самозбуджуваних радіальних коливань заторможеного вала в дифузорних ущільненнях підтверджено експериментами [44, 48], причому межа самозбудження добре узгоджується з умовою (3.80). У аерогідропружості подібне явище називають флатером. На відміну від розглянутої тут внутрішньої течії в каналі флатер виникає при зовнішньому обтіканні потоком газу пружних поверхонь.

Висновки про вплив гідродинамічних сил різної природи на стійкість ротора дозволяють рекомендувати досить ефективні способи його стабілізації. Ці методи засновані на цілеспрямованій зміні гідродинамічних характеристик щілинних ущільнень.

Для запобігання підвищеним вібраціям через втрату динамічної стійкості необхідно, перш за все, виключити можливість утворення дифузорності, особливо в разі, коли дроселюються великі перепади тиску. Як видно з формул (3.9),

дифузорність ($\theta_0 < 0$) зменшує демпфування (a_{21}) і гідростатичну жорсткість (a_{31}), що призводить до порушення умов стійкості (3.76).

Зазори щілинних ущільнень можуть набувати дифузорної форми через неточності виготовлення, через силові і температурні деформації. У високонапірних насосах, коли елементи ущільнень знаходяться під дією великих нерівномірно розподілених навантажень від дросельованого тиску, уникнути значних деформацій не вдається. Тому іноді доцільно робити дроселюючі канали з попередньою конфузорністю, щоб компенсувати виникаючі внаслідок деформацій від'ємні конусності. Замість конусного можна застосовувати ступінчастий зазор, який зменшується у напрямку потоку [40].

Ефект конусності посилюється зі зростанням дросельованих на ущільненнях перепадах тиску. Великі перепади тиску характерні для високонапірних насосів, в яких великий тиск досягається за рахунок високих частот обертання. Саме для високооборотних роторів проблема зниження рівня вібрацій і забезпечення вібраційної надійності за рахунок щілинних ущільнень особливо актуальна.

Основною дестабілізуючою силою є циркуляційна сила (a_5). Циркуляційна сила пропорційна коефіцієнту закрутки, тобто середній окружній швидкості рідини в кільцевому зазорі. Тому в спрощеному вигляді (3.78) межа стійкості видаляється в міру зменшення коефіцієнта закрутки. Цей висновок має важливе практичне значення. На його підставі створені конструкції щілинних ущільнень, в яких пригнічується окружний потік [40], завдяки чому розширюється область стійкості ротора в ущільненнях.

У наведеному аналізі стійкості використовувалися наближені значення коренів (3.41) характеристичного рівняння (3.33), а ознакою стійкості були від'ємні дійсні частини цих коренів. Однак отримати вирази коренів вдається лише в найпростіших випадках. Коливання динамічних систем описуються системою диференціальних рівнянь, порядок якої дорівнює подвоєному числу ступенів свободи. Відповідне характеристичне рівняння має такий же ступінь. Однодисковий ротор, наприклад, який здійснює радіально-кутові коливання, представляє систему з чотирма ступенями свободи, а його характеристичні показники – корені алгебраїчного рівняння восьмого

ступеня, і обчислити їх аналітично не можна. У таких випадках на допомогу приходять критерії стійкості, що дозволяють за коефіцієнтами рівняння, не вирішуючи самі рівняння, визначити, чи всі корені мають від'ємну дійсну частину, тобто чи виконується необхідна і достатня умова стійкості.

Аналіз стійкості потрібно починати з перевірки, чи задовольняє система більш простій необхідній, але недостатній умові стійкості. На підставі теореми про розкладання многочлена на множники характеристичний поліном

$$P(\lambda) = A_0\lambda^n + A_1\lambda^{n-1} + A_2\lambda^{n-2} + \dots + A_n \quad (3.81)$$

можна єдиним способом представити у вигляді

$$P(\lambda) = A_0(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)\dots(\lambda - \lambda_n),$$

де λ_k - корені характеристичного рівняння $P(\lambda) = 0$. Якщо поліном (3.82) має дійсні коефіцієнти, то його корені можуть бути дійсними і комплексними попарно спряженими числами.

У розкладанні поліному на множники кожна пара дужок, що відповідають зв'язаним кореням, після перемноження має вигляд:

$$(\lambda - \lambda_m)(\lambda - \bar{\lambda}_m) = \lambda^2 + 2\alpha_m\lambda + \alpha_m^2 + \beta_m^2,$$

а саме розкладання

$$P(\lambda) = A_0 \prod_{m=1}^r (\lambda^2 + 2\alpha_m\lambda + \alpha_m^2 + \beta_m^2) \prod_{l=1}^s (\lambda + \gamma_l) = A_0 \sum_0^n a_k \lambda^{n-k}.$$

Для стійких систем дійсні частини коренів від'ємні, тобто $\alpha_m > 0$, $\gamma_m > 0$. В результаті всі коефіцієнти $a_k > 0$. Таким чином, всі коефіцієнти характеристичного рівняння стійкої системи є додатними. Протилежне твердження є лише необхідною умовою стійкості: для стійкості системи необхідно, але недостатньо, щоб всі коефіцієнти її характеристичного рівняння були додатними.

Якщо характеристичне рівняння з дійсними коефіцієнтами представити у вигляді (3.82), то критерій зводиться до побудови таблиці Рауса [40], елементами першої та другої рядків якої є, відповідно, коефіцієнти характеристичного рівняння з парними (починаючи з $A_0 > 0$) і непарними (починаючи з A_1) індексами. Елементи

наступних рядків, починаючи з третього, обчислюються шляхом перехресного множення перших двох елементів попередніх двох рядків на всі наступні елементи цих рядків і ділення різниці відповідних добутків на перший елемент попереднього рядку. Наприклад, елементи третього і четвертого рядків отримують у такий спосіб:

$$c_{31} = \frac{c_{12}c_{21} - c_{11}c_{22}}{c_{21}}, \quad c_{32} = \frac{c_{13}c_{21} - c_{11}c_{23}}{c_{21}}, \quad c_{33} = \frac{c_{14}c_{21} - c_{11}c_{24}}{c_{21}};$$

$$c_{41} = \frac{c_{22}c_{31} - c_{21}c_{32}}{c_{31}}, \quad c_{42} = \frac{c_{23}c_{31} - c_{21}c_{33}}{c_{31}}, \quad c_{43} = \frac{c_{24}c_{31} - c_{21}c_{34}}{c_{31}}, \quad c_{34} = 0.$$

За критерієм Рауса - Гурвіца для стійкості системи необхідно і достатньо, щоб при $A_0 > 0$ всі головні діагональні мінори матриці Гурвіца

$$H_n = \begin{pmatrix} A_1 & A_3 & A_5 & \dots & 0 & 0 \\ A_0 & A_2 & A_4 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & A_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_{n-2} & A_n \end{pmatrix}. \quad (3.82)$$

були додатні:

$$\Delta_1 = A_1 > 0, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} A_1 & A_3 \\ A_0 & A_2 \end{vmatrix} > 0, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} A_1 & A_3 & A_5 \\ A_0 & A_2 & A_4 \\ 0 & A_1 & A_3 \end{vmatrix} > 0,$$

$$\Delta_{n-1} > 0, \quad \Delta_n = A_n \Delta_{n-1} > 0.$$

При $A_n > 0$ остання нерівність тотожна попередній. Якщо $\Delta_n = A_n \Delta_{n-1} = 0$, а всі інші мінори додатні, то при $A_n = 0$ система перебуває на аперіодичній межі стійкості, тобто має додатний дійсний корінь; якщо $\Delta_{n-1} = 0$, то характеристичне рівняння має пару комплексно спряжених коренів з рівною нулю дійсною частиною, тобто система знаходиться на коливальній границі стійкості.

Для стійкості систем першого і другого порядків достатньо, щоб всі коефіцієнти були додатні. Для систем більш високих порядків додатність всіх коефіцієнтів необхідна, але недостатня умова стійкості. Вона гарантує від'ємні значення всіх

дійсних коренів, але серед комплексних коренів можуть бути корені з додатною дійсною частиною. Для систем третього і четвертого порядку додатково повинні виконуватися нерівності

$$\begin{aligned} n=3: A_1 A_2 &> A_0 A_3; \\ n=4: A_1 A_2 A_3 &> A_0 A_3^2 + A_1^2 A_4. \end{aligned} \quad (3.83)$$

Для систем п'ятого порядку, крім додатності всіх коефіцієнтів, повинні виконуватися ще дві умови:

$$\begin{aligned} A_1 A_2 - A_0 A_3 &> 0, \\ (A_1 A_2 - A_0 A_3)(A_3 A_4 - A_2 A_5) - (A_1 A_4 - A_0 A_5)^2 &> 0. \end{aligned} \quad (3.84)$$

Системи вищих порядків вимагають виконання більшого числа нерівностей, а велика кількість коефіцієнтів, що залежать, в свою чергу, від різних параметрів системи, ускладнює аналітичне дослідження їх впливу на стійкість. У таких випадках ефективним є застосування чисельних методів [149-151].

У розглянутій нами задачі ротор має два ступені свободи і його рух описується системою (3.27) диференціальних рівнянь четвертого порядку з дійсними коефіцієнтами або рівнянням (3.26) з комплексними коефіцієнтами. Оскільки критерії стійкості отримані для поліномів виду (3.82) з дійсними коефіцієнтами, для аналізу стійкості потрібно перейти до характеристичного рівняння (3.32) з дійсними коефіцієнтами або використовувати узагальнений на рівняння з комплексними коефіцієнтами критерій Рауса - Гурвіца. Згідно з цим критерієм необхідно в поліномі (3.33) ввести заміну $\lambda = is$ і в загальному випадку після поділу дійсних і уявних частин привести характеристичний поліном до виду

$$\begin{aligned} P'(\lambda = is) = (A_0 + iB_0)s^n + (A_1 + iB_1)s^{n-1} + (A_2 + iB_2)s^{n-2} + \dots \\ \dots + (A_n + iB_n) = 0. \end{aligned} \quad (3.85)$$

Для рівняння (3.33)

$$\begin{aligned} P'(\lambda = is) &= a_1 s^2 - (a_4 + ia_2)s - a_3 + ia_5 = \\ &= (A_0 + iB_0)s^2 + (A_1 + iB_1)s + A_2 + iB_2 = 0, \\ A_0 = a_1, B_0 = 0; A_1 &= -a_4, B_1 = -a_2; A_2 = -a_3, B_2 = a_5. \end{aligned}$$

З коефіцієнтів складають квадратну матрицю розміром $2n$:

$$H'_{2n} = \begin{pmatrix} B_0 & B_1 & \dots & B_n & 0 & \dots & 0 \\ A_0 & A_1 & \dots & A_n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_0 & \dots & B_{n-1} & B_n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_0 & \dots & A_{n-1} & A_n & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 \dots 0 & B_0 & B_1 & \dots & B_n \\ 0 \dots 0 & A_0 & A_1 & \dots & A_n \end{pmatrix}. \quad (3.86)$$

Для стійкості системи, тобто для того, щоб всі корені рівняння (3.33) мали від'ємні дійсні частини, необхідно і достатньо, щоб головні діагональні мінори парних порядків матриці H'_{2n} були додатні:

$$\Delta'_{2k} > 0, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (3.87)$$

Щодо нашого рівняння ця умова ($n = 2$) набирає вигляду

$$\Delta'_2 = \begin{vmatrix} B_0 & B_1 \\ A_0 & A_1 \end{vmatrix} > 0, \quad \Delta'_4 = \begin{vmatrix} B_0 & B_1 & B_2 & 0 \\ A_0 & A_1 & A_2 & 0 \\ 0 & B_0 & B_1 & B_2 \\ 0 & A_0 & A_1 & A_2 \end{vmatrix} > 0.$$

Обчисливши визначники, з урахуванням значень коефіцієнтів, отримаємо

$$\Delta'_2 = a_1 a_2 > 0, \quad \Delta'_4 = a_2 (a_2 a_3 + a_4 a_5) - a_1 a_5^2 > 0. \quad (3.88)$$

Перша умова завжди виконується, якщо тільки наведений коефіцієнт демпфування $a_2 > 0$. Друга умова з урахуванням (3.46) приводить до нерівності

$$a_2^2 a_3 > (a_1 a_5'^2 - a_2 a_4' a_5')^2 \omega^2$$

або

$$a_2^2 \Omega_u^2 > a_5'^2 \left(1 - \frac{a_2 a_4'}{a_1 a_5'} \right) \omega^2.$$

Визначаючи корінь квадратний з обох частин, знайдемо

$$a_2 \Omega_u > \pm a_5' \sqrt{1 - \frac{a_2 a_4'}{a_1 a_5'}} \cdot \omega.$$

З останніх нерівностей виразимо допустиму частоту обертання для знаків «+» і «-», тобто для прямої і зворотної прецесії:

$$\omega_{u1\otimes} < \frac{a_2 \Omega_u}{a'_5 \sqrt{1 - a_2 a'_4 / a_1 a'_5}}, \quad \omega_{u2\otimes} > - \frac{a_2 \Omega_u}{a'_5 \sqrt{1 - a_2 a'_4 / a_1 a'_5}}. \quad (3.89)$$

Ці умови аналогічні отриманим раніше умовам (3.76). Для зворотної прецесії стійкість зберігається при всіх прямих частотах обертання. Висновки, зроблені раніше про вплив сил різної природи на стійкість, залишаються незмінними.

Нарешті, скористаємося умовою Рауса - Гурвіца (3.84) для рівняння (3.32) з дійсними коефіцієнтами. З порівняння (3.32) і (3.82) маємо:

$$\begin{aligned} A_0 &= a_1^2, \quad A_1 = 2a_1 a_2, \quad A_2 = a_2^2 + 2a_1 a_3 + a_4^2, \\ A_3 &= 2(a_2 a_3 + a_4 a_5), \quad A_4 = a_3^2 + a_5^2. \end{aligned} \quad (3.90)$$

Якщо всі коефіцієнти додатні, то для стійкості необхідно і достатньо виконання умови (3.84), яка після підстановки коефіцієнтів зводиться до нерівностей (3.90).

Виконані оцінки показують, що в нашій задачі найбільш простим способом аналізу стійкості є застосування критерію Рауса - Гурвіца.

Використаємо умови Рауса - Гурвіца (3.84) для системи 4-го порядку. З урахуванням значень коефіцієнтів (3.91) отримаємо нерівність

$$a_2(a_2 a_3 + a_4 a_5) - a_1 a_5^2 > 0,$$

яка аналогічна (3.89). Коли перепад тиску, що дроселюється на ущільненнях, пропорційний квадрату частоти обертання ротора, підстановка в умову (3.89) співвідношень (3.58) і (3.59) приводить до нерівностей, з яких можна знайти області стійкості. Для деякого спрощення кінцевих формул будемо нехтувати зовнішнім демпфуванням, яке надає стабілізуючий вплив. В результаті

- для ламінарної течії:

$$\begin{aligned} &4(k_d + k_g \theta_0 K_i' \omega^2)^2 (\Omega_{u0}^2 + a'_{31} \omega^2) + \\ &+ \left[2(k_d + k_g \theta_0 K_i' \omega^2) a'_4 a'_5 - a_1 a_5'^2 \right] \omega^2 > 0; \end{aligned} \quad (3.91)$$

- для автотурбулентної області турбулентної течії:

$$a'_{21} \left[a'_{21} (\Omega_{u0}^2 + a'_{31} \omega^2) + a'_4 a'_{5t} \omega^2 \right] - a_1 a_5'^2 \omega^2 > 0. \quad (3.92)$$

Умова (3.92) для ламінарної течії через квадратичну залежність від частоти одного з доданків коефіцієнта демпфірування a_2 зводиться до поліному третього ступеня щодо ω^2 . Тому аналітичний вираз граничних по стійкості частот обертання ротора дуже складний і незручний для використання. Для спрощення розглянемо щілинні ущільнення без конусності $\theta_0 = 0$. В цьому випадку з урахуванням позначень (3.57) і (3.58)

$$\omega_{u\otimes}^2 < \frac{4\Omega_{u0}^2}{\kappa^2(1 - 4a'_{31}/\kappa^2)}, \quad \omega_{u1,2\otimes} < \pm \frac{2\Omega_{u0}}{\kappa\sqrt{1 - 4a'_{31}/\kappa^2}}. \quad (3.93)$$

Від'ємна межа для прямих частот обертання сенсу не має. Межа стійкості існує, якщо підкореневий вираз – додатне число, тобто $\kappa^2 > 4a'_{31}$. Як правило, ця умова не виконується і ротор відцентрової машини на ламінарних течіях в щілинних ущільненнях без конусності не втрачає стійкості.

З урахуванням співвідношень (3.59) умова (3.93) для автотурбулентної області турбулентної течії приводиться до вигляду

$$\omega_{u\otimes}^2 < \frac{a_{21}'^2 \Omega_{u0}^2}{a_1 a_5'^2 - a_{21}'^2 a_{31}' - a_{21}' a_4' a_5'}. \quad (3.94)$$

З цієї нерівності видно, що основним дестабілізуючим фактором є циркуляційна сила, яка характеризується коефіцієнтом a_5' . Демпфування a_{21}' , гіроскопічна сила a_4' і згинальна жорсткість вала Ω_{u0} стабілізують ротор.

У разі, якщо радіальний зазор в щілинних ущільненнях постійний по довжині ($\theta_0 = 0$), $a_{21} = 2k_d$, умова стійкості спрощується і збігається з умовою (3.94) для ламінарного течії. Тому в щілинних ущільненнях без конусності небезпека втрати стійкості зустрічається вкрай рідко на всіх режимах течії.

3.5.3. Амплітудні і фазові частотні характеристики

Вимушені коливання описуються частинним рішенням неоднорідного рівняння (3.26) з гармонійною правою частиною. Розглядаються вимушені коливання під дією невірноваженої сили інерції, частота якої дорівнює частоті обертання ротора $\omega > 0$.

Частинне рішення рівняння має вигляд $u = u_a e^{i(\omega t + \phi_u)}$. Після його підстановки і скорочення на $e^{i\omega t}$ отримаємо рівняння з комплексними коефіцієнтами

$$\left[-a_1 \omega^2 + a_3 + a_4 \omega + i(a_2 \omega - a_5) \right] u_a e^{i\phi_u} = \omega^2 |a^*|,$$

в якому у квадратних дужках представлений власний оператор, тобто комплексне число $D(i\omega) = U + iV$,

$$U = -a_1 \omega^2 + a_3 + a_4 \omega, \quad V = a_2 \omega - a_5. \quad (3.95)$$

Для постійного перепаду тиску з урахуванням (3.18) і (3.46):

$$U = \Omega_{u0}^2 + a_{31} - (a_1 - a'_4) \omega^2, \quad V = (a_{20} + a_{21} - a'_5) \omega.$$

Відношення реакції до зовнішнього гармонійного впливу дає частотну передавальну функцію

$$W(i\omega) = \frac{u_a}{\omega^2 |a^*|} e^{i\phi_u} = A_{u^*}(\omega) e^{i\phi_u(\omega)} = \frac{1}{U(\omega) + iV(\omega)}; \quad A_{u^*} = \frac{u_a}{\omega^2 |a^*|}. \quad (3.96)$$

Розділимо дійсну і уявну частини передавальної функції, помноживши чисельник і знаменник на спряжене комплексне число знаменника. В результаті отримаємо

$$\begin{aligned} A_{u^*}(\omega) e^{i\phi_u} &= U_1(\omega) + iV_1(\omega), \\ U_1 &= U / (U^2 + V^2), \quad V_1 = -V / (U^2 + V^2). \end{aligned} \quad (3.97)$$

Амплітуда і фаза цього комплексного числа представляють амплітудну і фазову частотні характеристики. В даному випадку інерційного збудження в якості амплітудної характеристики прийемо модифікований коефіцієнт динамічності – безрозмірне відношення $A_u = u_a / |a^*|$. Як випливає з (3.98),

$$A_u(\omega) = \omega^2 \sqrt{U_1^2 + V_1^2} = \frac{\omega^2}{\sqrt{U^2 + V^2}}, \quad \phi_u(\omega) = \arctg \frac{V_1}{U_1} = -\arctg \frac{V}{U}; \quad (3.98)$$

$$A_u(\bar{\omega}) = \frac{u_a}{|a^*|} = \frac{\bar{\omega}^2 / a_1}{\sqrt{\left[K_u^2 - (1 - a'_4 / a_1) \bar{\omega}^2 \right]^2 + \left[(a_2 - a'_5) / a_1 \Omega_{u0} \right]^2 \bar{\omega}^2}}, \quad (3.99)$$

$$\phi_u(\bar{\omega}) = -\operatorname{arctg} \frac{[(a_2 - a'_5)/a_1 \Omega_{u0}] \bar{\omega}}{K_u^2 - (1 - a'_4/a_1) \bar{\omega}^2},$$

де K_u , Ω_u визначаються формулами (3.29), a'_4 , a'_5 - формулами (3.46), $\bar{\omega} = \omega/\Omega_{u0}$. Використовуючи позначення (3.42) і (3.46), отримані вирази можна привести до безрозмірного вигляду

$$A_u = \frac{\bar{\omega}^2/a_1}{\sqrt{[K_u^2 - (1 - 2\eta'_u)\bar{\omega}^2]^2 + [2(\xi_u - \zeta'_u)\bar{\omega}]^2}}, \quad (3.100)$$

$$\phi_u = -\operatorname{arctg} \frac{2(\xi_u - \zeta'_u)\bar{\omega}}{K_u^2 - (1 - 2\eta'_u)\bar{\omega}^2}.$$

На рис. 3.11 показані частотні характеристики, побудовані для трьох значень параметра конусності моделі Р-1с. Додатна фазова характеристика відповідає від'ємному сумарному опору $\xi_u - \zeta'_u < 0$ і додатній уявній частини (3.98).

Коли немає ущільнень, $a_1 = 1$, $a_{21} = a_{31} = a'_4 = a'_5 = 0$, формули (3.100) зводяться до відомих виразів амплітудної і фазової частотних характеристик одномасового ротора.

Для ротора в ущільненнях зберігається властивість самоцентрування гнучкого ротора:

$$\phi_u(\infty) \rightarrow -\pi, \quad A_u(\infty) = \frac{u_a(\infty)}{|a^*|} \rightarrow \frac{1}{a_1 - a'_4} = \frac{1}{1 + 2k_g - \kappa k_g} \approx 1.$$

Тобто центр диска наближається до осі опор, а вектор прогину майже дорівнює по модулю вектору неврівноваженості і спрямований проти нього.

Якщо перепад тиску, що дроселюється на ущільненнях, пропорційний квадрату частоти обертання ротора (3.57), то дійсна і уявна частини (3.96) з урахуванням співвідношень (3.60) для ламінарного течії і (3.61) для автотурбулентної області турбулентної течії виражаються формулами:

$$U = U^{(l)} = U^{(t)} = \Omega_{u0}^2 [1 - (a_1 - a'_{31} - a'_4) \bar{\omega}^2],$$

$$V^{(l)} = \Omega_{u0}^2 \bar{\omega} \left[\left(\frac{a_{20} + 2k_d}{\Omega_{u0}} - \frac{a'_5}{\Omega_{u0}} \right) + 2k_g \theta_0 K'_i \Omega_{u0} \bar{\omega}^2 \right], \quad V^{(t)} = \Omega_{u0}^2 \bar{\omega} \left[\frac{a_{20}}{\Omega_{u0}} + (a'_{21} - a'_5) \bar{\omega} \right].$$

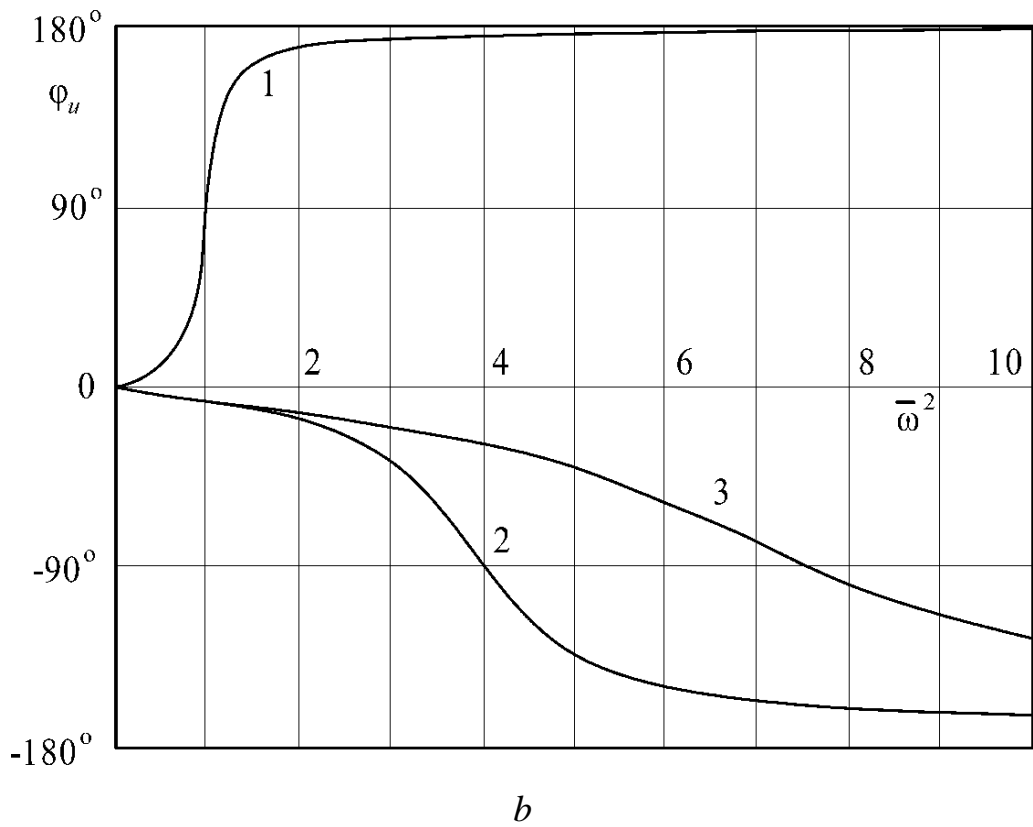
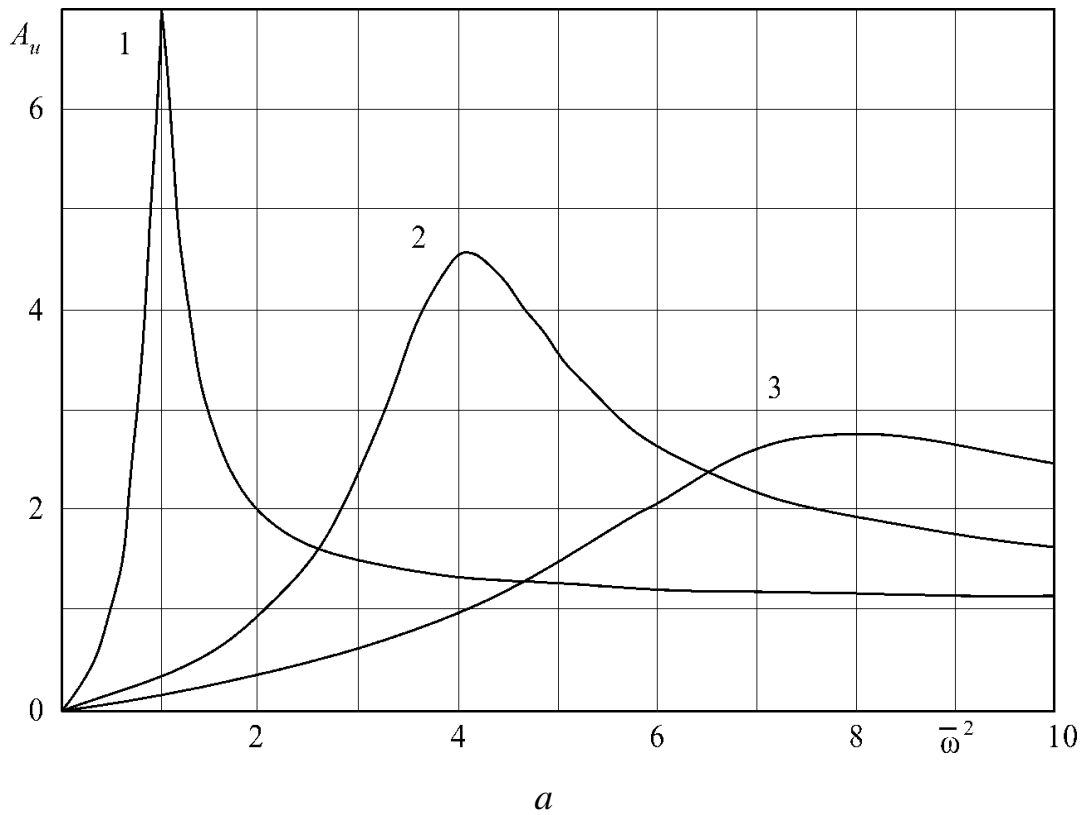


Рис. 3.11. Частотні характеристики при постійному перепаді тиску на ущільненнях:

a - амплітудна, b - фазова

$$1 - \theta_0 = -0,3; \quad 2 - \theta_0 = 0; \quad 3 - \theta_0 = 0,3$$

У безрозмірному вигляді з урахуванням (3.42), (3.46), (3.57)

$$\begin{aligned} U &= \Omega_{u0}^2 a_1 \left[\frac{1}{a_1} - \left(1 - \frac{a'_{31}}{a_1} - 2\eta'_u \right) \bar{\omega}^2 \right], \\ V_l &= \Omega_{u0}^2 a_1 \bar{\omega} \left[2(\xi_{u0} + 2\xi_{u1d}) - \zeta'_u + \xi'_{u1g} \bar{\omega}^2 \right], \\ V_t &= \Omega_{u0}^2 a_1 2\bar{\omega} \left[\xi_{u0} + (\xi'_{u1} - \zeta'_u) \bar{\omega} \right], \end{aligned} \quad (3.101)$$

де

$$\xi_{u1d} = k_d / 2a_1 \Omega_{u0}, \quad \xi'_{u1g} = 2k_g \theta_0 K'_i \Omega_{u0} / a_1. \quad (3.102)$$

Використовуючи ці вирази, знайдемо амплітудні і фазові частотні характеристики (3.100). В даному випадку вони різні для ламінарної і автомодельної області турбулентної течії:

$$A_u^{(l)}(\bar{\omega}) = \frac{\bar{\omega}^2 / a_1}{\sqrt{\left[\frac{1}{a_1} - \left(1 - \frac{a'_{31}}{a_1} - 2\eta'_u \right) \bar{\omega}^2 \right]^2 + \bar{\omega}^2 \left\{ \left[2(\xi_{u0} + 2\xi_{u1d}) - \zeta'_u \right] + \xi'_{u1g} \bar{\omega}^2 \right\}^2}}, \quad (3.103)$$

$$\phi_u^{(l)}(\bar{\omega}) = -\arctg \bar{\omega} \frac{\left[2(\xi_{u0} + 2\xi_{u1d}) - \zeta'_u \right] + \xi'_{u1g} \bar{\omega}^2}{\frac{1}{a_1} - \left(1 - \frac{a'_{31}}{a_1} - 2\eta'_u \right) \bar{\omega}^2};$$

$$A_u^{(t)}(\bar{\omega}) = \frac{\bar{\omega}^2 / a_1}{\sqrt{\left[\frac{1}{a_1} - \left(1 - \frac{a'_{31}}{a_1} - 2\eta'_u \right) \bar{\omega}^2 \right]^2 + 4\bar{\omega}^2 \left[\xi_{u0} + (\xi'_{u1} - \zeta'_u) \bar{\omega} \right]^2}}, \quad (3.104)$$

$$\phi_u^{(t)}(\bar{\omega}) = -\arctg \bar{\omega} \frac{2 \left[\xi_{u0} + (\xi'_{u1} - \zeta'_u) \bar{\omega} \right]}{\frac{1}{a_1} - \left(1 - \frac{a'_{31}}{a_1} - 2\eta'_u \right) \bar{\omega}^2}.$$

В обох випадках амплітудні характеристики не мають резонансних піків за умови

$$1 - a'_{31}/a_1 - 2\eta'_u < 0, \quad (3.105)$$

знаменники в формулах (3.103) і (3.104) монотонно зростають з ростом частоти обертання. На рис. 3.12 наведені частотні характеристики моделі ротора Р-1с, побудовані за формулами (3.104) для трьох значень параметра конусності.

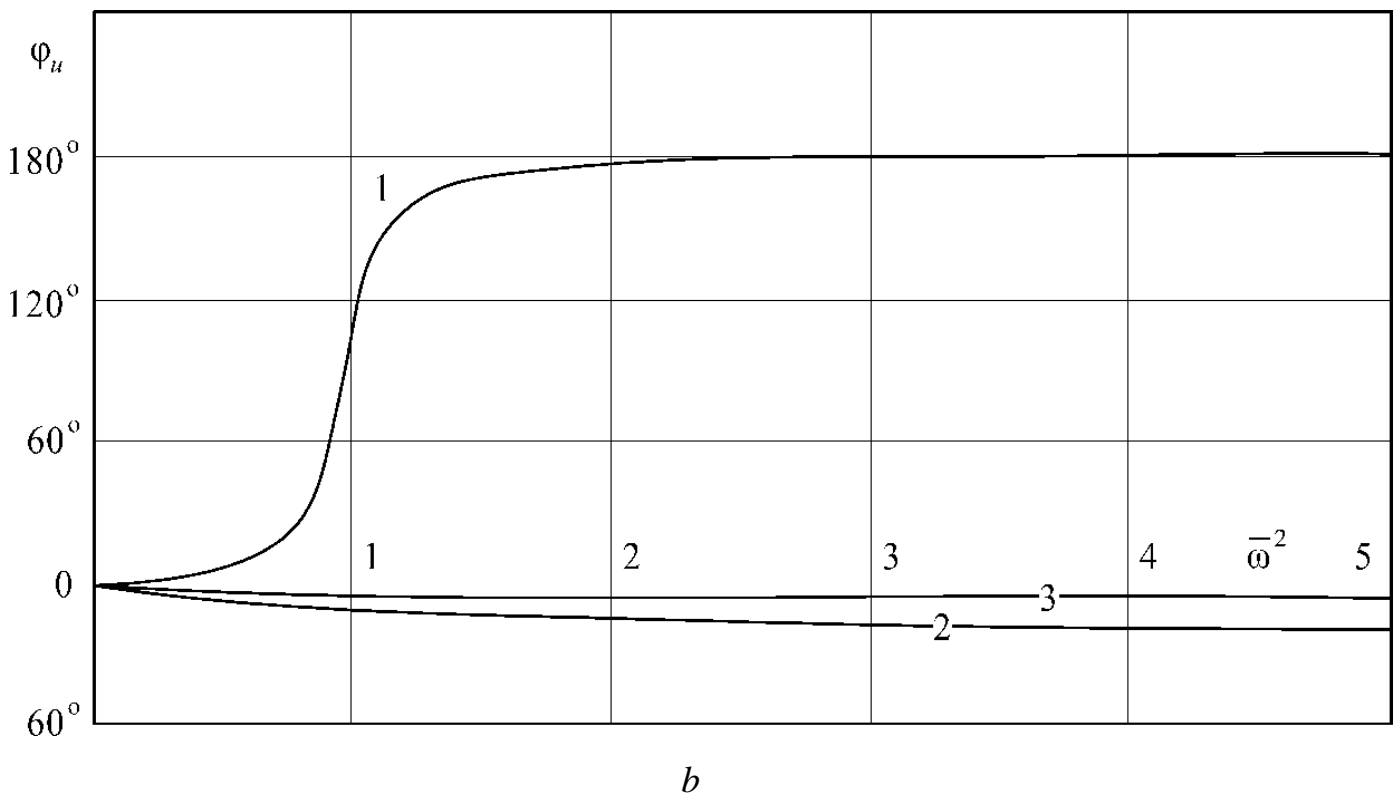
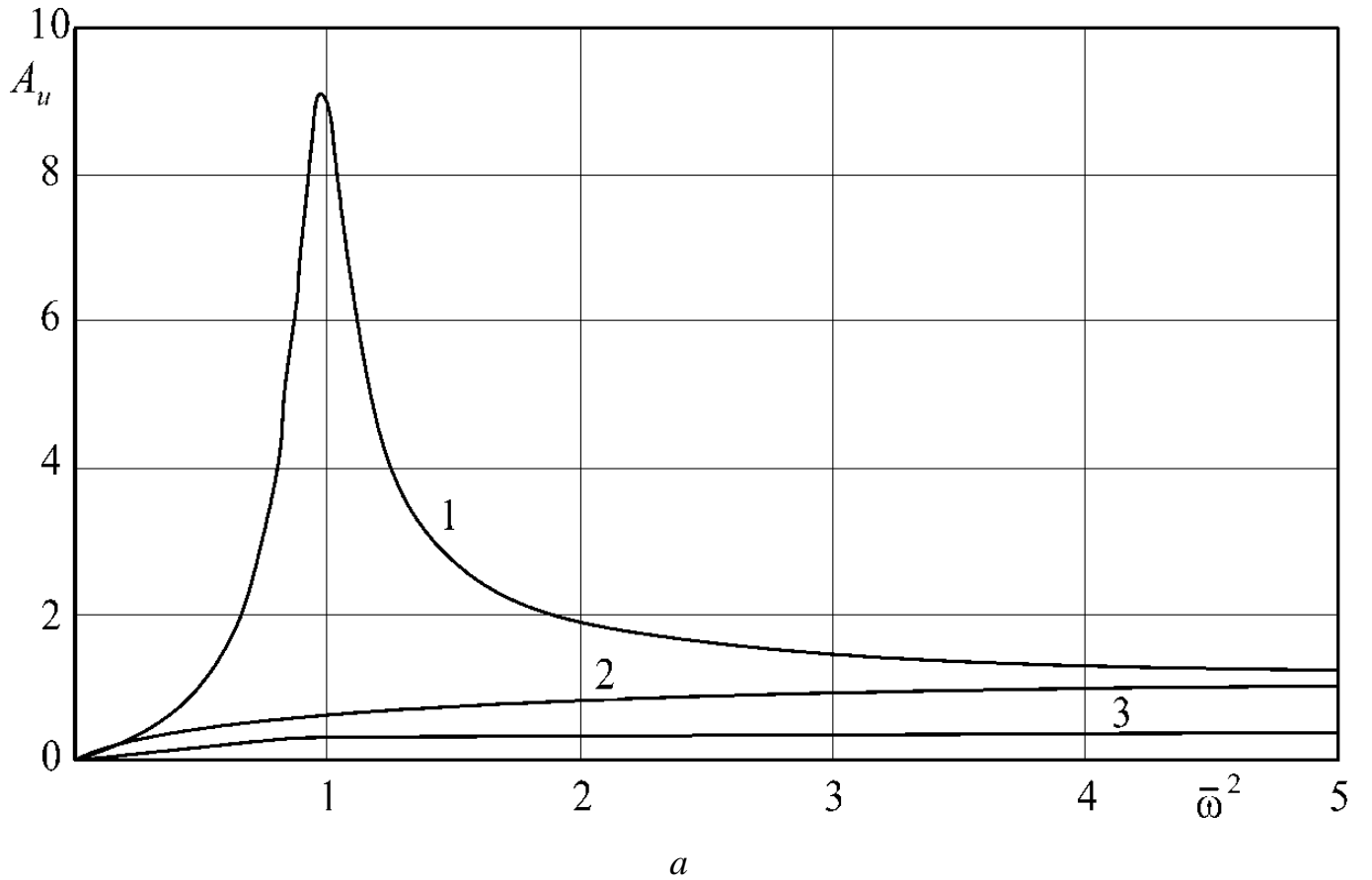


Рис. 3.12. Амплітудні (а) і фазові (б) частотні характеристики з урахуванням залежності перепаду тиску на ущільненнях від частоти обертання ротора:

$$1 - \theta_0 = -0,3; \quad 2 - \theta_0 = 0; \quad 3 - \theta_0 = 0,3.$$

Для дифузорного каналу ($\theta_0 = -0,3$) сумарний опір від'ємний і уявна частина V_l (3.98) додатна. В результаті фазова характеристика додатна. Для циліндричного ($\theta_0 = 0$) і конфузорного ($\theta_0 = 0,3$) каналів умова (3.105) виконується. При цьому дійсна частина (3.98) додатна на всіх частотах обертання (не переходить через нуль), і фазова характеристика не виходить за межі четвертого квадранта: $-\frac{\pi}{2} < \phi_u \leq 0$.

3.6. Кутові коливання

3.6.1. Вільні кутові коливання ротора в щілинних ущільненнях

В якості вихідних рівнянь приймемо рівняння (3.22) з урахуванням позначень (3.18), вважаючи рівними нулю перехресні коефіцієнти $\beta_i = 0$ і праві частини:

$$b_1 \ddot{\theta}_x + b_2 \dot{\theta}_x + b_3 \theta_x + b_4 \dot{\theta}_y + b_5 \theta_y = 0,$$

$$b_1 \ddot{\theta}_y + b_2 \dot{\theta}_y + b_3 \theta_y - b_4 \dot{\theta}_x - b_5 \theta_x = 0.$$

Підставивши рішення у вигляді $\theta_x = B_x e^{\lambda t}$, $\theta_y = B_y e^{\lambda t}$, Прийдемо до системи

$$(b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3) B_x + (b_4 \lambda + b_5) B_y = 0,$$

$$-(b_4 \lambda + b_5) B_x + (b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3) B_y = 0.$$

Користуючись умовою існування ненульових рішень цієї системи, тобто прирівнюючи нулю її визначник, отримаємо характеристичне рівняння

$$(b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3)^2 = -(b_4 \lambda + b_5)^2$$

– аналог (3.31). Розкривши дужки і згрупувавши доданки за ступенями λ , прийдемо до характеристичного рівняння четвертого ступеня з дійсними коефіцієнтами

$$P(\lambda) = A_0 \lambda^4 + A_1 \lambda^3 + A_2 \lambda^2 + A_3 \lambda + A_4 = 0,$$

де коефіцієнти виходять з (3.32) заміною коефіцієнтів a_i радіальних сил на коефіцієнти b_i (3.15) моментів:

$$\begin{aligned} A_0 &= b_1^2, \quad A_1 = 2b_1b_2, \quad A_2 = b_2^2 + 2b_1b_3 + b_4^2, \\ A_3 &= 2(b_2b_3 + b_4b_5), \quad A_4 = b_3^2 + b_5^2. \end{aligned} \quad (3.106)$$

Визначаючи корінь квадратний з обох частин характеристичного рівняння, прийдемо до рівняння з комплексними коефіцієнтами

$$b_1\lambda^2 + (b_2 \mp ib_4)\lambda + b_3 \mp ib_5 = 0, \quad (3.107)$$

яке відрізняється від (3.33) тільки позначеннями.

Рішення характеристичного рівняння (3.108) з комплексними коефіцієнтами не відрізняється від рішення рівняння (3.33), тому за аналогією з (3.41) можемо записати:

$$\lambda_{1-4} = -n_{9(1-4)} + is_{9(1-4)}, \quad (3.108)$$

де

$$\begin{aligned} n_{91} &= n_{93} = \frac{b_2}{2b_1} + \Omega_9 \sqrt{\frac{u}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}} - 1 \right)}, \\ n_{92} &= n_{94} = \frac{b_2}{2b_1} - \Omega_9 \sqrt{\frac{u}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}} - 1 \right)}, \end{aligned} \quad (3.109)$$

$$s_{91} = -s_{93} = -\frac{b_4}{2b_1} + \Omega_9 \sqrt{\frac{u}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}} + 1 \right)},$$

$$s_{92} = -s_{94} = -\frac{b_4}{2b_1} + \Omega_9 \sqrt{\frac{u}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}} + 1 \right)};$$

$$\Omega_9 = \sqrt{\frac{b_3}{b_1}}, \quad u = 1 - \frac{b_2^2 - b_4^2}{4b_1^2\Omega_9^2}, \quad v = \frac{b_2b_4 - 2b_1b_5}{2b_1^2\Omega_9^2}. \quad (3.110)$$

Як і при виведенні (3.41), формули (3.110) допускають спрощення за рахунок зневаги складовою $(v/u)^2$ в порівнянні з одиницею:

$$n_{91,2} = \frac{b_2}{2b_1} \pm \Omega_9 \frac{v}{2\sqrt{u}}, \quad s_{91,3} = \pm \left(-\frac{b_4}{2b_1} + \Omega_9 \sqrt{u} \right), \quad s_{92,4} = \pm \left(\frac{b_4}{2b_1} + \Omega_9 \sqrt{u} \right),$$

а після підстановки (3.110)

$$\begin{aligned}
n_{91,2} &= \frac{b_2}{2b_1} \pm \frac{b_2 b_4 - 2b_1 b_5}{4b_1^2 \sqrt{\Omega_9^2 - (b_2^2 - b_4^2)/4b_1^2}}, \\
s_{91,3} &= \pm \left[-\frac{b_4}{2b_1} + \sqrt{\Omega_9^2 - (b_2^2 - b_4^2)/4b_1^2} \right], \\
s_{92,4} &= \pm \left[\frac{b_4}{2b_1} + \sqrt{\Omega_9^2 - (b_2^2 - b_4^2)/4b_1^2} \right] = s_{91,3} + 2\frac{b_4}{2b_1}.
\end{aligned} \tag{3.111}$$

Введемо за аналогією з (3.42) безрозмірні параметри

$$\begin{aligned}
\bar{\lambda}_{1-2} &= \frac{\lambda_{1-2}}{\Omega_{90}}, \quad \bar{n}_{9(1,2)} = \frac{n_{9(1,2)}}{\Omega_{90}}, \quad \bar{s}_{9(1-4)} = \frac{s_{9(1-4)}}{\Omega_{90}}, \quad \bar{\omega}_9 = \frac{\omega}{\Omega_{90}}, \quad \xi_9 = \frac{b_2}{2b_1 \Omega_{90}}, \\
\eta_9 &= \frac{b_4}{2b_1 \Omega_{90}}, \quad \varsigma_9 = \frac{b_5}{2b_1 \Omega_{90}^2}, \quad u = 1 - \frac{\xi_9^2 - \eta_9^2}{K_9^2}, \quad v = 2\frac{\xi_9 \eta_9 - \varsigma_9}{K_9^2}, \\
K_9^2 &= \frac{\Omega_9^2}{\Omega_{90}^2}, \quad \Omega_9^2 = \frac{b_3}{b_1} = \frac{1}{b_1} (\Omega_{90}^2 + b_{31}),
\end{aligned} \tag{3.112}$$

використовуючи які, приведемо спрощені формули для характеристичних показників (3.109), для відносного коефіцієнта демпфування і для власних частот (3.112) до безрозмірного виду:

$$\begin{aligned}
\lambda_{1,3} &= -n_{91} \pm i s_{91}, \quad \lambda_{2,4} = -n_{92} \pm i s_{92}; \\
\bar{n}_{91,2} &= \xi_9 \pm \frac{\xi_9 \eta_9 - \varsigma_9}{K_9 \sqrt{1 - (\xi_9^2 - \eta_9^2)/K_9^2}}, \\
\bar{s}_{91,3} &= \pm \left[-\eta_9 + K_9 \sqrt{1 - \frac{(\xi_9^2 - \eta_9^2)}{K_9^2}} \right], \\
\bar{s}_{92,4} &= \pm \left[\eta_9 + K_9 \sqrt{1 - \frac{(\xi_9^2 - \eta_9^2)}{K_9^2}} \right] = \bar{s}_{91,3} + 2\eta_9; \\
\bar{s}_{91,3} &= \mp \eta_9 + K_9 \sqrt{1 - \frac{(\xi_9^2 - \eta_9^2)}{K_9^2}}, \quad \bar{s}_{93,4} = \pm \eta_9 - K_9 \sqrt{1 - \frac{(\xi_9^2 - \eta_9^2)}{K_9^2}} = -\bar{s}_{91,2}
\end{aligned} \tag{3.113}$$

З отриманих виразів випливає, що циркуляційний момент (коефіцієнт ζ_9) зменшує сумарне демпфування і не впливає на власну частоту. Гіроскопічний момент (коефіцієнт η_9) збільшує, а показник загасання (ξ_9) трохи зменшує власну частоту. Якісний вплив згаданих гідродинамічних моментів на власні частоти кутових коливань не відрізняється від впливу гідродинамічних сил на власні частоти радіальних коливань. Однак цей висновок не стосується гідростатичних сил і моментів. Гідростатична сила (a_{31}) збільшує згинальну жорсткість і власну частоту ($a_3 = \Omega_{u0}^2 + a_{31}$), а гідростатична складова $a_{31}j \frac{10\chi_m}{\theta_0 + N\chi_m} = a_{31}jb_{3*}$ моменту (3.15) зменшує власну частоту кутових коливань ($b_3 = \Omega_{90}^2 + b_{31}$, $b_{31} = a_{31}(j_c - jb_{3*})$).

Додатковий момент $a_{31}j_c$ має протилежний зміст і збільшує кутову жорсткість.

Частота обертання входить у вираз коефіцієнтів гіроскопічного $b_4 = b_{40} + a_{41}(j + j_c)$ і циркуляційного $b_5 = a_5(j + j_c)$ моментів, які впливають на величину власних частот. З урахуванням (3.9) ці коефіцієнти задані формулами (3.18)

$$\begin{aligned} b_4 &= [j_0 + k_g \kappa(j + j_c)]\omega = b'_4\omega, \quad b'_4 = j_0 + k_g \kappa(j + j_c), \\ b_5 &= k_d \kappa(j + j_c)\omega = b'_5\omega, \quad b'_5 = k_d \kappa(j + j_c), \end{aligned} \quad (3.114)$$

а в безрозмірному вигляді, подібно (3.46),

$$\eta_9 = \eta'_9 \bar{\omega}_9, \quad \eta'_9 = b'_4 / 2b_1, \quad \zeta_9 = \zeta'_9 \bar{\omega}_9, \quad \zeta'_9 = b'_5 / 2b_I \Omega_{90}. \quad (3.115)$$

Безрозмірні власні частоти (3.114) можна виразити формулами

$$\begin{aligned}
\bar{s}_{91,3} &= \pm \left[-\eta'_9 \bar{\omega}_9 + K_9 \sqrt{1 - \frac{\xi_9^2 - \eta_9'^2 \bar{\omega}_9^2}{K_9^2}} \right], \\
\bar{s}_{92,4} &= \pm \left[\eta'_9 \bar{\omega}_9 + K_9 \sqrt{1 - \frac{\xi_9^2 - \eta_9'^2 \bar{\omega}_9^2}{K_9^2}} \right] = \bar{s}_{91,3} + 2\eta'_9 \bar{\omega}; \\
\bar{s}_{91,2} &= \mp \eta'_9 \bar{\omega} + K_9 \sqrt{1 - \frac{(\xi_9^2 - \eta_9'^2 \bar{\omega}^2)}{K_9^2}}, \\
\bar{s}_{93,4} &= \pm \eta'_9 \bar{\omega} - K_9 \sqrt{1 - \frac{(\xi_9^2 - \eta_9'^2 \bar{\omega}^2)}{K_9^2}} = -\bar{s}_{91,2}.
\end{aligned} \tag{3.116}$$

параметр конусності θ_0 каналів щільних ущільнень входить в коефіцієнти $a_{31} = 2k_p (\theta_0 + N\chi_m)$ і b_{3*} радіальної і кутової гідростатичної жорсткості і діє в бік збільшення модуля власних частот ротора

Для типових конструкцій роторів вплив демпфуючих, гіроскопічних і циркуляційних гідродинамічних сил і моментів, а також гідростатичного моменту на власні частоти незалежних радіальних і кутових коливань дуже малий. У зв'язку з цим частотні діаграми ротора в ущільненнях мало відрізняються від діаграм, побудованих для кутових коливань ротора в повітрі. Це ж зауваження стосується і критичних частот.

Як і раніше, в якості критичної частоти приймаємо частоту обертання, яка збігається з однією з власних частот (3.52). Якщо розглядати тільки область додатних частот обертання, то резонансу на від'ємній власній частоті не буде, і можна не враховувати від'ємну власну частоту $-s_9$. При постійному перепаді тиску з формул (3.117) для додатних власних частот (з огляду на симетрію)

$$(1 \pm \eta'_9) \bar{\omega}^*_{9} = \pm \sqrt{K_9^2 - \xi_9^2 + \eta_9'^2 \bar{\omega}^*_{9}{}^2},$$

звідки критичні частоти як прямої $\bar{\omega}^*_{91,2}$, так і зворотної $\bar{\omega}^*_{93,4}$ прецесії

$$\bar{\omega}^*_{91} = -\bar{\omega}^*_{94} = K_9 \sqrt{\frac{1 - \xi_9^2 / K_9^2}{1 + 2\eta'_9}}, \quad \bar{\omega}^*_{92} = -\bar{\omega}^*_{93} = K_9 \sqrt{\frac{1 - \xi_9^2 / K_9^2}{1 - 2\eta'_9}}. \tag{3.117}$$

Оскільки $\xi_9 < 1$, $\eta'_9 > 0$, дійсні значення других критичних частот прямої і зворотної прецесії можливі тільки за умови

$$2\eta'_9 = \frac{b'_4}{b_1} = \frac{j_0 + k_g \kappa(j + j_c)}{1 + 2k_g(j + j_c)} < 1. \quad (3.118)$$

Інерційні гідродинамічні моменти порівняно малі ($k_g \ll 1$), тому остання умова мало відрізняється від умови $j_0 < 1$.

У відцентрових насосах дросельованих на щілинних ущільненнях перепад тиску, як правило, пропорційний квадрату частоти обертання (3.57). У цьому випадку, крім гіроскопічного і циркуляційного моментів, від частоти обертання ротора залежать також демпфуючий і гідростатичний моменти. Обмежувачись розглядом автотельної області турбулентної течії ($n = 0$, $N = 1$), скористаємося формулами (3.60), (3.61) і висловимо коефіцієнти b_i (3.18) гідродинамічних моментів як функції частоти обертання ротора:

$$\begin{aligned} K_i &= K'_i \omega, \quad k_p = k'_p \omega^2, \quad k_d = k'_d \omega, \quad b_1 = 1 + a_{11}(j + j_c) = 1 + 2k_g(j + j_c), \\ b_2 &= b_{20} + 2k_d j + a_{21} j_c = b_{20} + b'_{21} \omega, \quad b'_{21} = 2[k'_d(j + j_c) + k_g K'_i \theta_0 j_c], \\ b_3 &= \Omega_{90}^2 + b_{31} = \Omega_{90}^2 + b'_{31} \omega^2, \quad b'_{31} = a'_{31}(j_c - b_{3*} j), \\ b_4 &= b'_4 \omega, \quad b'_4 = j_0 + a'_4(j + j_c), \\ b_5 &= a_5(j + j_c) = k'_d \kappa(j + j_c) \omega^2 = b'_5 \omega^2, \quad b'_5 = a'_5(j + j_c). \end{aligned} \quad (3.119)$$

Коефіцієнти, відмічені штрихами, як і в формулах (3.59), є постійними для заданої геометрії проточної частини насоса і залежать від узагальненого параметра B (3.57).

Безрозмірні параметри (3.113) з урахуванням (3.119) можна представити у вигляді

$$\begin{aligned} \xi_9 &= \xi_{90} + \xi_{91}, \quad \xi_{90} = \frac{b_{20}}{2b_1 \Omega_{90}}, \quad \xi_{91} = \frac{b'_{21} \omega}{2b_1 \Omega_{90}} = \xi'_{91} \bar{\omega}_9, \quad \xi'_{91} = \frac{b'_{21}}{2b_1}, \\ \Omega_9^2 &= \frac{\Omega_{90}^2}{b_1} (1 + b'_{31} \bar{\omega}_9^2), \quad K_9^2 = \Omega_9^2 / \Omega_{90}^2 = b_3 / b_1 \Omega_{90}^2, \quad \frac{b_{31}}{b_1} = \Delta \Omega_9^2, \end{aligned} \quad (3.120)$$

$$\eta_9 = \frac{b'_4 \omega}{2b_1 \Omega_{90}} = \eta'_9 \bar{\omega}_9, \quad \eta'_9 = \frac{b'_4}{2b_1}, \quad \zeta_9 = \frac{b'_5 \omega^2}{2b_1 \Omega_{90}^2} = \zeta'_9 \bar{\omega}_9^2, \quad \zeta'_{9n} = \frac{b'_5}{2b_1}.$$

Підставимо вираження безрозмірних параметрів в останні дві формули (3.114) і приймемо згідно (3.50) для додатних власних частот $\bar{s}_{91,2} = \pm \bar{\omega}^*_{91,2}$:

$$(1 \pm \eta'_9) \bar{\omega}^*_{91,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{b_1} (1 + b'_{31} \bar{\omega}^*_{91,2}) - (\xi_{90} + \xi'_{91} \bar{\omega}^*_{91,2})^2 + \eta_9'^2 \bar{\omega}^*_{91,2}^2}.$$

Нехтуючи зовнішнім кутовим демпфуванням ($\xi_{90} = 0$) і зводячи обидві частини цих виразів в квадрат, отримаємо два рівняння

$$(1 + \xi_{91}'^2 - \Delta \Omega_9^2 / \omega_n^2 \mp 2\eta'_9) \bar{\omega}^*_{91,2} - 1/b_1 = 0, \quad (3.121)$$

звідки подібно (3.117)

$$\begin{aligned} \bar{\omega}^*_{91} &= -\bar{\omega}^*_{94} = 1 / \sqrt{b_1 (1 + \xi_{91n}'^2 - b'_{31n}/b_1 + 2\eta'_9)}, \\ \bar{\omega}^*_{92} &= -\bar{\omega}^*_{93} = 1 / \sqrt{b_1 (1 + \xi_{91n}'^2 - b'_{31n}/b_1 - 2\eta'_9)}, \end{aligned} \quad (3.122)$$

де додатні $\bar{\omega}_{9*1}$, $\bar{\omega}_{9*2}$ і від'ємні $\bar{\omega}_{9*3}$, $\bar{\omega}_{9*4}$ значення – критичні частоти прямої і зворотної прецесії відповідно.

Критичні частоти обертання $\bar{\omega}^*_{92}$, $\bar{\omega}^*_{93}$ мають дійсні значення, якщо підкорінні вирази – додатні числа:

$$2\eta'_9 \leq 1 + \xi_{91n}'^2 - \frac{b'_{31n}}{b_1}, \quad 2\eta'_9 \geq -\left(1 + \xi_{91n}'^2\right) + \frac{b'_{31n}}{b_1}. \quad (3.123)$$

Коефіцієнти співвідношень (3.123) містять важливі конструктивні параметри. Параметр конусності θ_0 входить в коефіцієнт демпфування ξ'_{91n} і в коефіцієнт гідростатичного моменту

$$b'_{31n} = b_{31n} / \omega_n^2, \quad b_{31n} = 2k_{pn} [j_c \theta_0 + (j_c N - 10j) \chi_m].$$

Відносний момент інерції $j_0 = I_0 / I$ входить в коефіцієнт

$$\eta'_9 = \frac{b'_4}{2b_1} = \frac{1}{2b_1} [j_0 + k_g \kappa (j + j_c)].$$

Знайдемо наближені граничні значення параметра j_{0*} , при яких ще можливе існування критичних швидкостей. Для спрощення обмежимося розглядом

консервативної системи: $\xi_{\vartheta n} \approx 0$. З умов (3.123) з урахуванням (3.120) і (3.121) отримаємо:

$$j_{0*} \leq b_l - k_g \kappa(j + j_c) - 2 \frac{k_{pn}}{\omega_n^2} [j_c \theta_0 + (j_c N - 10j) \chi_m],$$

$$j_{0*} \geq -b_l - k_g \kappa(j + j_c) + 2 \frac{k_{pn}}{\omega_n^2} [j_c \theta_0 + (j_c N - 10j) \chi_m].$$
(3.124)

Якщо взяти до уваги, що

$$b_l = 1 + 2k_g(j + j_c), \quad k_g(j + j_c) \ll 1,$$

то

$$j_{0*} \leq 1 - b'_{31n}, \quad j_{0*} \geq -1 + b'_{31n}.$$
(3.125)

Перша умова відноситься до прямої, друга – до зворотної прецесії.

Таким чином, при відсутності демпфування параметри j_{0*} і θ_0 зв'язані лінійною залежністю (3.124). З ростом гідростатичної кутової жорсткості k_{pn} щільних ущільнень модуль кутового коефіцієнта (крутизна) прямої зростає, а точка її перетину з віссю ординат зміщується вниз. На рис. 3.13 для моделі Р-1с наведені графіки для різних значень коефіцієнта гідростатичної жорсткості.

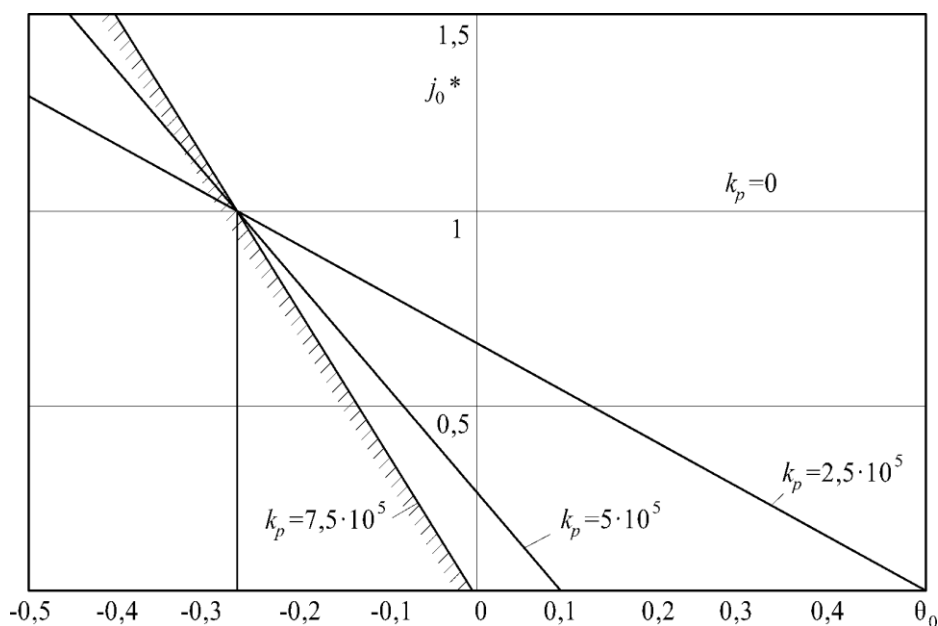


Рис. 3.13. Залежність параметра j_{0*} від параметра конусності і коефіцієнта гідростатичної жорсткості

Збільшення жорсткості звужує діапазони параметра конусності і моменту інерції диска, в яких можливе існування критичних швидкостей. Коли немає ущільнень ($k_{pn} = 0$), то $j_{0*} = 1$. (Штрихування спрямоване в область існування критичних швидкостей).

Гідростатичний момент збільшує критичну частоту і звужує область її існування.

3.6.2. Стійкість кутових коливань

Граничну по стійкості частоту обертання, оцінимо за знаком дійсної частини характеристичних показників. Стійкість руху ротора зберігається за умови, що дійсна частина (3.112) від'ємна: $-n_9 < 0$, $n_9 > 0$. Розглянемо безрозмірне вираження \bar{n}_9 (3.114). При постійному перепаді тиску на ущільненнях ξ_9 і K_9 не залежать від частоти обертання, а коефіцієнти гіроскопічного і циркуляційного моментів виражаються формулами (3.115), тому

$$\bar{n}_{91,2} = \xi_9 \pm \frac{(\xi_9 \eta'_9 - \zeta'_9) \bar{\omega}_9}{\sqrt{K_9^2 - \xi_9^2 + \eta_9'^2 \bar{\omega}_9^2}} > 0.$$

З цієї нерівності

$$\bar{\omega}_{91\otimes} < \frac{K_9 \xi_9}{\zeta'_9} \frac{\sqrt{1 - \xi_9^2 / K_9^2}}{\sqrt{1 - 2\xi_9 \eta'_9 / \zeta'_9}}, \quad \bar{\omega}_{92\otimes} > -\frac{K_9 \xi_9}{\zeta'_9} \frac{\sqrt{1 - \xi_9^2 / K_9^2}}{\sqrt{1 - 2\xi_9 \eta'_9 / \zeta'_9}}.$$

Перша нерівність обмежує область прямої прецесії, друга – зворотної (див. рис. 3.13). Якщо взяти до уваги, що $K_9 \sim 1$, а показник загасання $\xi_9^2 \ll 1$, то можна стверджувати, що другий доданок в чисельнику підкореневих виразів, що містить множник ξ_9 , малий в порівнянні з одиницею і їм можна знехтувати:

$$\bar{\omega}_{91\otimes} < \frac{K_9 \xi_9 / \zeta'_9}{\sqrt{1 - 2\xi_9 \eta'_9 / \zeta'_9}}, \quad \bar{\omega}_{92\otimes} > -\frac{K_9 \xi_9 / \zeta'_9}{\sqrt{1 - 2\xi_9 \eta'_9 / \zeta'_9}} \quad (3.126)$$

Граничні по стійкості частоти обертання існують тільки за умови

$$2\xi_9 \eta'_9 / \zeta'_9 > 1.$$

Умови (3.126) є аналогом умов (3.74), отриманих для незалежних радіальних коливань. Радіальні коливання через малий коефіцієнт гіроскопічної сили втрачають стійкість поблизу подвоєної власної частоти (3.77). Для кутових коливань другий доданок в знаменнику (3.126) можна порівняти з одиницею і межа стійкості зсувається в область більш високих частот.

Як і при радіальних коливаннях, показник загасання в ущільненнях з дифузорним зазором може приймати від'ємні значення $\xi_g < 0$. У цьому випадку згідно з умовою (3.126) ротор нестійкий у всьому діапазоні додатних частот обертання, включаючи і частоту, рівну нулю. Якщо знехтувати зовнішнім демпфуванням ($b_{20} = 0$), то з урахуванням (3.120) коефіцієнт гідродинамічного моменту в'язкого опору звертається в нуль

$$b_{21} = 2 \left[k_d (j + j_c) + k_g K_i j_c \theta_{0*} \right] = 0$$

за умови

$$\theta_{0*} = - \frac{k_d}{k_g K_i} \left(1 + \frac{j}{j_c} \right). \quad (3.127)$$

Отримане критичне значення дифузорності з точністю до знехтувано малого в порівнянні з одиницею доданка j/j_c збігається з умовою (3.79). Тому всі висновки, зроблені за впливом конусності на стійкість, залишаються виправданими і для незалежних кутових коливань. Зокрема, при дифузорності, яка визначається формулою (3.79), на автомобельному турбулентному режимі виникають самозбудні кутові коливання необертового ротора.

За аналогією з аналізом стійкості радіальних коливань скористаємося алгебраїчним критерієм стійкості Рауса – Гурвіца (3.82) для системи 4-го порядку. Необхідно також, щоб всі коефіцієнти (3.107) були додатними. З урахуванням значень коефіцієнтів умова (3.82) приводиться до нерівності

$$b_2 (b_2 b_3 + b_4 b_5) - b_1 b_5^2 > 0, \quad (3.128)$$

подібної (3.68). Виражаючи в явному вигляді залежність коефіцієнтів від частоти обертання формулами (3.120) для автомобельної області турбулентної течії, з умови (3.128) після вилучення кореня (знак мінус опускаємо) отримаємо

$$\omega_{9\otimes} < \frac{\Omega_{90} b'_{21n} / b'_{5n}}{\sqrt{b_1 - b'_{21n} b'_{4n} / b'_{5n} - b'_{31n} b'^2_{21n} / b'^2_{5n}}}. \quad (3.129)$$

Переходячи до безрозмірної частоти і безрозмірних коефіцієнтів (3.121), будемо мати

$$\bar{\omega}_{9\otimes} < \frac{\xi'_{91n} / \zeta'_{9n}}{\sqrt{b_1 \left(1 - 2\eta'_9 \frac{\xi'_{91n}}{\zeta'_{9n}} - \frac{\Delta \Omega_{9n}^2 \xi'^2_{91n}}{\omega_n^2 \zeta'^2_{9n}} \right)}}. \quad (3.130)$$

З умови (3.130) видно, що при $b_{21n} \leq 0$, тобто при дифузорності (3.128), ротор, навіть не обертаючись, втрачає стійкість. Реальна межа стійкості існує, якщо підкорінний вираз (3.130) додатний. Ця умова може виконуватися тільки в дифузорних ущільненнях, при $b_{21n} \leq 0$. Таким чином, в ущільненнях без конусності і в конфузорних ущільненнях прийнята модель ротора при $\Delta p_0 = V\omega^2$ зберігає стійкість на всіх частотах обертання.

3.6.3. Вимушені кутові коливання

Вихідним рівнянням даної парціальної системи є друге рівняння (3.23), в якому слід прийняти $\beta_i = 0$ і зберегти тільки верхній знак перед уявними членами:

$$b_1 \ddot{\theta} + b_2 \dot{\theta} + b_3 \theta - i(b_4 \dot{\theta} + b_5 \theta) = (1 - j_0) \omega^2 |\gamma^*| e^{i\omega t}. \quad (3.131)$$

Частинне рішення має вигляд $\theta = \theta_a e^{i(\omega t + \psi_9)}$, а його підстановка в рівняння приводить до виразу

$$\left[-b_1 \omega^2 + b_3 + b_4 \omega + i(b_2 \omega - b_5) \right] \theta_a e^{i\psi_9} = (1 - j_0) \omega^2 |\gamma^*|. \quad (3.132)$$

Вираз в квадратних дужках є власним оператором, дійсна і уявна частини якого

$$U(\omega) = b_3 + b_4 \omega - b_1 \omega^2, \quad V(\omega) = b_2 \omega - b_5. \quad (3.133)$$

Модифікована частотна передаточна функція

$$\frac{\theta_a}{|\gamma^*|} e^{i\psi_9} = \frac{(1 - j_0) \omega^2}{U(\omega) + iV(\omega)} = A_9(\omega) e^{i\psi_9(\omega)}, \quad (3.134)$$

де A_9, ϕ_9 - амплітудна і фазова частотні характеристики незалежних кутових коливань ротора в щілинних ущільненнях. Це, відповідно, модуль і фаза частотної передавальної функції (3.134). Виділимо в ній речову і уявну частини, помноживши чисельник і знаменник на спряжене комплексне число знаменника:

$$\begin{aligned} A_9(\omega) e^{i\phi_9(\omega)} &= (1-j_0)\omega^2(U_1 + iV_1), \\ U_1 &= U/(U^2 + V^2), \quad V_1 = -V/(U^2 + V^2), \\ A_9 &= (1-j_0)\omega^2 \sqrt{U_1^2 + V_1^2} = \frac{(1-j_0)\omega^2}{\sqrt{U^2 + V^2}}, \quad \phi_9 = \arctg \frac{V_1}{U_1} = -\arctg \frac{V}{U} \end{aligned} \quad (3.135)$$

Підставивши (3.134) з урахуванням (3.115), отримаємо частотні характеристики для постійного перепаду тиску:

$$\begin{aligned} A_9(\omega) &= \frac{(1-j_0)\omega^2}{\sqrt{[\Omega_{90}^2 + b_{31} - (b_1 - b'_4)\omega^2]^2 + (b_2 - b'_5)^2 \omega^2}}, \\ \phi_9(\omega) &= -\arctg \frac{(b_2 - b'_5)\omega}{\Omega_{90}^2 + b_{31} - (b_1 - b'_4)\omega^2}. \end{aligned} \quad (3.136)$$

Критичні частоти і відповідні резонансні піки існують за умови $b_1 > b'_4$ або з урахуванням (3.18)

$$j_0 < 1 + (a_{11} - a'_4)(j + j_c).$$

Якщо скористатися безрозмірними коефіцієнтами (3.113) і (3.116), то формулам (3.136) можна надати безрозмірний вид

$$\begin{aligned} A_9(\bar{\omega}_9) &= \frac{\theta_a}{|\gamma^*|} = \frac{(1-j_0)\bar{\omega}_9^2/b_1}{\sqrt{\left[\frac{1}{b_1} + \left(\frac{b'_{31}}{b_1} - 1 + 2\eta'_9\right)\bar{\omega}_9^2\right]^2 + [2(\xi_9 - \zeta'_9)\bar{\omega}_9]^2}}, \\ \phi_9(\bar{\omega}_9) &= -\arctg \frac{2(\xi_9 - \zeta'_9)\bar{\omega}_9}{\frac{1}{b_1} + \left(\frac{b'_{31}}{b_1} - 1 + 2\eta'_9\right)\bar{\omega}_9^2}. \end{aligned} \quad (3.137)$$

Частотні характеристики моделі ротора Р-1 для трьох значень параметра конусності ($j_0 = 0,8, b_{20} = 0$) наведені на рис. 3.14. Конусність каналу практично не

впливає на положення резонансних амплітуд, однак, через коефіцієнт в'язкого опору зменшує ці амплітуди.

Для ротора в ущільненнях явище самоцентрування при необмеженому збільшенні частоти обертання кілька згладжується гіроскопічним моментом в щілинних ущільненнях:

$$\phi_9(\infty) = -\pi, \quad A_9(\infty) = \frac{1-j_0}{b_1-b'_4} = \frac{1-j_0}{1-j_0+k_g(j+j_c)(2-\kappa)}.$$

Останній доданок в знаменнику малий в порівнянні з одиницею, тому

$$A_9(\infty) = \theta_a(\infty)/|\gamma^*| \approx 1, \quad \theta_a(\infty) \approx -|\gamma^*|.$$

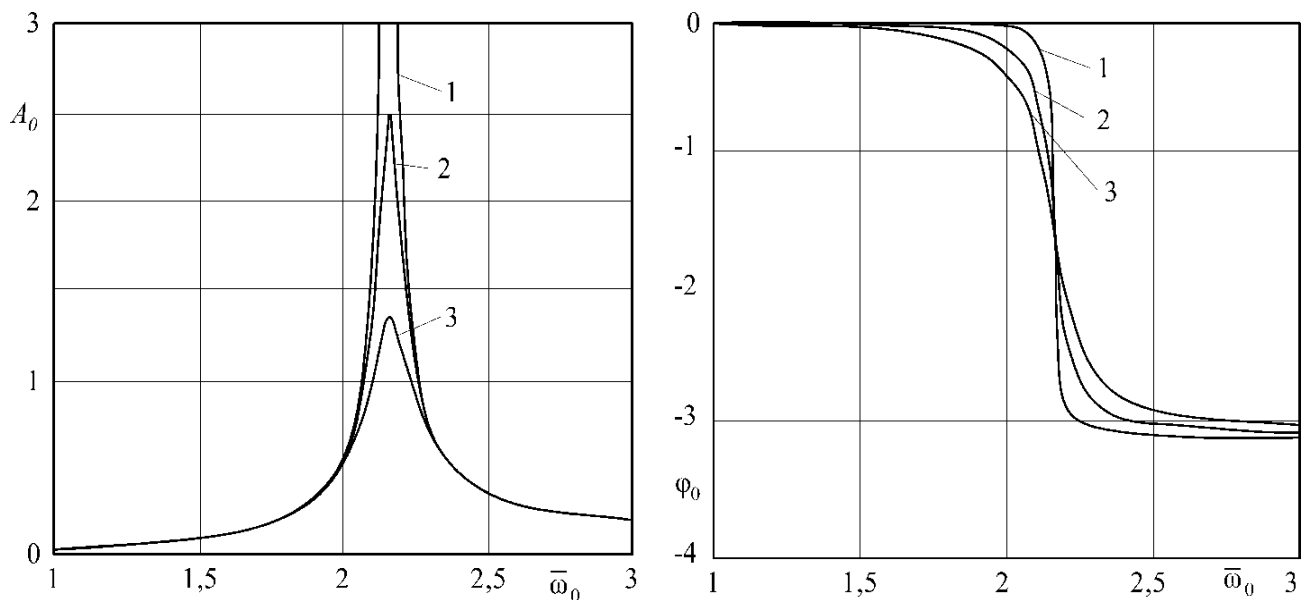


Рис. 3.14. Амплітудна і фазова частотні характеристики:

$$1-\theta_0 = -0,3; 2-\theta_0 = 0; 3-\theta_0 = 0,3$$

Якщо дросельований на ущільненнях перепад тиску пропорційний квадрату частоти обертання ротора (3.57), то дійсна і уявна частини (3.134) з урахуванням співвідношень (3.120) для автотурбулентної області турбулентної течії приймуть вид

$$U = \Omega_{90}^2 \left[1 - (b_1 - b'_{31n} - b'_4) \bar{\omega}_9^2 \right], \quad V = \Omega_{90}^2 \left[\frac{b_{20}}{\Omega_{90}} \bar{\omega}_9 + (b'_{21n} - b'_{5n}) \bar{\omega}_9^2 \right].$$

Переходячи до безрозмірних величин (3.121), отримаємо

$$U = \Omega_{90}^2 b_1 \left[\frac{1}{b_1} - \left(1 - \frac{\Delta \Omega_{9n}^2}{\omega_n^2} - 2\eta'_9 \right) \bar{\omega}_9^2 \right], V = 2\Omega_{90}^2 b_1 \left[\xi_{90} \bar{\omega}_9 + (\xi'_{91n} - \zeta'_{9n}) \bar{\omega}_9^2 \right] \quad (3.138)$$

Використовуючи ці вирази, за формулами (3.136) знайдемо амплітудні (рис. 3.15) і фазові частотні характеристики

$$A_9(\bar{\omega}_9) = \frac{\bar{\omega}_9^2 / b_1}{\sqrt{\left[\frac{1}{b_1} - \left(1 - \frac{\Delta \Omega_{9n}^2}{\omega_n^2} - 2\eta'_9 \right) \bar{\omega}_9^2 \right]^2 + 4 \left[\xi_{90} + (\xi'_{91n} - \zeta'_{9n}) \bar{\omega}_9 \right]^2 \bar{\omega}_9^2}} \quad (3.139)$$

$$\phi_9(\bar{\omega}_9) = -\arctg \frac{2 \left[\xi_{90} + (\xi'_{91n} - \zeta'_{9n}) \bar{\omega}_9 \right] \bar{\omega}_9}{\frac{1}{b_1} - \left(1 - \frac{\Delta \Omega_{9n}^2}{\omega_n^2} - 2\eta'_9 \right) \bar{\omega}_9^2}$$

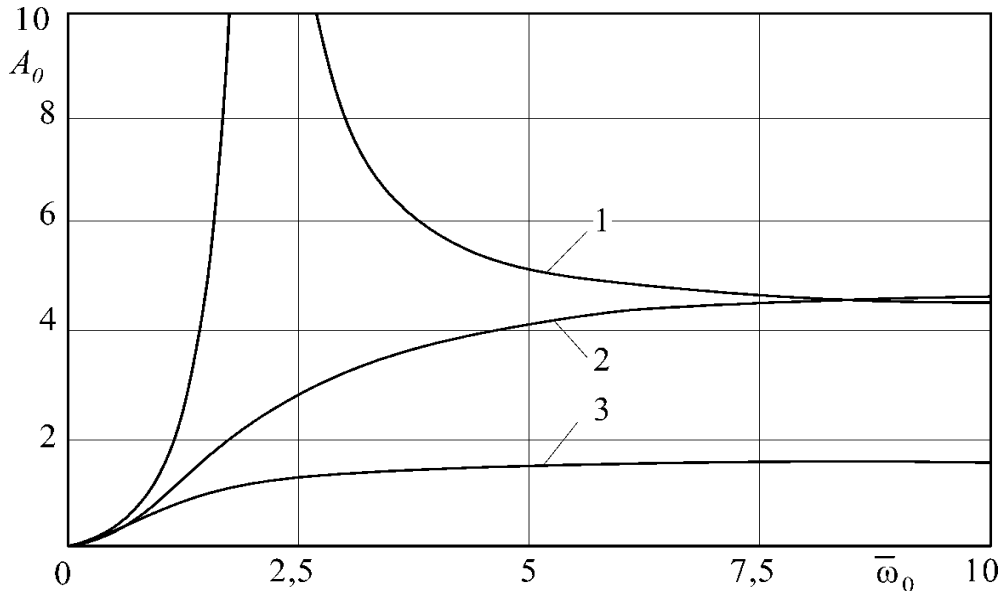


Рис. 3.15. Амплітудні характеристики для квадратичної залежності перепаду тиску від частоти обертання (позначення ті ж, що і на рис. 3.14)

В даному випадку резонанс існує тільки в ущільненнях з дифузornoю формою зазору.

За видом амплітудні і фазові частотні характеристики незалежних кутових коливань подібні відповідним характеристикам (рис. 3.11 і 3.12) радіальних коливань.

3.7. Спільні радіально-кутові коливання ротора в щілинних ущільненнях

3.7.1. Рівняння вільних коливань

Для аналізу вільних коливань використаємо рівняння коливань (3.22) в проекціях без прямих частин. Для постійного перепаду тиску, що не залежить від частоти обертання, рівняння мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 a_1 \ddot{u}_x + a_2 \dot{u}_x + a_3 u_x + (a'_4 \dot{u}_y + a'_5 u_y - \alpha'_2 \dot{\theta}_x - \alpha'_3 \theta_x) \omega + \alpha_4 \dot{\theta}_y + (\alpha_5 - \alpha_0) \theta_y &= 0, \\
 a_1 \ddot{u}_y + a_2 \dot{u}_y + a_3 u_y - (a'_4 \dot{u}_x + a'_5 u_x + \alpha'_2 \dot{\theta}_y + \alpha'_3 \theta_y) \omega - \alpha_4 \dot{\theta}_x - (\alpha_5 - \alpha_0) \theta_x &= 0, \\
 b_1 \ddot{\theta}_x + b_2 \dot{\theta}_x + b_3 \theta_x + (b'_4 \dot{\theta}_y + b'_5 \theta_y + \beta'_2 \dot{u}_x - \beta'_3 u_x) \omega + \beta_4 \dot{u}_y + (\beta_5 + \beta_0) u_y &= 0, \\
 b_1 \ddot{\theta}_y + b_2 \dot{\theta}_y + b_3 \theta_y - (b'_4 \dot{\theta}_x + b'_5 \theta_x - \beta'_2 \dot{u}_y + \beta'_3 u_y) \omega - \beta_4 \dot{u}_x - (\beta_5 + \beta_0) u_x &= 0.
 \end{aligned} \tag{3.140}$$

Загальне рішення цих однорідних рівнянь:

$$u_x = u_{ax} e^{\lambda t}, \quad u_y = u_{ay} e^{\lambda t}, \quad \theta_x = \theta_{ax} e^{\lambda t}, \quad \theta_y = \theta_{ay} e^{\lambda t}. \tag{3.141}$$

Підставивши рішення в вихідні рівняння, прийдемо до алгебраїчних рівнянь щодо амплітуд вільних коливань:

$$\begin{aligned}
 (a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3) u_{ax} + (a'_4 \lambda + a'_5) \omega u_{ay} - (\alpha'_2 \lambda + \alpha'_3) \omega \theta_{ax} + (\alpha_4 \lambda + \alpha_5 - \alpha_0) \theta_{ay} &= 0, \\
 -(a'_4 \lambda + a'_5) \omega u_{ax} + (a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3) u_{ay} - (\alpha_4 \lambda + \alpha_5 - \alpha_0) \theta_{ax} - (\alpha'_2 \lambda + \alpha'_3) \omega \theta_{ay} &= 0, \\
 (\beta'_2 \lambda - \beta'_3) \omega u_{ax} + (\beta_4 \lambda + \beta_5 + \beta_0) u_{ay} + (b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3) \theta_{ax} + (b'_4 \lambda + b'_5) \omega \theta_{ay} &= 0, \\
 -(\beta_4 \lambda + \beta_5 + \beta_0) u_{ax} + (\beta'_2 \lambda - \beta'_3) \omega u_{ay} - (b'_4 \lambda + b'_5) \omega \theta_{ax} + (b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3) \theta_{ay} &= 0
 \end{aligned} \tag{3.142}$$

Умовою існування ненульових рішень є рівність нулю визначника системи

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 & (a'_4 \lambda + a'_5) \omega & -(\alpha'_2 \lambda + \alpha'_3) \omega & \alpha_4 \lambda + \alpha_5 - \alpha_0 \\ -(a'_4 \lambda + a'_5) \omega & a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 & -(\alpha_4 \lambda + \alpha_5 - \alpha_0) & -(\alpha'_2 \lambda + \alpha'_3) \omega \\ (\beta'_2 \lambda - \beta'_3) \omega & \beta_4 \lambda + \beta_5 + \beta_0 & b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3 & (b'_4 \lambda + b'_5) \omega \\ -(\beta_4 \lambda + \beta_5 + \beta_0) & (\beta'_2 \lambda - \beta'_3) \omega & -(b'_4 \lambda + b'_5) \omega & b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3 \end{vmatrix} = 0. \tag{3.143}$$

Розкривши цей визначник, можна отримати в звичайній алгебраїчній формі характеристичне рівняння 8-го ступеня щодо характеристичного показника λ .

3.7.2. Власні частоти радіально-кутових коливань ротора при постійному перепаді тиску

Для аналізу спільних радіально-кутових коливань ротора доводиться обмежуватися чисельними методами. Для чисельних розрахунків зручніше користуватися безрозмірним характеристичним рівнянням. Тому розділимо (3.143) на Ω_{u0} :

$$\bar{\Delta}(\bar{\lambda}) = \begin{vmatrix} a_1 \bar{\lambda}^2 + \frac{a_2}{\Omega_{u0}} \bar{\lambda} + \frac{a_3}{\Omega_{u0}^2} & \left(a_4' \bar{\lambda} + \frac{a_5'}{\Omega_{u0}} \right) \bar{\omega} & - \left(\alpha_2' \bar{\lambda} + \frac{\alpha_3'}{\Omega_{u0}} \right) \bar{\omega} & \frac{\alpha_4}{\Omega_{u0}} \bar{\lambda} + \frac{\alpha_5 - \alpha_0}{\Omega_{u0}^2} \\ - \left(a_4' \bar{\lambda} + \frac{a_5'}{\Omega_{u0}} \right) \bar{\omega} & a_1 \bar{\lambda}^2 + \frac{a_2}{\Omega_{u0}} \bar{\lambda} + \frac{a_3}{\Omega_{u0}^2} & - \left(\frac{\alpha_4}{\Omega_{u0}} \bar{\lambda} + \frac{\alpha_5 - \alpha_0}{\Omega_{u0}^2} \right) & - \left(\alpha_2' \bar{\lambda} + \frac{\alpha_3'}{\Omega_{u0}} \right) \bar{\omega} \\ \left(\beta_2' \bar{\lambda} - \frac{\beta_3'}{\Omega_{u0}} \right) \bar{\omega} & \frac{\beta_4}{\Omega_{u0}} \bar{\lambda} + \frac{\beta_5 + \beta_0}{\Omega_{u0}^2} & b_1 \bar{\lambda}^2 + \frac{b_2}{\Omega_{u0}} \bar{\lambda} + \frac{b_3}{\Omega_{u0}^2} & \left(b_4' \bar{\lambda} + \frac{b_5'}{\Omega_{u0}} \right) \bar{\omega} \\ - \left(\frac{\beta_4}{\Omega_{u0}} \bar{\lambda} + \frac{\beta_5 + \beta_0}{\Omega_{u0}^2} \right) & \left(\beta_2' \bar{\lambda} - \frac{\beta_3'}{\Omega_{u0}} \right) \bar{\omega} & - \left(b_4' \bar{\lambda} + \frac{b_5'}{\Omega_{u0}} \right) \bar{\omega} & b_1 \bar{\lambda}^2 + \frac{b_2}{\Omega_{u0}} \bar{\lambda} + \frac{b_3}{\Omega_{u0}^2} \end{vmatrix} \quad (3.144)$$

$$\bar{\Delta}(\bar{\lambda}) = \Delta(\lambda) / \Omega_{u0}^2, \quad \bar{\lambda} = \lambda / \Omega_{u0}, \quad \bar{\omega} = \omega / \Omega_{u0}.$$

Розглянутий ротор в щільних ущільненнях є коливальною системою восьмого порядку з чотирма узагальненими координатами: $u_x, u_y, \theta_x, \theta_y$. Система коливається відносно сталого положення рівноваги, тому корені характеристичного рівняння – чотири пари комплексних сполучених чисел $\lambda_1, \lambda_{1*}, \lambda_2, \lambda_{2*}, \lambda_3, \lambda_{3*}, \lambda_4, \lambda_{4*}$. Представимо їх у розгорнутому вигляді:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_{1*} \end{pmatrix} = n_1 \pm is_1, \quad \begin{pmatrix} \lambda_2 \\ \lambda_{2*} \end{pmatrix} = n_2 \pm is_2, \quad \begin{pmatrix} \lambda_3 \\ \lambda_{3*} \end{pmatrix} = n_3 \pm is_3, \quad \begin{pmatrix} \lambda_4 \\ \lambda_{4*} \end{pmatrix} = n_4 \pm is_4. \quad (3.145)$$

Уявні частини s_k коренів представляють власні частоти коливань, а дійсні n_k – питомі коефіцієнти демпфування. Додатним значенням $n_k > 0$ відповідають коливання зі зростаючою в часі амплітудою, тобто ротор втрачає стійкість; при $n_k = 0$ k -та складова коливань має постійну амплітуду, ротор знаходиться на коливальному кордоні стійкості.

Ротор в ущільненнях може мати чисто дійсні ($\pm is_k = 0$) характеристичні показники (3.145): $\bar{\lambda}_k = \bar{n}_k', \bar{\lambda}_{k*} = \bar{n}_k''$. В цьому випадку відбувається роздвоєння

дійсного кореня, а відповідна складова вільного руху має аперіодичний характер. Оскільки ротор здійснює односпрямоване обертання, від'ємні власні частоти практичного сенсу не мають і в подальшому не розглядаються.

По теоремі про поділ коренів [10] парціальні частоти консервативної системи розташовуються між її власними частотами. Представляє також інтерес співвідношення парціальних і власних частот.

Частотні діаграми – залежність власних частот від частоти обертання, наведені на рис. 3.16 і рис. 3.17 для постійних перепадів тиску $\Delta p_0 = (1,5; 3,98; 13,3)$ МПа, що не залежать від частоти обертання. У свою чергу, на кожному з малюнків побудовані залежності власних частот від параметра конусності кільцевого зазору щілинних ущільнень в діапазоні $-0,3 \leq \theta_0 \leq 0,3$ і від частоти обертання.

Результати аналізу частотних діаграм зводяться до наступного.

Збільшення конфузорності ($\theta_0 > 0$) і перепаду тиску (що не залежить від частоти обертання) підвищує перші дві власні частоти \bar{s}_1, \bar{s}_2 , які мало відрізняються одна від одної і близькі до парціальних частот $\bar{s}_{u1}, \bar{s}_{u2}$ незалежних радіальних коливань. Лише на високих перепадах тиску $\Delta p_0 > 5$ МПа і частотах обертання $\bar{\omega} > 4$ помітна відмінність цих власних частот. Дві вищі власні частоти \bar{s}_3, \bar{s}_4 практично не залежать від перепаду тиску і конусності і близькі до парціальних частот $\bar{s}_{91}, \bar{s}_{92}$ незалежних кутових коливань. Із зростанням числа оборотів друга і третя власні частоти зближуються.

Критичні частоти відповідно до (3.52) знаходяться на лініях перетину площини $\bar{s}(\bar{\omega}, \theta_0) = \bar{\omega}$ з поверхнями $\bar{s}_{1-4}(\bar{\omega}, \theta_0)$. На рис. 3.16 і рис. 3.17 це лінії $\bar{\omega}_{(1-3)*}$. Четвертої критичної частоти обертання для розглянутих прикладів ($j_0 \approx 2 > 1$) не існує: гіроскопічний момент обумовлює самопідвищення жорсткості ротора.

Діаграми відносних власних частот моделей ротора Р-1 і Р-2 істотних відмінностей не мають.

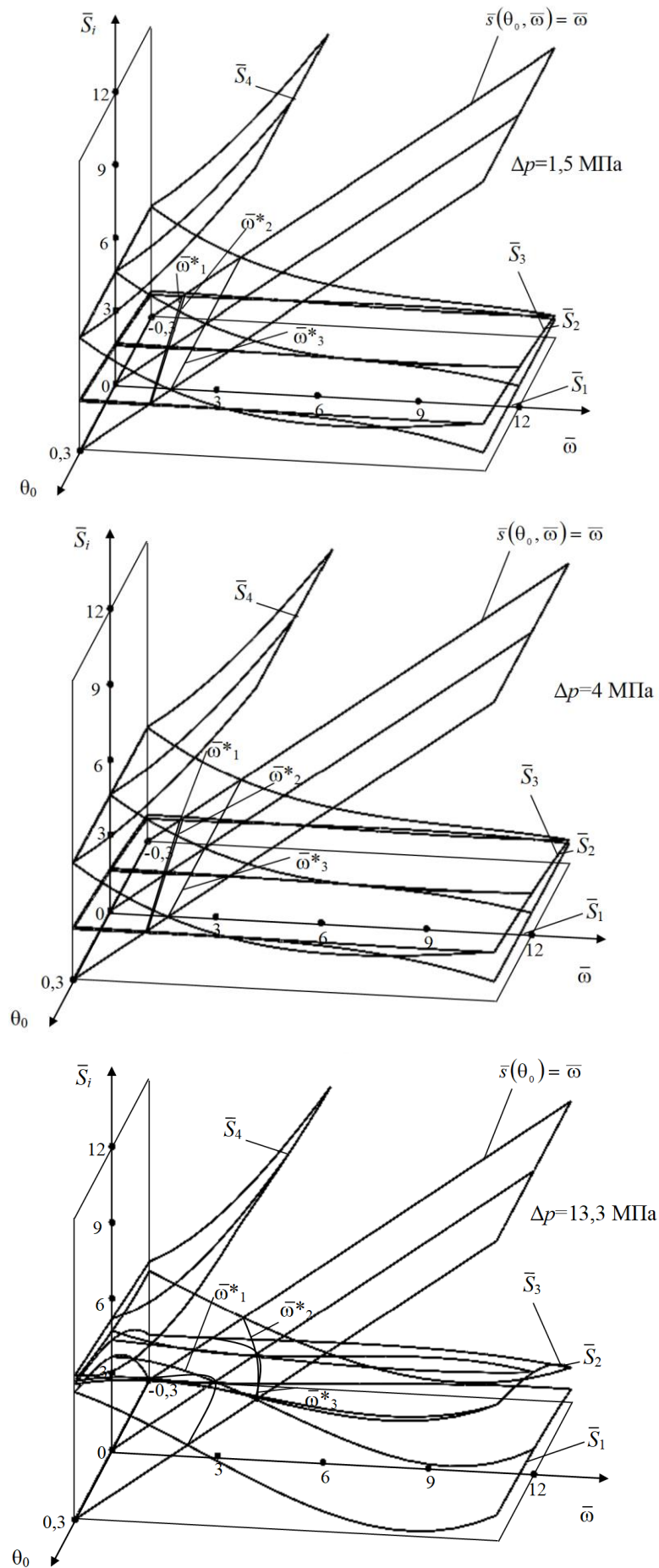


Рис. 3.16. Частотні діаграми для постійного перепаду тиску, модель P-1

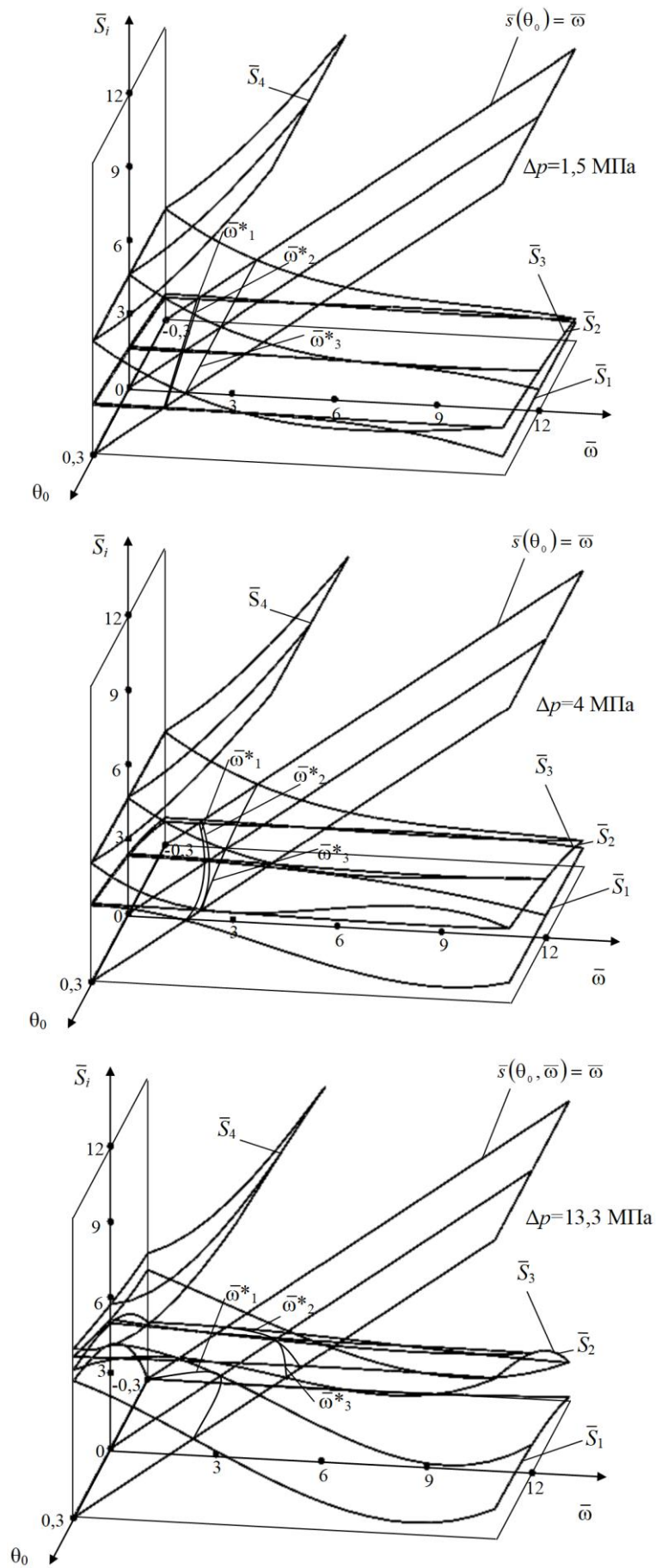


Рис. 3.17. Частотні діаграми для постійного перепаду тиску, модель Р-2

3.7.3. Оцінка стійкості

В результаті чисельного рішення характеристичного рівняння (3.144) знаходяться власні числа у вигляді чотирьох пар комплексних сполучених коренів (3.145). Про стійкість ротора можна судити за знаком дійсних частин: наявність коренів з додатною дійсною частиною свідчить про нестійкість руху ротора в щілинних ущільненнях. Для оцінки впливу на стійкість конусності θ_0 і дросельованого на ущільненнях перепаду тиску Δp_0 на Рис. 3.18, Рис. 3.19 наведені графіки $\bar{n}_i(\bar{\omega})$ разом з відповідними частотними діаграмами $\bar{s}_i(\bar{\omega})$.

Як видно з рис. 3.18, 3.19, в ущільненнях з дифузорним зазором ($\theta_0 = -0,3$) ротор нестійкий навіть при відсутності обертання.

Цей результат узгоджується з виразами (3.80) і (3.128), за якими критична дифузорність становить $\theta_{0*} = -0,27$. У циліндричному зазорі при $\Delta p_0 = 1,5$ МПа гранична по стійкості безрозмірна частота обертання становить $\bar{\omega}_* \approx 6,5$.

З підвищенням перепаду тиску до 4 МПа з'являється область нестійкості в діапазоні $\bar{\omega} \approx 3-4$. Конфузорні ущільнення забезпечують стійкість ротора на всіх досліджуваних частотах обертання.

У дифузорних ущільненнях при перепадах тиску 4 МПа і більше має місце випадок, згаданий в коментарях до виразів (3.145): Перша власна частота звертається в нуль ($\bar{s}_1 = 0$) на частотах обертання $\bar{\omega} > 10$. На відповідних частотах відбувається роздвоєння дійсного кореня.

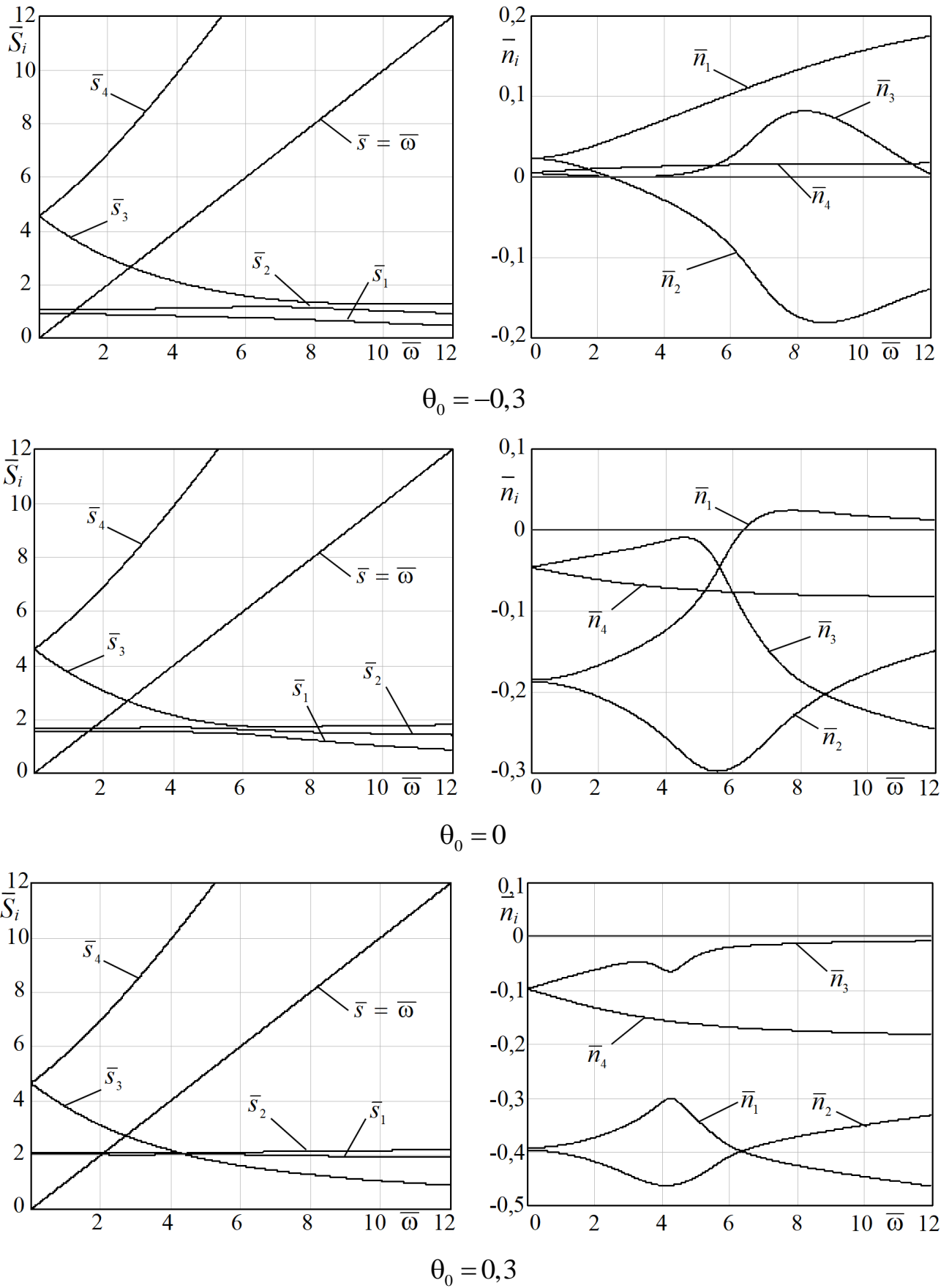


Рис. 3.18. Частотна діаграма і графіки коефіцієнтів демпфування при $\Delta p_0 = 1,5 \text{ МПа}$, модель Р-1

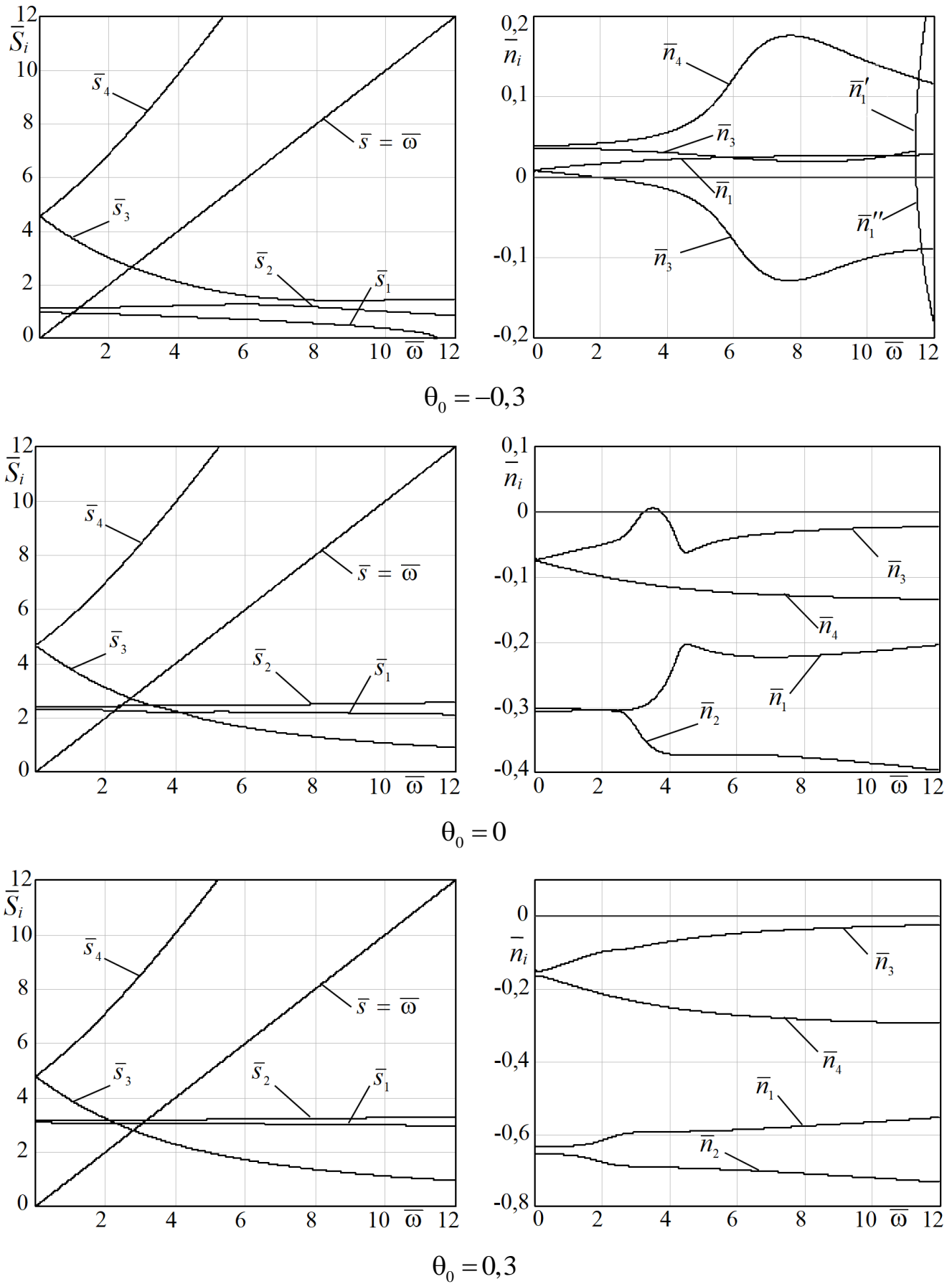


Рис. 3.19. Частотна діаграма і графіки коефіцієнтів демпфування при $\Delta p_0 = 4$ МПа, модель Р-1

3.7.4. Врахування залежності перепаду тиску від частоти обертання

На передньому щілинному ущільненні відцентрової машини дроселюється тиск, що розвивається ступенем. Цей тиск (3.57) пропорційний квадрату частоти обертання робочого колеса: $\Delta p_0 = V\omega^2$. Саме такі умови характерні для відцентрових машин. Оскільки багато коефіцієнтів рівнянь (3.142) залежить від перепаду тиску, вони залежать також і від частоти обертання, а це відбивається на формі частотних характеристик – залежностей власних частот від частоти обертання ротора. У цьому випадку перепад тиску перестає бути незалежним зовнішнім впливом, він пов'язаний додатковим співвідношенням $\Delta p_0 = V\omega^2$. В результаті, зовнішнім впливом є тільки частота обертання, а ефект самопосилення жорсткості ротора зростає.

Прямі коефіцієнти радіальних сил і моментів для автотурбулентної області турбулентної течії визначаються за формулами (3.58), (3.61) і (3.120). Перехресні коефіцієнти отримаємо, підставивши вирази (3.58) при $n=0$ (n - показник степені в узагальненій формулі Блазиуса) в формули (3.9) і (3.15) для цих коефіцієнтів. В результаті

$$\alpha_2 = \alpha'_2\omega, \alpha'_2 = \frac{2}{15}a'_4\theta_0 = \frac{2}{15}k'_g\kappa\theta_0; \alpha_3 = \alpha'_3\omega^2, \alpha'_3 = \frac{2}{5}a'_5\theta_0 = \frac{2}{5}k'_d\kappa\theta_0$$

$$\alpha_4 = \alpha'_4\omega, \alpha'_4 = \frac{4}{5}k'_d\theta_0, \alpha_5 = \alpha'_5\omega^2, \alpha'_5 = 2k'_p(1 + 2\Delta\chi) \quad (3.146)$$

$$\beta_2 = \beta'_2\omega, \beta'_2 = 2k'_g\kappa\theta_0j; \beta_3 = \beta'_3\omega^2, \beta'_3 = 6k'_d\kappa\theta_0j$$

$$\beta_4 = \beta'_4\omega, \beta'_4 = 12k'_d\theta_0j; \beta_5 = \beta'_5\omega^2, \beta'_5 = 10k'_p\Delta\chi j \quad (3.147)$$

Підставивши (3.146), (3.147) і рішення (3.141) в рівняння (3.16) без правих частин, прийдемо до системи алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} & [a_1\lambda^2 + (a_{20} + a'_{21}\omega)\lambda + \Omega_{u0}^2 + a'_{31}\omega^2]u_{ax} + (a'_4\omega\lambda + a'_5\omega^2)u_{ay} - \\ & - (\alpha'_2\omega\lambda + \alpha'_3\omega^2)\theta_{ax} + (\alpha'_4\omega\lambda + \alpha'_5\omega^2 - \alpha_0)\theta_{ay} = 0, \\ & - (a'_4\omega\lambda + a'_5\omega^2)u_{ax} + [a_1\lambda^2 + (a_{20} + a'_{21}\omega)\lambda + \Omega_{u0}^2 + a'_{31}\omega^2]u_{ay} - \\ & - (\alpha'_4\omega\lambda + \alpha'_5\omega^2 - \alpha_0)\theta_{ax} - (\alpha'_2\omega\lambda + \alpha'_3\omega^2)\theta_{ay} = 0, \end{aligned} \quad (3.148)$$

$$\begin{aligned}
& (\beta'_2 \omega \lambda - \beta'_3 \omega^2) u_{ax} + (\beta'_4 \omega \lambda + \beta'_5 \omega^2 + \beta_0) u_{ay} + \\
& + [b_1 \lambda^2 + (b_{20} + b'_{21} \omega) \lambda + \Omega_{90}^2 + b'_{31} \omega^2] \theta_{ax} + (b'_4 \omega \lambda + b'_5 \omega^2) \theta_{ay} = 0, \\
& - (\beta'_4 \omega \lambda + \beta'_5 \omega^2 + \beta_0) u_{ax} + (\beta'_2 \omega \lambda - \beta'_3 \omega^2) u_{ay} - \\
& - (b'_4 \omega \lambda + b'_5 \omega^2) \theta_{ax} + [b_1 \lambda^2 + (b_{20} + b'_{21} \omega) \lambda + \Omega_{90}^2 + b'_{31} \omega^2] \theta_{ay} = 0.
\end{aligned} \tag{3.149}$$

Прирівнюючи нулю визначник цієї системи, отримаємо характеристичне рівняння, що враховує залежність дросельованого на щілинних ущільненнях перепаду тиску від частоти обертання ротора відцентрової машини. Розділивши (6.52) почленно на Ω_{u0}^2 , отримаємо в безрозмірному вигляді

$$\bar{\Delta}(\bar{\lambda}) = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{vmatrix} = 0, \tag{3.150}$$

де

$$\begin{aligned}
c_{11} = c_{22} &= a_1 \bar{\lambda}^2 + \left(\frac{a_{20}}{\Omega_{u0}} + a'_{21} \bar{\omega} \right) \bar{\lambda} + I + a'_{31} \bar{\omega}^2, \quad c_{12} = -c_{21} = a'_4 \bar{\omega} \bar{\lambda} + a'_5 \bar{\omega}^2 \\
c_{13} = c_{24} &= -\alpha'_2 \bar{\omega} \bar{\lambda} - \alpha'_3 \bar{\omega}^2, \quad c_{14} = -c_{23} = \alpha'_4 \bar{\omega} \bar{\lambda} + \alpha'_5 \bar{\omega}^2 - \frac{\alpha_0}{\Omega_{u0}^2},
\end{aligned} \tag{3.151}$$

$$c_{31} = c_{42} = \beta'_2 \bar{\omega} \bar{\lambda} - \beta'_3 \bar{\omega}^2, \quad c_{32} = -c_{41} = \beta'_4 \bar{\omega} \bar{\lambda} + \beta'_5 \bar{\omega}^2 + \frac{\beta_0}{\Omega_{u0}^2},$$

$$c_{33} = c_{44} = b_1 \bar{\lambda}^2 + \left(\frac{b_{20}}{\Omega_{u0}} + b'_{21} \bar{\omega} \right) \bar{\lambda} + \frac{\Omega_{90}^2}{\Omega_{u0}^2} + b'_{31} \bar{\omega}^2, \quad c_{34} = -c_{43} = b'_4 \bar{\omega} \bar{\lambda} + b'_5 \bar{\omega}^2.$$

У порівнянні з елементами визначника (3.144), записаного для $\Delta p_0 = \text{const}$, тут змінилися коефіцієнти, що залежать від дросельованого на ущільненнях перепаду тиску $\Delta p_0 = V \omega^2$: a_{21}, a_{31}, a_5 (3.58), (3.61); b_2, b_3, b_5 (3.120); $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ (3.146), (3.147). Всі ці коефіцієнти залежать від постійного для заданої проточної частини параметра V . Чисельно вирішуючи рівняння (3.150) з урахуванням коефіцієнтів (3.151), знайдемо власні числа і власні частоти.

У разі, якщо дросельований на ущільненнях перепад тиску пов'язаний з частотою обертання квадратичною залежністю (3.57), зовнішнім впливом є тільки частота обертання, а ефект автоматичного збільшення жорсткості ротора посилюється (рис. 3.20).

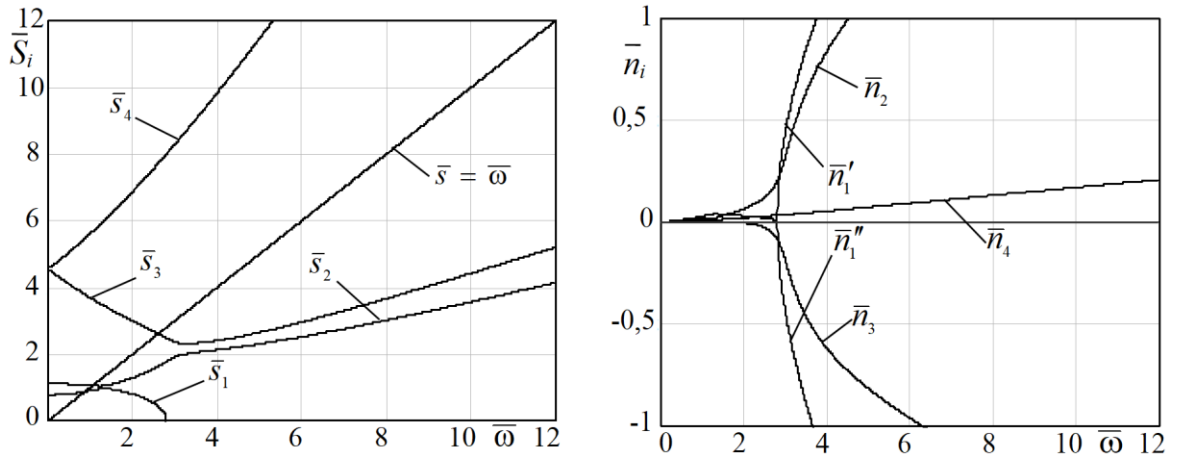
У циліндричному ($\theta_0 = 0$) і конфузорному ($\theta_0 > 0$) зазорах відбувається інтенсивне зростання власних частот (крім першої) з ростом частоти обертання. Через це три критичні частоти, які визначаються точками перетину частотних діаграм з прямими $\bar{\omega}_i(\bar{\omega}) = \bar{\omega}$, існують тільки для ротора в щілинних ущільненнях з дифузornoю формою кільцевого зазору.

В ущільненнях з циліндричним і конфузорним зазором має місце тільки перша критична частота обертання.

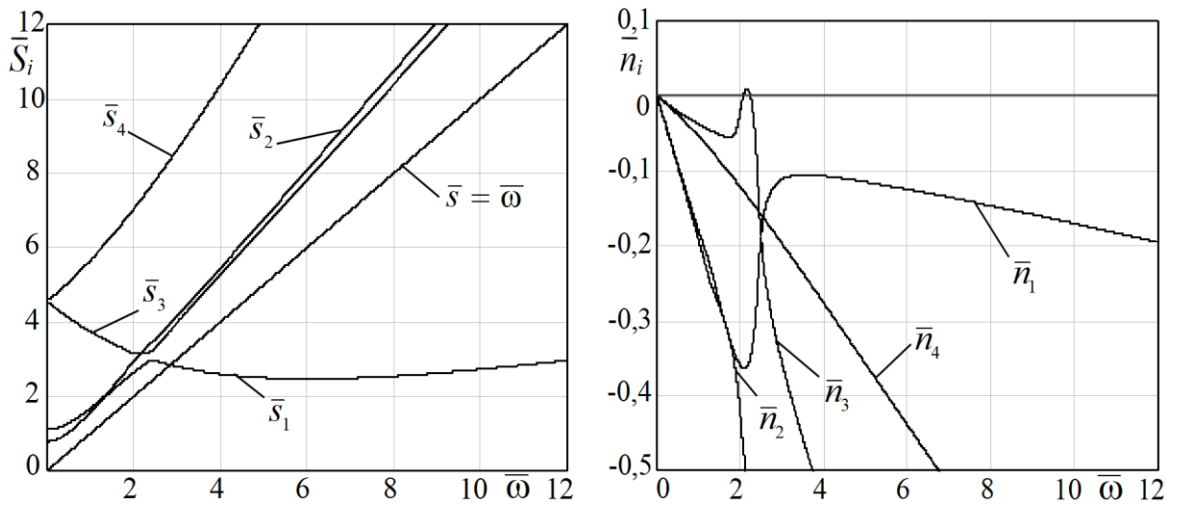
На рис. 3.20 наведені також графіки дійсних частин коренів характеристичного рівняння для узагальненої постійної $B = \Delta p_n / \omega_n^2 = 16,7$ кг/м.

За графіками дійсних частин можна судити про стійкість: якщо серед коренів є корені з додатною дійсною частиною, то ротор на відповідних частотах обертання нестійкий. Зокрема, ротор в ущільненнях з дифузornoю формою зазору нестійкий на всіх частотах; ротор в конфузорних ущільненнях зберігає стійкість у всьому розглянутому діапазоні частот обертання.

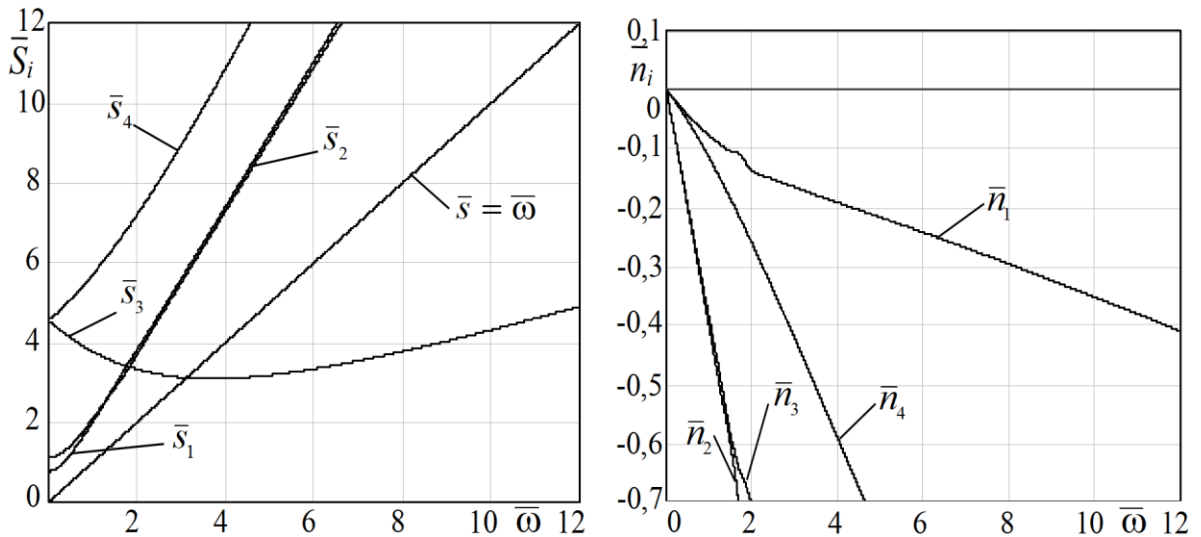
Таким чином, ще раз підтверджується дестабілізуючий вплив щілинних ущільнень з дифузornoю формою зазору і яскраво виражений стабілізуючий ефект конфузорних каналів. Результати для обох моделей дискового ротора Р-1 і Р-2 майже не відрізняються.



$\theta_0 = -0,3$



$\theta_0 = 0$



$\theta_0 = 0,3$

Рис. 3.20. Частотна діаграма і графіки коефіцієнтів демпфування при

$$\Delta p_0 \sim \omega^2, B = \text{const}, \text{ модель P-1}$$

3.7.5. Вимушені коливання ротора в щілинних ущільненнях

Вимушені спільні радіально-кутові коливання ротора при постійному перепаді тиску на ущільненнях описуються рівняннями (3.24). Зберігаючи верхній знак при уявній одиниці і враховуючи позначення (3.120), запишемо

$$a_1\ddot{u} + a_2\dot{u} + a_3u - i(a'_4\dot{u} + a'_5u)\omega - (\alpha'_2\dot{\theta} + \alpha'_3\theta)\omega - i(\alpha_4\dot{\theta} + \alpha_5\theta - \alpha_0\theta) = \omega^2 A e^{i\omega t},$$

$$b_1\ddot{\theta} + b_2\dot{\theta} + b_3\theta - i(b'_4\dot{\theta} + b'_5\theta)\omega + (\beta'_2\dot{u} - \beta'_3u)\omega - i(\beta_4\dot{u} + \beta_5u + \beta_0u) = \omega^2 \Gamma e^{i\omega t}.$$

Користуючись стандартними програмами, можна відразу знаходити чисельне рішення цих рівнянь. Однак використовуваний тут традиційний підхід дозволяє по аналітичним виразам амплітуд і фаз (за коефіцієнтами власного оператора і операторів зовнішніх впливів) бачити, як впливають на них різні сили і моменти.

Підставивши рішення цих рівнянь у вигляді

$$u = u_a e^{i(\omega t + \phi_u)} = \tilde{u} e^{i\omega t}, \quad \theta = \theta_a e^{i(\omega t + \phi_\theta)} = \tilde{\theta} e^{i\omega t},$$

отримаємо систему алгебраїчних рівнянь щодо комплексних амплітуд:

$$\begin{cases} \left[-a_1\omega^2 + a_3 + a'_4\omega^2 + i(a_2 - a'_5)\omega \right] \tilde{u} - \left[(\alpha'_3 - \alpha_4)\omega + i(\alpha'_2\omega^2 + \alpha_5 - \alpha_0) \right] \tilde{\theta} = A\omega^2 \\ \left[-(\beta'_3 - \beta_4)\omega + i(\beta'_2\omega^2 - \beta_5 - \beta_0) \right] \tilde{u} + \left[-b_1\omega^2 + b_3 + b'_4\omega^2 + i(b_2 - b'_5)\omega \right] \tilde{\theta} = \Gamma\omega^2 \end{cases} \quad (3.152)$$

Перейдемо до безрозмірних частот $\bar{\omega} = \omega/\Omega_{u0}$ і введемо позначення:

$$U_{11} = (-a_1 + a'_4)\bar{\omega}^2 + 1 + \frac{a_{31}}{\Omega_{u0}^2}, \quad V_{11} = \frac{a_{20} + a_{21} - a'_5}{\Omega_{u0}}\bar{\omega},$$

$$U_{12} = \frac{-\alpha'_3 + \alpha_4}{\Omega_{u0}}\bar{\omega}, \quad V_{12} = -\alpha'_2\bar{\omega}^2 - \frac{\alpha_5 - \alpha_0}{\Omega_{u0}^2};$$

(3.153)

$$U_{21} = \frac{-\beta'_3 + \beta_4}{\Omega_{u0}}\bar{\omega}, \quad V_{21} = \beta'_2\bar{\omega}^2 - \frac{\beta_5 + \beta_0}{\Omega_{u0}^2},$$

$$U_{22} = (-b_1 + b'_4)\bar{\omega}^2 + \frac{\Omega_{90}^2}{\Omega_{u0}^2} + \frac{b_{31}}{\Omega_{u0}^2},$$

$$V_{22} = \frac{b_{20} + b_{21} - b'_5}{\Omega_{u0}}\bar{\omega}.$$

Після цього рівняння (3.152) приймають вид

$$\begin{aligned}(U_{11} + iV_{11})\tilde{u} + (U_{12} + iV_{12})\tilde{\theta} &= A\bar{\omega}^2, \\ (U_{21} + iV_{21})\tilde{u} + (U_{22} + iV_{22})\tilde{\theta} &= \Gamma\bar{\omega}^2.\end{aligned}\tag{3.154}$$

Тут $U_{11} + iV_{11}, U_{22} + iV_{22}$ власні оператори незалежних радіальних і кутових коливань відповідно, а перехресні оператори $U_{12} + iV_{12}, U_{21} + iV_{21}$ характеризують вплив кутових коливань на радіальні і радіальних на кутові, тобто характеризують взаємопов'язаність цих коливань.

Із системи неоднорідних рівнянь алгебри (3.154) за формулами Крамера знаходимо комплексні амплітуди

$$\tilde{u} = \bar{\omega}^2 \frac{\Delta_u}{\Delta_0}, \quad \tilde{\theta} = \bar{\omega}^2 \frac{\Delta_\theta}{\Delta_0},\tag{3.155}$$

де визначник системи Δ_0 і визначники Δ_u, Δ_θ мають вигляд:

$$\begin{aligned}\Delta_0 &= U_0 + iV_0; \\ U_0 &= U_{11}U_{22} - V_{11}V_{22} - U_{12}U_{21} + V_{12}V_{21},\end{aligned}\tag{3.156}$$

$$\begin{aligned}V_0 &= V_{11}U_{22} + U_{11}V_{22} - V_{12}U_{21} - U_{12}V_{21}, \\ \Delta_u &= U_u + iV_u;\end{aligned}\tag{3.157}$$

$$U_u = AU_{22} - \Gamma U_{12}, \quad V_u = AV_{22} - \Gamma V_{12};$$

$$\Delta_\theta = U_\theta + iV_\theta;$$

$$U_\theta = \Gamma U_{11} - AU_{21}, \quad V_\theta = \Gamma V_{11} - AV_{21}.$$

З урахуванням отриманих визначників формули (3.155) після поділу дійсних і уявних частин дають:

$$\begin{aligned}\tilde{u} &= u_a e^{i\phi_u} = \bar{\omega}^2 \frac{U_1 - iV_1}{U_0^2 + V_0^2}; \\ U_1 &= U_u U_0 + V_u V_0, \quad V_1 = U_u V_0 - V_u U_0;\end{aligned}\tag{3.158}$$

$$\tilde{\theta} = \theta_a e^{i\phi_a} = \bar{\omega}^2 \frac{U_2 - iV_2}{U_0^2 + V_0^2};$$

$$U_2 = U_9 U_0 + V_9 V_0, \quad V_2 = U_9 V_0 - V_9 U_0.$$

Модулі та аргументи комплексних амплітуд

$$u_a = \bar{\omega}^2 \frac{\sqrt{U_1^2 + V_1^2}}{U_0^2 + V_0^2} = \bar{\omega}^2 \sqrt{\frac{U_u^2 + V_u^2}{U_0^2 + V_0^2}},$$

$$\theta_a = \bar{\omega}^2 \frac{\sqrt{U_2^2 + V_2^2}}{U_0^2 + V_0^2} = \bar{\omega}^2 \sqrt{\frac{U_9^2 + V_9^2}{U_0^2 + V_0^2}};$$

(3.159)

$$\phi_u = -\operatorname{arctg} \frac{V_1}{U_1} = -\operatorname{arctg} \frac{U_u V_0 - V_u U_0}{U_u U_0 + V_u V_0},$$

$$\phi_9 = -\operatorname{arctg} \frac{V_2}{U_2} = -\operatorname{arctg} \frac{U_9 V_0 - V_9 U_0}{U_9 U_0 + V_9 V_0}.$$

Підставивши в ці формули значення визначників (3.157), отримаємо амплітуди і фази, виражені через зовнішні збурення:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_a = \bar{\omega}^2 \sqrt{\frac{(AU_{22} - \Gamma U_{12})^2 + (AV_{22} - \Gamma V_{12})^2}{U_0^2 + V_0^2}} \\ \theta_a = \bar{\omega}^2 \sqrt{\frac{(\Gamma U_{11} - AU_{21})^2 + (\Gamma V_{11} - AV_{21})^2}{U_0^2 + V_0^2}} \end{array} \right. ,$$

(3.160)

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_u = -\operatorname{arctg} \frac{(AU_{22} - \Gamma U_{12})V_0 - (AV_{22} - \Gamma V_{12})U_0}{(AU_{22} - \Gamma U_{12})U_0 + (AV_{22} - \Gamma V_{12})V_0}, \\ \phi_9 = -\operatorname{arctg} \frac{(\Gamma U_{11} - AU_{21})V_0 - (\Gamma V_{11} - AV_{21})U_0}{(\Gamma U_{11} - AU_{21})U_0 + (\Gamma V_{11} - AV_{21})V_0} \end{array} \right.$$

(3.161)

Користуючись формулами (3.160) можна побудувати амплітудні частотні характеристики як відношення амплітуд відповідних коливань до амплітуд зовнішніх збуджень:

$$A_{ua} = \frac{u_{aa}}{A}, \quad A_{\vartheta a} = \frac{\theta_{aa}}{A}, \quad A_{u\gamma} = \frac{u_{a\gamma}}{\Gamma}, \quad A_{\vartheta\gamma} = \frac{\theta_{a\gamma}}{\Gamma}. \quad (3.162)$$

Нагадаємо, що $u = r/H$, $\theta = \vartheta l/2H$; r, ϑ – абсолютні значення радіального зміщення і кута повороту диска;

$A = a^* = a/H$, $\Gamma = (1 - j_0)\gamma^* = (1 - j_0)\gamma l/2H$ – відносні значення статичної та динамічної неврівноваженості.

Амплітудні частотні характеристики як реакції тільки на статичну і тільки на динамічну неврівноваженість знаходяться з формул (3.160):

$$\Gamma = 0: \begin{cases} A_{ua} = \frac{u_{aa}}{A} = u_{aa} \frac{H}{|a|} = \bar{\omega}^2 \sqrt{\frac{U_{22}^2 + V_{22}^2}{U_0^2 + V_0^2}} \\ A_{\vartheta a} = \frac{\theta_{aa}}{A} = \theta_{aa} \frac{H}{|a|} = \bar{\omega}^2 \sqrt{\frac{U_{21}^2 + V_{21}^2}{U_0^2 + V_0^2}} \end{cases}, \quad (3.163)$$

$$A = 0: \begin{cases} A_{u\gamma} = \frac{u_{a\gamma}}{\Gamma} = u_{a\gamma} \frac{2H}{|\gamma|l(1 - j_0)} = \bar{\omega}^2 \sqrt{\frac{U_{12}^2 + V_{12}^2}{U_0^2 + V_0^2}} \\ A_{\vartheta\gamma} = \frac{\theta_{a\gamma}}{\Gamma} = \theta_{a\gamma} \frac{2H}{|\gamma|l(1 - j_0)} = \bar{\omega}^2 \sqrt{\frac{U_{11}^2 + V_{11}^2}{U_0^2 + V_0^2}} \end{cases}. \quad (3.164)$$

Для побудови амплітудних і фазових частотних характеристик, коли $\Delta p_0 \sim \omega^2$, використовуємо рівняння вимушених коливань (3.24). Підставивши в ці рівняння значення коефіцієнтів (3.61), (3.120), (3.146), (3.147) і рішення $u = u_a e^{i(\omega t + \phi_u)} = \tilde{u} e^{i\omega t}$, $\theta = \theta_a e^{i(\omega t + \phi_\theta)} = \tilde{\theta} e^{i\omega t}$, отримаємо неоднорідну систему алгебраїчних рівнянь, подібну (3.154), щодо комплексних амплітуд:

$$\begin{aligned} (U'_{11} + iV'_{11})\tilde{u} + (U'_{12} + iV'_{12})\tilde{\theta} &= A\bar{\omega}^2, \\ (U'_{21} + iV'_{21})\tilde{u} + (U'_{22} + iV'_{22})\tilde{\theta} &= \Gamma\bar{\omega}, \end{aligned} \quad (3.165)$$

де

$$U'_{11} = (-a_1 + a'_{31} + a'_4)\bar{\omega}^2 + 1, \quad V'_{11} = \frac{a_{20}}{\Omega_{u0}}\bar{\omega} + (a'_{21} - a'_5)\bar{\omega}^2,$$

$$U'_{12} = (-\alpha'_3 + \alpha'_4)\bar{\omega}^2, \quad V'_{12} = (\alpha'_2 + \alpha'_5)\bar{\omega}^2 + \frac{\alpha_0}{\Omega_{u0}^2};$$

$$U'_{21} = (-\beta'_3 + \beta'_4)\bar{\omega}^2, \quad V'_{21} = (\beta'_2 - \beta'_5)\bar{\omega}^2 - \frac{\beta_0}{\Omega_{u0}^2},$$

$$U'_{22} = (-b_1 + b'_{31} + b'_4)\bar{\omega}^2 + \frac{\Omega_{90}^2}{\Omega_{u0}^2}, \quad V'_{22} = \frac{b_{20}}{\Omega_{u0}}\bar{\omega} + (b'_{21} - b'_5)\bar{\omega}^2.$$

(3.166)

Тепер дійсно і уявну частину U'_0, V'_0 визначника системи можна отримати за формулами (3.156), якщо ввести заміну $U_{kl} \rightarrow U'_{kl}, V_{kl} \rightarrow V'_{kl}$ ($k, l = 1, 2$). Таким же чином за формулами (3.161) і (3.162) обчислюються амплітудні і фазові частотні характеристики вимушених коливань ротора.

У Додатку А (рис. А.4, А.5) наведені експериментально отримані амплітудні і фазові частотні характеристики вимушених коливань ротора у щілинних ущільненнях [37, 43]. Порівняння з розрахованими характеристиками показує, що відхилення не перевищує 5 відсотків.

Наостанок відмітимо, що результати проведених досліджень беззаперечно можна використовувати для розрахунку щілинних ущільнень високооборотних насосів, напір яких досягає 60 МПа, а гранично допустима окружна швидкість обода робочого колеса – 450 м/с. Експериментальне підтвердження отриманих залежностей має місце саме для такого діапазону робочих параметрів.

3.8. Висновки до третього розділу

Розроблена математична модель гідродинамічних процесів в щілинних ущільненнях з урахуванням їх впливу на динаміку ротора. При прийнятих в моделі припущеннях:

- радіальний зазор ущільнення малий у порівнянні з радіусом і протяжністю каналу в напрямку витратної течії;

- при високих ущільнюваних тисках числа Рейнольдса перевищують критичні значення, тому режим течії є турбулентним;
- щільність, в'язкість і температура вважаються постійними тому що тепло, що виділяється в результаті гідравлічних втрат, відводиться інтенсивним витратним плином,

встановлено, що отримані згідно моделі амплітудні і фазові частотні характеристики вимушених коливань ротора у щілинних ущільненнях за визначених умов в порівнянні з отриманими експериментально відрізняються не більше ніж на 5%, що є прийнятним для їх практичного використання.

При створенні математичної моделі та її аналізу встановлено:

1. Відмінності закономірностей радіальних коливань ротора в щілинних ущільненнях від його радіальних коливань в повітрі обумовлені дією гідродинамічних сил, що виникають в щілинних ущільненнях.
2. Силкові коефіцієнти щілинних ущільнень визначаються геометричними (зазор, радіус, довжина, конусність, форма вхідних кромek) і експлуатаційними (перепад тиску, діапазон робочих частот обертання, фізичні властивості середовища, що перекачується) параметрами. Цілеспрямованим вибором цих параметрів можна впливати на вібраційний стан ротора і машини в цілому.
3. Сила інерції (a_1) і сила в'язкого опору (a_2) зменшують, а гіроскопічна сила (a_4) і сила гідростатичної жорсткості (a_{31}) збільшують модулі власних частот (s_u). Збільшення власних частот пропорційне кореню квадратному з дросельованого на ущільненнях перепаду тиску і залежить від конусності кільцевого зазору. Для типових конструкцій відцентрових насосів власні частоти роторів в ущільненнях з конфузорним ($\theta_0 = 0,3$) каналом в 2-4 рази більше, ніж в дифузорних ($\theta_0 = -0,3$) ущільненнях. Перепад тиску 1,5 МПа на конфузорних ущільненнях забезпечує майже трикратне збільшення власної частоти ротора.

4. На величину власних частот коливань ротора найбільше впливають радіальна гідростатична сила (a_{31}) і сумарний гіроскопічний момент ($b_4 = b_{40} + b_{41}$). Коефіцієнти радіального та кутового опору залежать від знака кута конусності, і в дифузорних зазорах можуть приймати від'ємні значення, викликаючи втрату стійкості ротора.
5. Циркуляційна сила (a_5), що залежить від частоти обертання, не впливає на величину власних частот, але зменшує модуль коефіцієнта демпфування (n_u). Тим самим вона є основним дестабілізуючим фактором, призводить до втрати стійкості вільних коливань. Циркуляційна сила пропорційна коефіцієнту закрутки потоку в кільцевому каналі, тому придушення закрутки розширює область стійкості ротора.
6. Гідродинамічна дисипативна сила залежить від конусності каналу і в дифузорному каналі може змінювати знак, перетворюючись в силу збудження, тобто є дестабілізуючим чинником. На відміну від циркуляційної сили, зумовленої власним обертанням ротора, дисипативна сила не залежить від частоти обертання і може ставати збуджуючою при відсутності обертання. При цьому рух ротора матиме характер автоколивань, що супроводжуються зіткненнями з нерухомими втулками ущільнень.
7. Дросельовані на щілинних ущільненнях перепади тиску пропорційні частоті обертання ротора, чим обумовлений ефект автоматичного посилення жорсткості ротора. Динамічна жорсткість посилюється гіроскопічними моментами щілинних ущільнень, а для роторів дискової конструкції – гіроскопічним моментом диска.

РОЗДІЛ 4

МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ІМПУЛЬСНИХ ТОРЦОВИХ УЩІЛЬНЕННЯХ.

Умови роботи безконтактних ущільнень і покладені на них функції відрізняються великою різноманітністю. Крім відцентрових насосів і компресорів вони широко застосовуються в гідравлічних, парових і газових турбінах (лабіринтові ущільнення). У вигляді окремих допоміжних елементів щілинні дроселі входять до складу більшості інших типів ущільнень. Радіальні і торцові щілинні дроселі є невід'ємними елементами гідростатичних і газових опорних і упорних підшипників, систем осевого урівноваження ротора. У всіх цих конструкціях велике значення мають як витратні, так і динамічні характеристики ущільнень.

Основною класифікаційною ознакою безконтактних торцових ущільнень є виконання на ущільнюючих поверхнях пари кілець штучних пристроїв постачання змащення до ущільнюючого стику. Спеціальні або безконтактні торцові ущільнення підрозділяють, в свою чергу, на види: гідростатичні, гідродинамічні, імпульсні.

До гідростатичних відносять всі торцові ущільнення, в яких поверхні ущільнювального стику пари кілець виконані на цих поверхнях таким чином, що при роботі вузла ущільнення єдиним джерелом створення несучої сили є тиск ущільнюваного середовища.

До гідродинамічних відносять торцові ущільнення, в яких поверхні ущільнювального стику пари кілець виконані таким чином, що при роботі вузла ущільнення додатковим джерелом створення несучої сили стає ще й енергія швидкісного напору в шарі ущільнюваного середовища, викликана відносним ковзанням поверхонь кілець. Іншими словами, для створення гідродинамічного тиску здійснюється нагнітання ущільнюваного середовища в зазор між ущільнювальними торцевими поверхнями кілець.

Імпульсні торцові ущільнення з саморегульованим зазором є системами автоматичного регулювання торцового зазору і протікання. Їх робота заснована на створенні високочастотних імпульсів тиску в розвантажувальних камерах.

4.1. Конструкція, принцип роботи і розрахункова схема імпульсного торцевого ущільнення

Найпростіша конструкція одноступінчастого імпульсного ущільнення (рис. 4.1) відрізняється від механічного торцевого ущільнення тільки тим, що на торцевій поверхні аксіально-рухомого кільця 1 розташовані замкнуті камери 2, а на опорному кільці 6, що обертається, зроблено кілька радіальних каналів-живильників 5, відкритих в сторону ущільнюваної порожнини. Через ці канали ущільнюване середовище під тиском p_1 вприскується в камери за ті короткі проміжки часу $t_c = \beta_c / \omega$, протягом яких канали 5 проходять повз камер 2. В ці моменти тиск p_2 в камерах стрибкоподібно підвищується до величини $p_{2\max} = p_1$ за вирахуванням інерційного напору $p_* = 0,5\rho(r_3^2 - r_2^2)\omega^2$, який виникає в обертових радіальних каналах- живильниках. Наприклад, для типових розмірів ущільнення живильного насоса $r_2 = 0,06$ м, $r_3 = 0,07$ м, $\omega = 300$ с⁻¹, $\rho = 103$ кг/м³, $p_1 = 18$ МПа інерційний напір $p_* = 0,0585$ МПа, що становить приблизно 0,3% ущільнюваного тиску.

Характер зміни тиску в камері за період $T = 2\pi/\omega n_i$ (n_i - число живильників) між двома наступними вприсками залежить від гідравлічного опору g_i живильників і провідностей внутрішнього (з боку ущільнюваного тиску) 3 і зовнішнього 4 торцевих щілинних дроселів $g_1(z)$ і $g_3(z)$. На рис. 4.2, а [25] показані приблизні графіки зміни тиску в окремій камері. Чим більше зазор, тим менше $p_{2\min}$.

Подібна картина має місце в процесі розширення, коли живильник знаходиться поза сектором β_c на часовому відрізку $T - t_c$. Після виходу живильника з сектора β_c , який займає камера, тиск p_2 в камері починає зменшуватися через витікання середовища через зовнішній плоский зазор 4; A_1, A_3 - площі стінок плоских кільцевих зазорів (рис. 4.1, б). Падіння тиску триває до чергового вприскування (рис. 4.2, а), а глибина падіння, тобто значення $p_{2\min}$, залежить від величини торцевого зазору: чим більше зазор, тим менше $p_{2\min}$.

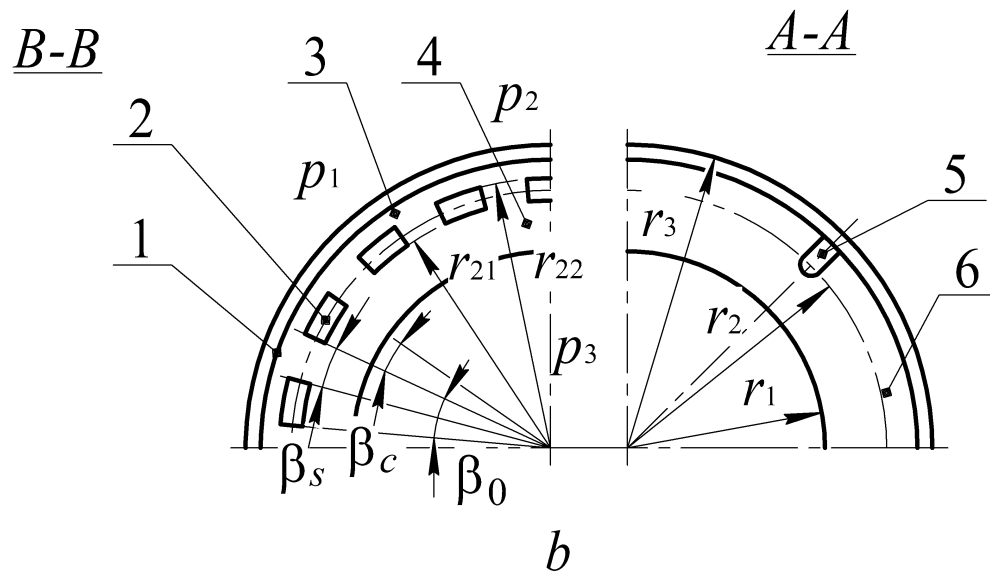
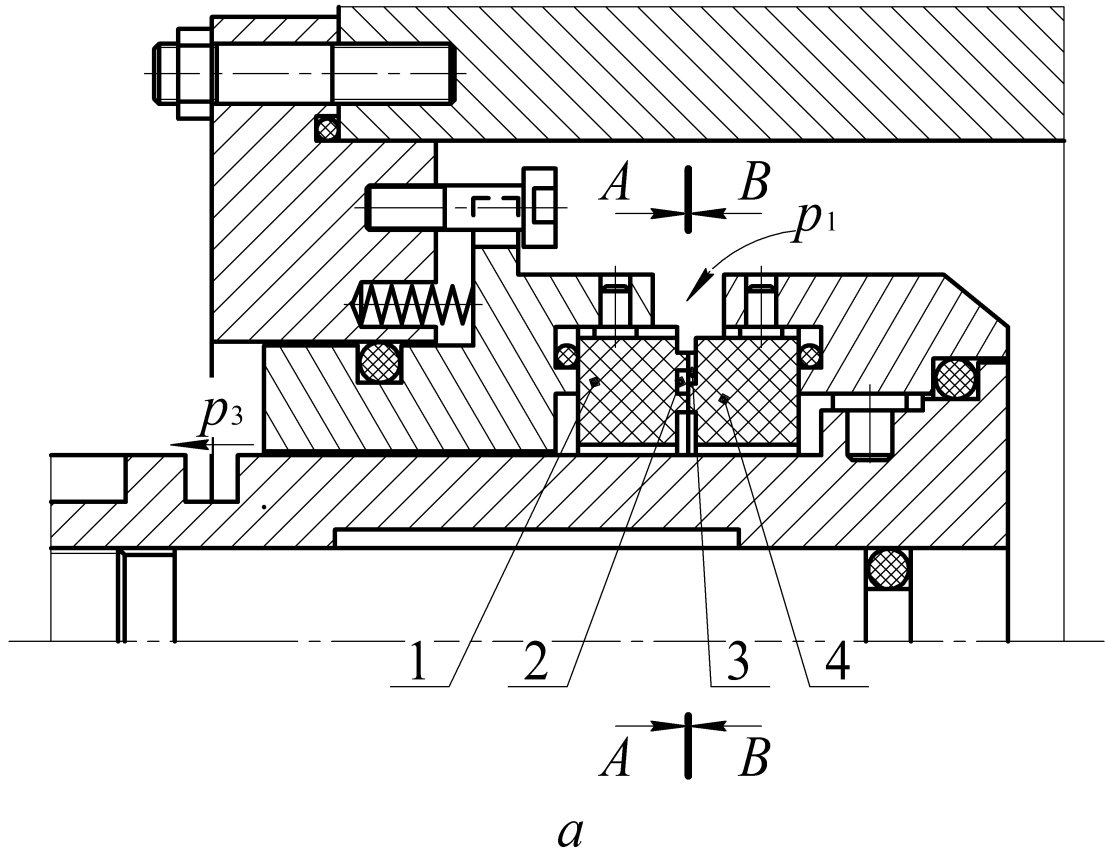


Рис. 4.1. Схема імпульсного торцевого ущільнення

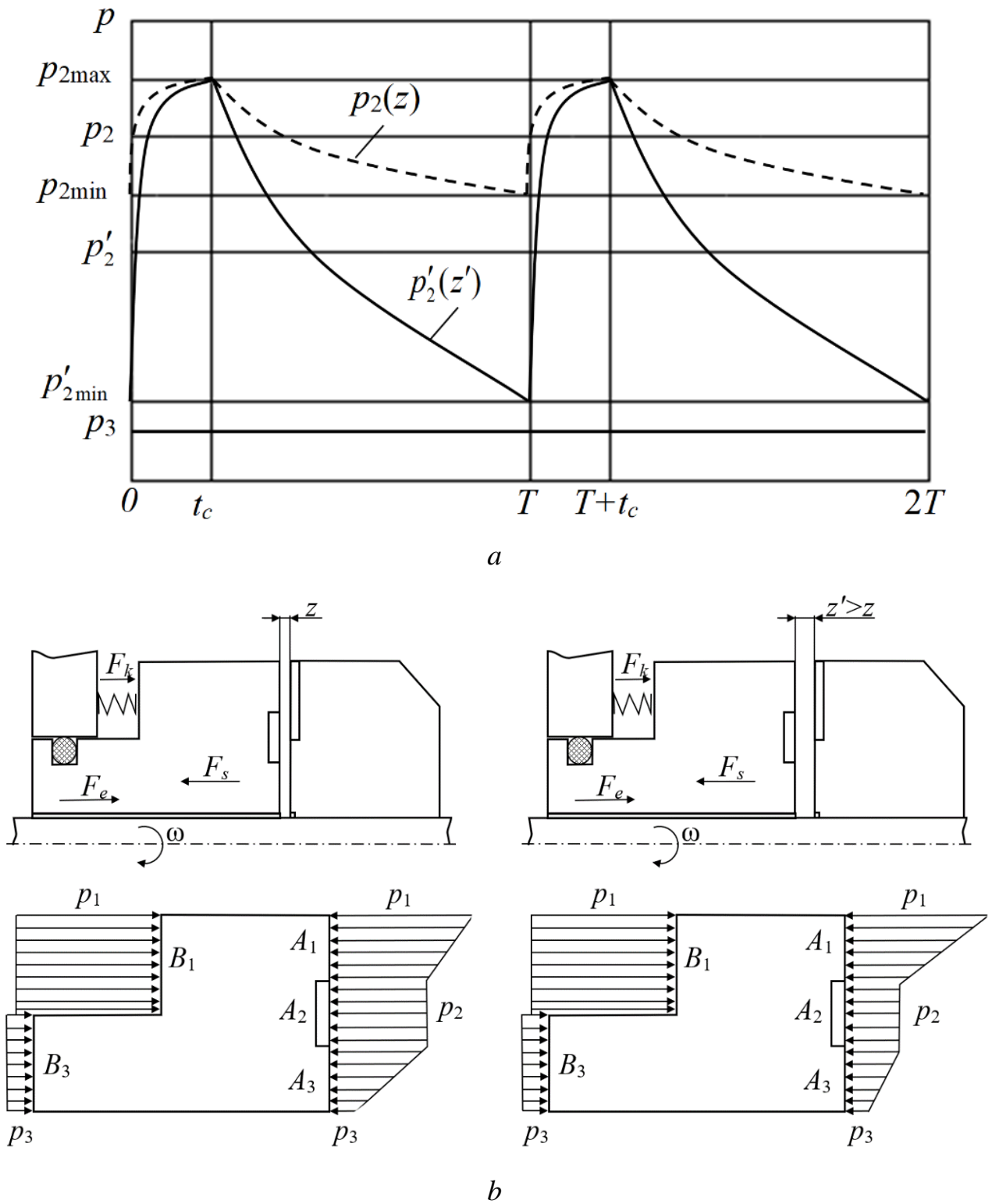


Рис. 4.2. Зміна тиску: *a* - в окремій камері за період T між черговими вприсками; *b* - епюри тиску на торцевих поверхнях аксіально-рухомого кільця в залежності від торцевого зазору: - $z' > z$

Можливо також таке поєднання параметрів, при якому тиск досягає мінімуму p_3 за час $t < T = 2\pi/\omega n_i$. Зі зменшенням зазору амплітуда зміни тиску в камері зменшується, а середній тиск збільшується.

Чим менше час між вприсками, тим менше глибина падіння тиску $p_{2\min}$ в камерах (рис. 4.3), тим більше усереднений тиск p_2 в камерах і тим більше сила F_s , яка розкриває торцовий стик.

Сила тиску $F_s(z)$, яка розкриває торцовий стик, залежить від тиску $\bar{p}_2(z)$ і, відповідно, від зазору. При зменшенні зазору вона збільшується і порушується її баланс із зовнішньою силою F_e , що не залежить від зазору (рис. 4.4). Під дією на аксіально-рухливе кільце додатної різниці $F_s - F_e > 0$ зазор зменшується (Δz) настільки, щоб відновилася рівність $F_s = F_e$. Чим крутіше падає залежність $F_s(z)$, тим менше нове положення рівноваги M' відхиляється від початкового положення M .

Таким чином, між торцовим зазором z (регульована величина) і силою F_s (регулюючий вплив) існує від'ємний зворотний зв'язок, що забезпечує саморегулювання торцового зазору (рис. 4.5).

У відомих моделях вплив такого зворотного зв'язку на функціонування імпульсного торцового ущільнення не враховувався. Тому, на відміну від відомих, була побудована математична модель функціонування імпульсного торцового ущільнення як системи автоматичного регулювання торцового зазору і протікання [168].

Робота ущільнення заснована на створенні високочастотних імпульсів тиску в розвантажувальних камерах, тому воно отримало назву імпульсного ущільнення. Частота імпульсів сумарної осьової сили тиску в зазорі, що діє на аксіально-рухоме кільце, $\omega n_i n_c$ ($n_c = 2\pi/\beta_0$ - число камер) велика в порівнянні з частотою обертання. Через демпфування в мікронному торцовому зазорі і інерції аксіально-рухомого кільця воно майже не реагує на такі високочастотні імпульси. З цих міркувань високочастотні вимушені коливання кільця в статичному розрахунку не беруться до уваги.

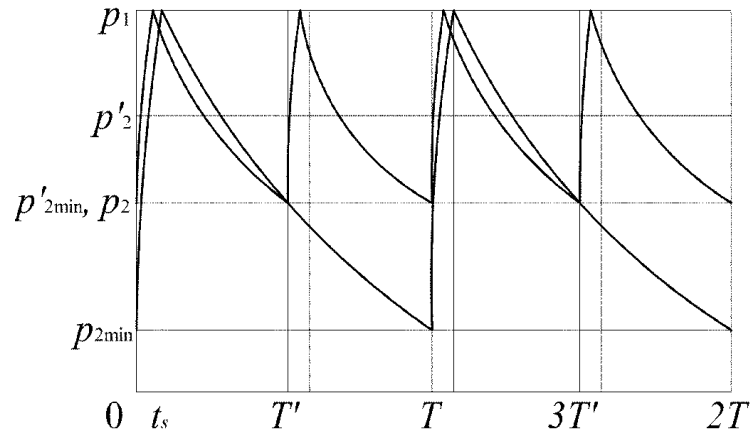


Рис. 4.3. Вплив періоду T на величину середнього тиску в камерах: $T' = 0,5T$

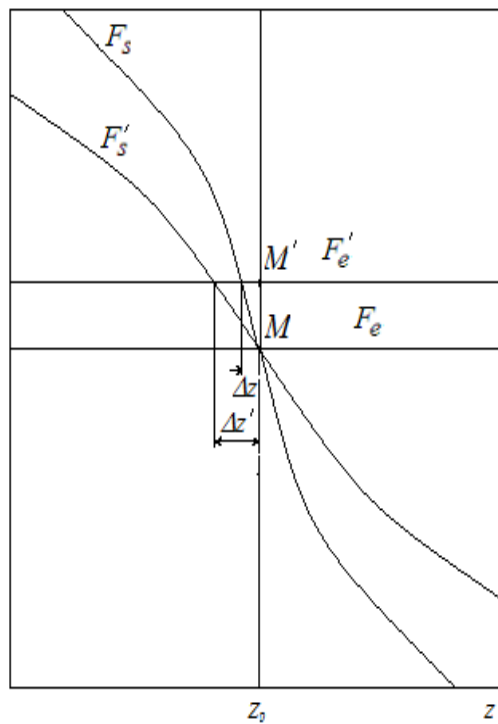


Рис. 4.4. Вплив крутизни кривої $F_s(z)$ на статичне відхилення під дією зовнішнього навантаження F_e

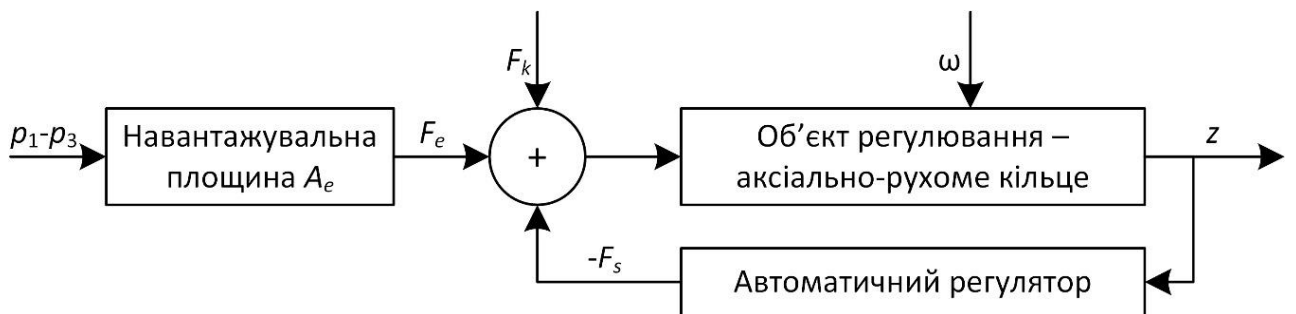


Рис. 4.5. Принцип функціонування імпульсного ущільнення як системи автоматичного регулювання

Робота ущільнення заснована на створенні високочастотних імпульсів тиску в розвантажувальних камерах, тому воно отримало назву імпульсного ущільнення. Частота імпульсів сумарної осьової сили тиску в зазорі, що діє на аксіально-рухоме кільце, $\omega n_c n_c$ ($n_c = 2\pi/\beta_0$ - число камер) велика в порівнянні з частотою обертання. Через демпфування в мікронному торцовому зазорі і інерції аксіально-рухомого кільця воно майже не реагує на такі високочастотні імпульси. З цих міркувань високочастотні вимушені коливання кільця в статичному розрахунку не беруться до уваги.

Розрахунок ущільнення як системи автоматичного регулювання торцового зазору і протікання зводиться до вирішення наступного комплексу завдань.

Статичний розрахунок включає побудову статичних характеристик, тобто залежності торцового зазору і протікання від ущільнюваного тиску і частоти обертання ротора (зовнішні впливи), а також від коефіцієнта навантаження і зусилля попереднього стиснення пружин (задаючи впливи). У статичному розрахунку визначаються коефіцієнт гідростатичної жорсткості, умова статичної стійкості, діапазон допустимих ущільнюваних тисків (область функціонування). При статичних розрахунках зовнішні впливи вважаються постійними, для цього змінні в часі тиски процесів стиснення та розширення замінені середніми за період T .

Розрахунок динамічних характеристик містить оцінку власної частоти коливань аксіально-рухомого кільця; побудову амплітудних і фазових частотних характеристик вимушених осьових коливань кільця під дією ущільнюваного тиску, що гармонійно змінюється; аналіз динамічної стійкості.

При аналізі динамічних показників осереднення тиску не проводиться, а враховується його залежність від часу. Осьові коливання кільця, що збуджуються зовнішніми впливами, які гармонійно змінюються, розглядаються щодо рівноважного положення. Тиск, що ущільнюється, і протитиск змінюються з частотою, рівною або кратною частоті обертання ротора. Максимальні амплітуди мають основні гармоніки, тому вимушені коливання кільця щодо стану статичної рівноваги розглядаються під впливом безрозмірних тисків. Частота обертання і задаючий вплив впливають лише на положення кільця. При виведенні динамічних

характеристик інерція рідини при її неусталеному русі не враховується, а кільце розглядається як одномасова система, яка здійснює одновимірні осьові коливання. Прийняті спрощення використовуються далі при отриманні аналітичних залежностей, які описують динамічні характеристики.

Робота імпульсного ущільнення супроводжується складними нестационарними гідродинамічними процесами, математичний опис яких представляє великі труднощі. Успіхи в аналітичному рішенні задач статичного і динамічного розрахунків залежать від правильного вибору розрахункової моделі ущільнення, а обґрунтовані спрощення можна зробити лише на підставі результатів експериментальних досліджень. Такі дослідження були проведені на модельному ущільненні з додатковою регулювальною камерою, їх результати викладено в роботі [48] (один із прикладів наведено в додатку А, рис.А.6).

Статична характеристика знаходиться з рівняння осьової рівноваги аксіально-рухомого кільця. У положенні рівноваги кільця сила тиску F_s , яка розкриває торцовий зазор, врівноважує зовнішню силу тиску F_e і силу F_k пружних елементів: $F_s = F_e + F_k$. Сила F_s (регулюючий вплив) визначається усередненим за період між черговими вприсками тиском p_2 в камерах.

4.2. Статичний розрахунок імпульсного ущільнення

4.2.1. Модель визначення усередненого тиску в камерах

Для оцінки тиску в камерах розглянемо радіальні протоки в'язкої стисливої рідини в плоскому каналі, що має вигляд сектора з центральним кутом β_c і радіальним розміром $r_3 - r_1$, створеному елементами ущільнюючих поверхонь і розділеному проточною камерою (рис. 4.1, рис. 4.6). Права стінка зазору, на якій розташовані живильники, обертається; ліва має свободу осьових переміщень в межах мікронного торцового зазору. Окружна складова течії не враховується. Перетік в каналах нестационарний. Живильник (показаний штриховими лініями), проходячи за час $t_c = \beta_c / \omega$ через заповнену рідиною камеру, стрибкоподібно підводить до неї тиск p_1 .

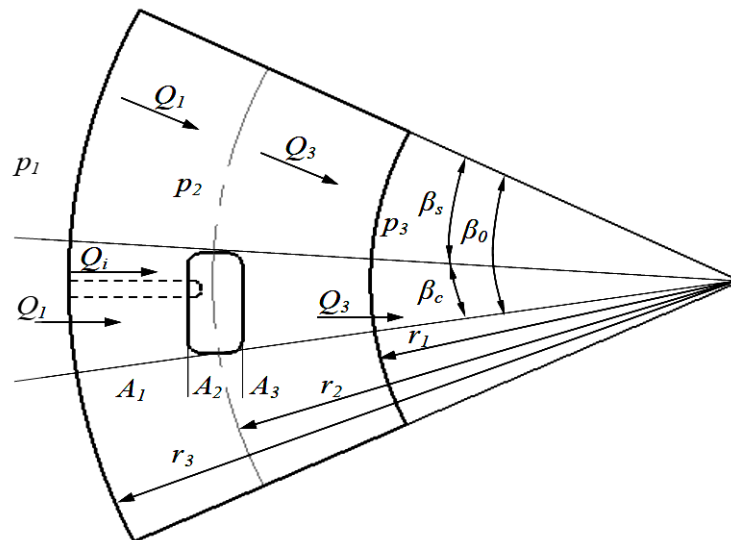


Рис. 4.6. Фрагмент плоского каналу з проточною камерою

В результаті тиск наростає до максимального значення p_1 , стискаючи рідину в камері. Після виходу живильника з сектора β_c стислий в камері обсяг рідини витікає, а тиск зменшується до початкового мінімального значення. Процес розширення проходить протягом часу $T - t_c$. Після цього знову настає стиснення, і процес повторюється (рис. 4.2, а).

При стисненні різниця обсягів рідини, що вливається через живильник і внутрішній торцовий дросель $(Q_i + Q_1)dt$ і яка витікає $(Q_3 dt)$ через зовнішній, компенсується об'ємом $-dV$, що заповнюється рідиною в результаті стиснення:

$$(Q_i + Q_1)dt - Q_3 dt = -dV. \quad (4.1)$$

У процесі розширення обсяг витікаючої рідини $(Q_3 dt)$ більше обсягу втікаючої $(Q_1 dt)$ на величину dV з протилежним знаком:

$$Q_3 dt - Q_1 dt = dV. \quad (4.2)$$

Рівняння (4.1) відрізняється від (4.2) тільки витратою через живильник і початковою умовою: стиснення починається з мінімального тиску, а розширення - з максимального.

За визначенням модуль об'ємної пружності рідини

$$E = -V_0 \frac{dp}{dV}, \text{ звідки } dV = -\frac{V_0}{E} dp,$$

де $dV = V - V_0$ - різниця між кінцевим V і початковим V_0 об'ємами рідини; V_0 - незмінний об'єм камери; E - ізотермічний об'ємний модуль пружності рідини; Q_i - витoki через живильник; Q_1, Q_3 - витoki через внутрішній і зовнішній торцові дроселі сектора β_c .

Модуль пружності води $E \approx 2200$ МПа. Для ущільнення насоса з тиском нагнітання $p_1 = 18$ МПа, $p_2 \approx 0,5 p_1$ відносний об'єм стиснення $\Delta V/V_0 \sim 10^{-2}$, тобто становить приблизно 1% об'єму камери. Тому великого впливу стисливості на роботу ущільнення очікувати не доводиться. Зміна об'єму ΔV при стисненні і розширенні рідини відрізняється тільки знаком.

Для ламінарної течії витoki лінійно залежать від перепадів тиску:

$$Q_i = g_i(p_1 - p), \quad Q_1 = g_1(p_1 - p), \quad Q_3 = g_3(p - p_3). \quad (4.3)$$

Провідності торцових дроселів для ламінарних течій пропорційні кубу зазору z [38,127] і виражаються формулами

$$g_1 = g_{1n} u^3, \quad g_3 = g_{3n} u^3, \quad u = z/z_n, \quad (4.4)$$

$$g_{1n} = \frac{\beta_c z_n^3}{12\mu \ln(r_3/r_{22})} \approx \frac{\beta_c z_n^3 r_3}{12\mu l_1}, \quad l_1 = r_3 - r_{22}, \quad (4.5)$$

$$g_{3n} = \frac{\beta_c z_n^3}{12\mu \ln(r_{21}/r_1)} \approx \frac{\beta_c z_n^3 r_{21}}{12\mu l_3}, \quad l_3 = r_{21} - r_1;$$

$z_n = (2-6)$ мкм - номінальний, прийнятий для даної конструкції торцовий зазор; $u = z/z_n$ - безрозмірний поточний зазор; μ - динамічна в'язкість ущільнюваної рідини.

Підставивши в (4.1) і (4.2) вирази витоків і розділивши обидві частини рівності на dt , одержимо рівняння балансу об'ємних витрат для процесів стиснення і розширення у вигляді неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку щодо поточного тиску p_c, p_p в камері на часових відрізках стиснення ($0 \leq t \leq t_c$) і розширення ($t_c \leq t^* \leq T - t_c$):

$$\frac{V_0}{E} \frac{dp_c}{dt} = g_i(p_1 - p_c) + g_1(p_1 - p_c) - g_3(p_c - p_3), \quad (4.6)$$

$$\frac{V_0}{E} \frac{dp_p}{dt_*} = g_1(p_1 - p_p) - g_3(p_p - p_3); (t_* = t - t_c).$$

Рішення рівнянь (4.6) представляють закони зміни у часі тиску в камері на тимчасових ділянках стиснення $p_c(t)$ і розширення - $p_p(t)$. При статичному розрахунку використовується сума усереднених за період T тисків, постійна в часі.

Після деяких перетворень рівняння зростання тиску в камері під час стиснення і падіння тиску під час розширення мають вигляд:

$$\begin{aligned} T_c \frac{dp_c}{dt} + p_c &= \frac{1}{G} \left[(1 + \alpha_{1i} u^3) p_1 + \alpha_{3i} u^3 p_3 \right] = G_c, \\ T_p \frac{dp_p}{dt_*} + p_p &= \alpha_{e3} p_1 + \alpha_{e1} p_3 = G_p, \end{aligned} \quad (4.7)$$

де постійні часу наповнення і спорожнення камери, вагові коефіцієнти, безрозмірні тиску і провідності виражаються формулами:

$$T_c = \frac{\bar{T}_c}{G(u)}, \bar{T}_c = \frac{V_0}{Eg_i}, G(u) = 1 + (\alpha_{1i} + \alpha_{3i})u^3; T_p = \frac{\bar{T}_p}{u^3}, \bar{T}_p = \frac{V_0 \alpha_{e3}}{Eg_{1n}}; \quad (4.8)$$

$$G_c = \frac{1}{G} \left[(1 + \alpha_{1i} u^3) p_1 + \alpha_{3i} u^3 p_3 \right], G_p = \alpha_{e3} p_1 + \alpha_{e1} p_3;$$

$$\alpha_{e3} = \frac{g_{en}}{g_{3n}}, \alpha_{e1} = \frac{g_{en}}{g_{1n}} = 1 - \alpha_{e3}; \quad (4.9)$$

$$\alpha_{1i} = \frac{g_{1n}}{g_i}, \alpha_{3i} = \frac{g_{3n}}{g_i}, \alpha_{31} = \frac{g_{3n}}{g_{1n}}; g_{en} = \frac{g_{1n} g_{3n}}{g_{1n} + g_{3n}}, g_e = g_{en} u^3.$$

Рівняння (4.7) - рівняння аперіодичних ланок із зовнішніми впливами p_1 , p_3 і ваговими коефіцієнтами, що характеризують дію відповідних впливів на зміну тиску в камері. Тиск p_1 і протитиск p_3 постійні в часі, тому, вводячи заміни

$$p_c = p'_c + G_c, p_p = p'_p + G_p \quad (4.10)$$

прийдемо до однорідних рівнянь

$$T_c \frac{dp'_c}{dt} + p'_c = 0, T_p \frac{dp'_p}{dt} + p'_p = 0. \quad (4.11)$$

Згідно рівнянь (4.7)–(4.9) в кінці стиснення $p_c(t_c) \approx G_c$, а в кінці розширення $p_p \approx G_p$, що ілюструється також даними, наведеними на рис. 4.2. Користуючись цими граничними значеннями, отримаємо такі початкові умови

$$p_c(0) \approx G_p, \quad p_p(0_*) = p_c(t_c) \approx G_c.$$

Щоб знайти рішення рівнянь (4.11) скористаємося операційним методом. Позначимо зображення тиску по Лапласу $p'_c(t) \stackrel{\cdot}{=} P'_c(s)$, при цьому зображення похідної $\frac{dp'_c}{dt} \stackrel{\cdot}{=} sP'_c(s) - p'_c(0)$. Підставивши ці вирази в перше рівняння (4.11), прийдемо до рівняння щодо зображення

$$(T_c s + 1)P'_c(s) - T_c p'_c(0) = 0,$$

звідки зображення тиску

$$P'_c(s) = \frac{T_c p'_c(0)}{T_c s + 1}.$$

Користуючись доступними таблицями зворотних перетворень Лапласа, отримаємо оригінал тиску

$$p'_c = p'_c(0) e^{-\frac{t}{T_c}}. \quad (4.12)$$

З урахуванням (4.10) і початкових умов остаточно будемо мати

$$p_c = G_c - (G_c - G_p) e^{-\frac{t}{T_c}} \quad (4.13)$$

На рис. 4.7 перехідну характеристику стиснення являє експонента на часовому відрізку $t \leq t_c$. Характеристика асимптотично наближається до горизонтальної прямої $G_c = \text{const}$. Постійна часу T_c чисельно дорівнює довжині під дотичної асимптоти $G_c = \text{const}$. Якщо не враховувати стисливість ущільнюваного середовища ($E \rightarrow \infty$), то $T_c = 0$, $p_c = G_c$, тиск залишається постійним, а його величина визначається співвідношенням провідностей торцових дроселів g_1, g_3 і живильників g_i . При необмеженому зростанні g_i $\alpha_{1i} \approx \alpha_{3i} \approx 0$, $p_c \approx p_1$. Статичні характеристики – залежності сталих значень торцового зазору від сталих тисків p_1, p_3 і частоти

обертання ротора ω . Для їх визначення поточні значення тисків стиснення і розширення потрібно замінювати середніми за період $T = 2\pi/n_i\omega$ значеннями.

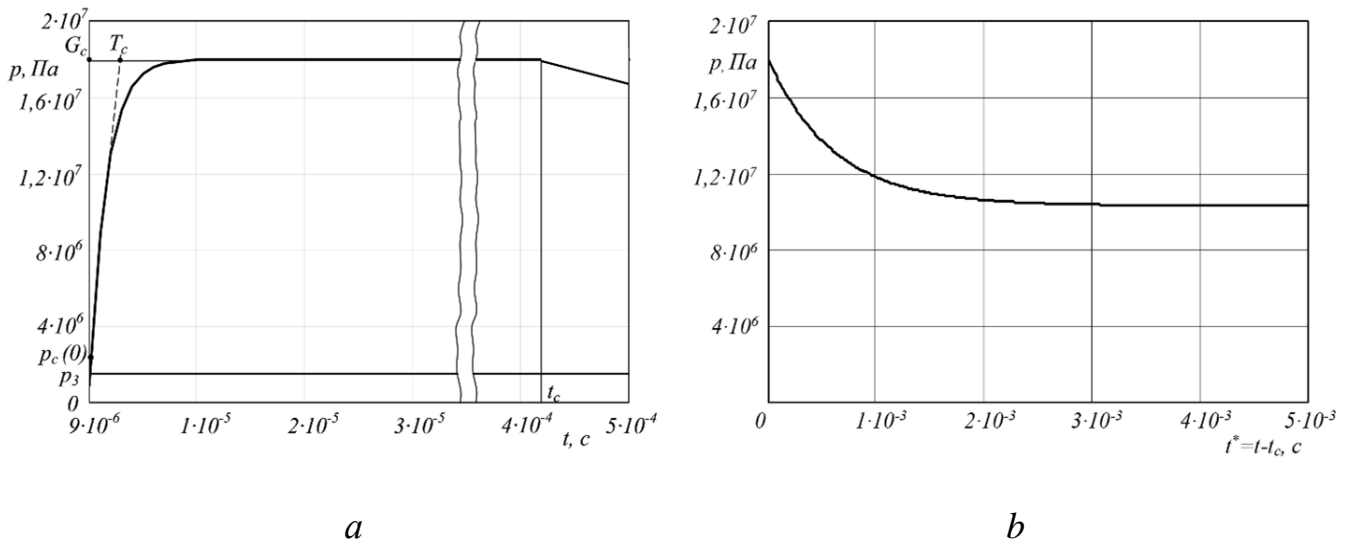


Рис. 4.7. Зміна тиску в камері на відрізках: *a* – стиснення ($0 \leq t \leq t_c$); *b* – розширення ($t_c < t \leq T$)

Середній за час стиснення t_c тиск p_{2c} в камері:

$$p_{2c} = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} p_c dt = G_c - (G_c - G_p) \frac{T_c}{t_c} \left(1 - e^{-\frac{t_c}{T_c}} \right). \quad (4.14)$$

Крива $p_c(t)$ на ділянці $0 < t < T_c$ практично зливається з віссю ординат, а на ділянці $T_c < t < t_c$ - з горизонтальною прямою $G_c \approx p_1$. Таким чином, в першому наближенні середній тиск в камері на періоді стиснення можна приймати рівним ущільнюваному тиску $p_{2c} \approx p_1$.

Процес розширення описується другим рівнянням (4.7), рішення якого подібно (4.12):

$$p'_p = p'_p(0_*) e^{-\frac{t_*}{T_p}}. \quad (4.15)$$

Розширення починається в момент виходу живильника з сектора, в якому розташована камера, тобто в момент t_c , коли $t_* = 0$. Поточний час на ділянці розширення $t_* = t - t_c$. За формулами (4.10) і (4.15) подібно (4.13)

$$p_p(t_*) = G_p - (G_p - G_c) e^{-\frac{t_*}{T_p}}. \quad (4.16)$$

Для нестискуваних рідин $T_c = T_p = 0$, $p_p = G_p = \text{const}$.

Середній за час розширення $T - t_c$ тиск p_{2p} в камері:

$$p_{2p} = \frac{1}{T - t_c} \int_{0_*}^{T-t_c} p_p dt_* = G_p - (G_p - G_c) \frac{T_p}{(T - t_c)} \left[1 - \exp\left(-\frac{T - t_c}{T_p}\right) \right]. \quad (4.17)$$

Як видно на рис. 4.7, крива $p_p(t)$ тиску розширення асимптотично наближається до горизонтальної прямої $G_p = \alpha_{e3}p_1 + \alpha_{e1}p_3$ і мало відрізняється від усередненого тиску p_{2p} .

За знайденими виразами середнього тиску на часових відрізках стиснення і розширення визначимо сумарний середній тиск на весь період $T = 2\pi/n_i\omega$ між черговими вприсками:

$$p_2 = \frac{1}{T} [p_{2c}t_c + p_{2p}(T - t_c)]. \quad (4.18)$$

Тиск стиснення, розподілений по всьому періоду, входить в (4.18) з малим множником t_c/T ; тиск розширення має множник $(T - t_c)/T$, близький до одиниці. Таким чином, основний внесок в усереднений тиск вносить процес розширення. На цій підставі існуючі методики розрахунку [41, 48] не враховують тиск p_{2c} .

Надалі потрібно виразити середній тиск в камері через торцовий зазор. Попередньо з використанням (4.9) перетворимо різницю:

$$G_c - G_p = \frac{\alpha_{e1}\Delta p}{G} = \frac{\alpha_{e1}}{1 + (\alpha_{1i} + \alpha_{3i})u^3} (p_1 - p_3).$$

З огляду на формули (4.8), отримаємо

$$p_2(u) = \alpha_{e3}p_1 + \alpha_{e1}p_3 + \frac{\alpha_{e1}\Delta p}{GT} \left[t_c - \frac{\bar{T}_c}{G} + \frac{\bar{T}_p}{u^3} \right]. \quad (4.19)$$

Вплив частоти обертання ротора враховується в виразі періоду між черговими вприсками:

$$t_c = \frac{\beta_c}{\omega} = \frac{\beta_c}{\omega_n} \frac{\omega_n}{\omega} = \frac{t_{cn}}{\Omega}; T = \frac{2\pi}{n_i \omega} = \frac{2\pi}{n_i \omega_n} \frac{\omega_n}{\omega} = \frac{T_n}{\Omega}, T_n = \frac{2\pi}{n_i \omega_n}, \Omega = \frac{\omega}{\omega_n}, \quad (4.20)$$

де ω_n - номінальна частота обертання ротора.

Відношення $t_c/T = n_i \beta_c / 2\pi$ залежить від кутової протяжності β_c камер і числа живильників і не залежить від частоти. Вплив частоти проявляється також через інерційний тиск, що виникає в радіальних живильниках і пропорційний квадрату частоти обертання ротора. Окремо розглядається випадок, коли від частоти обертання залежить ущільнюваний тиск: $p_1 \sim \omega^2$.

Співвідношення провідностей торцових дроселів до провідності живильників α_{1i}, α_{3i} для прийнятних торцових зазорів і еквівалентного діаметра живильників дуже мале в порівнянні з одиницею. На цій підставі можна прийняти

$$G = 1 + (\alpha_{1i} + \alpha_{3i})u^3 \approx 1; 1 + \alpha_{1i}u^3 \approx 1; T_c \approx \bar{T}_c = V_0/Eg_i; G_c \approx p_1. \quad (4.21)$$

У цьому випадку (4.20) спрощується:

$$p_2(u) = \alpha_{e3}p_1 + \alpha_{e1}p_3 + \alpha_{e1}\Delta p\Omega \cdot \frac{t_{cn}/\Omega - \bar{T}_c + \bar{T}_p/u^3}{T_n}. \quad (4.22)$$

Більш точна формула (4.20) може бути затребувана, якщо з'являться конструкції, в яких величина провідності живильників і торцових дроселів буде одного порядку.

У формулі (4.22) від торцового зазору залежить останній доданок, що представляє середній тиск процесу розширення, тиск стиснення (другий доданок) в прийнятому наближенні від зазору не залежить. Для подальшого введемо безрозмірні тиски

$$\psi_1 = \frac{p_1}{p_n}, \psi_2 = \frac{p_2}{p_n}, \psi_3 = \frac{p_3}{p_n}, \Delta\psi = \frac{\Delta p}{p_n}. \quad (4.23)$$

Розділивши почленно на p_n , приведемо (4.22) до виду

$$\psi_2(u) \approx \alpha_{e3}\psi_1 + \alpha_{e1}\psi_3 + \alpha_{e1} \cdot \frac{t_{cn}/\Omega - \bar{T}_c + \bar{T}_p/u^3}{T_n} \Omega \Delta\psi, \quad (4.24)$$

де перші два доданки представляють тиск в зазорі без живильників, останні два доданки з множниками T_p, T_c - середні тиски при розширенні і стисненні рідини в

камері. Основний внесок в величину $\psi_2(u)$ вносить доданок $\alpha_{e3}\psi_1$. Провідність живильників входить тільки в вираз постійної часу стиснення T_c , яка приблизно на два порядки менше t_c і T_p . Тому вплив провідності звичайних трубчастих живильників на усереднений тиск в камерах малий.

Представлена модель отримана вперше і опублікована в роботі [168].

4.2.2. Модель оцінки регулюючого впливу і гідростатичної жорсткості

Регулюючий вплив - сумарна осьова сила тиску на контактну поверхню аксіально-рухомого кільця, що залежить від торцевого зазору. На кільцевому паску, ширина якого дорівнює радіальній ширині камер $l_2 = r_{22} - r_{21}$, тиск, включаючи і перемички, за результатами експерименту, приведеними в роботі [25], можна вважати рівним осередненому тиску в камерах (рис. 4.8). На рисунку показані також радіуси, радіальні протяжності l_{1-3} і площі A_{1-3} кільцевих пасків контактної поверхні.

Використовуючи лінійні епюри тиску, показані на рис. 4.8, обчислимо силу тиску F_s на контактну поверхню, що розкриває торцевий зазор (регулюючий вплив), силу тиску F_e , що притискає кільце до опорного диску (зовнішнє навантаження), і зусилля F_k пружних елементів (задаючий вплив):

$$F_s = 0,5(p_1 + p_2)A_1 + p_2A_2 + 0,5(p_2 + p_3)A_3 = F_{s0} + Ap_2(u); \quad (4.25)$$

$$F_{s0} = 0,5(A_1p_1 + A_3p_3)$$

$$A_1 = \pi(r_3^2 - r_{22}^2), \quad A_2 = \pi(r_{22}^2 - r_{21}^2), \quad A_3 = \pi(r_{21}^2 - r_1^2)$$

(4.26)

$$A = 0,5(A_1 + 2A_2 + A_3)$$

$$F_e = B_1p_1 + B_3p_3, \quad F_k = k(\Delta + z)$$

(4.27)

$$B_1 = \pi(r_3^2 - r_4^2), \quad B_3 = \pi(r_4^2 - r_1^2)$$

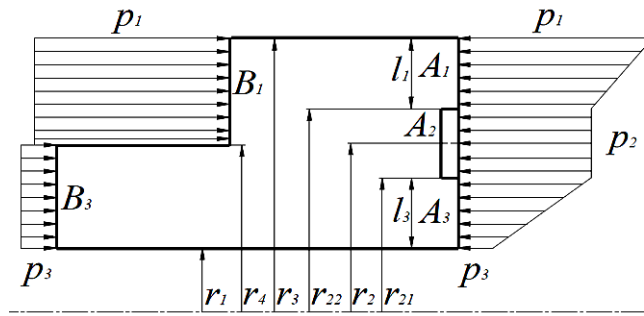


Рис. 4.8. Розподіл тиску на торцевих поверхнях аксіально-рухомого кільця

Потрібно мати на увазі, що складова F_{s0} сили тиску в зазорі і притискаюча сила F_e не залежать від величини торцевого зазору. Рівняння осьової рівноваги $F_s = F_e + F_k$ з урахуванням того, що торцевий зазор дуже малий у порівнянні з попередньою деформацією пружних елементів $z \ll \Delta$, після підстановки сил (4.25) і (4.27) приводиться до вигляду

$$Ap_2 = -0,5(A_1p_1 + A_3p_3) + B_1p_1 + B_3p_3 + k\Delta, \quad (4.28)$$

де k - приведений коефіцієнт осьової жорсткості пружних елементів. Розділимо цю рівність почленно на Ap_n і перейдемо до безрозмірних сил, вводячи такі позначення:

$$\chi = F_k / Ap_n = k(\Delta + z) / Ap_n \approx k\Delta / Ap_n,$$

$$\phi_e = F_e / Ap_n = \frac{1}{A}(B_1\psi_1 + B_3\psi_3); \quad (4.29)$$

$$\phi_s = \frac{F_s}{Ap_n} = \phi_{s0} + \psi_2(u), \quad \phi_{s0} = \frac{F_{s0}}{Ap_n} = \frac{1}{2A}(A_1\psi_1 + A_3\psi_3);$$

p_n номінальний тиск ущільнюваної рідини на вході. В результаті з (4.28) отримаємо рівняння рівноваги в безрозмірному вигляді: $\phi_s = \phi_{s0} + \psi_2 = \phi_e + \chi$ або

$$\psi_2(u) = -\phi_{s0} + \phi_e + \chi. \quad (4.30)$$

З огляду на (4.29), остання рівність приймає вигляд

$$\psi_2(u) = \frac{B_1 - 0,5A_1}{A}\psi_1 + \frac{B_3 - 0,5A_3}{A}\psi_3 + \chi.$$

Для подальших перетворень використаємо очевидну рівність $B_1 + B_3 = A_1 + A_2 + A_3$ (рис. 4.8), введемо позначення безрозмірних площ K , σ і розкриємо різницю $\phi_e - \phi_{s0}$:

$$K = (B_1 - 0,5A_1)/A, \sigma = (B_3 - 0,5A_3)/A = 1 - K; \quad (4.31)$$

$$\phi_e - \phi_{s0} = K\psi_1 + (1 - K)\psi_3.$$

При цьому рівняння (4.30) осьової рівноваги аксіально-рухомого кільця набирає вигляду

$$\psi_2(u) = K\psi_1 + (1 - K)\psi_3 + \chi, \quad (4.32)$$

де $\psi_2(u)$ визначається також формулою (4.24), що є наслідком рівняння балансу витоків. Таким чином, зі спільного рішення рівняння балансу витоків і рівняння осьової рівноваги аксіально-рухомого кільця отримаємо залежність зазору від зовнішніх збурень ψ_1, ψ_3, Ω і задаючого впливу χ .

Безрозмірна площа $K = 1 - \sigma$ збільшує безрозмірну силу тиску, що закриває торцовий зазор, і її можна розглядати як модифікований коефіцієнт навантаження, що використовується в розрахунках механічних торцових ущільнень.

Важливе практичне значення має забезпечення герметичності на стоянці, коли не обертається вал і відсутні періодичні імпульси тиску, що підводиться живильниками до камер.

Розглянемо умови, яким повинні задовольняти параметри герметичного на стоянці ущільнення. Для герметичності ущільнення торцовий зазор на стоянці повинен дорівнювати нулю, при цьому повинна виконуватися умова $F_s^0 < F_e + F_k$.

Якщо ротор не обертається і торцовий зазор дорівнює нулю, то сила тиску, яка розкриває стик, виникає лише за рахунок тиску p_1 в камерах, які співпадають з підвідними каналами. Граничне значення цієї сили відповідає випадку, коли всі живлячі канали розташовані проти камер, а ущільнюваний тиск максимальний:

$$F_{s \max}^0 = n_i A_c p_{1 \max},$$

де A_c - площа верхнього перетину однієї камери. Умова герметичності на стоянці:

$$F_{s \max}^0 < F_e + F_k, \text{ або } B_1 p_{1 \max} + B_3 p_3 + k(\Delta + z) > n_i A_c p_{1 \max}.$$

У безрозмірному вигляді

$$\phi_{s \max}^0 < \phi_e + \chi, \text{ або } \chi \geq \phi_{s \max}^0 - (B_1 \psi_{1 \max} + B_3 \psi_3)/A. \quad (4.33)$$

В реальних конструкціях ця умова виконується навіть при відсутності пружних елементів, так як $B_1 \gg n_i A_c$. Наприклад, якщо покласти $\chi = 0$, то умова герметичності на стоянці набирає вигляду

$$B_1 + B_3 \frac{P_3}{P_{1\max}} > n_i A_c, \quad (4.34)$$

тобто свідомо виконується.

4.2.3. Гідростатична жорсткість і стійкість рівноваги

Крутизна кривої $F_s(z)$ (рис. 4.4) визначається тангенсом кута нахилу дотичної, тобто похідною $\partial F_s / \partial z$, яку називають коефіцієнтом гідростатичної жорсткості. У безрозмірному вигляді коефіцієнт жорсткості виражається формулою $k_s = \partial \phi_s / \partial u$. Оскільки в вираженні ϕ_s (4.29) лише другий доданок $\psi_2(u)$ залежить від зазору, використовуючи формулу (4.19), отримаємо

$$k_s = \frac{\partial \phi_s}{\partial u} = \frac{\partial \psi_2}{\partial u} = -\frac{3}{u^4} \cdot \alpha_{e1} \frac{\bar{T}_p}{T_n} \Omega(\psi_1 - \psi_3). \quad (4.35)$$

Як бачимо, знайдене наближене значення коефіцієнта жорсткості не залежить від провідності живильників і пропорційно постійній часу розширення \bar{T}_p .

Чим більше крутизна $F_s(z)$, тобто модуль k_s , тим менше відхилення зазору від початкового положення рівноваги при зміні зовнішнього навантаження F_e (рис. 4.4), тим менше статична помилка. Таким чином, для поліпшення статичних характеристик бажано збільшувати модуль коефіцієнта гідростатичної жорсткості, зменшуючи період $T_n = 2\pi / n_i \omega_n$ і збільшуючи час розширення \bar{T}_p .

Умовою стійкості рівноважного положення є нерівність

$$\frac{\partial F_s}{\partial z} - \frac{\partial F_e}{\partial z} < 0.$$

У нашому випадку $F_e = \text{const}$, $\partial F_e / \partial z = 0$, тому умова стійкості зводиться до вимоги $\partial F_s / \partial z < 0$, або $k_s < 0$, яка в прийнятому наближенні завжди виконується.

Гідростатична жорсткість дозволяє оцінити нижнє значення власної частоти осьових коливань аксіально-рухомого кільця і в разі необхідності відлаштуватися від можливого резонансу.

4.2.4. Статичні та витратні характеристики

Статична характеристика - це залежність величини усталеного торцевого зазору від величини зовнішніх збурень, яка визначається зі спільного рішення рівнянь (4.32) і (4.24):

$$K\Delta\psi + \psi_3 + \chi = \alpha_{e3}\psi_1 + \alpha_{e1}\psi_3 + \alpha_{e1} \cdot \frac{t_{cn}/\Omega - \bar{T}_c + \bar{T}_p/u^3}{T_n} \Omega \Delta\psi. \quad (4.36)$$

Після угруповання доданків знайдемо залежність торцевого зазору від перепаду тиску, від частоти обертання ротора і від зусилля попереднього стиснення пружних елементів, тобто знайдемо статичну характеристику:

$$u = \left\{ \frac{\alpha_{e1} \frac{\bar{T}_p}{T_n} \Omega}{\frac{\chi}{\Delta\psi} + K - \alpha_{e3} - \alpha_{e1} \frac{t_{cn} - \bar{T}_c \Omega_c}{T_n}} \right\}^{1/3}. \quad (4.37)$$

З формули (4.37) видно, що до збільшення сталого значення торцевого зазору веде збільшення параметрів $\Delta\psi, \Omega, \bar{T}_p, n_i$ і зменшення K, χ, \bar{T}_c, z_n . Провідність живильників входить тільки в постійну величину часу стиснення, яка на два порядки менше часу t_{cn} , тому g_i дуже мало впливає на величину зазору.

Формула (4.37) дозволяє зробити деякі важливі практичні висновки і рекомендації.

1. Робочий діапазон ущільнення обмежується додатними значеннями торцевого зазору $u > 0$ у всьому діапазоні зміни зовнішніх впливів. А ця умова зводиться до нерівності:

$$K + \frac{\chi}{\Delta\psi_{\max}} > \alpha_{e3} + \alpha_{e1} \frac{t_{cn} - \bar{T}_c \Omega_{\min}}{T_n}, \quad (4.38)$$

з якої випливає, що робоча область ущільнення поширюється навіть на від'ємні перепади тиску $-\Delta\psi = \psi_3 - \psi_1$, якщо

$$K > \alpha_{e3} + \alpha_{e1} \frac{t_c - \bar{T}_c}{T_n}. \quad (4.39)$$

2. На номінальному режимі $\Delta\psi \approx \Omega \approx 1$ параметри, що входять в (4.37), повинні забезпечувати оптимальне значення торцевого зазору: $z \approx z_n$, $u \approx 1$. Це можливо при рівності чисельника і знаменника формули (4.37). З цієї рівності знаходимо коефіцієнт навантаження K_n , що забезпечує номінальний зазор при $\Delta\psi \approx \Omega \approx 1$:

$$K_n + \chi = \alpha_{e3} + \alpha_{e1} \frac{t_c - \bar{T}_c}{T_n} + \alpha_{e1} \frac{\bar{T}_p}{T_n}. \quad (4.40)$$

Порівняння останнього виразу з (4.33) показує, що $K_n > K$, тобто K_n задовольняє умові (4.38). Ліва частина рівності (4.40) характеризує сумарну силу, що притискає аксіально-рухливе кільце до опорного диску, права частина - силу тиску, що розкриває торцевий зазор в номінальному режимі.

Геометричні параметри і зусилля попереднього стиснення пружних елементів, що входять в (4.40), вибираються з конструктивних і технологічних міркувань. Необхідна величина коефіцієнта навантаження K_n (4.40) забезпечується відповідним вибором внутрішнього радіусу r_4 (рис. 4.8) навантажувальної площі B_1 (4.33). Остання пов'язана з коефіцієнтом навантаження формулою (4.31), з якої випливає:

$$B_1 = K_n A + 0,5A_1 = \pi(r_3^2 - r_4^2), \quad (4.41)$$

$$r_4 = \left\{ r_3^2 - \frac{1}{\pi}(K_n A + 0,5A_1) \right\}^{0,5}.$$

3. З формули (4.37) видно, що коефіцієнт навантаження K_n і зусилля пружних елементів χ зменшують зазор, а перепад тиску і частота обертання збільшують його. Якщо $\chi = 0$, зазор (4.37) не залежить від перепаду тиску і зберігає постійне значення; єдиним зовнішнім збуренням є частота обертання. Граничне значення зазору при збільшенні перепаду тиску становить:

$$\lim_{\Delta\psi \rightarrow \infty} u = \left\{ \frac{\alpha_{e1} \frac{\bar{T}_p}{T_n} \Omega}{K_n - \alpha_{e3} - \alpha_{e1} \frac{t_{cn} - \bar{T}_c \Omega}{T_n}} \right\}^{1/3}. \quad (4.42)$$

4. Основними труднощами при розробці традиційних конструкцій імпульсних ущільнень є вибір типу живильників, що мають малу провідність, порівняну з провідністю мікронних торцевих зазорів. Ця трудність пом'якшується в двоступеневих затворних імпульсних ущільненнях.

Для обчислення витоків скористаємося виразом для витоків через зовнішній (вихідний) плоский кільцевий дросель (A_3) $Q_3 = g_3(p - p_3)$ і провідності (4.4), які визначалися для сектора с центральним кутом β_c (рис. 4.6). Для всього зазору значення кута β_c в формулах (4.4) - величина 2π :

$$Q = \frac{2\pi}{\beta_c} Q_3 = \frac{2\pi}{\beta_c} g_{3n} p_n u^3 (\psi_2 - \psi_3).$$

Віднесемо цей вираз до базового витoku $Q_n = \frac{2\pi}{\beta_c} g_{3n} p_n$ і отримаємо шуканий виток в безрозмірному вигляді:

$$\bar{Q} = \frac{Q}{Q_n} = u^3 (\psi_2 - \psi_3). \quad (4.43)$$

Підставим в останню рівність значення $\psi_2(u)$ (4.24):

$$\bar{Q} = u^3 \Delta\psi \alpha_{e3} \left[1 + \alpha_{31} \frac{t_{cn}/\Omega - \bar{T}_c + \bar{T}_p/u^3}{T_n} \Omega \right]. \quad (4.44)$$

Якщо використовувати вираз зазору (4.37), то з формули (4.44) можна отримати аналітичну залежність витрати від ущільнюваного тиску, від частоти обертання і від зусилля попереднього стиснення пружин. Однак ця залежність виходить невиправдано громіздкою, тому для обчислення витоків зручніше використовувати результати чисельного розрахунку торцевого зазору по формулі (4.37). Просту оцінку дає формула (4.44) для номінального зазору $u = 1$:

$$\bar{Q}(u=1) = \Delta\psi \alpha_{e3} \left[1 + \alpha_{31} \frac{t_{cn}/\Omega - \bar{T}_c + \bar{T}_p}{T_n} \Omega \right]. \quad (4.45)$$

Розглянемо важливий для практики випадок залежності ущільнюваного тиску від частоти обертання ротора. У відцентрових машинах з регульованим приводом ущільнюваний тиск пропорційний квадрату частоти обертання ротора: $p_1 = C\omega^2$ [168]. Тут C - узагальнений параметр, який визначається геометрією проточної частини машини і зберігає приблизно постійне значення на всіх частотах обертання. На номінальному режимі $p_{1n} = C\omega_n^2$, тому

$$C = \frac{p_{1n}}{\omega_n^2}, \quad p_1 = C\omega^2 = p_{1n} \frac{\omega^2}{\omega_n^2} = p_{1n} \Omega^2, \quad \psi_1 = \frac{p_1}{p_{1n}} = \Omega^2; \quad (4.46)$$

$$\Delta\psi = \frac{p_1 - p_3}{p_n} = (\Omega^2 - \psi_3), \quad p_n = p_{1n}.$$

Таким чином, в статичну (4.37) і видаткову (4.44) характеристики потрібно ввести заміну $\Delta\psi = \Omega^2 - \psi_3$:

$$u = \left\{ \frac{\alpha_{e1} \frac{\bar{T}_p}{T_n} \Omega}{\frac{\chi}{\Omega^2 - \psi_3} + K_n - \alpha_{e3} - \alpha_{e1} \frac{t_{cn} - \bar{T}_c \Omega_c}{T_n}} \right\}^{1/3}; \quad (4.47)$$

$$\bar{Q} = u^3 (\Omega^2 - \psi_3) \alpha_{e3} \left[1 + \alpha_{31} \frac{t_{cn}/\Omega - \bar{T}_c + \bar{T}_p/u^3}{T_n} \Omega \right]. \quad (4.48)$$

В цьому випадку незалежним зовнішнім впливом є не ущільнюваний тиск, а частота обертання ротора.

Формули (4.24), (4.37), (4.44) визначають безрозмірні значення усередненого тиску в камерах, зазору і витоків, які будуть використовуватися також в динамічному розрахунку. Приклади статичних і витратних характеристик імпульсного ущільнення показано на рис. 4.9, 4.10.

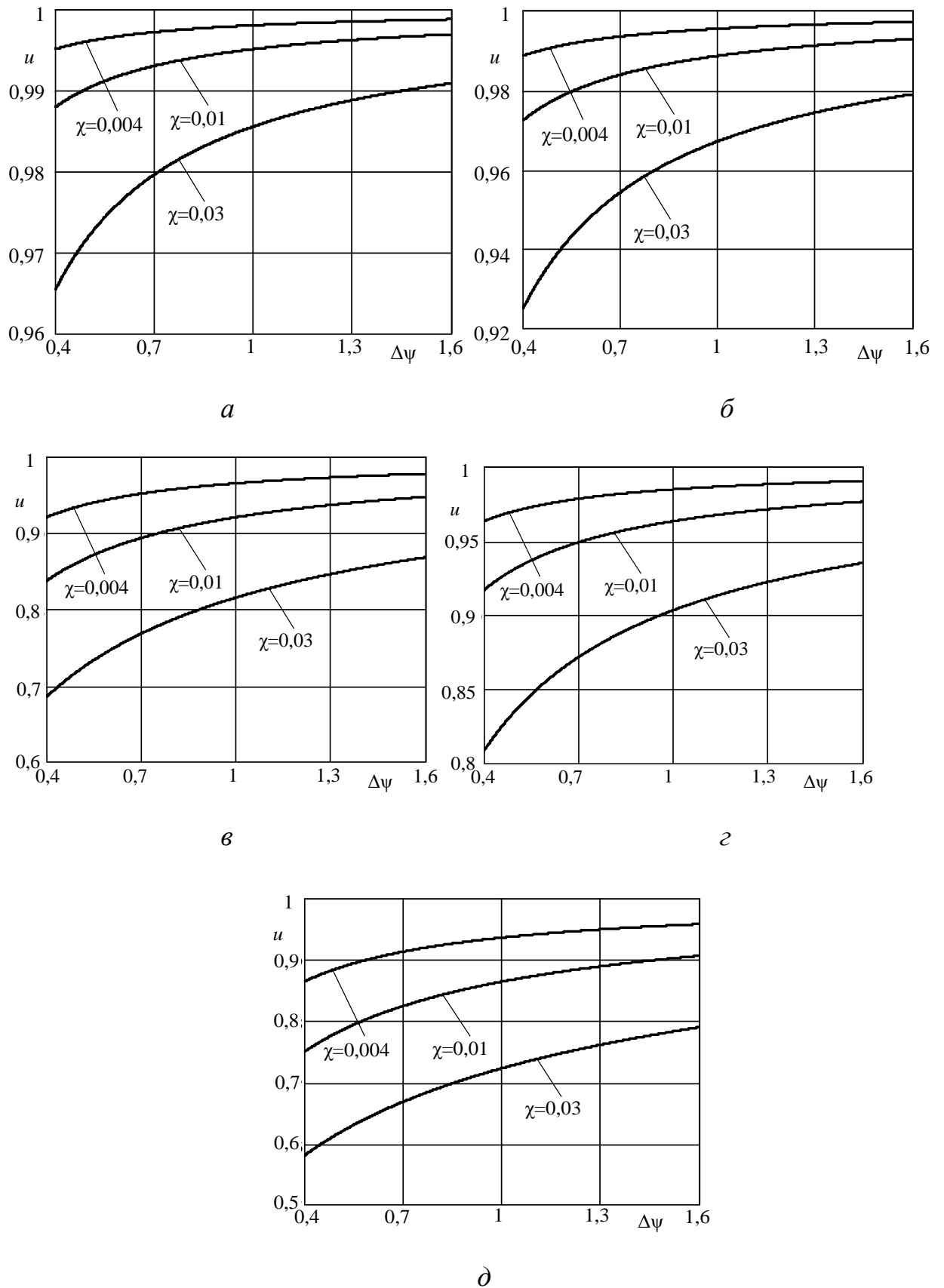


Рис. 4.9. Статичні характеристики для різних номінальних зазорів:

z_n : а – $z_n = 3 \text{ мкм}$; б – $z_n = 4 \text{ мкм}$; в – $z_n = 6 \text{ мкм}$;

г – $z_n = 8 \text{ мкм}$; д – $z_n = 10 \text{ мкм}$

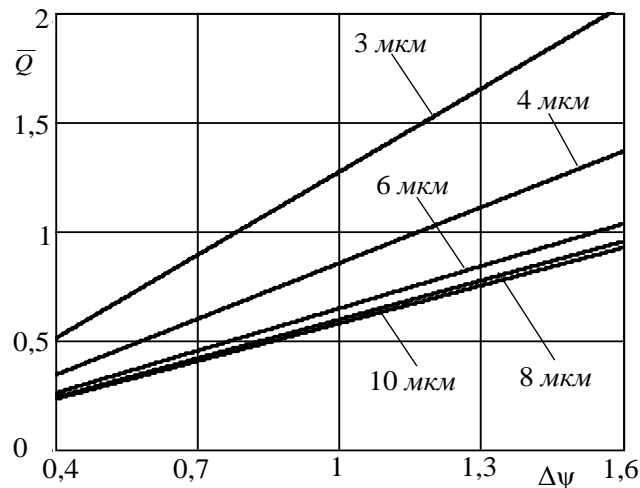


Рис. 4.10. Витратні характеристики для різних значень номінального зазору z_n

4.3. Розрахункова модель динаміки ущільнення

4.3.1. Постановка задачі

Викладений вище статичний розрахунок ущільнення заснований на вирішенні квазістационарної задачі: торцовий зазор визначався як функція постійних в часі зовнішніх впливів ψ_1, ψ_3, Ω . Для цього змінні в часі тиску процесів стиснення (4.13) і розширення (4.16) замінені усередненим за період $T = 2\pi/n_1\omega$ тиском (4.24). В аналізі динамічних характеристик усереднення не проводиться, зберігається залежність тиску від часу. Осьові коливання кільця, порушені зовнішніми впливами ψ_1, ψ_3 , що гармонійно змінюються, розглядаються відносно рівноважного положення. У відцентрових машинах, як правило, ущільнюваний тиск і протитиск змінюються з частотою, яка дорівнює або кратна частоті обертання ротора. Максимальні амплітуди мають основні гармоніки (з частотою ω), тому вимушені коливання кільця щодо положення статичної рівноваги u_0 розглядатимемо під дією безрозмірних тисків

$$u = u_0 + u_a e^{i\omega t}, \quad \psi_1 = \psi_{10} + \psi_{1a} e^{i\omega t}, \quad \psi_3 = \psi_{30} + \psi_{3a} e^{i\omega t}, \quad (4.49)$$

де ψ_{10}, ψ_{30} - постійні складові тисків; ψ_{1a}, ψ_{3a} - амплітуди їх коливань; u_a - амплітуда осьових коливань кільця. Частота обертання і задаючий вплив змінюються квазістатично, тому вони впливають лише на усталене положення кільця.

4.3.2. Рівняння балансу витоків в динаміці

Перш ніж записувати рівняння коливань, розглянемо осьові сили, що діють на аксіально-рухливе кільце. Для обчислення сили тиску, що розкриває торцовий зазор, рівняння (4.6) приведемо до одного рівняння.

В динаміці осьові коливання кільця приводять до появи доданків витоків. Період зміни цих доданків $2\pi/\omega$ і відрізняється від періодів t_c і $T - t_c$ витоків стиснення і розширення, викликаних імпульсами тиску, що підводиться до камери живильниками. Щоб полегшити надалі облік цих доданків в узагальненому рівнянні балансу витоків, докладніше розглянемо перетворення рівнянь (4.6):

$$Q_i + Q_1 - Q_3 = \frac{V_0}{E} \left(\frac{dp}{dt} \right)_c, \quad Q_1 - Q_3 = \frac{V_0}{E} \left(\frac{dp}{dt} \right)_p.$$

Нижні індекси вказують на приналежність відповідної величини до процесу стиснення (інтервал $[0, t_c]$) або розширення (інтервал $[t_c, T - t_c]$). Помноживши ці рівняння, відповідно, на $(dt)_c$ і на $(dt)_p$, перейдемо до рівнянь балансу об'ємів

$$(Q_i + Q_1 - Q_3)(dt)_c = \frac{V_0}{E} (dp)_c, \quad (Q_1 - Q_3)(dt)_p = \frac{V_0}{E} (dp)_p,$$

які не містять похідних за часом і їх можна складати почленно:

$$Q_i (dt)_c + (Q_1 - Q_3) [(dt)_c + (dt)_p] = \frac{V_0}{E} [(dp)_c + (dp)_p].$$

Суми збільшень часу і тисків охоплюють весь період $T = 2\pi/n_i\omega$ між черговими вприсками, тому можна позначити $(dt)_c + (dt)_p = dt$, $(dp)_c + (dp)_p = dp$:

$$Q_i (dt)_c + (Q_1 - Q_3) dt = \frac{V_0}{E} dp.$$

Розділивши цю рівність на dt , перейдемо до сумарного рівняння балансу витоків

$$Q_i \frac{(dt)_c}{dt} + Q_1 - Q_3 = \frac{V_0}{E} \dot{p}.$$

Замінімо нескінченно малі збільшення часу в лівій частині останнього рівняння відповідними кінцевими приростами $(dt)_c \approx \Delta t_c = t_c - 0 = t_c = \beta_c / \omega$, $dt \approx \Delta T = T - 0 = T = 2\pi / n_i \omega$. Таке наближення можна вважати допустимим, враховуючи малі інтервали часу стиснення і розширення. В результаті рівняння балансу витоків при відсутності вимушених осьових коливань приймає вид

$$Q_i \frac{t_c}{T} + Q_1 - Q_3 = \frac{V_0}{E} p. \quad (4.50)$$

Отримане рівняння при осьових коливаннях аксіально-рухомого кільця, порушуваних гармонійними коливаннями зовнішнього тиску, містить два додаткових доданка. Вони враховують виток стиснення-розширення рідини в камерах Q_p і виток витіснення Q_v з торцевого зазору (сектор β_c) при періодичній зміні тиску, викликаний коливаннями зазору з частотою ω під дією зовнішніх тисків (4.49):

$$Q_p = \frac{V_0}{E} p_n \frac{d\psi}{(dt)_\omega}, \quad Q_v = A_s z_n \frac{du}{(dt)_\omega} \quad (4.51)$$

де $A_s = \frac{\beta_c}{2\pi} (A_1 + A_2 + A_3)$ - площа торцевої поверхні сектора β_c .

Нижній індекс ω вказує на те, що приріст $(dt)_\omega$ змінюється в інтервалі, рівному періоду $T_0 = 2\pi / \omega = n_i T$ осьових коливань. На відміну від статичного аналізу, де використовувався усереднений тиск $\psi_2 = p_2 / p_n$, який залежить від часу (4.18), тут ми маємо справу зі змінним у часі тиском, який будемо позначати p без індексу, а в безрозмірному вигляді $\psi = p / p_n$.

Як і при виводі рівняння (4.50) замінимо диференціали кінцевими приростами, тобто використаємо наближені вирази:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{(dt)_\omega} &= \frac{d\psi}{dt} \frac{dt}{(dt)_\omega} \approx \dot{\psi} \frac{\Delta t}{(\Delta t)_\omega} = \dot{\psi} \frac{T}{T_0} = \frac{1}{n_i} \dot{\psi}, \\ \frac{du}{(dt)_\omega} &= \frac{du}{dt} \frac{dt}{(dt)_\omega} \approx \dot{u} \frac{\Delta t}{(\Delta t)_\omega} = \dot{u} \frac{T}{T_0} = \frac{1}{n_i} \dot{u}. \end{aligned} \quad (4.52)$$

Підставимо їх в (4.51) і внесемо отримані вирази в праву частину (4.50):

$$Q_i \frac{t_c}{T} + Q_1 - Q_3 = \frac{V_0}{E} \dot{\psi} \left(1 + \frac{1}{n_i} \right) + A_s \frac{z_n}{n_i p_n} \cdot \dot{i}.$$

Виразимо витоки через перепади тиску (4.3) і прийдемо до нелінійного диференціального рівняння першого порядку щодо безрозмірного тиску ψ в камері:

$$\left(g_i \frac{t_c}{T} + g_{1n} u^3 \right) (\psi_1 - \psi) - g_{3n} u^3 (\psi - \psi_3) = \frac{V_0}{E} \left(1 + \frac{1}{n_i} \right) \dot{\psi} + A_s \frac{z_n}{n_i p_n} \dot{i}. \quad (4.53)$$

З (4.53), прийнявши $\dot{\psi} = \dot{i} = 0$, Можна отримати рівняння балансу витоків в положенні рівноваги і знайти усталений тиск в камері:

$$\begin{aligned} \psi_{20} &= k_1 \psi_{10} + k_3 \psi_{30}; \\ k_1 &= \frac{g'_i + g_{10}}{g_{s0}}, k_3 = \frac{g_{30}}{g_{s0}}, g_{s0} = g'_i + g_{10} + g_{30} = g_{sn} u_0^3. \end{aligned} \quad (4.54)$$

Тиск відрізняється від раніше знайденого в статичному розрахунку (4.24), так як отриманий з усередненого рівняння балансу витоків, в той час як (4.24) являє суму усереднених тисків в процесах стиснення і розширення. Для вагових коефіцієнтів k_1 , k_3 виконується рівність $k_1 + k_3 = 1$.

Надалі будемо розглядати лінеаризовану систему без урахування інерції рідини при її несталому русі. Лінеаризацію проведемо в околиці положення статичної рівноваги, переходячи до відхилень змінних в обох частинах рівності (4.53). Як раніше зазначалося, $\delta\Omega = 0$, δ - знак відхилення. Введемо також позначення $g'_i = g_i t_c / T$; $g_{1n} u_0^3 = g_{10}$, $g_{3n} u_0^3 = g_{30}$, де g_{10} , g_{30} - провідності відповідних торцевих дроселів для сталого значення зазору z_0 . В результаті виключивши рівняння усталеного стану (4.54), отримаємо

$$\begin{aligned} g'_i (\delta\psi_1 - \delta\psi) + g_{10} (\delta\psi_1 - \delta\psi) + \frac{3}{u_0} g_{10} (\psi_{10} - \psi_0) \delta u - \\ - g_{30} (\delta\psi - \delta\psi_3) - \frac{3}{u_0} g_{30} (\psi_0 - \psi_{30}) \delta u = \frac{V_0}{E} \left(1 + \frac{1}{n_i} \right) \delta\dot{\psi} + A_s \frac{z_n}{n_i p_n} \delta\dot{i}. \end{aligned}$$

Згрупуємо доданки з відхиленнями однакових змінних

$$\frac{V_0}{E} \left(1 + \frac{1}{n_i} \right) \delta\dot{\psi} + (g'_i + g_{10} + g_{30}) \delta\psi =$$

$$= -A_s \frac{z_n}{n_i p_n} \delta \dot{u} - \frac{3}{u_0} \left[g_{30} (\psi_0 - \psi_{30}) - g_{10} (\psi_{10} - \psi_0) \right] \delta u + (g'_i + g_{10}) \delta \psi_1 + g_{30} \delta \psi_3,$$

після чого приведемо це рівняння до нормалізованого вигляду, розділивши почленно на коефіцієнт при $\delta \psi$ і вводячи позначення коефіцієнтів. Опустимо також для стислості знак відхилення δ , пам'ятаючи про те, що в подальшому мова йде не про абсолютні значення змінних, а про їх відхилення від встановлених значень. Сталі значення відзначаються нульовими індексами і визначаються в розрахунку статичних характеристик. Нормалізоване рівняння балансу витоків у відхиленнях набирає вигляду

$$T_2 \dot{\psi} + \psi = -(\tau_2 \dot{u} + \kappa'_s u) + k_1 \psi_1 + k_3 \psi_3, \quad (4.55)$$

де

$$T_2 = \frac{V_0}{E g_{s0}} \left(1 + \frac{1}{n_i} \right), \quad \tau_2 = \frac{A_s z_n}{n_i p_n g_{s0}},$$

$$k'_s = \frac{3}{g_{s0} u_0} \left[g_{30} (\psi_0 - \psi_{30}) - g_{10} (\psi_{10} - \psi_0) \right] =$$

$$= \frac{3}{g_{s0} u_0} (k_1 g_{30} - k_3 g_{10}) (\psi_{10} - \psi_{30}), \quad (4.56)$$

$$k_1 = \frac{g'_i + g_{10}}{g_{s0}}, \quad k_3 = \frac{g_{30}}{g_{s0}}, \quad g_{s0} = g_i + g_{10} + g_{30} = g_{sn} u_0^3,$$

ψ_0 - усталений безрозмірний тиск в камері; ψ_{10} , ψ_{30} - усталені тиски на вході в ущільнення і на виході з ущільнення.

Якщо ввести оператор диференціювання по часу $s = d/dt$ і позначити

$$T_2 s + 1 = D_2(s), \quad \tau_2 s + k'_s = M_2(s), \quad (4.57)$$

то прийдемо до рівняння в операторній формі щодо тиску в камері:

$$D_2(s) \psi(t; u) = -M_2(s) u + k_1 \psi_1 + k_3 \psi_3. \quad (4.58)$$

4.3.3. Рівняння автоматичного регулятора

Рівняння динаміки автоматичного регулятора отримаємо, підставивши в лінійний вираз (4.29) для безрозмірної сили ϕ_s тиск $\psi(t;u)$, який визначається диференціальним рівнянням (4.58):

$$\psi(t;u) = -\frac{M_2}{D_2}u + \frac{k_1\psi_1 + k_3\psi_3}{D_2}.$$

При цьому регулюючий вплив

$$\phi_s = \psi(t;u) + \phi_{s0} = -\frac{M_2}{D_2}u + \frac{k_1\psi_1 + k_3\psi_3}{D_2} + \phi_{s0}, \quad (4.59)$$

а рівняння регулятора отримаємо, помноживши обидві частини цієї рівності на диференціальний оператор $D_2 = T_2s + 1$:

$$D_2(s)\phi_s = -M_2(s)u + k_1\psi_1 + k_3\psi_3 + D_2(s)\phi_{s0}. \quad (4.60)$$

З рівняння (4.60) безрозмірна динамічна жорсткість системи, що представляє собою передавальну функцію регулятора за помилкою, виражається формулою

$$W_2(s) = \frac{\phi_s}{u} = -\frac{\tau_2s + k'_s}{T_2s + 1}. \quad (4.61)$$

У сталому стані $s = d/dt = 0$, $W_2(0) = -k'_s$, тобто передавальна функція стає коефіцієнтом гідростатичної жорсткості. У разі короткочасних імпульсних впливів $s \rightarrow \infty$, $W_2(\infty) \rightarrow -\tau_2/T_2$. Цей вираз дає максимальне по модулю значення жорсткості, відповідне жорсткості умовно непроточного дроселя, жорсткість якого обумовлена тільки стискаємністю рідини в камері.

4.3.4. Осьові коливання аксіально-рухомого кільця

Кільце розглядається як одномасова система, яка здійснює одномірні осьові коливання, описувані рівнянням

$$m\ddot{z} = F_s - F_e - F_k - c\dot{z},$$

де доданок $c\dot{z}$ представляє зовнішню (поза торцевого зазору) силу лінійного в'язкого тертя. Решта сил описуються формулами (4.27) і (4.29) при заміні усередненого тиску

в камері $\psi_2(u)$ на тиск $\psi(t;u)$, залежний як від зазору, так і від часу. Використовуючи ці формули, запишемо

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = F_s - F_e - k\Delta = Ap + 0,5(A_1p_1 + A_3p_3) - (B_1p_1 + B_3p_3) - k\Delta,$$

а після переходу до відхилень за умови $k\Delta = const$, $\delta(k\Delta) = 0$ і після ділення почленно на Ap_n , отримаємо

$$\frac{mz_n}{Ap_n}\ddot{u} + \frac{cz_n}{Ap_n}\dot{u} + \frac{kz_n}{Ap_n}u = \phi_s - \phi_e = \psi + \frac{1}{2A}(A_1\psi_1 + A_3\psi_3) - \frac{1}{A}(B_1\psi_1 + B_3\psi_3).$$

Позначимо коефіцієнти лівої частини цього рівняння

$$T_1^2 = \frac{mz_n}{Ap_n}, \quad 2\xi = \sqrt{\frac{c^2z_n}{mAp_n}}, \quad \chi_n = \frac{kz_n}{Ap_n} \quad (4.62)$$

і використаємо коефіцієнт навантаження K (4.31):

$$\phi_{s0} - \phi_e = -[K\psi_1 + (1-K)\psi_3].$$

У операторній формі отримаємо остаточний вигляд рівняння осьових коливань кільця:

$$\begin{aligned} D_1(s)u &= \phi_s - \phi_e = \psi - K\psi_1 - (1-K)\psi_3, \\ D_1(s) &= T_1^2s^2 + 2\xi T_1s + \chi_n. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Коефіцієнти мають наступний фізичний смисл: T_1 - період вільних коливань аксіально-рухомого кільця; ξ - показник загасання, обумовлений зовнішнім лінійним тертям; χ_n - безрозмірний коефіцієнт жорсткості пружних елементів.

Якщо права частина (4.63) дорівнює нулю, то рівняння

$$D_1(s)u = T_1^2\ddot{u} + 2\xi T_1\dot{u} + \chi_n u = 0$$

стає рівнянням вільних осьових коливань кільця, підвішеного на пружних елементах з еквівалентною жорсткістю k без урахування сил тиску, де $\chi_n / T_1^2 = k/m = \omega_0^2$; ω_0 - власна частота осьових коливань кільця без регулюючого впливу.

4.3.5. Рівняння динаміки системи «кільце - регулятор»

Рівняння динаміки імпульсного ущільнення як системи автоматичного регулювання отримаємо, виключивши силу ϕ_s з рівнянь (4.60) і (4.63):

$$D_1 u = -\frac{M_2}{D_2} u + \frac{k_1 \psi_1 + k_3 \psi_3}{D_2} + \phi_{s0} - \phi_e.$$

Помножимо обидві частини рівності на оператор D_2

$$(D_1 D_2 + M_2) u = k_1 \psi_1 + k_3 \psi_3 + D_2 (\phi_{s0} - \phi_e)$$

і згрупуємо члени за степенями s з урахуванням (4.31):

$$\begin{aligned} & \left[T_1^2 T_2 s^3 + (T_1^2 + 2\xi T_1 T_2) s^2 + (2\xi T_1 + \chi_n T_2 + \tau_2) s + \chi_n + k'_s \right] u = \\ & = -[KT_2 s + K - k_1] \psi_1 - [(1 - k_s) T_2 s + 1 - k_s - k_3] \psi_3. \end{aligned} \quad (4.64)$$

Вирази в квадратних дужках являють собою власний оператор системи $D(s)$ і оператори $N_1(s), N_3(s)$ зовнішніх впливів:

$$D(s)u = -N_1(s)\psi_1 - N_3(s)\psi_3, \quad (4.65)$$

де

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3; \quad N_1(s) = b_0 s + b_1, \quad N_3(s) = c_0 s + c_1, \quad (4.66)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= T_1^2 T_2, \quad a_1 = T_1^2 + 2\xi T_1 T_2, \quad a_2 = 2\xi T_1 + \chi_n T_2 + \tau_2, \quad a_3 = k'_s + \chi_n \\ b_0 &= KT_2, \quad b_1 = K - k_1; \quad c_0 = (1 - K) T_2, \quad c_1 = 1 - K - k_3. \end{aligned} \quad (4.67)$$

Коли зовнішні впливи дорівнюють нулю, рівняння (4.65) обертається в рівняння вільних осьових коливань

$$D(u) = a_0 \ddot{u} + a_1 \dot{u} + a_2 u + a_3 u = 0.$$

Загальне рішення такого однорідного рівняння має вигляд $u = u_a e^{\lambda t}$, а підстановка його у рівняння дає

$$(a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3) u = 0.$$

Для нетривіального рішення $u \neq 0$ отримуємо характеристичне рівняння $a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 = 0$, уявні частини коренів якого є власними частотами системи.

4.3.6. Вимушені осьові коливання кільця і стійкість

На аксіально-рухливе кільце в осьовому напрямку діє ряд збурень, серед яких переважають гармонійні збурення з частотами, рівними частоті обертання ротора (4.49). При записі рівняння (4.54) і для наступних перетворень було запропоновано для скорочення запису опустити знак відхилення δ . Тому в безрозмірному вигляді відхилення тисків

$$\delta\psi_1 \rightarrow \psi_1 = \psi_{1a} e^{i\omega t}, \delta\psi_3 \rightarrow \psi_3 = \psi_{3a} e^{i\omega t}, \delta\psi \rightarrow \Delta\psi = (\psi_{1a} - \psi_{3a}) e^{i\omega t} \quad (4.68)$$

У разі, якщо протитиск $p_3 = \text{const}$, відхилення p_3 дорівнює нулю і $\Delta\psi = \psi_1 = \psi_{1a} e^{i\omega t}$.

В рамках даної лінійної моделі ущільнення справедливий принцип суперпозиції, тобто результуюча реакція кільця є сумою гармонійних реакцій на окремі елементарні гармонійні збурення. Тому практичне значення має аналіз гармонійних осьових коливань кільця, обумовлених кожним з гармонійних збурень. Частота обертання, як правило, має вигляд ступінчастої або лінійної функції часу, а реакція на неї характеризується часовими характеристиками. Вимушені коливання характеризуються амплітудними і фазовими частотними характеристиками, які є амплітудами і фазами частотних передавальних функцій. Для рівняння (4.65) з двома гармонійними впливами частотні передавальні функції мають вигляд

$$\begin{aligned} W_1(i\omega) &= \frac{u_{1a} e^{i(\omega t + \gamma_1)}}{\psi_{1a} e^{i\omega t}} = -\frac{N_1(i\omega)}{D(i\omega)} = A_1(\omega) e^{i\gamma_1}, \\ W_3(i\omega) &= \frac{u_{3a} e^{i(\omega t + \gamma_3)}}{\psi_{3a} e^{i\omega t}} = -\frac{N_3(i\omega)}{D(i\omega)} = A_3(\omega) e^{i\gamma_3}, \end{aligned} \quad (4.69)$$

де A_1, A_3 - амплітудні; γ_1, γ_3 - фазові частотні характеристики для збурень ψ_1, ψ_3 відповідно. З наведених формул видно, що при рівності нулю власного оператора амплітуди необмежено зростають. Відповідні частоти обертання є власними частотами системи «кільце - регулятор».

Щоб виразити амплітуди і фази через коефіцієнти (4.67), потрібно передавальні функції представити як комплексні числа в алгебраїчній формі. Для цього в операторах (4.66) введемо заміну $d/dt = s = i\omega$:

$$\begin{aligned} D(i\omega) &= -ia_0\omega^3 - a_1\omega^2 + ia_2\omega + a_3 = U + i\omega V; \\ U &= a_3 - a_1\omega^2, \quad V = a_2 - a_0\omega^2; \\ N_1(i\omega) &= ib_0\omega + b_1, \quad N_3(i\omega) = ic_0\omega + c_1. \end{aligned} \quad (4.70)$$

Тепер передавальні функції приймають вид

$$W_1(i\omega) = -\frac{b_1 + i\omega b_0}{U + i\omega V}, \quad W_3(i\omega) = -\frac{c_1 + ic_0\omega}{U + i\omega V}.$$

Розділимо дійсні і уявні частини цих виразів, помноживши чисельники і знаменники на спряжене знаменнику комплексне число

$$W_1(i\omega) = -\frac{(b_1 + i\omega b_0)(U - i\omega V)}{U^2 + \omega^2 V^2} = -(U_1 - i\omega V_1) = -A_1(\omega)e^{i\gamma_1} \quad (4.71)$$

$$W_3(i\omega) = -\frac{(c_1 + i\omega c_0)(U - i\omega V)}{U^2 + \omega^2 V^2} = -(U_3 - i\omega V_3) = -A_3(\omega)e^{i\gamma_3}$$

$$U_1 = -\frac{b_1 U + \omega^2 b_0 V}{U^2 + \omega^2 V^2}, \quad V_1 = \frac{b_1 V - b_0 U}{U^2 + \omega^2 V^2}, \quad (4.72)$$

$$U_3 = -\frac{c_1 U + \omega^2 c_0 V}{U^2 + \omega^2 V^2}, \quad V_3 = \frac{c_1 V - c_0 U}{U^2 + \omega^2 V^2}.$$

Амплітуди і фази (4.71) виражаються формулами

$$\begin{aligned} A_1(\omega) &= \frac{u_{1a}}{\psi_{1a}} = \sqrt{U_1^2 + \omega^2 V_1^2} = \sqrt{\frac{b_1^2 + \omega^2 b_0^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \\ \gamma_1 &= -\arctg \omega \frac{b_0 U - b_1 V}{b_1 U + \omega^2 b_0 V}; \end{aligned} \quad (4.73)$$

$$\begin{aligned} A_3(\omega) &= \frac{u_{3a}}{\psi_{3a}} = \sqrt{U_3^2 + \omega^2 V_3^2} = \sqrt{\frac{c_1^2 + \omega^2 c_0^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \\ \gamma_3 &= -\arctg \omega \frac{c_0 U - c_1 V}{c_1 U + \omega^2 c_0 V}. \end{aligned}$$

За амплітудним частотним характеристикам можна оцінити розмірні значення амплітуд вимушених осьових коливань кільця на будь-якій частоті обертання, якщо задати величину амплітуд коливань відхилень тиску p_{1a}, p_{3a} :

$$z_{1a} = A_1(\omega) z_n p_{1a} / p_n, \quad z_{3a} = A_3(\omega) z_n p_{3a} / p_n. \quad (4.74)$$

Формули (4.74) дозволяють виявити небезпечні області частот обертання і підібрати параметри ущільнення так, щоб амплітуди вимушених осьових коливань кільця не виходили за допустимі межі.

Приклади амплітудних частотних характеристик імпульсного ущільнення для різних значень номінального зазору показано на рис. 4.11.

Слід відмітити, що отримані із загальної моделі при її спрощеннях результати співпадають з отриманими раніше результатами експерименту, приведеними в роботі [25], чим підтверджується правильність прийнятих припущень.

Для аналізу динамічної стійкості можна використовувати критерій Рауса - Гурвіца, відповідно до якого система третього порядку стійка, якщо всі коефіцієнти (4.67) власного оператора додатні (цій умові коефіцієнти задовольняють) і виконується нерівність $a_1 a_2 > a_0 a_3$, яка після підстановки значень коефіцієнтів приводиться до виду

$$2\xi \left[T_1^2 + T_2 (2\xi T_1 + \chi_n T_2) \right] > T_1 \left(k'_s T_2 - \tau_2 - 2\xi \frac{T_2}{T_1} \tau_2 \right). \quad (4.75)$$

Якщо не враховувати зовнішнє демпфування ($c = \xi = 0$), то умова стійкості зводиться до нерівності

$$\tau_2 > T_2 k'_s, \quad (4.76)$$

з якого знаходиться межа стійкості з деяким запасом.

Отримана умова показує, що стабілізації сприяє збільшення постійної часу витіснення τ_2 і зменшення постійної часу стиснення T_2 і коефіцієнта гідростатичної жорсткості k'_s .

Після підстановки в (4.76) значень (4.56), можна визначити допустимий по стійкості обсяг камери:

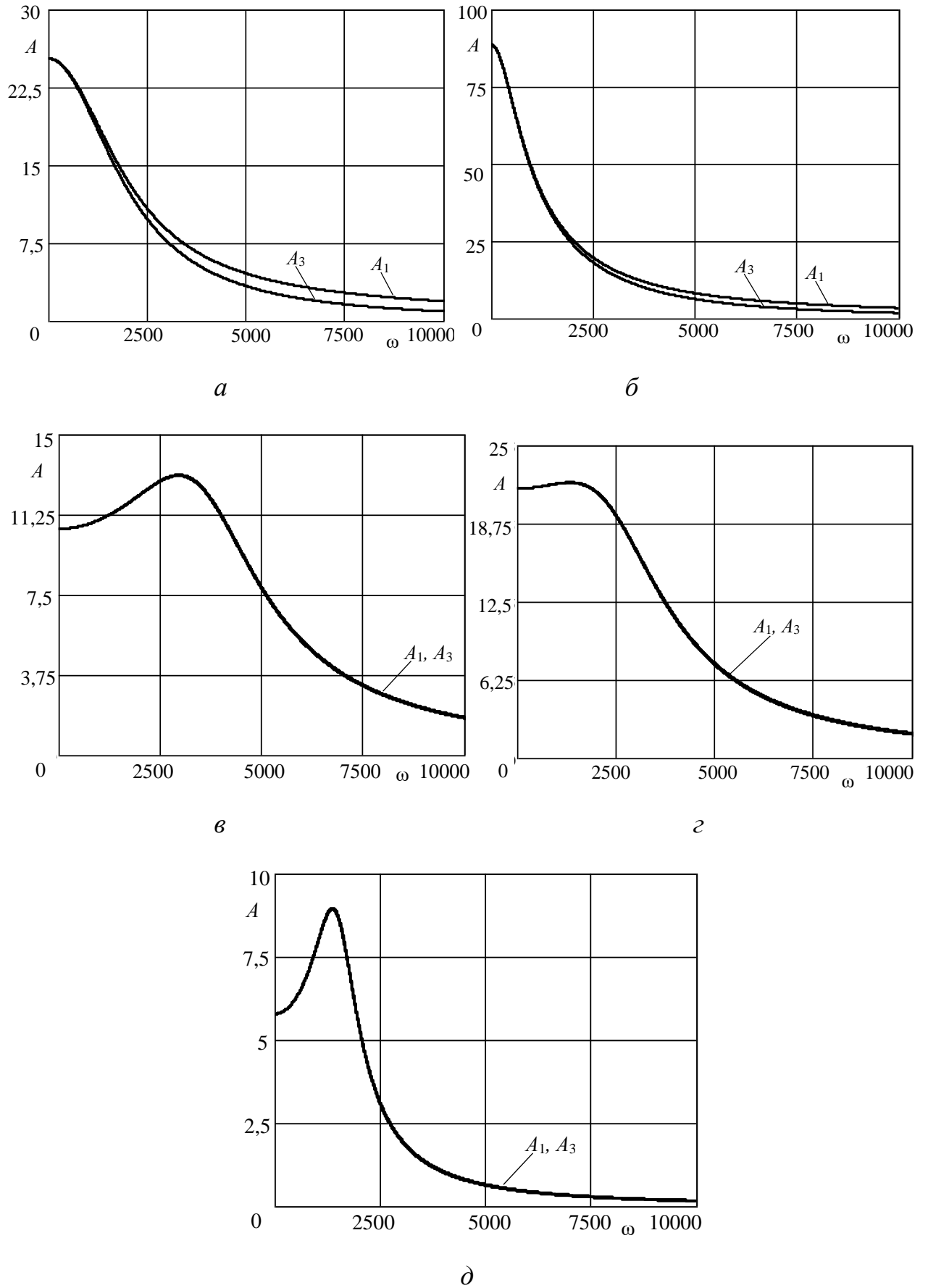


Рис. 4.11. Амплітудно-частотні характеристики для номінальних зазорів z_n :
 а – $z_n = 3 \text{ мкм}$; б – $z_n = 4 \text{ мкм}$; в – $z_n = 6 \text{ мкм}$; г – $z_n = 8 \text{ мкм}$; д – $z_n = 10 \text{ мкм}$.

$$V_0 < \frac{A_s E z_0 g_{s0}}{3(1+n_i)(k_1 g_{30} - k_3 g_{10})(p_{10} - p_{30})} \quad (4.77)$$

Область стійкості розширюється, перш за все, за рахунок зменшення обсягу камер і зменшення коефіцієнта гідростатичної жорсткості. Оскільки $k'_s \sim \Delta\psi$ (4.54), умову динамічної стійкості необхідно задовольняти для максимально можливого робочого перепаду тиску ущільнюваної рідини, тобто для значення коефіцієнта жорсткості відповідного $\Delta\psi_{\max}$. Коли тиск залежить від частоти обертання, потрібно вводити заміну $\Delta\psi = \Omega^2 - \psi_3$ (4.46).

Проведені дослідження показали, що імпульсні торцові ущільнення з саморегульованим зазором мають низку незаперечних переваг у порівнянні зі звичайними механічними торцевими ущільненнями. У звичайних торцевих ущільненнях потужність тертя пропорційна тиску, що ущільнюється, і окружній швидкості, тому їх працездатність зберігається у вузькому діапазоні робочих параметрів ущільнюваного тиску і частоти обертання. В імпульсних торцевих ущільненнях з саморегульованим зазором із збільшенням частоти обертання торцевий зазор збільшується, внаслідок чого втрати потужності на тертя практично не зростають. Тому діапазон робочих параметрів їх застосування значно збільшується – по ущільнюваному тиску до 60 МПа і по частоті обертання до 20 000 об/хв.

4.4. Висновки до четвертого розділу

1. Вперше побудовано математичну модель гідродинамічних процесів для імпульсного торцевого ущільнення як системи автоматичного регулювання торцевого зазору і протікання. На основі розв'язання рівнянь балансу витрат і балансу сил, що діють на аксіально-рухливе кільце, отримано статичні характеристики імпульсного торцевого ущільнення. Визначено коефіцієнт гідростатичної жорсткості, умову статичної стійкості та діапазон допустимих ущільнюваних тисків. Результати дослідження дозволяють оцінити вплив конструктивних параметрів ущільнення на зміну його робочих характеристик.

2. Вперше виконано аналіз динамічних характеристик імпульсного торцевого ущільнення як системи автоматичного регулювання. Отримано вирази для визначення власної частоти коливань аксіально-рухомого кільця. Побудовані амплітудні і фазові частотні характеристики вимушених осьових коливань кільця під дією тиску, що гармонійно змінюється. Проведено аналіз динамічної стійкості. Проведені дослідження дозволяють виявити небезпечні області частот обертання і підібрати параметри імпульсних ущільнень так, щоб амплітуди вимушених коливань не виходили за межі динамічної стійкості. Область стійкості розширюється за рахунок зменшення обсягу камер і зменшення коефіцієнта гідростатичної жорсткості. Проведені дослідження показали, що зі збільшенням частоти обертання торцевий зазор збільшується, в результаті обмежується зростання потужності тертя, тому діапазон робочих параметрів їх застосування значно збільшується – по ущільнюваному тиску до 60 МПа і по частоті обертання до 20 000 об/хв.

3. Результати теоретичних досліджень можуть бути основою для створення методики розрахунку імпульсних торцевих ущільнень при їх проектуванні. Зокрема, з достатньою для практики точністю можна розраховувати геометрію торцевого імпульсного ущільнення, кількість камер та живильників, об'єм камер, коефіцієнт навантаження та зусилля попереднього стиснення пружин. Застосування імпульсних ущільнень особливо ефективно для високооборотних машин.

РОЗДІЛ 5

МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ЩІЛИННИХ УЩІЛЬНЕННЯХ СИСТЕМ АВТОРОЗВАНТАЖЕННЯ

5.1. Автоматичні врівноважуючі пристрої

Під дією осьової сили, що виникає при змінах зовнішніх впливів, ротор зміщується відносно рівноважного положення. При цьому можуть виникати осьові коливання ротора, в результаті яких за умов відсутності протидіючих сил відбудуватиметься підвищений знос конструкції відцентрової машини та навіть її поломка. Для уникнення таких наслідків використовуються системи розвантаження.

Найбільш природний шлях осьового урівноваження ротора – усунення умов виникнення нерівноважених осьових сил. Однак такий шлях виявляється ефективним лише для насосів з порівняно низькими параметрами. Усунення нерівноважених осьових сил досягається або забезпеченням повної геометричної симетрії, або штучною зміною розподілу швидкостей і тисків в камерах таким чином, щоб результуючі сили тиску на обидві бічні поверхні колеса були рівні.

У насосах з симетричним ротором, наприклад, в насосах низького тиску систем аварійного охолодження АЕС з реакторами ВВЕР-1000 і в бустерних насосах турбоживильних агрегатів залишкові (випадкові) осьові сили сприймаються упорними підшипниками.

Способи вирівнювання сил тиску на основний і покривний диски більш різноманітні. Часто, особливо для одноступінчастих насосів, щілинне ущільнення з боку основного диска розташовують на більшому радіусі, а камеру під ущільненням з'єднують із входною воронкою отворами в основному диску або в ступиці колеса. Площу отворів рекомендується приймати приблизно в 4 рази більше площі ущільнюючого зазору, щоб зменшити підпір в камері за колесом. У такій конструкції на передньому і задньому ущільненнях дроселюється приблизно однаковий перепад тиску і об'ємні втрати подвоюються.

Через дискове тертя рідина в камері 2 (рис. 5.1) обертається і відцентровий ефект призводить до підвищення тиску уздовж радіуса, що може порушити баланс

сил тиску, що діють на колесо. Для запобігання цьому в камері 2 встановлюють нерухомі радіальні лопатки 1, які гальмують окружний потік. На рис. 5.1 *a* і *b* показані епюри тиску в камері без лопаток і з лопатками відповідно [48].

Іншим поширеним способом зменшення осьової сили є використання радіальних лопаток, розташованих на основному диску робочого колеса. Лопатки збільшують середню частоту обертання рідини і зменшують середній тиск на тильну поверхню робочого колеса. Проте оребріння коліс призводить до значних втрат потужності.

У одноступінчастих насосах широко застосовується автоматичне урівноваження сил тиску на обидві сторони колеса за допомогою змінних дроселів, провідність яких змінюється при осьових зсувах ротора (рис. 5.2).

Якщо, наприклад, під дією виниклої невривноваженої осьової сили ротор 1 зміститься вправо, то торцовий зазор 2 зменшиться і тиск в камері 4 збільшиться настільки, що сили тиску на обидві сторони колеса 3 зрівняються. Різні модифікації таких способів врівноваження використовуються в конструкціях головних циркуляційних насосів АЕС (ГЦН) [48], їх називають автоматами розвантаження. Закручування потоку в камері 4 і витратна течія, направлена від периферії до центру, можуть значно зменшити середній тиск; тому в камері розміщують нерухомі радіальні лопатки 5, які гальмують окружний потік і вирівнюють тиск по радіусу.

У турбонасосних агрегатах (рис. 5.3) робочі колеса 7 насосів і приводної газової турбіни 6 кріпляться на одному валу, тому автомат розвантаження повинен врівноважувати сумарну осьову силу, що діє на ступені насоса і турбіни. На турбіні, на відміну від насоса, осьова сила спрямована з боку входу до виходу, так як тиск газу на вході більше, ніж на виході.

У більшості конструкцій багатоступеневих насосів особливих заходів щодо зменшення осьових сил не приймають, а діючі на ротор сили врівноважують спеціальними розвантажувальними пристроями. Найбільш простими пристроями є розвантажувальні барабани (розвантажувальні поршні, думіси), що сприймають постійне осьове зусилля; їх роблять циліндричними, ступінчастими і з конічними ділянками.

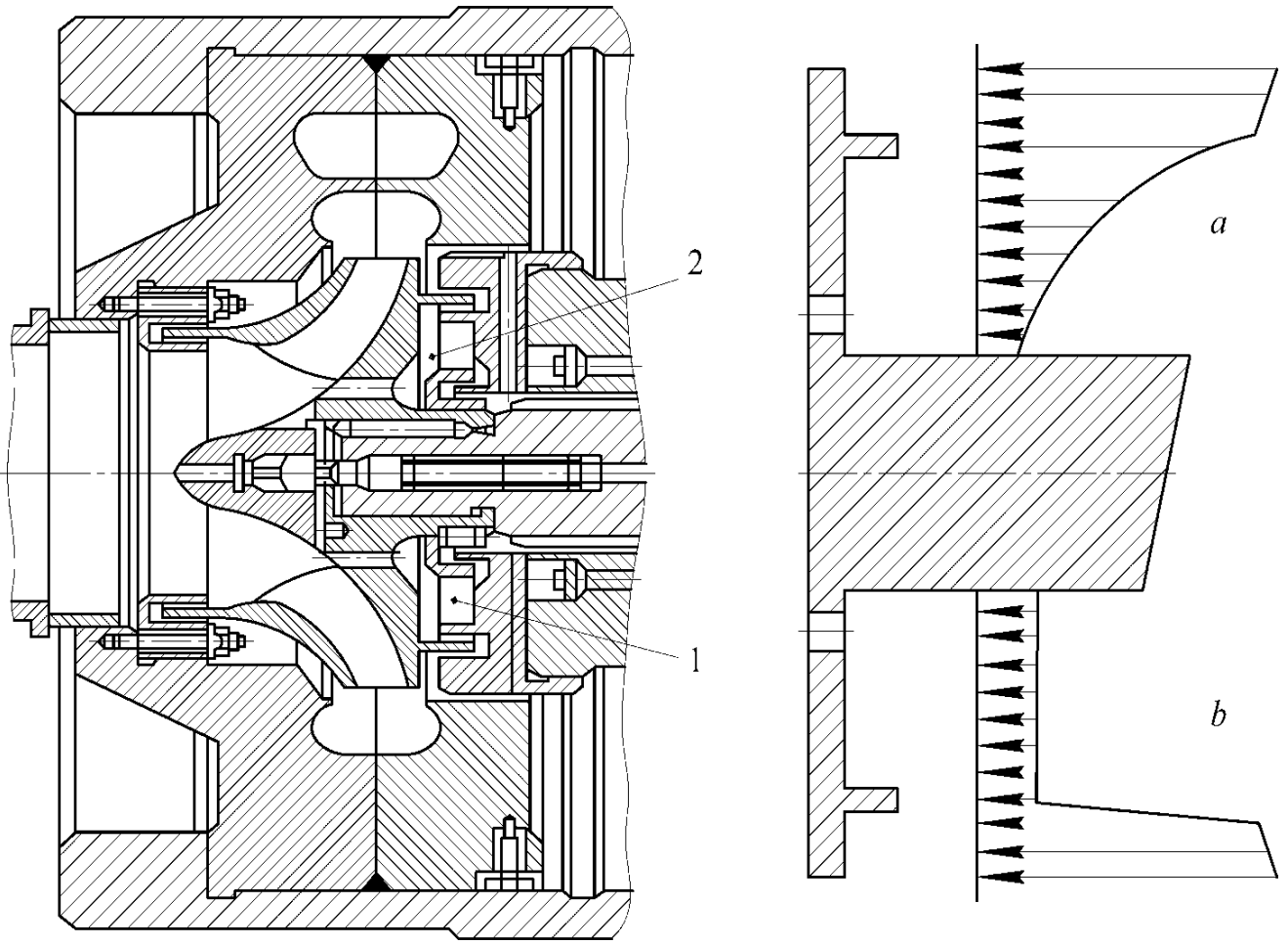


Рис. 5.1. Проточна частина насоса, *a* - епюра тиску в камері без лопаток, *b* - з радіальними нерухомими лопатками.

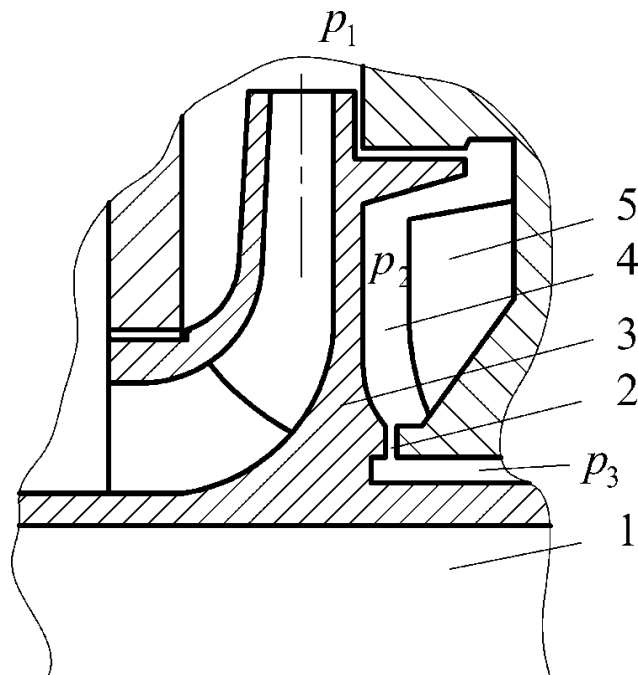


Рис. 5.2. Урівноваження осьової сили за допомогою змінного торцевого дроселя

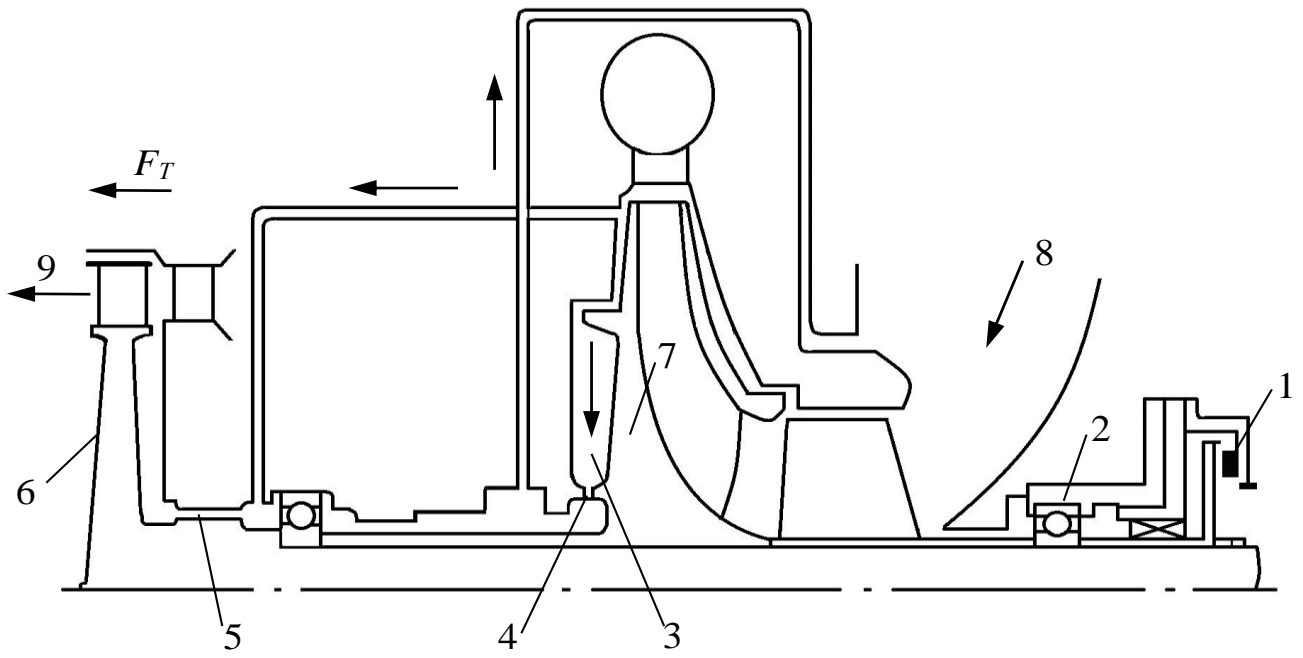


Рис. 5.3. Типова схема автомата розвантаження турбонасосного агрегату РРД.

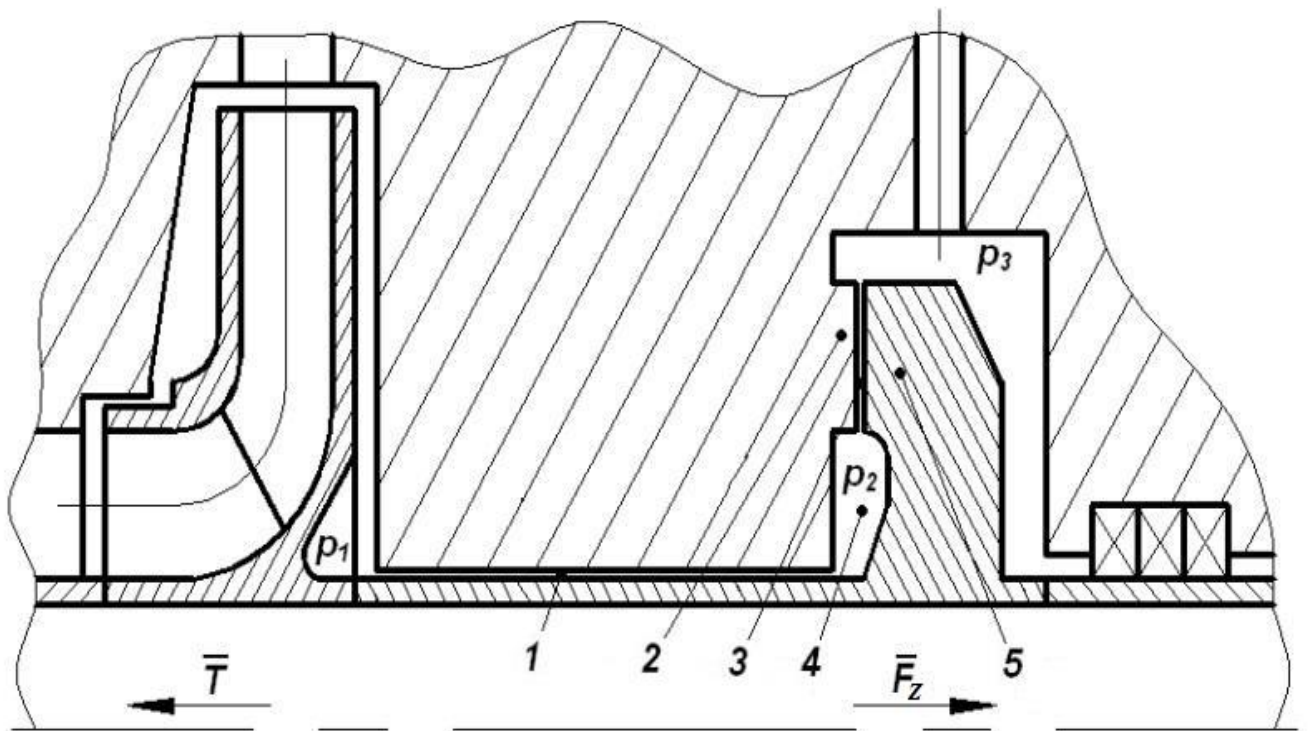


Рис. 5.4. Гідроп'ята.

Оскільки в процесі роботи насоса осьова сила, що діє на ротор, може змінюватися в широких межах, розвантажувальні барабани доводиться доповнювати упорними підшипниками на порівняно великі залишкові осьові навантаження. Для великих насосів це, як правило, двосторонні підшипники з самовстановлюючимися колодками, що представляють собою складні і дорогі вузли.

Для великих високонапірних багатоступневих насосів найефективнішим способом урівноваження осьових сил є використання автоматичних врівноважуючих пристроїв – гідроп'ят. Гідроп'ята (рис. 5.4) містить жорстко закріплений на валу розвантажувальний диск 5, нерухоме опорне кільце (подушку) 2, послідовно розташовані циліндричний 1 і торцевий 3 дроселі і камеру 4, що розділяє ці дроселі. У деяких конструкціях після розвантажувального диска встановлюється додатковий дросель. Іноді систему урівноваження доповнюють елементом розвантажувального поршня [37, 39, 118].

Повний перепад тиску $\Delta p = p_1 - p_3$ на п'яті представляє різницю між тиском нагнітання p_1 і тиском в камері за гідроп'ятою. Найчастіше ця камера з'єднана з вхідним патрубком насоса, тоді p_3 – тиск на вході. Частина загального перепаду тиску $\Delta p_2 = p_2 - p_3$ дроселюється на торцевому зазорі 3, провідність якого залежить від ширини зазору z , тобто від осьового положення ротора. Якщо під дією надлишкової осьової сили ротор зміщується вліво, то зазор z зменшується, а тиск збільшується, відновлюючи рівність сили T , що діє на ротор, і врівноважуючої сили F_z , діючої на розвантажувальний диск. Таким чином, гідроп'ята автоматично підтримує осьову рівновагу ротора: $F_z = T$.

При проектуванні систем врівноважування прагнуть, з одного боку, звести до мінімуму об'ємні втрати, з іншого – не допустити в процесі роботи насоса при можливих змінах осьової сили надмірного зменшення торцевого зазору, так як це загрожує утворенням задирів на торцевих поверхнях диска і опорної подушки. Чутливість зазору до зміни навантаження визначається крутизною статичної характеристики. Чим крутіше статична характеристика або чим більш полого силова характеристика, тим більше зміна зазору при зміні навантаження, тим менше

коефіцієнт жорсткості $\partial F_z / \partial z$. Наведений короткий аналіз показує, що, як завжди, поліпшення одних показників відбувається за рахунок погіршення інших. У кожному конкретному випадку доводиться вибирати варіант конструкції, що задовольняє найбільш важливим вимогам технічного завдання.

Температура рідини в камері гідроп'яти підвищується в порівнянні з температурою на вході за рахунок енергії в'язкого тертя в дроселюючих зазорах і гідравлічних втрат у проточній частині насоса. У режимах малих подач, коли значна частина потужності, споживаної насосом, втрачається на нагрівання рідини, підвищення температури може скласти 10-15 °С. У разі високої температури на вході, наприклад, в живильних насосах, температура в камері після торцевого зазору може досягти критичної позначки, при якій тиск в камері менше відповідного тиску насиченої пари. В результаті перш за все, в торцевому зазорі п'яти може відбуватися більш-менш інтенсивне пароутворення, що зменшує несучу здатність і збільшує небезпеку виникнення задирів в торцевому дроселі. Випаровування тим вірогідніше, чим менше тиск p_3 , тобто чим менше опір додаткового дроселя після розвантажувального диска. Крайнім випадком є повна відсутність цього опору.

Щоб запобігти пароутворенню, тиск в камері після торцевого зазору необхідно підтримувати більш високим, ніж тиск насиченої пари при максимально можливій температурі і при мінімальному тиску в лінії відведення протікань з гідроп'яти. У живильних насосах вода відводиться в деаератор, тиск в якому становить 0,7-0,8 МПа. Найбільш простим способом підвищення тиску в камері є використання додаткового циліндричного дроселя між торцевим зазором і лінією відведення протікання.

Для нормальної роботи гідроп'яти необхідно, щоб ротор мав свободу осьових переміщень, принаймні, в межах можливих змін торцевого зазору; тому по кінцях вала необхідно встановлювати лише радіальні підшипники. Функції упорного підшипника виконує сама гідроп'ята.

Перспективне використання системи авторозвантаження не тільки в якості упорного, але і радіального гідростатичного підшипника [30,118]. Така конструкція не вимагає вузла кінцевого ущільнення і додаткового виносного підшипника, що встановлюється на більшості насосів і вимагає системи змащення. Усунення

підшипника підвищує надійність машини, так як неминуча неспівосність виносного підшипника і щільного ущільнення гідроп'яти призводить до вимушеного вигину вала і погіршує його вібраційний стан, а виникаючі при обертанні знакозмінні напруги вигину часто призводять до втомних поломок вала. Це підтверджується тим, що поломки відбуваються з зовнішньої сторони розвантажувального диска, де діючий на вал крутний момент майже дорівнює нулю.

Раніше вважалося, що осьових коливань ротора або не існує, або їх амплітуди досить малі по відношенню до амплітуд радіальних і кутових коливань. Проте у складній системі сил, що діє на ротор відцентрового насоса, найбільшою за абсолютним значенням є саме осьова сила. Вона здатна істотно впливати на вібраційний стан ротора, тому що містить змінну складову, що змінюється за гармонічним законом з частотою, кратною частоті обертання ротора.

Для багатоступінчастих високонапірних насосів осьові сили вимірюються десятками і навіть сотнями тон, тому пристрої для їх врівноваження виявляються напруженими і енергонасиченими: на них втрачається до 10% потужності насоса, що в багатьох випадках становить близько тисячі кіловат. Радіальні гідродинамічні сили та моменти в щільних ущільненнях, що визначають радіальні коливання, залежать від тиску в камері гідроп'яти, яке, у свою чергу, залежить від осьових коливань ротора. В результаті осьові коливання можуть збуджувати радіальні, і навпаки. Врівноваження таких сил є складною і відповідальною інженерною задачею.

Врівноважуючі пристрої працюють як повноохватні гідростатичні підшипники, висока несуча здатність яких забезпечується великим тиском живлення. Великий тиск живлення призводить до значних витрат перекачуваної рідини, що знижує економічність насоса. Для зменшення протікання зазори гідравлічного тракту прагнуть робити як можна меншими. Тобто система врівноваження осьових сил повинна поєднувати функції радіально-упорних гідростатичних підшипників і безконтактних кінцевих ущільнень. Тому врівноважуюча система повинна виконувати як функції врівноваження сил, що діють на ротор, так і функції кінцевого ущільнення з регульованими протіканнями, що повинно бути забезпечено на етапі проектування ВМ. Комплексно така задача в науковій літературі не розглядалася.

5.1.1. Осьові сили, що діють на ротор

У багатоступневих насосах і компресорах з послідовним (тандемним) розташуванням робочих коліс для забезпечення плавного підведення рідини до наступного ступеню поверхня покривного диска приблизно на площу $A_0 = \pi(r_1^2 - r_0^2)$ вхідної воронки (рис. 5.5) менше, ніж поверхня основного диска. Через це результуюча осьова сила тиску на робоче колесо кожного ступеня спрямована в бік вхідної воронки.

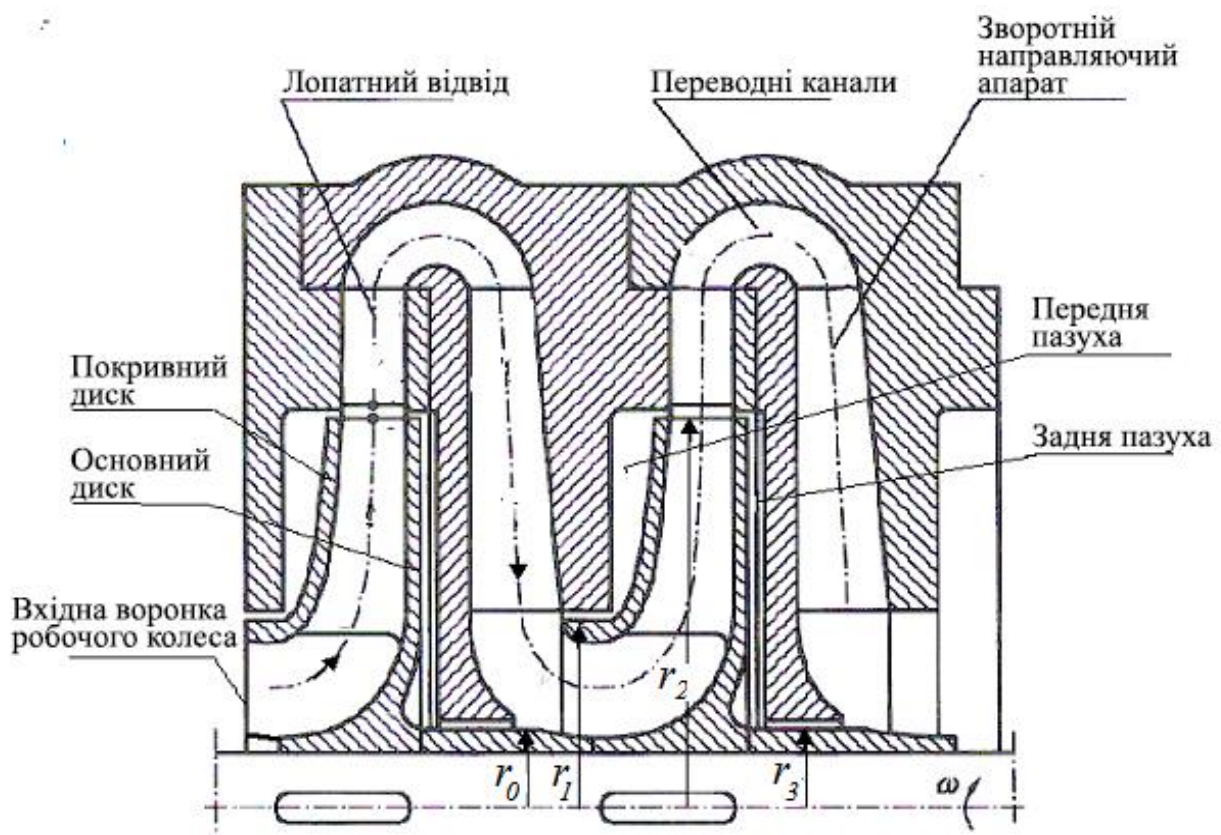


Рис. 5.5. Проміжні ступені відцентрової машини

Осьова сила визначається розподілом тиску по радіусах основного і покривного дисків робочого колеса. У свою чергу, тиск залежить від середніх окружних швидкостей рідини в пазухах. У більшості випадків при оцінці осьових сил беруть середню кутову швидкість ω_c рідини, що дорівнює $\omega_c = 0,5\omega$, де ω – частота обертання ротора. Однак, як показує досвід, таке спрощення є надмірно грубим. Виміряні сили значно більше (іноді в два і більше разів), ніж розраховані за

спрощеною методикою [113]. Така розбіжність обумовлена тим, що кутова швидкість рідини в бічних камерах залежить від розміру і форми камер, шорсткості стінок, величини і напрямку радіальної (витратної) течії, закрутки потоку на вході в камеру, числа Рейнольдса.

Основні результати досліджень перебігу рідини між диском і кожухом зводяться до наступного [39].

1. Збільшення ширини камери призводить до зменшення середньої кутової швидкості рідини. Шорсткість нерухомих стінок зменшує, а шорсткість дисків робочого колеса збільшує кутову швидкість. Очевидним є також і вплив попередньої закрутки потоку на вході в камеру: додатна (у напрямку обертання ротора) закрутка збільшує кутову швидкість, від'ємна гальмує окружний потік.

2. Радіальна течія від центру до периферії, характерна для камери з боку основного диска робочого колеса, зменшує середню частоту обертання рідини («змиває» окружний потік) і збільшує тиск. Зворотний ефект дає радіальна течія від периферії до центру (з боку покривного диска). В результаті радіальні течії в камерах проміжного ступеня призводять до істотного збільшення осьової сили в порівнянні з її розрахунковим значенням.

Лише в останньому ступені багатоступінчастого насоса радіальний потік з обох сторін колеса спрямований від периферії до центру, що призводить до деякого зменшення осьової сили на цьому ступені. Вплив радіального плинину посилюється із зменшенням ширини камери (осьового зазору).

Радіальна швидкість визначається протіканням через щілинні ущільнення; тому збільшення радіальних зазорів в щілинних ущільненнях істотно (в кілька разів) збільшує осьову силу, що дозволяє використовувати значення цієї сили в якості діагностичного параметра, що характеризує знос ущільнень.

3. У міру збільшення параметрів насосів зростають нестационарні складові осьової сили, які особливо великі в перехідних режимах і при роботі насоса на малих подачах. В роботі [91] вказується, що сильні пульсації потоку в проточній частині можуть привести навіть до зміни знака осьової сили. Підвищення осьового навантаження в нестационарних режимах стало причиною того, що на деяких

живильних насосах, наприклад, фірми "Зульцер", крім звичайної п'яти, встановлений додатковий упорний підшипник для сприйняття надлишкових осьових сил, що виникають при зупинці насоса і при різкому скиданні навантаження. Основним джерелом нестаціонарних осьових сил є гідродинамічні збурення потоку в проточній частині.

В даний час наближену оцінку осьових сил отримують, як правило, приймаючи середню кутову швидкість рідини постійною по всій камері: $\omega_c = 0,5\omega$ [39]. Для уточнення розрахунку кутових швидкостей і тисків в пазухах робочого колеса в [3, 39, 113] пропонується вирішувати задачі гідромеханіки тривимірної турбулентної течії зі складними граничними умовами. В таких випадках складною є постановка задачі, де отримуваний результат дозволяє надати тільки якісну оцінку осьових сил. Крім того, практично неможливим є використання такого підходу безпосередньо конструкторами з розробки відцентрових машин. Тому важливим є отримання аналітичних виразів, які дозволяють виявляти вплив конструктивних параметрів на вібраційні характеристики ротора для цілеспрямованого впливу на них з метою забезпечення гарантованої вібраційної надійності відцентрових машин.

Рекомендації, засновані на чисельному рішенні рівнянь Рейнольдса турбулентного течії як в окружному, так і в радіальному напрямку, зводяться до того [113], що середня по ширині зазору кутова швидкість рідини ω_c виражається через коефіцієнт закрутки κ_0 :

$$\omega_c = \kappa_0 \omega, \quad (5.1)$$

де ω - частота обертання ротора; κ_0 - коефіцієнт закрутки потоку. Коефіцієнт закрутки залежить, перш за все, від напрямку радіального плину і для відносної ширини камер $b/r_2 = 0,02 \dots 0,04$ приймає такі усереднені по радіусу значення:

- течія від периферії до центру $\kappa_1 = 0,7 \dots 0,9$;
- течія від центру до периферії $\kappa_2 = 0,3 \dots 0,4$;
- при відсутності радіального плину $\kappa_0 = 0,45 \dots 0,5$.

Перейдемо до обчислення осьової сили, що діє на робоче колесо проміжного ступеня. Для цього знайдемо розподіл тиску по радіусах дисків i -го проміжного

ступеня, розглядаючи рівновагу елементарного об'єму dV рідини, обмеженого двома циліндричними поверхнями з радіусами r , $r + dr$ і меридіональними площами, які розташовані під кутом $d\phi$ між собою: $dV = brdrd\phi$ (рис. 5.6).

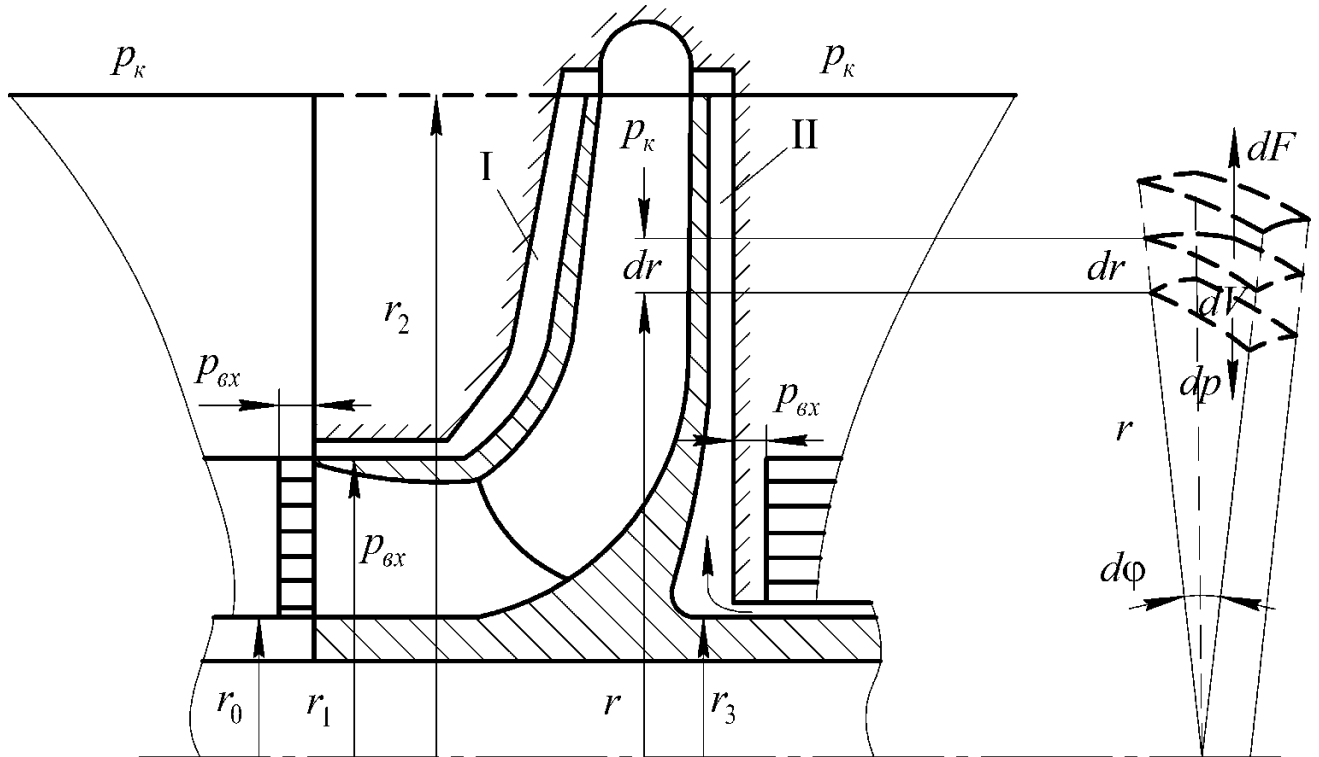


Рис. 5.6. До оцінки осьової сили, що діє на робоче колесо

У радіальному напрямку відцентрова сила в правій камері $dF_B = \omega_{cb}^2 r \rho dV = \rho \omega_{cb}^2 br^2 dr d\phi$ врівноважується силою тиску $dP = brd\phi dp$. Порівнюючи ці сили, прийдемо до рівняння $dp = \rho \omega_{cb}^2 r dr$. Інтегруючи його з урахуванням граничних умов $r = r_2, p = p_{ki}$, Отримаємо параболічний закон зміни тиску по радіусу:

$$p_{Bi} = p_{ki} - 0,5\rho\omega_{cb}^2 (r_2^2 - r^2) = p_{ki} - \frac{1}{2}\rho\omega^2\kappa_2^2 (r_2^2 - r^2).$$

Аналогічно для лівої камери

$$p_{Ai} = p_{ki} - 0,5\rho\omega_{ca}^2 (r_2^2 - r^2) = p_{ki} - \frac{1}{2}\rho\omega^2\kappa_1^2 (r_2^2 - r^2).$$

Передбачається, що тиск p_{ki} на радіусі r_2 в обох камерах однаковий.

Крім тиску p_{Ai} , зліва на площу A_0 перетину вхідної воронки робочого колеса діє вхідний тиск p_{exi} . (Надалі площі позначаються прописними буквами A, B).

Аналогічно для лівої камери

$$p_{Ai} = p_{ki} - 0,5\rho\omega_{cA}^2(r_2^2 - r^2) = p_{ki} - \frac{1}{2}\rho\omega^2\kappa_1^2(r_2^2 - r^2).$$

З отриманих формул видно, що середній тиск і, відповідно, сила тиску на диски колеса тим менше, чим більше частота обертання рідини в пазусі. Зі зменшенням ω_c епюра тиску стає повнішою. Ця обставина широко використовується в різних конструкціях: для зменшення неврівноваженої осьової сили вживають усі можливі заходи для збільшення середньої частоти обертання рідини в задній пазусі і для зменшення її в передній.

Оскільки тиск в пазухах осесиметричний, можна підсумувати осьові сили, що діють на елементарні кільцеві площадки $2\pi r dr$. При цьому сили тиску на покривний і основний диски

$$T_{Ai} = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} p_{Ai} r dr = \pi(r_2^2 - r_1^2) \left[p_{ki} - 0,5\rho\omega^2\kappa_1^2(r_2^2 - r_1^2) \right],$$

$$T_{Bi} = 2\pi \int_{r_3}^{r_2} p_{Bi} r dr = \pi(r_2^2 - r_3^2) \left[p_{ki} - 0,5\rho\omega^2\kappa_2^2(r_2^2 - r_3^2) \right].$$

Сила, що діє на робоче колесо проміжного ступеня з урахуванням сили $A_0 p_{exi}$

$$\Delta T_i = T_{Bi} - T_{Ai} - A_0 p_{exi} = \pi(r_1^2 - r_3^2) p_{ki} - A_0 p_{exi} - \frac{\pi}{4} \rho \omega^2 \left[(r_2^2 - r_3^2)^2 \kappa_2^2 - (r_2^2 - r_1^2)^2 \kappa_1^2 \right].$$

Позначимо проекції площ покривного і основного дисків

$$A_A = \pi(r_2^2 - r_1^2), \quad A_B = \pi(r_2^2 - r_3^2), \quad A_B - A_A = \pi(r_1^2 - r_3^2) = A_0, \quad r_0 \approx r_3.$$

В результаті

$$\Delta T_i = T_{Bi} - T_{Ai} - A_0 p_{exi} = A_0 (p_{ki} - p_{exi}) - \frac{\rho\omega^2}{4\pi} (A_B^2 \kappa_2^2 - A_A^2 \kappa_1^2). \quad (5.2)$$

На останньому ступені в обох камерах витратна течія направлена від периферії до центру, тому $\kappa_2 = \kappa_1$, а осьова сила

$$\Delta T_n = A_0(p_{kn} - p_{exn}) - \frac{\rho\omega^2}{4\pi} \kappa_I^2 (A_B^2 - A_A^2), \quad (5.3)$$

де n – число ступенів насоса.

Сумарна осьова сила, що діє на всі робочі колеса

$$T = \sum_1^{n-1} \Delta T_i + \Delta T_n = A_0 p_n - \frac{\rho\omega^2}{4\pi} \left[(n-1)(A_B^2 \kappa_2^2 - A_A^2 \kappa_1^2) + \kappa_1^2 (A_B^2 - A_A^2) \right], \quad (5.4)$$

де потенційний тиск ступені $p_{pi} = p_{ki} - p_{exi}$. Якщо тиск всіх ступенів можна вважати однаковим: $p_{pi} = p_p \approx const$, то $np_p = p_n$ - тиск нагнітання насоса без урахування тиску у вхідному патрубку. При великому числі ступенів можна також знехтувати особливостями останнього ступеня і прийняти

$$T = A_0 p_n - \frac{\rho\omega^2}{4\pi} n (A_B^2 \kappa_2^2 - A_A^2 \kappa_1^2). \quad (5.5)$$

Осьова сила приймає гранично велике значення, якщо інерційний ефект дуже малий: $\rho\omega^2 \approx 0$,

$$T_{max} \approx A_0 np_p = A_0 p_n. \quad (5.6)$$

З теорії подібності лопатевих насосів випливає, що потенційний тиск робочого колеса ступені $p_p = p_{ki} - p_{exi}$ досить точно виражається квадратичною залежністю від частоти обертання:

$$p_p = B\omega^2, \quad (5.7)$$

де B - коефіцієнт пропорційності, який визначається геометричними параметрами ступеня. Якщо тиск кожного ступеня приблизно однаковий, то тиск нагнітання насоса

$$p_n = np_p. \quad (5.8)$$

З виразів (5.7) і (5.8) витікає:

$$p_n = nB\omega^2, \quad p_{nn} = nB\omega_n^2, \quad nB = \frac{p_{nn}}{\omega_n^2}; \quad p_n = \frac{p_{nn}}{\omega_n^2} \omega^2. \quad (5.9)$$

Нижнім індексом n позначені номінальні значення тисків і частоти обертання.

Якщо тиск p_n , що розвивається насосом, з (5.9) підставити в (5.4), то отримаємо залежність осьової сили від частоти обертання:

$$T = C_\omega \omega^2, C_\omega = A_0 \frac{p_{nn}}{\omega_n^2} - \frac{\rho}{4\pi} K_A, \quad (5.10)$$

$$K_A = (n-1)(A_B^2 \kappa_2^2 - A_A^2 \kappa_1^2) + \kappa_1^2 (A_B^2 - A_A^2). \quad (5.11)$$

Виразивши з (5.9) $\omega^2 = p_n \omega_n^2 / p_{nn}$ і підставивши в (5.4), отримаємо залежність осьової сили від тиску p_n , що розвивається насосом:

$$T = C_p p_n, C_p = C_\omega \frac{\omega_n^2}{p_{nn}} = A_0 - \frac{\rho}{4\pi} \frac{\omega_n^2}{p_{nn}} K_A. \quad (5.12)$$

Формули (5.10)-(5.11) дозволяють аналізувати роботу врівноважувачих пристроїв в перехідних режимах, обумовлених зміною частоти обертання ротора, коли використовується частотне регулювання тиску нагнітання. При дросельному регулюванні $\omega = \omega_n = \text{const}$, а тиск змінюється за рахунок зміни характеристики мережі, на яку працює насос. Тоді силу можна визначати за формулою (5.12).

Розглянута осьова сила є результатом дії тиску на зовнішні поверхні робочого колеса. Сили тиску на внутрішні поверхні майже повністю взаємно врівноважуються. Неврівноважена лише сила реакції на зміну напрямку швидкості v потоку в відцентровому колесі на 90° . На підставі теореми імпульсів зміна кількості руху за час Δt дорівнює геометричній сумі імпульсів зовнішніх сил, прикладених до системи за той же проміжок часу. Проекції на вісь ротора кількості руху на вході в колесо і на виході з нього $K_{1z} = \rho Q_n \Delta t v_{1z}$, $K_{2z} = 0$, ($v_{1z} = v_1$, $v_{2z} = 0$). Зміна кількості руху рідини, що протікає, $K_{2z} - K_{1z} = -\rho Q_n \Delta t v_1 = F_{1z} \Delta t$, звідки сила, що діє на рідину, $F_{1z} = -\rho Q_n v_1$. Сила, що діє на робоче колесо, відрізняється знаком

$$R_z = -F_{1z} = \rho Q_n v_1 = \rho Q_n^2 / A_0; \quad (v_1 = Q_n / A_0), \quad (5.13)$$

де Q_n - об'ємна подача насоса. Напрямок реактивної сили R_z збігається з напрямком вхідної швидкості, а її величина дуже мала в порівнянні з зовнішньою силою (5.4).

5.1.2. Осьові коливання ротора відцентрового насоса

Ротор відцентрового насоса з системою авторозвантаження має свободу осьових переміщень в межах торцевого зазору гідроп'яти. У найпростішому випадку

ротор, як абсолютно тверде тіло, здійснює одномірні осьові коливання, характеристики яких визначаються параметрами системи врівноваження. Оскільки така система з додатковим циліндровим дроселем і з урахуванням нестационарності потоку в дроселюючих каналах є динамічною системою п'ятого порядку, осьові коливання ротора з гідроп'ятою описуються диференціальними рівняннями сьомого порядку.

Автоматичні врівноважуючі пристрої будуються за загальним принципом: між врівноважуючою силою і осьовим положенням ротора створюється від'ємний зворотний зв'язок, що забезпечує малі відхилення осьового положення ротора від деякого наперед заданого положення. В процесі роботи насоса на ротор діють близькі до гармонійних збурення у вигляді пульсацій тиску нагнітання і осьової сили. Частота пульсацій дорівнює або кратна частоті обертання. Під дією цих збурень ротор здійснює вимушені коливання, амплітуда яких залежить від віддаленості частоти обертання від власних частот системи «ротор - врівноважуючий пристрій». У зв'язку з цим для відлаштування від можливих резонансних осьових коливань потрібно знати власні частоти системи. А для оцінки амплітуд вимушених коливань на робочих режимах потрібно будувати амплітудні частотні характеристики.

Неминучі осьові коливання ротора призводять до того, що рух рідини в дроселюючих каналах систем авторозвантаження є нестационарним, пульсуючим. Рідина за інерцією пручається зміні швидкості, в результаті виникає додатковий реактивний або інерційний опір, який слід враховувати.

Далі розглянемо статичний і динамічний розрахунки врівноважуючих пристроїв і осьових коливань ротора на прикладі найпростішої моделі одномасового ротора з гідроп'ятою.

5.1.3. Статичний розрахунок систем автоматичного врівноваження

5.1.3.1. Постановка задачі

Метою статичного розрахунку є вибір основних геометричних параметрів такими, щоб в заданому діапазоні зміни врівноважуваної сили T торцові зазори z і витоки Q не виходили за допустимі межі. Модель системи автоматичного

врівноважування повинна враховувати всі фактори, що роблять істотний вплив на роботу системи, і в той же час не повинна захаращуватись зайвими подробицями, що утрудняють аналіз і дають лише незначні кількісні поправки в результати розрахунку. При оцінці значущості тих чи інших факторів потрібно мати на увазі, що похибка обчислення врівноважуваної осьової сили навіть в номінальному режимі може досягти 50%, не кажучи вже про зміну цієї сили в процесі експлуатації насоса.

Для ілюстрації теорії та методу розрахунку наведемо розрахунок гідроп'яти з додатковим циліндровим дроселем і віджимним пристроєм, приймаючи її в якості базової.

Модель базової конструкції наведена на рис. 5.7: 1 – вал, 2 – подушка гідроп'яти, 3 – гідроп'ята (врівноважуючий диск); I - циліндричний дросель з постійним радіальним зазором H_1 , II - торцевий дросель зі змінним зазором z , III - камера гідроп'яти, IV - тильна камера, V - додатковий циліндричний дросель з радіальним зазором H_3 . Основні розрахункові формули для більш простих модифікацій будуть отримані як окремі випадки розрахунку базової конструкції.

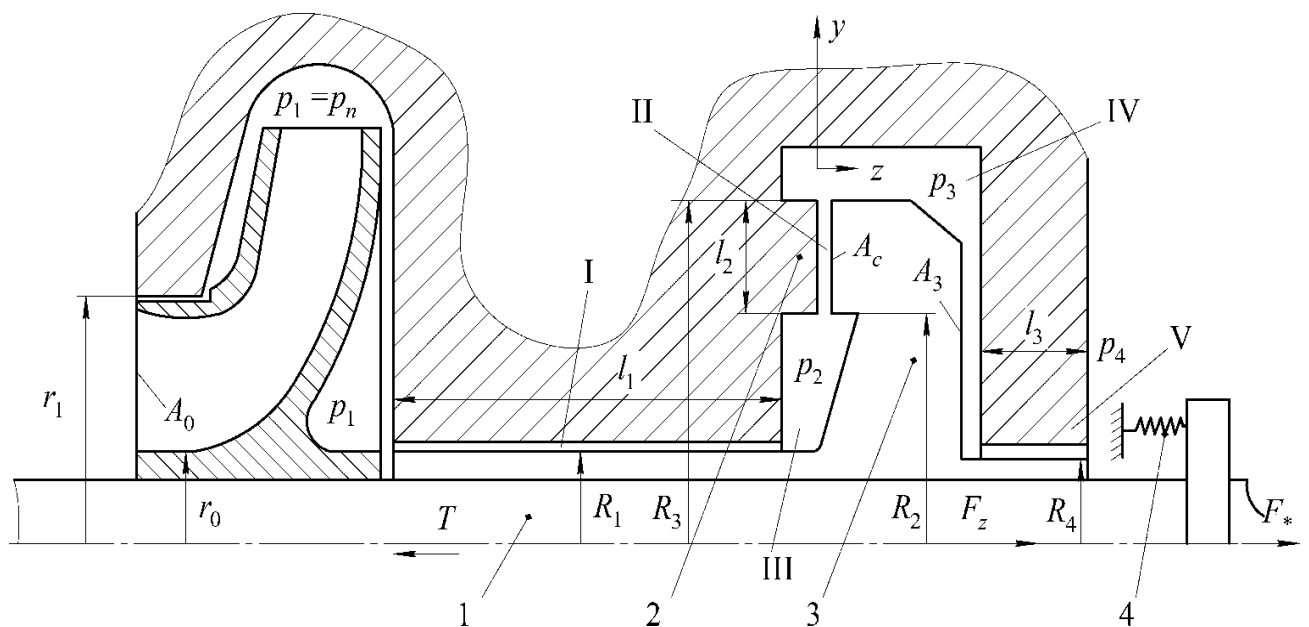


Рис. 5.7. Структурна схема моделі врівноважуючого пристрою.

Систему врівноваження будемо розглядати як гідромеханічну систему автоматичного регулювання, для якої регульованою величиною є величина торцевого зазору. Регулюючий вплив – результуюча осьова сила тиску, що діє на

розвантажувальний диск. Зовнішніми впливами є врівноважувана осьова сила T , що діє на ротор, дросельований перепад тиску $\Delta p = p_1 - p_4$ і в деяких випадках частота обертання ротора ω . Зусилля $k\Delta$ попереднього стиснення пружин віджимного пристрою розглядається як задаючий вплив.

Залежність сталого значення торцевого зазору z від врівноважуваної сили T при фіксованих Δp і $k\Delta$ представляє статичну характеристику, яка знаходиться з умови осової рівноваги ротора: $T = F_z + F^*$, $F^* = k(\Delta - z)$ – зусилля віджимного пристрою; k – приведена жорсткість пружин віджимного пристрою; Δ – їх попередня деформація.

Для обчислення сили необхідно знати розподіл тиску на торцевій поверхні диска. Для спрощення будемо приймати тиски в камерах III і IV постійними по радіусу, а в торцевому зазорі II – змінюваним лінійно від p_2 на радіусі R_2 до p_3 на радіусі R_3 .

5.1.3.2. Тиск в камерах і обчислення врівноважуючої сили

З урахуванням прийнятих припущень врівноважуюча сила дорівнює

$$F_z = p_2 A_2 + 0,5(p_2 + p_3)A_c - p_3 A_3 = A_e p_2 - (A_3 - 0,5A_c)p_3, \quad (5.14)$$

$$A_2 = \pi(R_2^2 - R_1^2), \quad A_c = \pi(R_3^2 - R_2^2), \quad A_3 = \pi(R_3^2 - R_4^2), \quad A_e = A_2 + 0,5A_c.$$

Тиски p_2 і p_3 залежать від провідності g_2 торцевого дроселя 3 і в сталому стані визначаються з рівняння балансу витоків $Q_1 = Q_2 = Q_3$. Тиски p_1, p_4 – задані зовнішні впливи. Виразимо витоки через провідності і перепади тиску для турбулентної течії в рівноважному стані

$$Q_1 = g_1 \sqrt{p_1 - p_2} = Q_2 = g_2(z) \sqrt{p_2 - p_3} = Q_3 = g_3 \sqrt{p_3 - p_4}, \quad (5.15)$$

$p_1 = p_n$ – тиск нагнітання насоса. На підставі рівності (5.15) можна записати співвідношення:

$$\frac{g_1^2}{g_2^2} = \frac{\Delta p_2}{\Delta p_1}, \quad \frac{g_2^2}{g_3^2} = \frac{\Delta p_3}{\Delta p_2}, \quad \frac{g_3^2}{g_1^2} = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_3}; \quad (5.16)$$

$$\Delta p_1 = p_1 - p_2, \quad \Delta p_2 = p_2 - p_3, \quad \Delta p_3 = p_3 - p_4, \quad \Delta p = p_1 - p_4.$$

З рівнянь балансу витоків отримаємо

$$p_2 = p_1 \frac{g_1^2 (g_2^2 + g_3^2)}{g_1^2 g_2^2 + g_2^2 g_3^2 + g_3^2 g_1^2} + p_4 \frac{g_2^2 g_3^2}{g_1^2 g_2^2 + g_2^2 g_3^2 + g_3^2 g_1^2}, \quad (5.17)$$

$$p_3 = p_1 \frac{g_1^2 g_2^2}{g_1^2 g_2^2 + g_2^2 g_3^2 + g_3^2 g_1^2} + p_4 \frac{g_3^2 (g_1^2 + g_2^2)}{g_1^2 g_2^2 + g_2^2 g_3^2 + g_3^2 g_1^2},$$

де провідності кільцевих каналів з коаксіальним розташуванням вала у втулках з урахуванням місцевих опорів визначаються наступними формулами [48, 126]:

$$\begin{aligned} g_1 &= 2\pi R_1 H_1 [0,5\rho(\zeta_1 + \lambda_1/2H_1)]^{-0,5}, \\ g_3 &= 2\pi R_4 H_3 [0,5\rho(\zeta_1 + \lambda_3/2H_3)]^{-0,5}, \\ g_2 &= \pi(R_2 + R_3)z [0,5\rho(\zeta_2 + \lambda_2 l_2/2z)]^{-0,5}; \end{aligned} \quad (5.18)$$

де g_2 - провідність торцевого дроселя з зазором z ;

$\lambda \approx 0,04$, $\lambda_2 \approx 0,06$ - коефіцієнти опору тертя для автотурбулентної області турбулентної течії для кільцевих і торцевих зазорів відповідно;

$\zeta_1 \approx \zeta_2 = 1,0 \dots 1,15$ - коефіцієнти місцевих (вхідних) опорів; $l_2 = R_3 - R_2$.

Провідності циліндричних дроселів при постійному ексцентриситеті постійні (не залежить від осьового положення ротора): $g_1 = \text{const}$, $g_3 = \text{const}$, а провідність торцевого дроселя, якщо знехтувати місцевими втратами, можна представити у вигляді $g_2 = g_{2n} (z/H_2)^{1,5}$.

Введемо безрозмірну осьову координату $u_z = z/H_2$, де в якості базового зазору (H_2) прийматимемо оптимальну з конструктивних і технологічних міркувань величину торцевого зазору. Провідності торцевого дроселя як функції безрозмірного зазору мають вигляд:

$$g_2 = g_{2n} u_z^{1,5}, \quad g_{2n} = g_2(u_z = 1), \quad g_{20} = g_2(u_z = u_{z0}). \quad (5.19)$$

Нижнім індексом «0» будемо відзначати значення змінних величин, що встановилися.

Під час роботи насоса ротор здійснює неминучі радіальні коливання $r = e_0 + r_a e^{i\omega t}$, тобто ексцентриситети r вала у втулках коливаються. Тим часом провідності циліндричних дроселів залежать від ексцентриситету, тому тиски p_2, p_3 в камерах і, як наслідок, врівноважуюча сила (5.14) коливаються з частотою радіальних коливань ротора, збуджуючи відповідні осьові коливання. Таким чином, радіальні і осьові коливання взаємопов'язані. В статичному розрахунку радіальні коливання не враховуються ($r = 0$), провідності циліндричних дроселів вважаються постійними величинами. Надалі врахуємо, що тиск нагнітання $p_1 = p_n$ і протитиск p_4 в процесі роботи насоса можуть відхилятися від номінальних значень p_{1n}, p_{4n} .

Якщо ввести безрозмірні тиску $\psi_i = p_i / p_n$, де $p_n = p_{nn} = p_{1n}$, то з урахуванням (5.19) проміжні тиски в сталому стані можна представити у вигляді

$$\psi_2 = \frac{(1 + \alpha_{23} u_z^3) \psi_1 + \alpha_{21} u_z^3 \psi_4}{1 + \alpha_{2c} u_z^3}, \quad \psi_3 = \frac{\alpha_{23} u_z^3 \psi_1 + (1 + \alpha_{21} u_z^3) \psi_4}{1 + \alpha_{2c} u_z^3}, \quad (5.20)$$

$$\text{де } \alpha_{21} = \frac{g_{2n}^2}{g_1^2}, \quad \alpha_{23} = \frac{g_{2n}^2}{g_3^2}, \quad \alpha_{2c} = \frac{g_{2n}^2}{g_c^2}, \quad (5.21)$$

g_c - еквівалентна провідність двох послідовних циліндричних дроселів, яка визначається з рівності

$$\frac{1}{g_c^2} = \frac{1}{g_1^2} + \frac{1}{g_3^2}: \quad g_c^2 = \frac{g_1^2 g_3^2}{g_1^2 + g_3^2} = \frac{g_1^2}{1 + \alpha_{13}}, \quad \alpha_{2c} = \alpha_{21} + \alpha_{23}. \quad (5.22)$$

Подібним чином введемо еквівалентну провідність g_e всього гідравлічного тракту, тобто трьох послідовно з'єднаних дроселів $g_1, g_{2n} u^{1.5}, g_3$

$$\frac{1}{g_e^2} = \frac{1}{g_c^2} + \frac{1}{g_{2n}^2 u_z^3}: \quad g_e^2 = \frac{g_c^2 g_{2n}^2 u_z^3}{g_c^2 + g_{2n}^2 u_z^3}, \quad g_{en}^2 = g_e^2 (u_z = 1). \quad (5.23)$$

Користуючись виразами (5.20), можна знайти врівноважуючу силу тиску (5.14) в безрозмірному вигляді як функцію торцевого зазору:

$$\varphi = \frac{F_z}{A_0 p_n} = \sigma_2 \psi_2 - \sigma_3 \psi_3 = \frac{(\sigma_2 + \Delta\sigma \alpha_{23} u_z^3) \psi_1 - (\sigma_3 - \Delta\sigma \alpha_{21} u_z^3) \psi_4}{1 + \alpha_{2c} u_z^3}, \quad (5.24)$$

$$\sigma_2 = A_e / A_0; \quad \sigma_3 = (A_3 - 0,5A_c) / A_0, \quad \Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_3.$$

якщо $u \rightarrow \infty$, $\varphi \rightarrow 0$. Тому зазвичай

$$R_1 = R_4, \quad A_3 = A_2 + A_c, \quad F_z = A_e(p_2 - p_3), \quad A_e = A_2 + 0,5A_c;$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma = A_e / A_0, \quad \Delta\sigma = 0, \quad \varphi = \sigma \Delta\psi_2, \quad \Delta\psi_2 = \psi_2 - \psi_3.$$

На рис. 5.8 показані залежності регулюючого впливу від регульованого зазору для двох значень відносної провідності α_{21} ($\sigma_2 = \sigma_3 = 3$, $\psi_1 = 1$, $\psi_4 = 0$). Зі збільшенням торцевого зазору сила, яка розкриває стик, зменшується: між регульованою величиною (торцевий зазор) і регулюючим впливом (сила тиску на врівноважуючий диск) існує від'ємний зворотний зв'язок. Завдяки цьому забезпечується саморегулювання торцевого зазору.

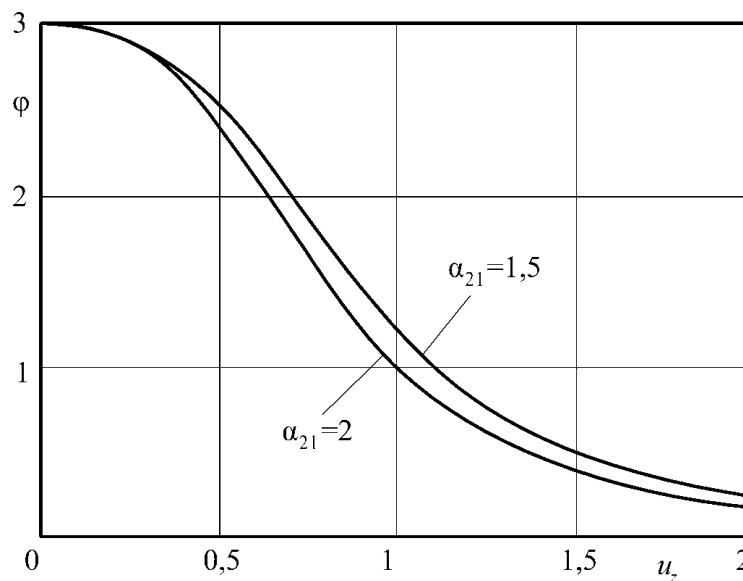


Рис. 5.8. Графіки залежності регулюючого впливу від регульованого торцевого зазору u_z

5.1.3.3. Гідростатична жорсткість системи

Безрозмірний коефіцієнт гідростатичної жорсткості системи автоматичного регулювання торцевого зазору

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u_z} = \kappa_s = -\frac{3u_z^2}{(1 + \alpha_{2c}u_z^3)^2} \{ [\alpha_{2c}\sigma_2 - \alpha_{23}(\sigma_2 - \sigma_3)]\psi_1 - [\alpha_{2c}\sigma_3 + \alpha_{21}(\sigma_2 - \sigma_3)]\psi_4 \}.$$

Якщо на підставі (5.22) замінити $\alpha_{2c} = \alpha_{21} + \alpha_{23}$ і скористатися співвідношеннями (5.16)

$$\Delta\psi = \Delta\psi_1 + \Delta\psi_2 + \Delta\psi_3 = \Delta\psi_2 [1 + (\alpha_{21} + \alpha_{23})u_z^3],$$

то коефіцієнт жорсткості можна привести до виду

$$\kappa_s = \frac{\partial \varphi}{\partial u_z} = -3\Delta\psi u_z^2 \cdot \frac{(\sigma_2\alpha_{21} + \sigma_3\alpha_{23})}{(1 + \alpha_{2c}u_z^3)^2} = -\frac{3}{u} \Delta\psi_2 \frac{(\sigma_2\alpha_{31} + \sigma_3)}{1 + \alpha_{31} + \alpha_{32}/u_z^3}, \quad (5.25)$$

$$\alpha_{31} = g_3^2/g_1^2, \quad \alpha_{32} = g_3^2/g_{2n}^2,$$

причому на всіх режимах $\kappa_s < 0$, Що свідчить про статичну стійкість гідроп'яти. Максимальне по модулю значення коефіцієнта жорсткості знаходиться з умови

$$\frac{\partial \kappa_s}{\partial u_{z*}} = 0, \text{ з якого витікає}$$

$$u_{z*} = (\alpha_{c2}/2)^{\frac{1}{3}}. \quad (5.26)$$

Цей зазор має номінальне значення $u_{z*} = 1$, якщо

$$\alpha_{c2} = g_c^2/g_{2n}^2 = 2, \quad g_c^2 = 2g_{2n}^2.$$

Останнє співвідношення є деяким орієнтиром для вибору геометричних параметрів, що визначають провідності дроселів.

5.1.3.4. Статична і витратна характеристики

З рівняння осьової рівноваги ротора $T = F_z + k(\Delta - z)$, беручи до уваги що в нормальному робочому стані $z \ll \Delta$, знаходимо безрозмірну статичну характеристику гідроп'яти:

$$u_z = \left[\alpha_{c2} \frac{\sigma_2 \psi_1 - \sigma_3 \psi_4 - (\tau - \chi)}{\tau - \chi - \Delta\sigma(\alpha_{c3} \psi_1 + \alpha_{c1} \psi_4)} \right]^{1/3}, \quad (5.27)$$

де $\tau = T / p_n A_0$; $\chi = k\Delta / p_n A_0$.

Коли осьова сила зменшується до граничного значення

$$\tau_* = \chi + \Delta\sigma(\alpha_{c3} \psi_1 + \alpha_{c1} \psi_4), \quad (5.28)$$

знаменник (5.27) стає рівним нулю, тобто п'ята розкривається: $u_{z0} \rightarrow \infty$. Якщо п'ята зачиняється, тобто зазор між урівноважуючим диском і подушкою стає рівним нулю, врівноважуюча сила досягає максимального значення $\varphi_{max} = \sigma_2 \psi_1 - \sigma_3 \psi_4$. Це відбувається під дією максимальної зовнішньої сили (5.6). У безрозмірному вигляді максимальна сила $\tau_{max} = T_{max} / A_0 p_n = \psi_1$. Для цього крайнього випадку умова рівноваги при відсутності сили контактного тиску набуває вигляду

$$\sigma_2 \psi_1 - \sigma_3 \psi_4 = \psi_1 + \chi.$$

Ця рівність накладає обмеження на ефективну площу диска $A_e = A_2 + 0,5A_c$: щоб зменшити небезпеку задирів, потрібно приймати

$$\sigma_{2*} \geq 1 + \sigma_3 \psi_4 / \psi_1 + \chi / \psi_1. \quad (5.29)$$

якщо $R_1 = R_4$, то $A_3 = A_2 + A_c$; $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma = A_e / A_0$; $\Delta\sigma = 0$. При цьому

$$\varphi = \frac{\sigma \Delta\psi}{1 + \alpha_{2c} u_z^3}; \quad \sigma_{2*} = \sigma_* = \frac{1 + \chi / \psi_1}{1 - \psi_4 / \psi_1}; \quad \Delta\psi = \psi_1 - \psi_4; \quad (5.30)$$

$$u_z = \left[\alpha_{c2} \frac{\sigma \Delta\psi - (\tau - \chi)}{(\tau - \chi)} \right]^{1/3}.$$

В реальних конструкціях $\chi \ll \tau$, а радіуси R_1 і R_4 мало відрізняються один від одного ($\sigma_2 \approx \sigma_3$, $\Delta\sigma \approx 0$). Тому другий доданок в знаменнику формули (5.27) завжди менше першого і додатні значення торцевого зазору, тобто відсутність контакту між диском і подушкою, можливі за умови $\sigma \Delta\psi > \tau - \chi$. Остання нерівність є ще одним обмеженням на розмір ефективної площі розвантажувального диска. Умова, при

якому торцовий зазор зберігає додатні значення і гарантується відсутність металевого контакту ущільнюючих торцових поверхонь, набирає вигляду

$$\sigma > \frac{\tau_{\max} - \chi_{\min}}{\Delta\Psi_{\min}} = \sigma_{**}. \quad (5.31)$$

Номінальний торцовий зазор $z = H_2$, $u_z = 1$ на номінальних режимах забезпечується, якщо чисельник і знаменник у формулі (5.27) рівні між собою. для випадку $\Delta\sigma = 0$ маємо

$$\sigma\Delta\Psi_n - (\tau_n - \chi_n) = \alpha_{2c}(\tau_n - \chi_n), \text{ звідки } \alpha_{2c*} = \frac{\sigma\Delta\Psi_n}{\tau_n - \chi_n} - 1; \quad (5.32)$$

$\Delta\Psi_n = \Psi_{1n} - \Psi_{4n}$ - номінальний безрозмірний перепад тиску.

Рівність (5.32), разом з раніше отриманим співвідношенням $\alpha_{c2} = g_c^2 / g_{2n}^2 = 2$, можна використовувати для попереднього вибору радіальних зазорів і довжин циліндричних дроселів, провідності яких g_1, g_3 , що складають наведену провідність g_c , визначаються цими параметрами.

Витоки через систему автоматичного врівноваження можна обчислити по одній з формул (5.15) або використовуючи вираз (5.23) для еквівалентної провідності: $Q = g_e \sqrt{p_1 - p_4}$. Обчислимо безрозмірний витік $\bar{Q} = Q/Q_*$, де умовний витік $Q_* = g_{en} \sqrt{p_n}$, а g_e^2 обчислюється за формулою (5.23):

$$\bar{Q}^2 = \frac{g_e^2}{g_{en}^2} \Delta\Psi = \alpha_{2e} \Delta\Psi \frac{u_z^3}{1 + \alpha_{2c} u_z^3}.$$

Після підстановки зазору (5.27) приведемо вираз витоків до виду

$$\bar{Q} = \frac{Q}{Q_*} = \left[\alpha_{ce} \frac{\sigma_2 \Psi_1 - \sigma_3 \Psi_4 - (\tau - \chi)}{\sigma_2 \alpha_{e1} + \sigma_3 \alpha_{e3}} \right]^{0.5}, \quad (5.33)$$

$$\bar{Q}_n = \frac{Q_n}{Q_*} = \left[\alpha_{ce} \frac{\sigma_2 \Psi_{1n} - \sigma_3 \Psi_{4n} - (\tau_n - \chi_n)}{\sigma_2 \alpha_{e1} + \sigma_3 \alpha_{e3}} \right]^{0.5}, \quad Q_* = g_{en} \sqrt{p_n},$$

де g_{en} - еквівалентна провідність гідравлічного тракту (трьох послідовно з'єднаних дроселів) при базовому значенні торцового зазору ($u_z = 1$);

\bar{Q}_n – безрозмірний витік, що відповідає номінальним значенням зовнішніх впливів.

Коли $R_1 = R_4$, $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$, формули (5.33) спрощуються:

$$\bar{Q} = \left[\alpha_{ce} \left(\Delta\psi - \frac{\tau - \chi}{\sigma} \right) \right]^{0,5}. \quad (5.34)$$

Формули (5.27) і (5.33) легко перетворюються для окремих випадків гідропр'ят без додаткового дроселя ($g_1 \rightarrow \infty, \alpha_{21} = 0, g_{en} = g_{2n}g_3 / \sqrt{g_{2n}^2 + g_3^2}$).

5.1.3.5. Залежність статичних характеристик від частоти обертання ротора

Окремий інтерес представляє аналіз залежності статичних характеристик від частоти обертання ротора насоса. На підставі (5.7) $p_p = B'\omega^2$ можна записати

$$p_1 = np_p = nB'\omega^2 = B\omega^2, \quad p_{1n} = B\omega_n^2, \quad \psi_1 = \frac{p_1}{p_n} = \frac{\omega^2}{\omega_n^2}; \quad (5.35)$$

$$\tau = c_\omega \omega^2, \quad c_\omega = \tau_n / \omega_n^2 = C_\omega / A_0 p_n, \quad \tau = \tau_n \omega^2 / \omega_n^2,$$

де C_ω визначається формулою (5.10). В даному випадку формули для статичної характеристики (5.27) і витоків (5.33) приводяться до виду

$$u_z^3 = \alpha_{c2} \frac{\frac{\omega^2}{\omega_n^2} (\sigma_2 - \tau_n) - \sigma_3 \psi_4 + \chi}{\frac{\omega^2}{\omega_n^2} (\tau_n - \alpha_{c3} \Delta\sigma) - \chi - \alpha_{c1} \Delta\sigma \psi_4}; \quad (5.36)$$

$$\bar{Q} = \left[\alpha_{ce} \frac{\frac{\omega^2}{\omega_n^2} (\sigma_2 - \tau_n) - \sigma_3 \psi_4 + \chi}{\sigma_2 \alpha_{e1} + \sigma_3 \alpha_{e3}} \right]^{0,5}. \quad (5.37)$$

При відсутності протитиску ($\psi_4 = 0$) і віджимного пристрою ($\chi = 0$) торцевий зазор гідроп'яти не залежить від частоти обертання ротора і зберігає постійне значення:

$$u_{z\infty} = \left[\alpha_{c2} \frac{\sigma_2 - \tau_n}{\tau_n - \alpha_{c3} \Delta \sigma} \right]^{1/3}, \quad (5.38)$$

яке одночасно є граничним при $\omega \rightarrow \infty$. Витік (5.37) через п'яту монотонно зростає з ростом ω .

При малих частотах обертання торцевий зазор може зменшитись настільки, що створює небезпеку задирів. Саме тому в процесі експлуатації насосів задири в п'яті, як правило, виникають при малих частотах в процесі розгону або вибігу ротора.

З формули (5.37) випливає, що нижня межа частоти обертання ротора, при якій витоки, а отже, і зазор відмінні від нуля, визначається нерівністю

$$\omega_{\min} > \omega_n \left(\frac{\sigma_3 \psi_4 - \chi}{\sigma_2 - \tau_n} \right)^{0,5}. \quad (5.39)$$

Якщо насос працює на змінних частотах обертання ротора, мінімальна робоча частота не повинна бути меншою (5.39).

Для збереження торцевого зазору аж до повної зупинки ротора необхідно встановлювати віджимні пристрої з зусиллям попереднього стиснення

$$\chi > \sigma_3 \psi_4 \text{ або } k\Delta > A_3 p_4, \quad (5.40)$$

маючи на увазі, що для реальних конструкцій знаменник (5.39) завжди має додатне значення. При порівняно великих протитисках необхідне зусилля попереднього стиснення пружин найпростішого віджимного пристрою може виявитися важко досяжним для практичної реалізації. У цьому випадку на малих частотах контакт поверхонь тертя диска і подушки є неминучим. Щоб уникнути задирів, необхідно особливу увагу приділяти вибору матеріалів, використовувати зносостійкі, антифрикційні, антизадирні покриття [44].

5.1.4. Динаміка системи

При експлуатації відцентрових насосів з автоматичним урівноваженням іноді спостерігаються підвищені осьові вібрації ротора, які можна пояснити або резонансами в системі «ротор - авторозвантаження», або самозбуджуючимися коливаннями через втрату системою динамічної стійкості. Осьові вібрації ротора призводять до виникнення значних пульсацій напруги в розвантажувальному диску і в поперечному перерізі вала, а також можуть стати причиною підвищених поперечних коливань ротора. У зв'язку з цим обчислення амплітудних і фазових частотних характеристик системи врівноваження і перевірка її динамічної стійкості мають важливе значення для забезпечення надійності швидкохідних високонапірних насосів.

При обчисленні динамічних характеристик будемо розглядати ротор з урівноважуючим пристроєм як систему з зосередженими параметрами, що здійснює осьові коливання щодо положення статичної рівноваги, для якого відповідні усталені значення тисків, торцевого зазору і виток визначаються формулами (5.20), (5.27), (5.33) статичного розрахунку .

5.1.4.1. Рівняння осьових коливань ротора

На підставі другого закону Ньютона рівняння осьових коливань можна записати:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = F_z - T + k\Delta,$$

де k - приведена жорсткість пружних елементів віджимного пристрою. У більшості конструкцій багатоступневих відцентрових насосів віджимні пристрої відсутні. Тому якщо записати вихідне рівняння в загальноприйнятій нормалізованій формі

$$\frac{m}{k}\ddot{z} + \frac{c}{k}\dot{z} + z = \frac{1}{k}(F_z - T) + \Delta,$$

то перехід до окремого випадку $k = 0$ вимагає розкриття невизначеності. Щоб уникнути цієї операції, розділимо всі члени вихідного рівняння на умовну гідростатичну жорсткість $k_* = A_0 p_n / H_2$:

$$T_1^2 \ddot{u}_z + T_c \dot{u}_z + \chi_n u_z = \varphi - \tau + \chi, \quad (5.41)$$

$$T_1^2 = \frac{mH_2}{p_n A_0}, T_c = \frac{cH_2}{p_n A_0}, \chi_n = \frac{k}{k_8} = \frac{kH_2}{p_n A_0}, \chi = \frac{k\Delta}{p_n A_0},$$

де m – маса ротора;

c – коефіцієнт демпфування осьових коливань ротора;

φ - безрозмірна врівноважуюча сила (5.24);

τ - безрозмірна зовнішня осьова сила;

χ - безрозмірне зусилля попереднього стиснення пружин віджимного пристрою. Постійна часу T_1 представляє період осьових коливань ротора з умовною осьовою жорсткістю k^* .

Вводячи оператор диференціювання по часу $p = \frac{d}{dt}$, запишемо рівняння

осьових коливань в операторній формі:

$$D_1(p)u_z = \varphi - \tau + \chi, \quad (5.42)$$

де власний оператор і передавальна функція ротора:

$$D_1(p) = T_1^2 p^2 + T_c p + \chi_n, \quad (5.43)$$

$$W_1(p) = \frac{u_z}{\varphi - \tau + \chi} = \frac{1}{D_1(p)}.$$

5.1.4.2. Рівняння нестационарної течії в дроселях

При осьових коливаннях ротора течія в дроселюючих каналах стає нестационарною і задача обчислення тисків p_2 і p_3 ускладнюється, оскільки доводиться враховувати втрати тиску на подолання інерції рідини (реактивний опір каналу). Відношення реактивного опору до активного (гідравлічного) опору каналу при гармонійних коливаннях потоку з частотою ω має порядок безрозмірної частоти $\bar{\omega} = \omega H^2 \rho / 10\mu$. Беручи в якості типових значень радіального зазору $H = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м, частоту $\omega = 300$ с⁻¹, динамічну в'язкість води $\mu = 10^{-3}$ м²/с і щільність $\rho = 10^3$ кг/м³,

отримаємо $\bar{\omega} = 1,2$, тобто навіть при порівняно низькій частоті осьових коливань реактивний опір більше активного. Оцінимо вплив сил інерції рідини на динамічні характеристики врівноважуючого пристрою.

Рівняння нестационарної турбулентного течії в i -му дроселі запишемо у вигляді [44]

$$\Delta p_i = R_{ai} Q_i^2 + J_i \dot{Q}_i = \Delta p_{ia} + \Delta p_{ir},$$

де $\Delta p_i = p_i - p_{i+1}$ - повний перепад тиску на i -му дроселі;

$\Delta p_{ia} = R_{ai} Q_i^2$, $\Delta p_{ir} = J_i \dot{Q}_i$ - витрати тиску на подолання активного і реактивного опорів;

Q_i - миттєвий витік;

R_{ai} і J_i - коефіцієнти активного опору тертя і реактивного (інерційного) опору рідини ($i = 1, 2, 3$).

Надалі активний опір в кожен момент часу будемо визначати за формулами для сталого плину, нехтуючи його слабкою залежністю від частоти пульсацій тиску [119]. Для турбулентної течії коефіцієнти активного опору $R_{ai} = 1/g_i^2$, де провідності кільцевих і торцевих дроселів обчислюються за формулами (5.18).

Реактивні опори знаходяться із закону зміни кількості руху:

$$\frac{dK_i}{dt} = F_i, \quad K_i = \rho l_i f_i v_i = \rho l_i Q_i, \quad F_i = f_i \Delta p_{ir},$$

$$f_i \cdot \Delta p_{ir} = \eta \rho l_i \dot{Q}_i, \quad \Delta p_{ir} = \frac{\eta \rho l_i}{f_i} \dot{Q}_i = J_i \dot{Q}_i.$$

Порівнюючи ліву і праву частини, отримаємо

$$J_i = \eta \rho l_i / f_i, \quad (5.44)$$

де η - коефіцієнт кількості руху, що враховує нерівномірність розподілу швидкості по перетину каналу;

f_i, l_i - площа поперечного перерізу і довжина i -го каналу.

Коефіцієнт кількості руху потоку в каналі

$$\eta = \frac{1}{Q v_m(f)} \int v^2 df,$$

де $Q = f v_m$; v_m – середня по перерізу f швидкість. Для ламінарної течії в кільцевому каналі $\eta = 1,2$, а для турбулентної $\eta \approx 1$.

З урахуванням виразів для витоків $Q_i = g_i \sqrt{\Delta p_{ia}}$ втрати тиску на подолання інерції рідини приймають вид

$$\Delta p_{ir} = J_i \frac{d}{dt} (g_i \sqrt{\Delta p_{ia}}).$$

Для характеристики цих втрат введемо проміжний тиск p_{i*} :

$$\Delta p_{ir} = p_i - p_{i*}, \quad \Delta p_{ia} = p_{i*} - p_{i+1},$$

$$p_{i*} = p_i - \Delta p_{ir} = p_i - J_i \frac{d}{dt} (g_i \sqrt{p_{i*} - p_{i+1}}), \quad (i = 1, 2, 3).$$

Якщо не враховувати інерцію, то $\Delta p_{ir} = 0$, $p_{i*} = p_i$. Останні вирази є нелінійні диференціальні рівняння першого порядку щодо тисків p_{i*} .

Надалі обмежимося розглядом малих відхилень змінних величин від їх ustalених значень, що дозволяє переходити до лінеаризованих рівнянь (рівнянь у варіаціях):

$$\delta p_{i*} = \delta p_i - J_i \frac{d}{dt} \left[\delta g_i \sqrt{(p_{i*} - p_{i+1})_0} + g_{i0} \frac{\delta p_{i*} - \delta p_{i+1}}{2 \sqrt{(p_{i*} - p_{i+1})_0}} \right].$$

Індексом «0» відмічені значення змінних величин в ustalеному (рівноважному) стані, обумовленому статичним розрахунком. У сталому стані $\dot{Q} = 0$, $\Delta p_{ir} = 0$ і $p_{i*0} = p_{i0}$, тому

$$\delta p_{i*} = \delta p_i - J_i \frac{Q_0}{g_{i0}} \delta \dot{g}_i - 0,5 J_i \frac{Q_0}{\Delta p_{i0}} (\delta \dot{p}_{i*} - \delta \dot{p}_{i+1}), \quad (5.45)$$

$$\Delta p_{i0} = p_{i0} - p_{(i+1)0}, \quad Q_0 = g_{i0} \sqrt{\Delta p_{i0}} = g_{e0} \sqrt{\Delta p_0}. \quad (5.46)$$

Провідності циліндричних дроселів при постійному ексцентриситеті (не беруться до уваги радіальні коливання ротора) не залежить від осьових зсувів ротора і зберігають постійні значення, тому $\dot{g}_1 = \dot{g}_3 = 0$. Провідність торцевого дроселя

визначається виразом (5.19), і варіація її похідної за часом, з огляду на те, що в сталому стані $\dot{u}_{z0} = 0$, приводиться до вигляду

$$\dot{g}_2 = 1,5 g_{2n} u_z^{0,5} \dot{u}_z, \quad \delta \dot{g}_2 = 1,5 g_{2n} u_{z0}^{0,5} \delta \dot{u}_z = 1,5 \frac{g_{20}}{u_{z0}} \delta \dot{u}_z.$$

Надалі знаки варіацій для скорочення запису будемо опускаєти, пам'ятаючи при цьому, що змінні величини являють собою малі відхилення (варіації) від їх сталих рівноважних значень. Переходячи до безрозмірних тисків $\psi_i = \delta p_i / p_n$ і зазорів $u_z = \delta z / H_2$, рівняння (5.45) приведемо до виду

$$\begin{aligned} T_{11} \dot{\psi}_{1*} + \psi_{1*} &= \psi_1 + T_{11} \dot{\psi}_2, \\ T_{12} \dot{\psi}_{2*} + \psi_{2*} &= \psi_2 + T_{12} \dot{\psi}_3 - \beta_2 T_{12} \dot{u}_z, \\ T_{13} \dot{\psi}_{3*} + \psi_{3*} &= \psi_3 + T_{13} \dot{\psi}_4, \end{aligned} \quad (5.47)$$

де

$$\left\{ \begin{aligned} T_{li} &= \frac{J_i Q_0}{2 \Delta p_{i0}}, \quad \frac{\Delta p_{i0}}{p_n} = \Delta \psi_{i0}, \quad \frac{\Delta p_0}{p_n} = \Delta \psi_0, \\ \beta_i &= \frac{3 \Delta p_{i0}}{p_n u_{z0}} = \frac{3}{u_{z0}} \Delta \psi_{i0}, \quad \beta_{ik} = \frac{\beta_1}{\beta_k} = \frac{\Delta p_{i0}}{\Delta p_{k0}}. \end{aligned} \right. \quad (5.48)$$

На відміну від коефіцієнтів (5.21) $\alpha_{ik} = g_{in}^2 / g_{kn}^2$ (відношення квадратів провідностей для базового значення торцевого зазору $z = z_n = H_2$) коефіцієнти β_{ik} представляють відношення перепадів тиску, дросельованих на відповідних зазорах в положенні статичної рівноваги ротора. Між цими коефіцієнтами існує зв'язок, заснований на рівняннях балансу витоків в статистиці (5.15). Для дроселів з постійними провідностями g_1, g_3 і зі змінною провідністю $g_2 = g_{2n} u_z^{1,5}$ отримаємо відповідно

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p_{i0}}{\Delta p_{k0}} = \beta_{ik} &= \frac{g_k^2}{g_i^2} = \alpha_{ki}, \quad \beta_{ki} = \frac{1}{\beta_{ik}} = \alpha_{ik}; \\ \frac{\Delta p_{i0}}{\Delta p_{20}} = \beta_{i2} &= \frac{g_{2n}^2 u_{z0}^3}{g_i^2} = \alpha_{2i} u_{z0}^3, \quad \beta_{2i} = \frac{1}{\beta_{i2}} = \frac{\alpha_{i2}}{u_{z0}^3}; \end{aligned} \quad (5.49)$$

$$Q_0^2 = g_1^2 \Delta p_{10} = g_{2n}^2 u_{z0}^3 \Delta p_{20} = g_3^2 \Delta p_{30}, \quad \Delta p_0 = \Delta p_{20} [1 + (\beta_{12} + \beta_{32})].$$

Перепишемо рівняння (5.47) нестационарної течії в дроселюючих каналах в операторній формі:

$$\begin{aligned} D_{11}(p)\psi_{1*} &= \psi_1 + T_{11}p\psi_2, \\ D_{12}(p)\psi_{2*} &= \psi_2 + T_{12}p\psi_3 - \beta_2 T_{12}p u_z, \\ D_{13}(p)\psi_{3*} &= \psi_3 + T_{13}p\psi_4 : \\ D_{li}(p) &= T_{li}p + 1. \end{aligned} \quad (5.50)$$

Якщо не враховувати інерційні опори, то

$$J_i = T_{li} = 0, \quad D_{li} = 1, \quad p_{i*} = p_i. \quad (5.51)$$

5.1.4.3. Рівняння балансу витоків

Система трьох рівнянь першого порядку (5.50) містить три невідомих: тиск ψ_{i*} і тиски ψ_2 , ψ_3 в камерах гідроп'яти. Для обчислення цих тисків систему (5.50) необхідно доповнити двома рівняннями балансу витрат, які на відміну від рівнянь статички $Q_{10} = Q_{20} = Q_{30} = Q_0$ повинні враховувати витоки витіснення $Q_{v2} = A_e \dot{z}$, $Q_{v3} = A_3 \dot{z}$ і стиснення $Q_{p2} = \dot{p}_2 V_2 / E_1$, $Q_{p3} = \dot{p}_3 V_3 / E_1$,

де A_3 – тильна площа врівноважуючого диска;

V_2, V_3 – об'єми відповідних камер;

E_1 - адіабатичний об'ємний модуль пружності рідини.

Таким чином, рівняння балансу витоків приймають вид

$$Q_1 = Q_2 + Q_{v2} + Q_{p2}, \quad Q_2 = Q_3 - Q_{v3} + Q_{p3}$$

або

$$\begin{aligned} g_1 \sqrt{p_{1*} - p_2} &= g_{2n} u_z^{3/2} \sqrt{p_{2*} - p_3} + A_e \dot{z} + \dot{p}_2 V_2 / E_1, \\ g_{2n} u_z^{3/2} \sqrt{p_{2*} - p_3} &= g_3 \sqrt{p_{3*} - p_4} - A_3 \dot{z} + \dot{p}_3 V_3 / E_1. \end{aligned} \quad (5.52)$$

Останні рівняння нелінійні (нелінійні витоки Q_1, Q_2, Q_3), тому лінеаризуємо їх, переходячи до рівнянь в варіаціях. Попередньо обчислимо варіації нелінійних витоків, беручи до уваги, що в положенні рівноваги $p_{i*0} = p_{i0}$:

$$\delta Q_1 = g_1 \frac{\delta p_{1^*} - \delta p_2}{2\sqrt{p_{1^*0} - p_{20}}} = \frac{g_1 \sqrt{p_{10} - p_{20}}}{2(p_{10} - p_{20})} (\delta p_{1^*} - \delta p_2) = \frac{Q_0}{2\Delta p_{10}} (\delta p_{1^*} - \delta p_2),$$

$$\delta Q_3 = g_3 \frac{\delta p_{3^*} - \delta p_4}{2\sqrt{p_{3^*0} - p_{40}}} = \frac{Q_0}{2\Delta p_{30}} (\delta p_{3^*} - \delta p_4), \quad (5.53)$$

$$\delta Q_2 = \frac{3}{2} g_{2n} u_{z0}^{1/2} \sqrt{p_{2^*0} - p_{30}} \delta u_z + g_2 \frac{\delta p_{2^*} - \delta p_3}{2\sqrt{p_{2^*0} - p_{30}}} = \frac{3Q_0}{2u_{z0}} \delta u_z + \frac{Q_0}{2\Delta p_{20}} (\delta p_{2^*} - \delta p_3).$$

Використовуюючи отримані вирази, запишемо рівняння (5.52) у варіаціях:

$$\frac{Q_0}{2\Delta p_{10}} (p_{1^*} - p_2) = \frac{3Q_0}{2u_0} u_z + \frac{Q_0}{2\Delta p_{20}} (p_{2^*} - p_3) + A_e z_n \dot{u}_z + \frac{V_2}{E_1} \dot{p}_2,$$

$$\frac{Q_0}{2\Delta p_{20}} (p_{2^*} - p_3) + \frac{3Q_0}{2u_0} u_z = \frac{Q_0}{2\Delta p_{30}} (p_{3^*} - p_4) - A_3 z_n \dot{u}_z + \frac{V_3}{E_1} \dot{p}_3.$$

Помножимо ці рівняння на $2\Delta p_{10}/Q_0$ і $2\Delta p_{20}/Q_0$ відповідно; після переходу до безрозмірних тисків з урахуванням позначень (5.48) отримаємо

$$\psi_{1^*} - \psi_2 = \frac{2V_2 \Delta p_{10}}{E_1 Q_0} \dot{\psi}_2 + \beta_{12} (\psi_{2^*} - \psi_3) + \beta_1 u_z + \frac{2A_e z_n \Delta p_{10}}{Q_0 p_n} \dot{u}_z,$$

$$\psi_{2^*} - \psi_3 = \frac{2V_3 \Delta p_{20}}{E_1 Q_0} \dot{\psi}_3 + \beta_{23} (\psi_{3^*} - \psi_4) - \beta_2 u_z - \frac{2A_3 z_n \Delta p_{20}}{Q_0 p_n} \dot{u}_z.$$

Введемо позначення постійних часу і диференціальних операторів:

$$T_{22} = \frac{2V_2 p_n}{E_1 Q_0} \cdot \frac{\Delta p_{10}}{p_n}, T_{23} = \frac{2V_3 p_n}{E_1 Q_0} \cdot \frac{\Delta p_{20}}{p_n}, \tau_{22} = \frac{2A_e z_0}{3Q_0}, \tau_{23} = \frac{2A_3 z_0}{3Q_0}, \quad (5.54)$$

$$D_{22}(p) = T_{22} p + 1, M_{22}(p) = \tau_{22} p + 1,$$

$$D_{23}(p) = T_{23} p + 1, M_{23}(p) = \tau_{23} p + 1.$$

Тепер рівняння балансу витоків приводяться до виду

$$D_{22}(p) \psi_2 = \psi_{1^*} - \beta_{12} (\psi_{2^*} - \psi_3) - \beta_1 M_{22}(p) u_z,$$

$$D_{23}(p) \psi_3 = \psi_{2^*} - \beta_{23} (\psi_{3^*} - \psi_4) + \beta_2 M_{23}(p) u_z. \quad (5.55)$$

Знайдемо тиски ψ_2 , ψ_3 і за формулою (5.24) обчислимо регулюючий вплив в динамічному режимі. З рівнянь (5.50) витікає

$$\begin{aligned}\psi_{1*} &= \frac{1}{D_{11}}(\psi_1 + T_{11}p\psi_2), & \psi_{3*} &= \frac{1}{D_{13}}(\psi_3 + T_{13}p\psi_4), \\ \psi_{2*} &= \frac{1}{D_{12}}(\psi_2 + T_{12}p\psi_3 - \beta_2 T_{12}p u_z).\end{aligned}$$

Підставивши ці вирази в рівняння (5.55), отримаємо два рівняння щодо ψ_2 і ψ_3

$$\begin{aligned}D_{22}\psi_2 &= \frac{1}{D_{11}}(\psi_1 + T_{11}p\psi_2) - \beta_{12} \left[\frac{1}{D_{12}}(\psi_2 + T_{12}p\psi_3 - \beta_2 T_{12}p u_z) - \psi_3 \right] - \\ &\quad - \beta_1 M_{22} u_z, \\ D_{23}\psi_3 &= \frac{1}{D_{12}}(\psi_2 + T_{12}p\psi_3 - \beta_2 T_{12}p u_z) - \beta_{23} \left[\frac{1}{D_{13}}(\psi_3 + T_{13}p\psi_4) - \psi_4 \right] + \\ &\quad + \beta_2 M_{23} u_z.\end{aligned}$$

Приведемо рівняння до спільного знаменника і згрупуємо члени за змінними і впливами:

$$\begin{aligned}(D_{11}D_{12}D_{22} - D_{12}T_{11}p + \beta_{12}D_{11})\psi_2 - \beta_{12}D_{11}\psi_3 &= D_{12}\psi_1 - \beta_1 D_{11}(D_{12}M_{22} - T_{12}p)u_z, \\ -D_{13}\psi_2 + (D_{12}D_{13}D_{23} - D_{13}T_{12}p + \beta_{23}D_{12})\psi_3 &= \beta_{23}D_{12}\psi_4 + \beta_2 D_{13}(D_{12}M_{23} - T_{12}p)u_z.\end{aligned}\tag{5.56}$$

Позначимо для стислості коефіцієнти при ψ_2

$$a_{11} = D_{11}D_{12}D_{22} - D_{12}T_{11}p + \beta_{12}D_{11}, \quad a_{12} = -\beta_{12}D_{11};$$

при ψ_3 :

$$a_{21} = -D_{13}, \quad a_{22} = D_{12}D_{13}D_{23} - D_{13}T_{12}p + \beta_{23}D_{12};$$

і праві частини (5.56)

$$\begin{aligned}b_1 &= D_{12}\psi_1 - \beta_1 D_{11}(D_{12}M_{22} - T_{12}p)u_z, \\ b_2 &= \beta_{23}D_{12}\psi_4 + \beta_2 D_{13}(D_{12}M_{23} - T_{12}p)u_z.\end{aligned}$$

У стислому вигляді рівняння переписуться:

$$a_{11}\psi_2 + a_{12}\psi_3 = b_1, \quad a_{21}\psi_2 + a_{22}\psi_3 = b_2.$$

З цієї системи за формулами Крамера знайдемо

$$\Psi_2 = \frac{D_2}{D_p} = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad \Psi_3 = \frac{D_3}{D_p} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad (5.57)$$

де D_p - визначник системи, а D_2 і D_3 - визначники, які є заміною елементів, відповідно, першого і другого стовпчиків визначника системи правими частинами рівнянь. Розкриваючи зазначені визначники, після деяких перетворень отримаємо

$$D_p(p) = D_{12}D'_p, \quad D'_p = D_{13}(D_{11}D_{22} - T_{11}p)(D_{12}D_{23} - T_{12}p) + \beta_{12}D_{11}D_{13}T_{23}p + \beta_{13}D_{11} + \beta_{23}D_{12}(D_{11}D_{22} - T_{11}p); \quad (5.58)$$

$$\begin{aligned} D_2(p) &= D_{12}[L_{21}(p)\Psi_1 + L_{24}(p)\Psi_4 - L_{2u}(p)u_z], \\ D_3(p) &= D_{12}[L_{31}(p)\Psi_1 + L_{34}(p)\Psi_4 - L_{3u}(p)u_z]; \end{aligned} \quad (5.59)$$

$$\begin{aligned} L_{21}(p) &= D_{13}(D_{12}D_{23} - T_{12}p) + \beta_{23}D_{12}, \quad L_{24}(p) = \beta_{13}D_{11}, \\ L_{2u}(p) &= \beta_1 D_{11} \{ D_{13} [(D_{12}D_{23} - T_{12}p)M_{22} + T_{12}T_{23}p^2 - M_{23}] + \beta_{23}(D_{12}M_{22} - T_{12}p) \}; \end{aligned} \quad (5.60)$$

$$\begin{aligned} L_{31}(p) &= D_{13}, \quad L_{34}(p) = \beta_{23}D_{12}(D_{11}D_{22} - T_{11}p) + \beta_{13}D_{11}, \\ L_{3u}(p) &= D_{13} [\beta_1 D_{11} (M_{22} - M_{23}) - \beta_2 (D_{11}D_{22} - T_{11}p)(D_{12}M_{23} - T_{12}p)]. \end{aligned}$$

Якщо не враховувати інерцію рідини в дроселюючих каналах, то $L_i = T_{li} = 0$, $D_{li} = 1$ і формули (5.58) і (5.60) приймають більш простий вигляд:

$$\begin{aligned} D'_p &= D_{22}D_{23} + \beta_{12}T_{23}p + \beta_{13} + \beta_{23}D_{22}, \\ L_{21} &= D_{23} + \beta_{23}, \quad L_{24} = \beta_{13}, \quad L_{2u} = \beta_1 [(D_{23} + \beta_{23})M_{22} - M_{23}], \\ L_{31} &= 1, \quad L_{34} = \beta_{23}D_{22} + \beta_{13}, \quad L_{3u} = \beta_1 (M_{22} - M_{23}) - \beta_2 D_{22}M_{23}. \end{aligned} \quad (5.61)$$

Тепер за формулами (5.57) тиск в камерах

$$\begin{aligned} \Psi_2 &= \frac{D_2}{D_p} = \frac{1}{D'_p} (L_{21}\Psi_1 + L_{24}\Psi_4 - L_{2u}u_z), \\ \Psi_3 &= \frac{D_3}{D_p} = \frac{1}{D'_p} (L_{31}\Psi_1 + L_{34}\Psi_4 - L_{3u}u_z). \end{aligned} \quad (5.62)$$

5.1.4.4. Передавальна функція регулятора

Використовуючи вирази тисків (5.62), можна обчислити регулюючий вплив (5.24)

$$\varphi = \sigma_2 \Psi_2 - \sigma_3 \Psi_3 = \frac{1}{D'_p} [N_1(p)\Psi_1 + N_4(p)\Psi_4 - M(p)u_z]$$

і записати диференціальне рівняння регулятора

$$D'_p(p)\varphi = N_1(p)\Psi_1 + N_4(p)\Psi_4 - M(p)u_z, \quad (5.63)$$

де $N_1(p) = \sigma_2 L_{21} - \sigma_3 L_{31}$, $N_4(p) = \sigma_2 L_{24} - \sigma_3 L_{34}$, $M(p) = \sigma_2 L_{2u} - \sigma_3 L_{3u}$. (5.64)

Перш за все, цікавить передавальна функція регулятора за похибкою

$$W_u(p) = \frac{\varphi}{u_z} = -\frac{M(p)}{D'_p(p)}. \quad (5.65)$$

У разі гармонійних впливів вона представляє частотну передавальну функцію або динамічну жорсткість регулятора, яка дозволяє оцінити в першому наближенні власну частоту осьових коливань ротора і стійкість системи.

Для подальшого аналізу отримані вище оператори представимо у вигляді поліномів за ступенями оператора диференціювання за часом p :

$$\begin{aligned} D'_p(p) &= \sum_0^5 A'_j p^{5-j}, \quad M(p) = \sigma_2 \sum_0^5 B_j p^{5-j} + \sigma_3 \sum_0^5 C_j p^{5-j}, \\ N_1(p) &= \sum_0^3 b_j p^{3-j}, \quad N_4(p) = \sum_0^3 c_j p^{3-j}. \end{aligned} \quad (5.66)$$

Згрупувавши в виразах (5.58) і (5.60) члени за ступенями оператора p , знайдемо коефіцієнти:

$$\left\{ \begin{aligned} A'_0 &= T_{11} T_{12} T_{13} T_{22} T_{23}, \quad A'_1 = T_{22} T_{23} (T_{11} T_{12} + T_{11} T_{13} + T_{12} T_{13}) \\ A'_2 &= T_{13} (T_{11} T_{22} + T_{12} T_{23}) + T_{22} T_{23} (T_{11} + T_{12} + T_{13}) + \beta_{12} T_{11} T_{13} T_{23} + \beta_{23} T_{11} T_{12} T_{22} \\ A'_3 &= T_{22} (T_{11} + T_{13}) + T_{23} (T_{12} + T_{13} + T_{22}) + \beta_{12} T_{23} (T_{11} + T_{13}) + \beta_{23} T_{22} (T_{11} + T_{12}) \\ A'_4 &= T_{13} + T_{22} + T_{23} + \beta_{12} T_{23} + \beta_{13} T_{11} + \beta_{23} (T_{12} + T_{22}), \\ A'_5 &= 1 + \beta_{13} + \beta_{23} = \frac{\Delta \psi_0}{\Delta \psi_{30}} \end{aligned} \right. \quad (5.67)$$

$$\begin{cases} B_0 = \beta_1 T_{11} T_{12} T_{13} T_{23} \tau_{22}, & B_1 = \beta_1 T_{23} \tau_{22} (T_{11} T_{12} + T_{11} T_{13} + T_{12} T_{13}), \\ B_2 = \beta_1 [T_{23} \tau_{22} (T_{11} + T_{12} + T_{13}) + T_{11} T_{13} (T_{23} + \tau_{22} - \tau_{23})] + \beta_1 \beta_{23} T_{11} T_{12} \tau_{22}, \\ B_3 = \beta_1 [(T_{11} + T_{13})(T_{23} + \tau_{22} - \tau_{23}) + T_{23} \tau_{22}] + \beta_1 \beta_{23} \tau_{22} (T_{11} + T_{12}), \\ B_4 = \beta_1 (T_{23} + \tau_{22} - \tau_{23}) + \beta_1 \beta_{23} (T_{11} + \tau_{22}), & B_5 = \beta_1 \beta_{23}; \end{cases} \quad (5.68)$$

$$\begin{cases} C_0 = \beta_2 T_{11} T_{12} T_{13} T_{22} \tau_{23}; & C_1 = \beta_2 T_{22} \tau_{23} (T_{11} T_{12} + T_{12} T_{13} + T_{13} T_{11}), \\ C_2 = -\beta_1 T_{11} T_{13} (\tau_{22} - \tau_{23}) + \beta_2 \{T_{11} T_{13} T_{22} + \tau_{23} [(T_{12} + T_{22}) T_{13} + T_{22} (T_{11} + T_{12})]\}, \\ C_3 = -\beta_1 (T_{11} + T_{13}) (\tau_{22} - \tau_{23}) + \beta_2 [T_{22} (T_{11} + T_{13}) + \tau_{23} (T_{12} + T_{13} + T_{22})], \\ C_4 = -\beta_1 (\tau_{22} - \tau_{23}) + \beta_2 (T_{13} + T_{22} + \tau_{23}), & C_5 = \beta_2; \end{cases} \quad (5.69)$$

$$\begin{cases} b_0 = \sigma_2 T_{12} T_{13} T_{23}, & b_1 = \sigma_2 T_{23} (T_{12} + T_{13}), \\ b_2 = (\sigma_2 - \sigma_3) T_{13} + \sigma_2 (T_{23} + \beta_{23} T_{12}), & b_3 = \sigma_2 - \sigma_3 + \sigma_2 \beta_{23}; \end{cases} \quad (5.70)$$

$$\begin{cases} c_0 = -\sigma_3 \beta_{23} T_{11} T_{12} T_{22}, & c_1 = -\sigma_3 \beta_{23} T_{22} (T_{11} + T_{12}), \\ c_2 = \sigma_2 \beta_{23} T_{13} - \sigma_3 \beta_{13} T_{11} - \sigma_3 \beta_{23} (T_{12} + T_{22}), & c_3 = (\sigma_2 - \sigma_3) \beta_{23} + \sigma_3 \beta_{13}. \end{cases} \quad (5.71)$$

Для оцінки впливу інерційних опорів в дрoселях, наведемо значення отриманих коефіцієнтів для випадку, коли інерція рідини не враховується, тобто $T_{11} = T_{12} = T_{13} = 0$:

$$\begin{aligned} A'_0 = A'_1 = A'_2 = 0, & \quad A'_3 = T_{22} T_{23}, \quad A'_4 = (1 + \beta_{23}) T_{22} + (1 + \beta_{12}) T_{23}; \\ B_0 = B_1 = B_2 = 0, & \quad B_3 = \beta_1 T_{23} \tau_{22}, \quad B_4 = \beta_1 [T_{23} + (1 + \beta_{23}) \tau_{22} - \tau_{23}]; \\ C_0 = C_1 = C_2 = 0, & \quad C_3 = \beta_2 T_{22} \tau_{23}, \quad C_4 = -\beta_1 (\tau_{22} - \tau_{23}) + \beta_{23} (T_{22} + \tau_{23}); \\ b_0 = b_1 = 0, & \quad b_2 = \sigma_2 T_{23}; \quad c_0 = c_1 = 0, \quad c_2 = -\sigma_3 \beta_{23} T_{22}. \end{aligned} \quad (5.72)$$

Коефіцієнти A'_5, B_5, C_5, b_3, c_3 (вільні члени) залишаються незмінними, тому що характеризують рівноважний стан, при якому інерційні складові дорівнюють нулю.

З урахуванням виразів операторів (5.66) передавальна функція (5.65) регулятора за похибкою приймає вид

$$W_u(p) = - \frac{\sigma_2 \sum_0^5 B_j p^{5-j} + \sigma_3 \sum_0^5 C_j p^{5-j}}{\sum_0^5 A'_j p^{5-j}}. \quad (5.73)$$

Для усталеного режиму $p = d/dt = 0$ і передавальна функція регулятора стає коефіцієнтом статичної жорсткості гідроп'яти:

$$W_u = \kappa_s = - \frac{\sigma_2 B_5 + \sigma_3 C_5}{A'_5} = - \beta_2 \frac{\sigma_2 \beta_{13} + \sigma_3}{1 + \beta_{13} + \beta_{23}}. \quad (5.74)$$

Отримана формула збігається з (5.25), якщо врахувати вираження (5.22) і (5.49).
За формулою (5.25)

$$\kappa_s = -\frac{3}{u_{z0}} \Delta \Psi_{20} \frac{\sigma_2 \alpha_{31} + \sigma_3}{1 + \alpha_{31} + \alpha_{32}/u_{z0}^3} = -\beta_2 \frac{\sigma_2 \beta_{13} + \sigma_3}{1 + \beta_{13} + \beta_{23}}.$$

5.1.4.5. Динамічна жорсткість регулятора

Реакція регулюючого впливу φ на гармонійні зміни торцевого зазору (регульованої величини) є частотною передавальною функцією регулятора або динамічною жорсткістю системи. Динамічна жорсткість має важливі інформативні властивості: дозволяє встановити діапазон зміни власних частот осьових коливань ротора і в першому наближенні оцінити стійкість системи.

Повернемося до передавальної функції регулятора за похибкою (5.65). Для гармонійних сигналів, що розглядаються в частотних передавальних функціях, оператор диференціювання $p = i\omega$, так як для $z = z_a e^{i\omega t}$, $\dot{z} = pz = i\omega z$. Замінивши в передавальній функції $p = i\omega$, отримуємо частотну передавальну функцію регулятора або комплексну динамічну жорсткість регулятора:

$$W_u(i\omega) = \frac{\varphi}{u_z} = -\frac{M(i\omega)}{D'_p(i\omega)} = -\frac{\sigma_2 \sum_0^5 B_j(i\omega)^{5-j} + \sigma_3 \sum_0^5 C_j(i\omega)^{5-j}}{\sum_0^5 A'_j(i\omega)^{5-j}}. \quad (5.75)$$

При $\omega = 0$ останній вираз приймає дійсне значення (5.74) і є безрозмірною статичною жорсткістю регулятора: $W_u(0) = \kappa_s$, при $\omega \rightarrow \infty$

$$W_u(i\infty) = \kappa_\infty = -\frac{\sigma_2 B_0 + \sigma_3 C_0}{A_0} = -\beta_2 \left(\sigma_2 \beta_{12} \frac{\tau_{22}}{T_{22}} + \sigma_3 \frac{\tau_{23}}{T_{23}} \right),$$

а з урахуванням постійних часу (5.54)

$$\kappa_\infty = -\frac{E_1}{\Delta p_0} \left(\sigma_2 \frac{\Delta V_2}{V_2} + \sigma_3 \frac{\Delta V_3}{V_3} \right), \quad (5.76)$$

де $\Delta V_2 = A_e H_2$; $\Delta V_3 = A_3 H_2$. Формула (5.76) дає максимальне по модулю значення, відповідне жорсткості умовно непротічного тракту, жорсткість якого обумовлена лише стисненням рідини в камерах гідроп'яти. Отриманий вираз еквівалентний

гідравлічній жорсткості гідроциліндра з диференціальним поршнем і двостороннім штоком.

Виділимо дійсну та уявну частини динамічної жорсткості і з'ясуємо їх фізичний зміст. Для цього представимо оператори, що входять в (5.65), у вигляді комплексних чисел:

$$D'_p(i\omega) = U_p(\omega) + i\omega V_p(\omega), \quad M(i\omega) = U_m(\omega) + i\omega V_m(\omega). \quad (5.77)$$

Порівнюючи з (5.66), знайдемо

$$\begin{cases} U_p(\omega) = A'_1\omega^4 - A'_3\omega^2 + A'_5, & V_p(\omega) = A'_0\omega^4 - A'_2\omega^2 + A'_4, \\ U_m(\omega) = (\sigma_2 B_1 + \sigma_3 C_1)\omega^4 - (\sigma_2 B_3 + \sigma_3 C_3)\omega^2 + \sigma_2 B_5 + \sigma_3 C_5, \\ V_m(\omega) = (\sigma_2 B_0 + \sigma_3 C_0)\omega^4 - (\sigma_2 B_2 + \sigma_3 C_2)\omega^2 + \sigma_2 B_4 + \sigma_3 C_4 \end{cases} \quad (5.78)$$

Тепер (5.75) можна представити у вигляді

$$W_u(i\omega) = \frac{\varphi}{u_z} = -\frac{M(i\omega)}{D_p(i\omega)} = -\frac{U_m(\omega) + i\omega V_m(\omega)}{U_p(\omega) + i\omega V_p(\omega)}.$$

Помноживши чисельник і знаменник останнього виразу на спряжене комплексне число знаменника, остаточно отримаємо

$$W_u(i\omega) = \frac{\varphi}{u_z} = -[U_u(\omega) + i\omega V_u(\omega)], \quad (5.79)$$

де дійсна і уявна частини динамічної жорсткості рівні

$$U_u(\omega) = \frac{U_p U_m + \omega^2 V_p V_m}{U_p^2 + \omega^2 V_p^2}, \quad V_u(\omega) = \frac{U_p V_m - V_p U_m}{U_p^2 + \omega^2 V_p^2}, \quad (5.80)$$

а їх граничні значення

$$\begin{aligned} U_u(0) &= \frac{U_m(0)}{U_p(0)} = \frac{\sigma_2 B_5 + \sigma_3 C_5}{A'_5} = \kappa_s, \quad \omega V_u|_{\omega=0} = 0; \\ U_u(\infty) &= \frac{V_m(\infty)}{V_p(\infty)} = \frac{\sigma_2 B_0 + \sigma_3 C_0}{A'_0} = \kappa_\infty, \quad \omega V_u|_{\omega=\infty} = 0. \end{aligned}$$

Модуль і фаза комплексної динамічної жорсткості (5.79) являють собою амплітудну і фазову частотні характеристики регулятора за похибкою:

$$\begin{aligned} A_u(\omega) &= \left[\frac{(U_m^2 + \omega^2 V_m^2)}{(U_p^2 + \omega^2 V_p^2)} \right]^{0.5}, \\ \varphi_u(\omega) &= \arctg \omega \frac{U_p V_m - V_p U_m}{U_p U_m + \omega^2 V_p V_m}. \end{aligned} \quad (5.81)$$

Щоб з'ясувати фізичний зміст дійсної і уявної частин (5.80) динамічної жорсткості, розглянемо рівняння осьових коливань ротора. З огляду на те, що з (5.79) $\varphi = -(U_u + i\omega V_u)u_z$, після підстановки в (5.42) будемо мати ($p = i\omega$):

$$\left[-T_1^2 \omega^2 + (T_c + V_u) i\omega + \chi_n + U_u \right] u_z = -\tau + \chi. \quad (5.82)$$

У рівнянні (5.42) постійні χ_n і T_c представляють жорсткість віджимного пристрою і зовнішнє демпфування відповідно. Отже, дійсна частина динамічної жорсткості (добавка до χ_n) – це безрозмірна жорсткість регулятора, а уявна (добавка до T_c) – безрозмірне демпфування. Якщо

$$U_u > 0 \text{ і } V_u > 0, \quad (5.83)$$

то регулятор збільшує жорсткість і демпфування системи (за умови $\varphi(u_z) < 0$). Від'ємні значення U_u і V_u дестабілізують систему, причому якщо $V_u = -T_c$ – система знаходиться на коливальній, а при $U_u = -\chi_n$ – на аперіодичній межі стійкості. При відсутності зовнішнього демпфування ($T_c \approx 0$) стабілізація ротора забезпечується демпфуванням регулятора. Умова $V_u > 0$ зводиться до нерівності $U_p V_m - V_p U_m > 0$, яку можна використовувати для попередньої (з деяким запасом) оцінки стійкості системи

$$\tau_{22} > T_{22} \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \text{ або } \frac{V_2}{A_e z_0} < \frac{E_1 \Delta p_0}{3 \Delta p_{10} p_{20}}. \quad (5.84)$$

З першої нерівності випливає, що витіки витіснення (постійна часу τ_{22}) має властивість демпфування і стабілізує систему. Ця обставина широко використовується в системах гідроприводу з дросельним регулюванням. Наприклад, порожнини гідроциліндра з'єднують додатковим дроселюючим каналом. Витіки стиснення (постійна часу T_{22}) дестабілізують систему, тому збільшення обсягу камери V_2 і зменшення модуля об'ємної пружності рідини E підвищують загрозу втрати стійкості.

Розмірні значення дійсної і уявної частин динамічної жорсткості знайдемо, взявши до уваги позначення (5.41) і помноживши обидві частини (5.83) на $A_0 p_n / H_2$

$$\left[-m\omega^2 + \left(c + \frac{A_0 P_n V_u}{H_2} \right) i\omega + k + \frac{A_0 P_n U_u}{H_2} \right] z = -T + k\Delta.$$

Таким чином, жорсткість і демпфування регулятора

$$k_u(\omega) = \frac{P_n A_0}{H_2} U_u(\omega), \quad c_u(\omega) = \frac{P_n A_0}{H_2} V_u(\omega)$$

і залежать від частоти обертання.

Власна частота недемпфованих осьових коливань ротора без регулятора ($W_u = 0$) дорівнює $\omega_0 = \sqrt{\chi_n / T_1^2} = \sqrt{k / m}$. Жорсткість регулятора змінює власну частоту:

$$\omega_u(\omega) = \frac{\sqrt{\chi_n + U_u(\omega)}}{T_1} = \sqrt{\frac{k + k_u(\omega)}{m}} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{k_u(\omega)}{k}}. \quad (5.85)$$

Для гідропр'ят без віджимного пристрою ($k = 0$) власна частота визначається лише жорсткістю регулятора:

$$\omega_u^2(\omega) = U_u(\omega) / T_1^2; \quad \omega_u^2(0) = \kappa_s / T_1^2.$$

Таким чином, за дійсними і уявними частинами динамічної жорсткості можна судити про вплив параметрів врівноважуючого пристрою на динамічну стійкість і на резонансні частоти системи. Використання для цієї мети динамічної жорсткості доцільно з тієї причини, що в порівнянні з нею передавальні функції всієї системи представляють більш складні вирази.

При параметричному аналізі динамічної жорсткості потрібно мати на увазі, що найбільш інформативним параметром є стале значення зазору u_0 (5.27), яке визначається провідностями всіх трьох дроселів, розмірами диска σ_2, σ_3 і зовнішніми впливами $\tau, \chi, \psi_1, \psi_4$. У разі коли ψ_1 і τ пропорційні квадрату частоти обертання ротора, залежність $u_{z0}(\omega)$ представляє формула (5.36).

У порівнянні зі статичною характеристикою (5.27) динамічна жорсткість містить лише чотири додаткових незалежних параметра

$$\rho, E_1, V_2, V_3, \quad (\rho \sim T_{1i}, V_2/E_1 \sim T_{22}, V_3/E_1 \sim T_{23}),$$

які характеризують інерцію рідини і її стисливість в камерах гідроп'яти. Аналіз динамічної жорсткості дозволяє оцінити вплив постійних часу T_{1i} , T_{2i} і рівноважного зазору u_0 на динаміку системи, а також порівняти базову конструкцію з її модифікаціями без додаткового зовнішнього і внутрішнього циліндричного дроселів.

5.1.4.6. Рівняння динаміки системи

Виключивши регулюючий вплив φ з рівняння осьових коливань ротора (5.42) і рівняння регулятора (5.63), отримаємо залежність безрозмірного торцевого зазору від зовнішніх впливів, тобто диференціальне рівняння руху ротора в осьовому напрямку:

$$D(p)u_z = -D'_p(p)(\tau - \chi) + N_1(p)\psi_1 + N_4(p)\psi_4, \quad (5.86)$$

де власний оператор системи

$$D(p) = D_1 D'_p + M = \sum_0^7 A_j p^{7-j}, \quad (5.87)$$

$$A_j = T_1^2 A'_j + T_c A'_{j-1} + \chi_n A'_{j-2} + \sigma_2 B_{j-2} + \sigma_3 C_{j-2}; \quad (j=0, 1, \dots, 7; A'_6 = A'_7 = 0). \quad (5.88)$$

Таким чином, при введених для побудови математичної моделі обмеженнях врівноважуючий пристрій з додатковим циліндровим дроселем є системою автоматичного регулювання сьомого порядку.

Вводячи заміну $p = \lambda = -n \pm is$ і прирівнюючи власний оператор (5.87) до нуля, отримаємо характеристичне рівняння

$$D(\lambda) = \sum_0^7 A_j (\lambda)^{7-j} = 0. \quad (5.89)$$

Уявні частини s коренів цього рівняння є власними частотами осьових коливань ротора, дійсні частини n - питомі коефіцієнти демпфування.

Для спрощених модифікацій коефіцієнти операторів є окремими випадками загальних формул (5.67) - (5.71). Якщо немає зовнішнього дроселя $l_3 = \Delta p_{30} = \beta_3 = J_3 = 0$,

$T_{13} = T_{23} = \tau_{23} = 0$, то після множення обох частин (5.63) на $\beta_3 = \frac{3\Delta p_{30}}{u_{z0} P_n}$, отримаємо

$$\begin{cases} A'_0 = A'_1 = 0, A'_2 = \beta_2 T_{11} T_{12} T_{22}, A'_3 = \beta_2 T_{22} (T_{11} + T_{12}), \\ A'_4 = \beta_1 T_{11} + \beta_2 (T_{12} + T_{22}), A'_5 = \beta_1 + \beta_2; \\ B_0 = B_1 = 0, B_2 = \beta_1 \beta_2 T_{11} T_{12} \tau_{22}, B_3 = \beta_1 \beta_2 \tau_{22} (T_{11} + T_{12}), \\ B_4 = \beta_1 \beta_2 (T_{11} + \tau_{22}), B_5 = \beta_1 \beta_2; C_0 = C_1 = \dots = C_5 = 0; \end{cases} \quad (5.90)$$

$$\begin{cases} b_0 = b_1 = 0, b_2 = \sigma_2 \beta_2 T_{12}, b_3 = \sigma_2 \beta_2; \\ c_0 = -\sigma_3 \beta_2 T_{11} T_{12} T_{22}, c_1 = -\sigma_3 \beta_2 T_{22} (T_{11} + T_{12}), \\ c_2 = -\sigma_3 \beta_2 (T_{12} + T_{22}), c_3 = (\sigma_2 - \sigma_3) \beta_1 - \sigma_3 \beta_2. \end{cases} \quad (5.91)$$

Якщо не враховувати інерцію рідини ($T_{li} = 0$), то

$$\begin{cases} A'_0 = A'_1 = A'_2 = A'_3 = 0, A'_4 = \beta_2 T_{22}, A'_5 = \beta_1 + \beta_2; \\ B_0 = B_1 = B_2 = B_3 = 0, B_4 = \beta_1 \beta_2 \tau_{22}, B_5 = \beta_1 \beta_2; C_{0-5} = 0 \\ b_0 = b_1 = b_2 = 0, b_3 = \sigma_2 \beta_2; \\ c_0 = c_1 = 0, c_2 = -\sigma_3 \beta_2 T_{22}, c_3 = (\sigma_2 - \sigma_3) \beta_1 - \sigma_3 \beta_2 \end{cases} \quad (5.92)$$

Для врівноважувачих пристроїв без внутрішнього циліндричного дроселя $l_1 = \Delta p_{10} = \beta_{li} = J_1 = T_{11} = T_{22} = \tau_{22} = 0$, коефіцієнти операторів приймають вид

$$\begin{cases} A'_0 = A'_1 = 0, A'_2 = T_{12} T_{13} T_{23}, A'_3 = (T_{12} + T_{13}) T_{23}, \\ A'_4 = T_{13} + T_{23} + \beta_{23} T_{12}, A'_5 = 1 + \beta_{23}; \\ B_0 = B_1 = \dots = B_5 = 0, C_0 = C_1 = 0, C_2 = \beta_2 T_{12} T_{13} \tau_{23}, \\ C_3 = \beta_2 \tau_{23} (T_{12} + T_{13}), C_4 = \beta_2 (T_{13} + \tau_{23}), C_5 = \beta_2; \\ c_0 = c_1 = 0, c_2 = \sigma_3 \beta_{23} T_{12} T_{13}, c_3 = \sigma_3 \beta_{23} (T_{12} + T_{13}), c_4 = \sigma_3 \beta_{23}; \end{cases} \quad (5.93)$$

коефіцієнти b_j залишаються без змін і визначаються за формулами (5.70).

Без урахування інерції коефіцієнти (5.93) вироджуються:

$$\begin{aligned} A'_0 = A'_1 = A'_2 = A'_3 = 0, A'_4 = T_{23}, A'_5 = 1 + \beta_{23}; B_{0-5} = 0; \\ C_0 = C_1 = C_2 = C_3 = 0, C_4 = \beta_2 \tau_{23}, C_5 = \beta_2; \\ b_0 = b_1 = 0, b_2 = \sigma_2 T_{23}, b_3 = \sigma_2 - \sigma_3 + \sigma_2 \beta_{23}; c_{0-3} = 0, c_4 = \sigma_3 \beta_{23}. \end{aligned} \quad (5.94)$$

Для обох конструкцій з одним циліндровим дроселем рівняння регулятора має третій порядок, рівняння замкнутої системи – п'ятий, а без урахування інерції – перший і третій відповідно.

На закінчення розглянемо гіпотетичний випадок, коли тиск p_1 і осьова сила T змінюються синхронно з гармонійною зміною квадрата частоти обертання ротора Ω . В цьому випадку варіації тиску і сили (5.35)

$$\delta\psi_1 = \frac{1}{\omega_n^2} \delta(\omega^2), \quad \delta\tau = \frac{\tau_n}{\omega_n^2} \delta(\omega^2).$$

Підставивши ці вирази в рівняння (5.86) і опустивши знаки варіацій, отримаємо:

$$D(p)u_z = -N(p)\omega^2 + D'_p(p)\chi - N_2(p)\psi_4, \quad (5.95)$$

де оператор впливу по квадрату частоти обертання дорівнює

$$N(p) = \frac{1}{\omega_n^2} (\tau_n D'_p - N_1)$$

або

$$N(p) = \sum_0^5 \bar{A}_j p^{5-j}, \quad \bar{A}_j = \frac{1}{\omega_n^2} (\tau_n A'_j - b_{j-2}), \quad (5.96)$$

а коефіцієнти A'_j , b_j обчислюються за формулами (5.67) і (5.70).

В даному випадку врівноважувана сила τ і тиск нагнітання ψ_1 виражаються через квадрат частоти обертання ротора, яка виступає в ролі незалежного зовнішнього впливу.

5.1.4.7. Розрахунок амплітудних і фазових частотних характеристик системи

Необхідним етапом проектування надійних систем врівноважування є побудова частотних характеристик, так як вони дають досить повне уявлення про динамічні властивості таких систем. Зокрема, про їх реакції на гармонійні збурення різної частоти.

На ротор в осьовому напрямку діє ряд збурень, серед яких переважають гармонійні збурення з частотами, рівними і кратними частоті обертання ротора. В рамках даної лінійної моделі системи врівноваження, що включає в якості об'єкта регулювання ротор, справедливий принцип суперпозиції, тобто результуюча реакція ротора являє суму гармонійних реакцій на окремі елементарні гармонійні збурення. Тому практичне значення має аналіз гармонійних осьових коливань ротора

$u_z = u_{za} e^{i(\omega t + \gamma)}$ ($i = \sqrt{-1}$). В цьому випадку $pu_z = \frac{du_z}{dt} = i\omega u_z$, $p^n u_z = \frac{d^n u_z}{dt^n} = (i\omega)^n u_z$,

тобто оператор диференціювання по часу замінюється уявним оператором $p \equiv i\omega$.

Надалі будемо вважати, що зовнішні впливи τ, Ψ_1, Ψ_4 змінюються за гармонійним законом з частотою, кратною частоті обертання ротора $\omega_f = k_f \omega$ (k_f – коефіцієнт кратності):

$$\tau = \tau_a e^{ik_f \omega t}, \quad \Psi_1 = \Psi_{1a} e^{ik_f \omega t}, \quad \Psi_4 = \Psi_{4a} e^{ik_f \omega t}. \quad (5.97)$$

Задаючий вплив і частота обертання, як правило, мають вигляд ступінчастої або лінійної функції часу, а реакція на них характеризується часовими характеристиками. Найбільш інтенсивні коливання відбуваються з частотою обертання $\omega_f = \omega$, тому аналіз вимушених коливань обмежимо цією частотою ($k_f = 1$). Реакція лінійної системи на гармонійні впливи є гармонійною з тією ж частотою: $u_z = u_{za} e^{i(\omega t + \gamma)}$; u_{za} – амплітуда реакції; γ – зсув фази реакції по відношенню до фази відповідного впливу.

Частотні передавальні функції системи по окремим зовнішнім впливам отримаємо з рівняння динаміки системи (5.86), вводячи заміну $p = i\omega$

$$W_\tau(i\omega) = \frac{u_z}{\tau} = -\frac{D'_p(i\omega)}{D(i\omega)}, \quad W_{\Psi_1}(i\omega) = \frac{u_z}{\Psi_1} = \frac{N_1(i\omega)}{D(i\omega)}, \quad W_{\Psi_4}(i\omega) = \frac{u_z}{\Psi_4} = \frac{N_4(i\omega)}{D(i\omega)}. \quad (5.98)$$

Власний оператор системи (5.87) приводиться до вигляду

$$\begin{aligned} D(i\omega) &= U(\omega) + i\omega V(\omega), \\ U(\omega) &= -A_1 \omega^6 + A_3 \omega^4 - A_5 \omega^2 + A_7, \\ V(\omega) &= -A_0 \omega^6 + A_2 \omega^4 - A_4 \omega^2 + A_6. \end{aligned} \quad (5.99)$$

коефіцієнти A_j задані формулами (5.88).

Власний оператор регулятора $D'_p(i\omega)$ і оператори впливу по тискам Ψ_1, Ψ_4 визначаються формулами (5.66), а їх коефіцієнти – формулами (5.67), (5.70) і (5.71). введемо заміну $p = i\omega$ і згрупуємо дійсні і уявні складові:

$$\begin{aligned}
N_1(i\omega) &= U_{n1}(\omega) + i\omega V_{n1}(\omega), & N_4(i\omega) &= U_{n4}(\omega) + i\omega V_{n4}(\omega), \\
U_{n1}(\omega) &= -b_1\omega^2 + b_3, & V_{n1}(\omega) &= -b_0\omega^2 + b_2, \\
U_{n4}(\omega) &= c_0\omega^4 - c_2\omega^2 + c_4, & V_{n4}(\omega) &= -c_1\omega^2 + c_3.
\end{aligned}
\tag{5.100}$$

З урахуванням першого рівності (5.77), а також (5.99) і (5.100) частотні передавальні функції (5.98) приймають вид

$$W_\tau(i\omega) = -\frac{U_p + i\omega V_p}{U + i\omega V}, \quad W_{\psi_1}(i\omega) = -\frac{U_{n1} + i\omega V_{n1}}{U + i\omega V}, \quad W_{\psi_4}(i\omega) = -\frac{U_{n4} + i\omega V_{n4}}{U + i\omega V}.$$

Позбудемося уявної одиниці в знаменнику, помноживши чисельник і знаменник на спряжене комплексне число знаменника. В результаті отримані функції виражаються комплексними числами, які можна представити як в алгебраїчній, так і в експоненційній формі:

$$\begin{cases}
W_\tau(i\omega) = \frac{u_{z\tau}}{\tau} = (U_\tau + i\omega V_\tau) = A_\tau(\omega)e^{i\gamma_\tau}, \\
W_{\psi_1}(i\omega) = \frac{u_{z\psi_1}}{\psi_1} = (U_{\psi_1} + i\omega V_{\psi_1}) = A_{\psi_1}(\omega)e^{i\gamma_{\psi_1}}, \\
W_{\psi_4}(i\omega) = \frac{u_{z\psi_4}}{\psi_4} (U_{\psi_4} + i\omega V_{\psi_4}) = A_{\psi_4}(\omega)e^{i\gamma_{\psi_4}}.
\end{cases}
\tag{5.101}$$

Дійсні і уявні частини частотних передавальних функцій мають вигляд

$$\begin{cases}
U_\tau = \frac{UU_p + \omega^2 VV_p}{U^2 + \omega^2 V^2}, & V_\tau = \frac{UV_p - VU_p}{U^2 + \omega^2 V^2}, \\
U_{\psi_1} = \frac{UU_{n1} + \omega^2 VV_{n1}}{U^2 + \omega^2 V^2}, & V_{\psi_1} = \frac{UV_{n1} - VU_{n1}}{U^2 + \omega^2 V^2}, \\
U_{\psi_4} = \frac{UU_{n4} + \omega^2 VV_{n4}}{U^2 + \omega^2 V^2}, & V_{\psi_4} = \frac{UV_{n4} - VU_{n4}}{U^2 + \omega^2 V^2}
\end{cases},
\tag{5.102}$$

а їх амплітуди і фази представляють амплітудні і фазові частотні характеристики системи за відповідними зовнішніми впливами:

$$\begin{cases}
A_\tau(\omega) = \frac{u_{za\tau}}{\tau_a} = \frac{z_{a\tau} A_0 P_n}{H_2 T_a} = \sqrt{U_\tau^2 + \omega^2 V_\tau^2} = \sqrt{\frac{U_p^2 + \omega^2 V_p^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \\
\gamma_\tau(\omega) = \arctg \omega \frac{V_\tau}{U_\tau} = \arctg \omega \frac{UV_p - VU_p}{UU_p + \omega^2 VV_p},
\end{cases},
\tag{5.103}$$

$$A_{\psi_1} = \frac{u_{za\psi_1}}{\psi_{1a}} = \frac{z_{a\psi_1} P_n}{H_2 p_{1a}} = \sqrt{\frac{U_{n1}^2 + \omega^2 V_{n1}^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \gamma_{\psi_1} = \arctg \omega \frac{(UV_{n1} - VU_{n1})}{UU_{n1} + \omega^2 VV_{n1}}; \quad (5.104)$$

$$A_{\psi_4} = \frac{u_{za\psi_4}}{\psi_{4a}} = \frac{z_{a\psi_4} P_n}{H_2 p_{4a}} = \sqrt{\frac{U_{n4}^2 + \omega^2 V_{n4}^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \gamma_{\psi_4} = \arctg \omega \frac{(UV_{n2} - VU_{n2})}{UU_{n2} + \omega^2 VV_{n2}}. \quad (5.105)$$

Коли частота обертання ω (частота збурення) збігається з однією з власних частот $\omega_j(\omega)$, відповідна амплітуда досягає максимального значення. Такі частоти обертання є критичними.

З формул (5.103) – (5.105) можна виразити абсолютні значення амплітуд осьових коливань, порушуваних різними зовнішніми гармонійними впливами:

$$z_{a\tau} = \frac{T_a H_2}{A_0 p_n} A_\tau(\omega), \quad z_{a\psi_1} = \frac{p_{1a} H_2}{p_n} A_{\psi_1}(\omega), \quad z_{a\psi_4} = \frac{p_{4a} H_2}{p_n} A_{\psi_4}(\omega). \quad (5.106)$$

Амплітудні і фазові частотні характеристики системи необхідно будувати в смузі частот, яка на два порядки перевищує спектр частот вхідних впливів. Оскільки частота основної гармоніки вимушених осьових коливань ротора, як правило, дорівнює частоті його обертання ω_n , досліджувані частоти можна обмежити діапазоном $0 \leq \omega \leq \omega_{\max} \cdot 10^2$. Резонансні частоти систем врівноважування реальних багатоступеневих насосів розташовуються в діапазоні 500–2000 с⁻¹. Для низькооборотних ($n \leq 3000$ об / хв, $\omega_n \leq 300$ с⁻¹) насосів такі частоти небезпеки не представляють.

За формулами (5.103) і (5.104) побудовані амплітудні і фазові частотні характеристики врівноважуючих пристроїв як реакції на гармонічні зовнішні впливи ψ_1 (рис. 5.9, 5.10) і τ (рис. 5.11, 5.12) при $\tau_n = 1$ і $\tau_n = 1,52$ відповідно, без урахування і з урахуванням сил інерції.

Криві 1, 2, 3 представляють результати, отримані без урахування інерції для відносних тисків $\psi_1 = 0,63; 1,0; 1,13$ ($p_1 = 10, 16, 18$ МПа); криві 4, 5, 6 – при тих же тисках з урахуванням інерції рідини.

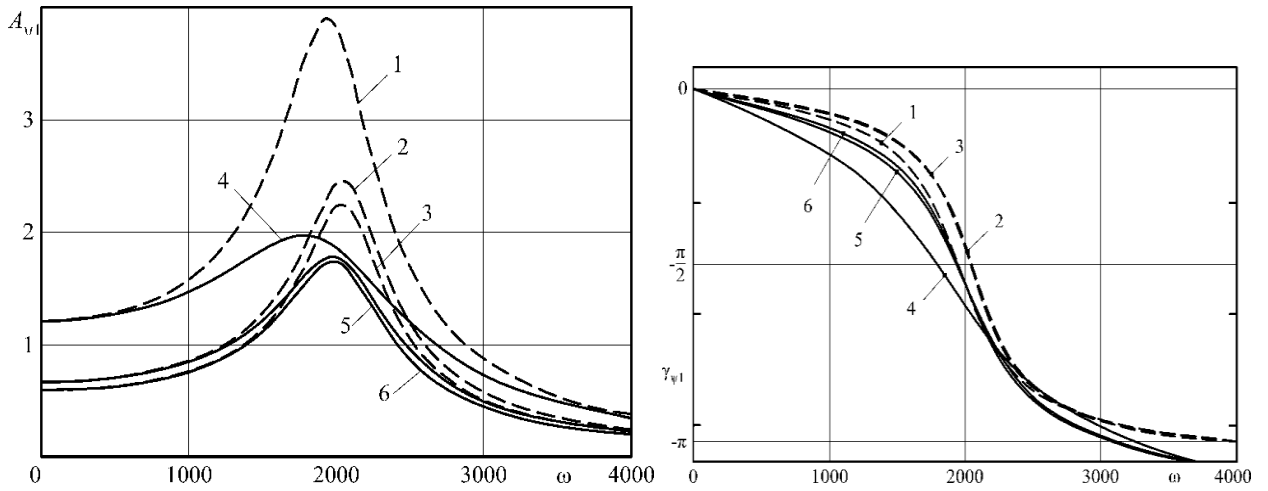


Рис. 5.9. Частотні характеристики по зовнішньому впливу Ψ_1 , $\tau_n = 1$

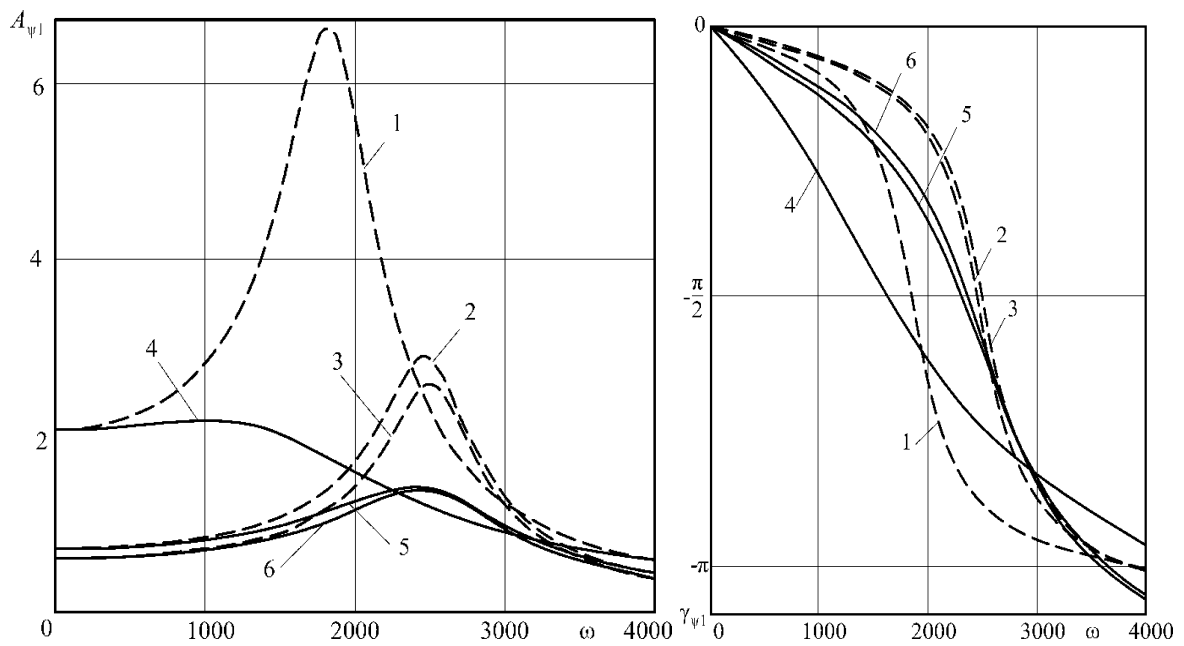


Рис. 5.10. Частотні характеристики по впливу Ψ_1 , $\tau_n = 1,52$

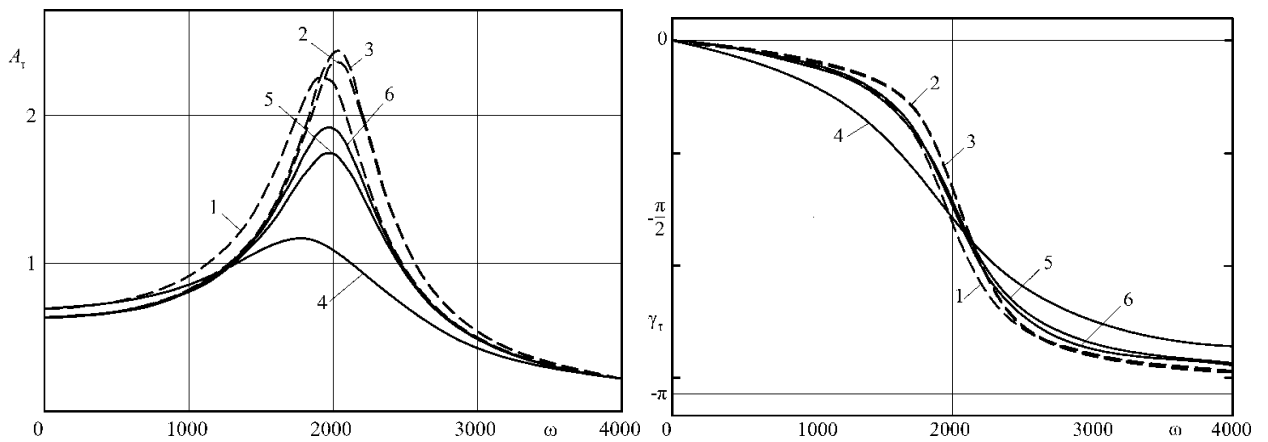


Рис. 5.11. Частотні характеристики по зовнішньому впливу τ , $\tau_n = 1$

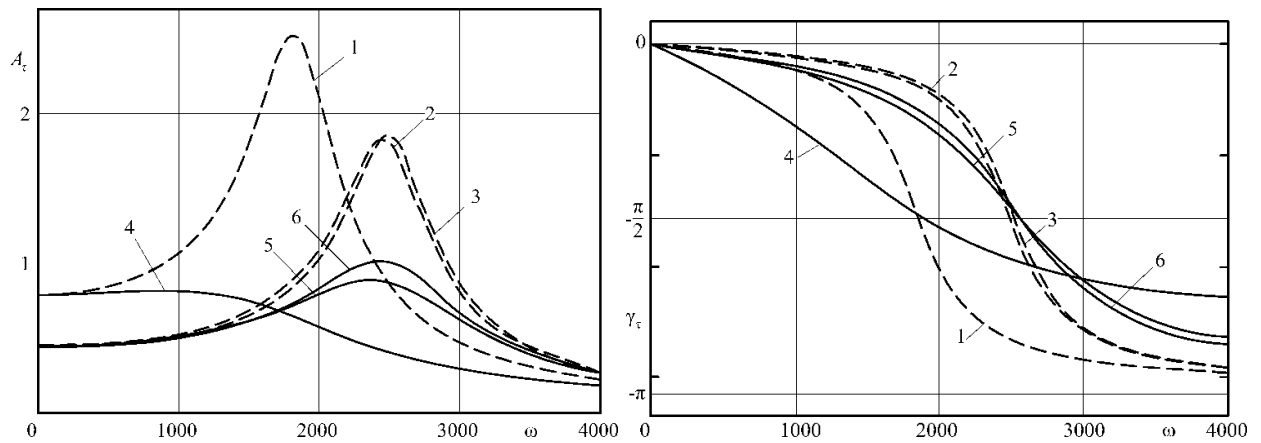


Рис. 5.12. Частотні характеристики по зовнішньому впливу τ , $\tau_n = 1,52$

З амплітудних частотних характеристик видно, що інерційний опір рідини в дроселюючих каналах врівноважуючих пристроїв надає демпфуючий вплив, зменшуючи власні частоти і амплітуди резонансних коливань. Осьові коливання ротора обумовлені змінною осьовою силою, що сприймається розвантажувальним диском. Таким чином, і диск, і вал, особливо в місці кріплення диска, схильні до небезпеки втомних руйнувань. Цю обставину необхідно враховувати під час розрахунків на міцність деталей та вузлів насоса.

Вплив сил інерції рідини посилюється при зменшенні тиску нагнітання. Тому облік цього впливу при прогнозуванні динамічних характеристик роторів особливо важливий для відцентрових насосів, що працюють у широкому діапазоні тисків.

5.1.4.8. Аналіз осьової стійкості ротора

Оцінка стійкості здійснюється за рівнянням вільних коливань системи, яке отримаємо з рівняння (5.86), вважаючи рівною нулю праву частину:

$$D(p)u_z = (A_0 p^7 + A_1 p^6 + A_2 p^5 + A_3 p^4 + A_4 p^3 + A_5 p^2 + A_6 p + A_7)u_z = 0. \quad (5.107)$$

Частинне рішення цього однорідного диференціального рівняння з постійними коефіцієнтами має вигляд

$$u_{zk} = u_{zak} e^{\lambda_k t}, \quad k = 1, 2, \dots, 7, \quad (5.108)$$

де λ_k - характеристичні показники.

Підставивши рішення в рівняння ($p^n u_z = \lambda^n u_z$), отримаємо характеристичне рівняння

$$A_0\lambda^7 + A_1\lambda^6 + A_2\lambda^5 + A_3\lambda^4 + A_4\lambda^3 + A_5\lambda^2 + A_6\lambda + A_7 = 0, \quad (5.109)$$

тобто рівняння алгебри 7-го ступеня. Для стійкості системи необхідно і достатньо, щоб всі дійсні корені цього рівняння були від'ємними, а комплексні – мали від'ємні дійсні частини.

Попередньо зазначимо, що необхідна, але недостатня умова стійкості, яка зводиться до вимоги, щоб при $A_0 > 0$ всі коефіцієнти (5.88) рівняння (5.109) були додатними, виконується. Коефіцієнти A'_j (5.67) взагалі не містять від'ємних доданків, тому завжди є додатними, а B_j (5.68) і C_j (5.69) є додатними для реальних конструкцій, для яких $T_{23} > \tau_{23} - \tau_{22}$, $\tau_{23} > \tau_{22}$.

Для оцінки стійкості системи порівняно високого порядку найбільш зручним представляється алгебраїчний критерій Рауса. Відповідно до цього критерію система стійка, якщо при $A_0 > 0$ всі елементи першого стовпчика таблиці Рауса додатні. Через значну кількість незалежних параметрів аналіз впливу хоча б деяких з них на стійкість системи виявляється надзвичайно важким завданням. Доводиться обмежуватися лише перевіркою на стійкість заданої конкретної конструкції. А для цього може бути простіше чисельне рішення характеристичного рівняння і оцінка стійкості по знаку дійсних частин коренів рівняння, подібно до того, як це було зроблено при оцінці стійкості спільних радіально-кутових коливань ротора.

Для перевірки на стійкість чисельними методами системи з параметрами, для яких будувалися амплітудні і фазові частотні характеристики, були обчислені корені характеристичного рівняння (5.109). Всі речові частини коренів рівняння від'ємні, що свідчить про стійкість системи. Інерція рідини надає стабілізуючу дію.

Системи без додаткового зовнішнього циліндричного дроселя описуються диференціальним рівнянням 5-го порядку. Позначимо власний оператор таких систем $D_*(p)$, а його коефіцієнти A_{j*} , $j = 0, 1 \dots 5$. З урахуванням виразів (5.90) $A_0 = A_1 = 0$, і коефіцієнти A_{j*} приводяться до виду:

$$A_{0*} = \beta_2 T_1^2 T_{11} T_{12} T_{22}, \quad A_{1*} = \beta_2 T_{22} [T_1^2 (T_{11} + T_{12}) + T_2 T_{11} T_{12}],$$

$$A_{2*} = T_1^2[\beta_1 T_{11} + \beta_2(T_{12} + T_{22})] + \beta_2 T_2 T_{22}(T_{11} + T_{12}) + \chi_n \beta_2 T_{11} T_{12} T_{22} + \sigma \beta_1 \beta_2 T_{11} T_{12} \tau_{22},$$
(5.110)

$$A_{3*} = (\beta_1 + \beta_2) T_1^2 + T_2[\beta_1 T_{11} + \beta_2(T_{12} + T_{22})] + \beta_2(T_{11} + T_{12})(\chi_n T_{22} + \sigma \beta_1 \tau_{22}),$$

$$A_{4*} = (\beta_1 + \beta_2) T_2 + \chi_n[\beta_1 T_{11} + \beta_2(T_{12} + T_{22})] + \sigma \beta_1 \beta_2(T_{11} + \tau_{22}),$$

$$A_{5*} = \chi_n(\beta_1 + \beta_2) + \sigma \beta_1 \beta_2.$$

Без урахування інерції рідини в каналах характеристичне рівняння на підставі (5.92) набирає вигляду

$$d_0 p^3 + d_1 p^2 + d_2 p + d_3 = 0,$$

тобто система вироджується в систему третього порядку з коефіцієнтами

$$d_0 = \beta_2 T_1^2 T_{22}, \quad d_1 = (\beta_1 + \beta_2) T_1^2 + \beta_2 T_2 T_{22},$$
(5.111)

$$d_2 = (\beta_1 + \beta_2) T_2 + \chi_n \beta_2 T_{22} + \sigma \beta_1 \beta_2 \tau_{22}, \quad d_3 = \chi_n(\beta_1 + \beta_2) + \sigma \beta_1 \beta_2.$$

Аналіз стійкості в цьому випадку можна провести за критерієм Рауса – Гурвіца $d_1 d_2 > d_0 d_3$. Якщо відсутнє зовнішнє демпфування, то після підстановки значень коефіцієнтів приходимо до вже відомого результату (5.84), який накладає обмеження на об'єм камери гідроп'яти.

Подібним чином отримуються коефіцієнти характеристичних рівнянь для інших варіантів конструкцій врівноважуючих пристроїв. При цьому використовуються вирази (5.93), (5.94).

5.1.5. Радіально-осьові коливання ротора відцентрового насоса з системою авторозвантаження

5.1.5.1. Статичний розрахунок

Статичний розрахунок зводиться до побудови статичних характеристик, тобто сталих залежностей торцевого зазору і витоків від осьової сили і ексцентриситету. Ці

характеристики можна знайти з рівняння осьової рівноваги ротора і рівняння балансу витоків.

Для турбулентних режимів течії рідини в дроселюючих каналах статичний розрахунок не відрізняється від викладеного раніше розрахунку системи врівноваження без додаткового дроселя: $g_3 = \infty$, $p_3 = \text{const}$, $p_4 = 0$, Тому тут він не повторюється. Лише в кінцевих формулах статичних і витратних характеристик відображено залежність провідності турбулентного циліндричного дроселя від відносного ексцентриситету. На ламінарних режимах течії в зв'язку з лінійною залежністю витоків від перепаду тиску дещо зміняться рівняння балансу витоків, тому розрахунок для ламінарних течій розглянемо більш докладно.

Рівняння осьової рівноваги ротора $T = F_z + F_*$. Для лінійної зміни тиску по радіусу торцевого зазору стале значення регулюючого впливу визначається виразом, подібним (5.14):

$$F_z = A_2 p_2 + 0,5 A_c (p_2 + p_3) = A_e (p_2 - p_3), \quad A_e = A_2 + 0,5 A_c. \quad (5.112)$$

Приведемо сили (крім F) і тиски до безрозмірного вигляду. В якості A_0 , як і раніше, будемо приймати площу вхідної воронки робочого колеса: $A_n = A_0$; в якості p_n – номінальне значення тиску нагнітання насоса: $p_n = p_{nn}$.

$$\tau_I = \frac{T}{A_0 p_n}, \quad \tau_{II} = c_p \psi_1, \quad c_p = \frac{C_p}{A_0}, \quad \tau_{III} = c_\omega \omega^2, \quad c_\omega = \frac{C_\omega}{A_0 p_n}, \quad (5.113)$$

$$\begin{cases} \varphi = \frac{F_z}{A_0 p_n} = \sigma(\psi_2 - \psi_3), & \chi = \frac{F_*}{A_0 p_n} \approx \frac{k\Delta}{A_0 p_n}, \quad (z \ll \Delta), \quad \sigma = \frac{A_e}{A_0}, \\ \psi_1 = \frac{p_1}{p_n}, \quad \psi_2 = \frac{p_2}{p_n}, \quad \psi_3 = \frac{p_3}{p_n}. \end{cases} \quad (5.114)$$

коефіцієнти C_ω , C_p визначаються за формулами (5.10), (5.12).

На підставі (5.9), як і (5.35),

$$p_1 = p_n = nB\omega^2, \quad p_n = nB\omega_n^2, \quad \psi_1 = \omega^2 / \omega_n^2.$$

Рівняння осьової рівноваги в безрозмірному вигляді

$$\varphi = \tau - \chi.$$

Вираз осьової сили тиску F_z містить невідомий поки тиск p_2 в камері III гідроп'яти. Він знаходиться з рівняння балансу витрат, яке в положенні рівноваги зводиться до рівності витоків через послідовно з'єднані кільцевий (Q_1) і торцовий (Q_2) дроселі. В динаміці рівняння балансу витоків включає додаткові витoki витіснення і стиснення, тому тиск Ψ_2 в динаміці відрізняється від тиску в статиці. Відповідно відрізняються сили φ – регулюючі дії.

У статиці кожній усталеній комбінації значень зовнішніх і задаючих впливів Ψ_1, τ, F, χ відповідає своє стале значення регульованої величини – торцового зазору u_z , а також витoki Q .

Рівняння балансу витоків на ламінарних режимах відрізняються від (5.2) залежністю витоків від дросельованого перепаду тиску (величини, що відносяться до турбулентної течії, відзначаються додатковим нижнім індексом « m »):

$$\begin{cases} Q_1 = g_1(p_1 - p_2) = Q_2 = g_2(p_2 - p_3) = Q = g_e(p_1 - p_3) \\ Q_{1m} = g_{1m}\sqrt{p_1 - p_2} = Q_{2m} = g_{2m}\sqrt{p_2 - p_3} = Q_m = g_{em}\sqrt{p_1 - p_3} \end{cases}, \quad (5.115)$$

де провідності ламінарного і турбулентного кільцевого і торцового дроселів без урахування місцевих опорів визначаються формулами [44]:

$$g_{1n} = \frac{\pi R_1 H_1^3}{6\mu l_1}; \quad g_{2n} = \frac{\pi R_2 H_2^3}{6\mu l_2}; \quad g_{1mn} = 4 \frac{\pi R_1 H_1^{1,5}}{\sqrt{\rho l_1 \lambda_1}}, \quad g_{2mn} = 4 \frac{\pi R_2 H_2^{1,5}}{\sqrt{\rho l_2 \lambda_2}}; \quad (5.116)$$

$$\begin{cases} g_1 = g_{1n}(1 + 1,5\varepsilon_0^2), & g_2 = g_{2n}u_z^3, & g_s = g_1 + g_2, \\ g_e = \frac{g_1 g_2}{g_1 + g_2}, & g_{en} = \frac{g_{1n} g_{2n}}{g_{1n} + g_{2n}} \end{cases} \quad (5.117)$$

$$\begin{cases} g_{1m} = g_{1mn}(1 + 0,19\varepsilon_0^2), & g_{2m} = g_{2mn}u_z^{1,5}, & g_s^2 = g_1^2 + g_2^2 \\ g_{em}^2 = \frac{g_{1m}^2 g_{2m}^2}{g_{1m}^2 + g_{2m}^2}, & g_{emn}^2 = \frac{g_{1mn}^2 g_{2mn}^2}{g_{1mn}^2 + g_{2mn}^2} \end{cases}, \quad (5.118)$$

$$|\vec{r}_0| = e_0, \quad \varepsilon = \frac{|\vec{r}|}{H_1}, \quad \varepsilon_0 = \frac{e_0}{H_1}, \quad (5.119)$$

де g_e, g_{em} – еквівалентні провідності двох послідовно з'єднаних ламінарних і турбулентних дроселів;

H_1 – середній радіальний зазор циліндричного дроселя I;

H_2, z – базове (оптимальне) і поточне значення торцевого зазору відповідно;

e_0 – початковий ексцентриситет осі валу щодо осі втулки;

l_1 – довжина кільцевого зазору, $l_2 = R_3 - R_2$ – радіальна протяжність торцевого зазору;

μ – динамічна в'язкість робочої рідини. Турбулентні провідності з урахуванням місцевих опорів представлені формулами (5.5).

Провідність циліндричного дроселя визначається модулем ексцентриситету \vec{r} , а не його напрямком, тому будемо мати на увазі, що у виразах провідності g_1, g_{1m} відносний ексцентриситет є скалярною величиною.

З перших рівнянь (5.115) знаходимо

$$\Delta p_1 = \frac{g_2}{g_1} \Delta p_2 = \frac{g_2}{g_1 + g_2} \Delta p; \quad \psi_2 = \frac{g_1 \psi_1 + g_2 \psi_3}{g_1 + g_2}, \quad (5.120)$$

де $\Delta p_1 = p_1 - p_2$, $\Delta p_2 = p_2 - p_3$, $\Delta p = p_1 - p_3$,

а після підстановки в (5.114) знайдемо безрозмірний регулюючий вплив

$$\varphi = \sigma(\psi_2 - \psi_3) = \frac{(1 + 1,5\varepsilon_0^2)\sigma\Delta\psi}{(1 + 1,5\varepsilon_0^2) + \alpha_{21}u_z^3}, \quad \Delta\psi = \psi_1 - \psi_3. \quad (5.121)$$

Безрозмірна статична жорсткість регулятора

$$\kappa_s = \frac{\partial\varphi}{\partial u_z} = -3 \frac{\sigma\Delta\psi}{u_z} \cdot \frac{g_1 g_2}{(g_1 + g_2)^2} = -3 \frac{\sigma\Delta\psi}{u_z} \cdot \frac{(1 + 1,5\varepsilon_0^2)u_z^3}{[(1 + 1,5\varepsilon_0^2) + \alpha_{21}u_z^3]^2}. \quad (5.122)$$

На відміну від турбулентних течій, де безрозмірні провідності $\alpha_{ijm} = g_{im}^2 / g_{jnm}^2$ (5.21), на ламінарних течіях

$$\alpha_{ij} = g_{in} / g_{jn}, \quad \alpha_{21} = g_{2n} / g_{1n},$$

тобто дорівнюють відношенню перших ступенів відповідних базових провідностей.

Від'ємне значення жорсткості (монотонно спадаючі криві $\varphi(u_z)$) є ознакою статичної

стійкості системи врівноваження. На рис. 5.13 показано вплив початкового відносного ексцентриситету на графіки функції (5.121) – залежність регулюючого впливу від величини торцевого зазору для ламінарного режиму течії в каналах ($\sigma = 3$, $\Delta\psi = 1$, $\alpha_{21} = 1$). Скориставшись рівнянням рівноваги з урахуванням (5.121), знайдемо вираз усталеного безрозмірного торцевого зазору u_z як функцію врівноважуючої осьової сили τ , дроселюємого перепаду тиску $\Delta\psi$, зусилля віджимного пристрою χ і ексцентриситету ε_0 , що статично змінююся.

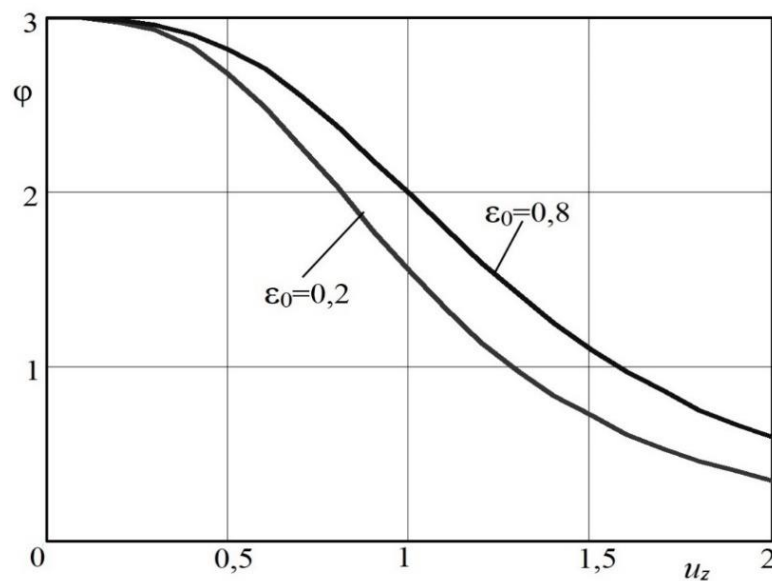


Рис. 5.13. Графіки зміни регулюючого впливу

Для незалежної осьової сили (перший варіант):

$$u_z = \left[\alpha_{12} \left(\sigma \frac{\Delta\psi}{\tau - \chi} - 1 \right) (1 + 1,5\varepsilon_0^2) \right]^{1/3}. \quad (5.123)$$

Безрозмірне зусилля χ віджимного пристрою служить задаючим впливом, за допомогою якого проводиться настройка системи врівноваження. Формула (5.123) дозволяє побудувати статичні характеристики за любым з зовнішніх впливів. Додатні значення торцевого зазору можливі за умови $\tau < \chi + \sigma\Delta\psi$. На номінальному режимі зазор приймає значення $z = z_n$, $u_z = 1$, якщо

$$\alpha_{12}^* = 1 / \left(\sigma \frac{\Delta\psi_n}{\tau_n - \chi_n} - 1 \right) (1 + 1,5\varepsilon_0^2). \quad (5.124)$$

Для другого варіанту, коли осьова сила пропорційна незалежному від частоти обертання тиску нагнітання p_1 , у формулі (5.123) потрібно зробити заміну $\tau = c_p \psi_1$ (5.113):

$$u_z = \left[\alpha_{12} \left(\sigma \frac{\Delta \psi}{c_p \psi_1 - \chi} - 1 \right) (1 + 1,5 \varepsilon_0^2) \right]^{1/3}, \quad (5.125)$$

$$u_z > 0, \text{ якщо } \psi_1 > \frac{\sigma \psi_3 - \chi}{\sigma - c_p}.$$

Витоки через врівноважуючий пристрій на сталому режимі при номінальних зовнішніх впливах визначаються по одному з рівнянь (5.115) з урахуванням (5.117):

$$Q = g_e (p_1 - p_3); g_e = g_{2n} \frac{(1 + 1,5 \varepsilon_0^2) u_z^3}{(1 + 1,5 \varepsilon_0^2) + \alpha_{21} u_z^3}; u_z = u_z(\tau_n, \Delta \psi_n).$$

За аналогією з (5.34) наведемо вираз витоків до безрозмірного вигляду, використовуючи в якості масштабу витік Q_* :

$$\bar{Q}(u_z) = \frac{Q}{Q_*} = \frac{g_e}{g_{en}} \Delta \psi = \frac{g_{2n}}{g_{en}} \Delta \psi \frac{(1 + 1,5 \varepsilon_0^2) u_z^3}{(1 + 1,5 \varepsilon_0^2) + \alpha_{21} u_z^3}; Q_* = g_{en} p_n. \quad (5.126)$$

Висловивши торцовий зазор формулами (5.123) і (5.125) отримаємо відповідні залежності витоків від зовнішніх впливів:

$$\begin{cases} \bar{Q} = \alpha_{1e} \left(\Delta \psi - \frac{\tau - \chi}{\sigma} \right) (1 + 1,5 \varepsilon_0^2); & \alpha_{1e} = \frac{g_{1n}}{g_{en}}, \\ \bar{Q} = \alpha_{1e} \left(\Delta \psi - \frac{c_p \psi_1 - \chi}{\sigma} \right) (1 + 1,5 \varepsilon_0^2) \end{cases}, \quad (5.127)$$

Статична характеристика для турбулентних режимів відрізняється від (5.30) наявністю додаткового множника, що враховує ексцентриситет вала щодо втулки. Для обох розглянутих випадків статичні характеристики мають вигляд

$$\begin{cases} u_{zm} = \left[\alpha_{12m} \left(\sigma \frac{\Delta \psi}{\tau - \chi} - 1 \right) (1 + 0,19 \varepsilon_0^2)^2 \right]^{1/3} \\ u_{zm} = \left[\alpha_{12m} \left(\sigma \frac{\Delta \psi}{c_p \psi_1 - \chi} - 1 \right) (1 + 0,19 \varepsilon_0^2)^2 \right]^{1/3}, \end{cases} \quad (5.128)$$

Формули (5.127) відносного витоку для турбулентної течії замінюються формулами:

$$\begin{cases} \bar{Q}_m = \frac{Q_0}{Q_*} = \left[\alpha_{1em} \left(\Delta\psi - \frac{\tau - \chi}{\sigma} \right) (1 + 0,19\varepsilon_0^2)^2 \right]^{0,5}, \\ \bar{Q}_m = \left[\alpha_{1em} \left(\Delta\psi - \frac{c_p \psi_1 - \chi}{\sigma} \right) (1 + 0,19\varepsilon_0^2)^2 \right]^{0,5} \end{cases} \quad (5.129)$$

За величиною витоків можна оцінити число Рейнольдса для течій в дроселях. Наприклад, позначивши середню швидкість радіального плину в торцевому дроселі w_{2*} , для умовного витоку отримаємо

$$w_{2*} = \frac{Q_*}{2\pi R_2 H_2}, \quad \text{Re}_{2*} = \frac{2\rho w_{2*} H_2}{\mu} = \frac{\rho g_{en} P_n}{\pi R_2 \mu}. \quad (5.130)$$

Подібним чином визначимо число Рейнольдса в кільцевому дроселі

$$\text{Re}_{1*} = \frac{2\rho w_{1*} H_1}{\mu} = \frac{\rho g_{en} P_n}{\pi R_1 \mu}.$$

У сталому стані

$$\text{Re}_{20} = \frac{\rho g_{e0} P_{10}}{\pi R_2 \mu}, \quad \text{Re}_{10} = \frac{\rho g_{e0} P_{10}}{\pi R_1 \mu}.$$

На рис. 5.14, 5.15 наведені статичні та витратні характеристики для ламінарних і турбулентних режимів течії, побудовані за формулою (5.123) і за першими формулами (5.127) і (5.128). Для простоти прийнято: $\sigma = 3$, $\Delta\psi = 1$, $\alpha_{12} = 1$, $\alpha_{1e} = 2$; $\sigma = 3$, $\Delta\psi = 1$, $\alpha_{12} = 1$, $\alpha_{1e} = 2$; $\varepsilon_0 = 0,2; 0,8$. Графіки показують, наскільки більше вплив ексцентриситету проявляється на ламінарних режимах течії.

Для останнього варіанту, коли сила і тиск пропорційні квадрату частоти обертання, вводячи заміну (5.113) $\psi_1 = \omega^2 / \omega_n^2$, $\tau = c_\omega \omega^2$ в формулу (5.123) і в перші формули (5.127) – (5.129), отримаємо

$$\begin{cases} u_z = \left[\alpha_{12} \left(\sigma \frac{\omega^2 / \omega_n^2 - \psi_3}{c_\omega \omega^2 - \chi} - 1 \right) (1 + 1,5\varepsilon_0^2) \right]^{1/3} \\ \bar{Q} = \left[\alpha_{1e} \left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2} - \psi_3 - \frac{c_\omega \omega^2 - \chi}{\sigma} \right) (1 + 1,5\varepsilon_0^2) \right]^{1/2}, \end{cases} \quad (5.131)$$

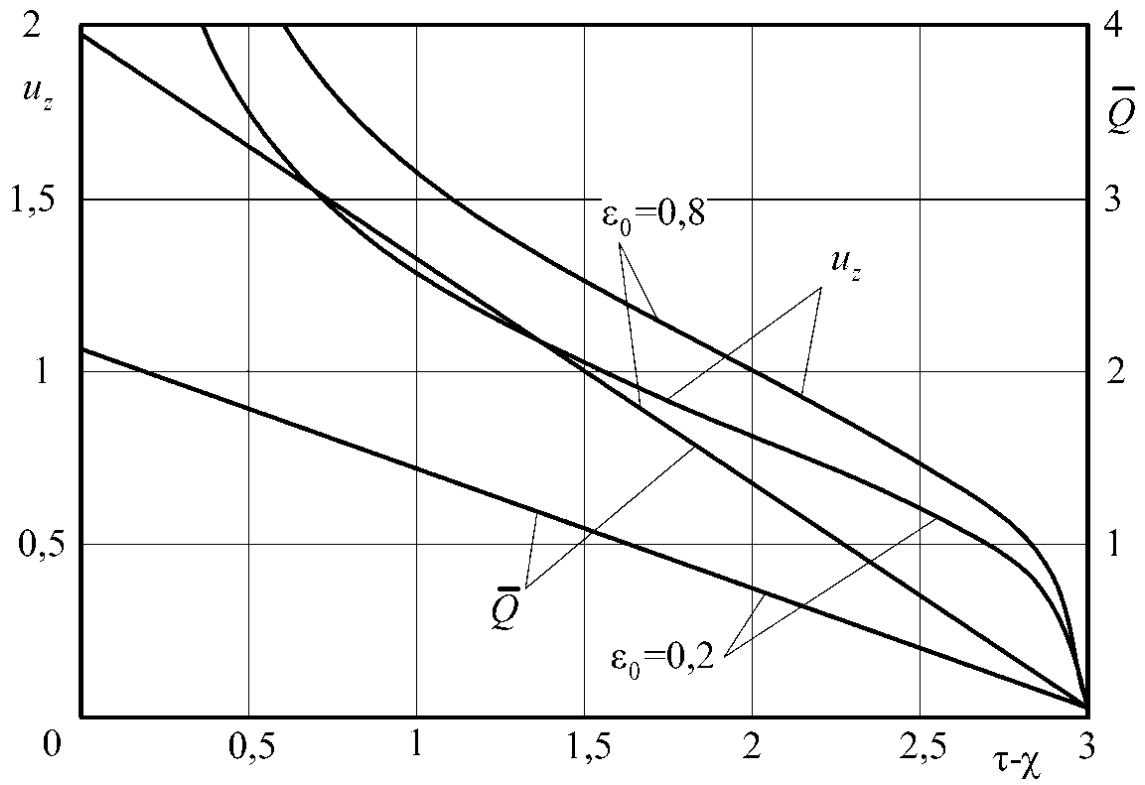


Рис. 5.14. Статичні характеристики для ламінарного режиму течії.

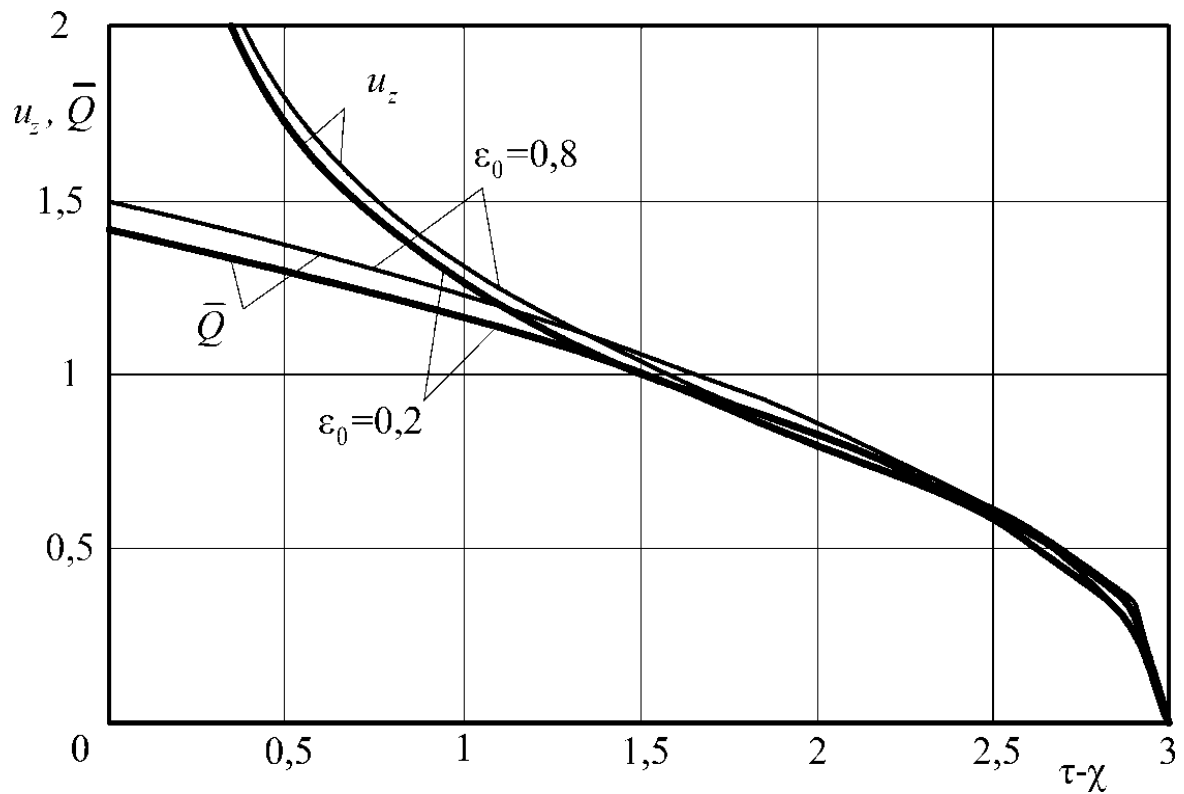


Рис. 5.15. Статичні характеристики для турбулентного режиму течії

$$\begin{cases} u_{zm} = \left[\alpha_{12m} \left(\sigma \frac{\omega^2 / \omega_n^2 - \psi_3}{c_\omega \omega^2 - \chi} - 1 \right) (1 + 0,19\varepsilon_0^2)^2 \right]^{1/3} \\ \bar{Q}_m = \left[\alpha_{1em} \left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2} - \psi_3 - \frac{c_\omega \omega^2 - \chi}{\sigma} \right) (1 + 0,19\varepsilon_0^2)^2 \right]^{1/2} . \end{cases} \quad (5.132)$$

5.1.5.2. Стійкість коливань ротора

Щоб знайти силу тиску (5.112), що розкриває торцовий зазор (регулюючий вплив), обчислимо тиск p_2 в камері з рівняння балансу витоків в динаміці:

$$Q_1 = Q_2 + Q_v + Q_p . \quad (5.133)$$

Це рівняння включає додатково виток витіснення і стиснення, обумовлені осьовими коливаннями ротора:

$$Q_v = A_e \dot{z}, \quad Q_p = V \dot{p}_2 / E , \quad (5.134)$$

де E - об'ємний адіабатичний модуль пружності рідини; V - обсяг камери III.

Витоки Q_1, Q_2 через кільцевий і торцовий дроселі на ламінарному і турбулентному режимах

$$\begin{aligned} Q_1 &= g_{1n} (1 + 1,5\varepsilon^2) (p_1 - p_2), \quad Q_2 = g_{2n} u_z^3 (p_2 - p_3), \\ Q_{1m} &= g_{1nm} (1 + 0,19\varepsilon^2) \sqrt{(p_1 - p_2)}, \quad Q_{2m} = g_{2nm} u_z^{1,5} \sqrt{p_2 - p_3} . \end{aligned}$$

Оскільки виток – нелінійні функції, то рівняння балансу витоків потрібно лінеаризувати, тобто перейти до рівнянь в варіаціях. У постановці задачі прийнято $p_{1n} = p_n$; $p_3 = \text{const}$, тому $\delta p_3 = 0$, а варіація сили (5.113) – $\delta F_z = A_e \delta p_2$, або в безрозмірному вигляді

$$\delta \varphi = \sigma \delta \psi_2 . \quad (5.135)$$

Таким чином, варіація регулюючого впливу відрізняється від варіації тиску в камері лише постійним множником σ .

Обчислимо попередньо варіації нелінійних витоків:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta Q_1 = \Delta p_{10} \delta g_1 + g_{10} (\delta p_1 - \delta p_2) = \frac{3\varepsilon_0}{1 + 1,5\varepsilon_0^2} g_{10} \Delta p_{10} \delta \varepsilon + g_{10} (\delta p_1 - \delta p_2), \\ \delta Q_2 = \Delta p_{20} \delta g_2 + g_{20} \delta p_2 = \frac{3}{u_{z0}} g_{20} \Delta p_{20} \delta u_z + g_{20} \delta p_2 \\ \delta Q_{1m} = \frac{0,38\varepsilon_0}{1 + 0,19\varepsilon_0^2} g_{10m} \sqrt{\Delta p_{10}} \delta \varepsilon + \frac{g_{10m} \sqrt{\Delta p_{10}}}{2\Delta p_{10}} (\delta p_1 - \delta p_2), \\ \delta Q_{2m} = \frac{1,5}{u_{z0}} g_{20m} \sqrt{\Delta p_{20}} \delta u_z + \frac{g_{20} \sqrt{\Delta p_{20}}}{2\Delta p_{20}} \delta p_2. \end{array} \right.$$

Варіації витоків витіснення і стиснення для обох режимів течії однакові:

$$\delta Q_v = A_e H_2 \delta \dot{u}_z, \quad \delta Q_p = \frac{V}{E} \delta \dot{p}_2.$$

Підставимо отримані вирази варіацій в рівняння (5.41)

$$\begin{aligned} \frac{V}{E} \delta \dot{p}_2 + (g_{10} + g_{20}) \delta p_2 &= g_{10} \delta p_1 - A_e H_2 \delta \dot{u}_z - \frac{3g_{20}}{u_{z0}} \Delta p_{20} \delta u_z + \varepsilon_* g_{10} \Delta p_{10} \delta \varepsilon; \\ \frac{V}{E} \delta \dot{p}_{2m} + \frac{1}{2} \left(\frac{g_{10m} \sqrt{\Delta p_{10}}}{\Delta p_{10}} + \frac{g_{20m} \sqrt{\Delta p_{20}}}{\Delta p_{20}} \right) \delta p_{2m} &= \frac{g_{10m} \sqrt{\Delta p_{10}}}{2\Delta p_{10}} \delta p_1 - A_e H_2 \delta \dot{u}_z - \\ &- \frac{3g_{20m} \sqrt{\Delta p_{20}}}{2u_{z0}} \delta u_z + \varepsilon_{*m} g_{10m} \sqrt{\Delta p_{10}} \delta \varepsilon. \end{aligned}$$

З формул (5.117) і (5.118) для провідностей в сталому стані отримаємо

$$\begin{aligned} g_{10} = g_1 = g_{1n} (1 + 1,5\varepsilon_0^2), \quad g_{20} = g_{2n} u_{z0}^3, \\ g_{10m} = g_{1m} = g_{1nm} (1 + 0,19\varepsilon_0^2), \quad g_{20m} = g_{2nm} u_{z0}^{1,5}. \end{aligned}$$

Прийmemo також до уваги вирази витоків в сталому стані:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{10} = g_{10} \Delta p_{10} = Q_{20} = g_{20} \Delta p_{20} = g_e \Delta p_0 = Q_0 \\ Q_{10m} = g_{10m} \sqrt{\Delta p_{10}} = Q_{20m} = g_{20m} \sqrt{\Delta p_{20}} = g_{em} \sqrt{\Delta p_0} = Q_{0m}, \\ \Delta p_{10} = p_{10} - p_{20}, \quad \Delta p_{20} = p_{20} - p_{30}, \quad \Delta p_0 = p_{10} - p_{30} \end{array} \right. \quad (5.136)$$

Використаємо ці співвідношення і перейдемо до безрозмірних тисків (знаки варіацій для стислості опускаємо, зберігаючи їх у пам'яті). В результаті прийдемо до рівнянь

$$\begin{cases} \frac{V}{E} \dot{\psi}_2 + (g_{10} + g_{20}) \psi_2 = g_{10} \psi_1 - \frac{A_e H_2}{p_n} \dot{u}_z - \frac{3Q_0}{p_n u_{z0}} u_z + \frac{\varepsilon_* Q_0}{p_n} \varepsilon \\ \frac{V}{E} \dot{\psi}_{2m} + \frac{1}{2Q_{0m}} (g_{10m}^2 + g_{20m}^2) \psi_{2m} = \frac{Q_{0m}}{2\Delta p_{10}} \psi_1 - \frac{A_e H_2}{p_n} \dot{u}_z - \frac{3Q_{0m}}{2p_n u_{z0}} u_z + \frac{\varepsilon_{*m} Q_{0m}}{p_n} \varepsilon \end{cases}, \quad (5.137)$$

де

$$\varepsilon_* = \frac{3\varepsilon_0}{1 + 1,5\varepsilon_0^2}, \quad \varepsilon_{*m} = \frac{0,38\varepsilon_0}{1 + 0,19\varepsilon_0^2}. \quad (5.138)$$

Сталі значення змінних величин, щодо яких проводиться лінеаризація, визначаються статичним розрахунком і позначені додатковими нульовими індексами.

складові $\frac{\varepsilon_* Q_0}{p_n} \varepsilon$, $\frac{\varepsilon_{*m} Q_{0m}}{p_n} \varepsilon$ варіацій витоків Q_1 через кільцевий дросель визначаються

модулем ексцентриситету і не залежать від його напрямку. Тому ще раз нагадаємо, що буквою ε позначений модуль відносного ексцентриситету, тобто $\varepsilon = |\vec{r}|/H_1$ – скалярна величина.

Помножимо рівняння (5.137) на σ і з урахуванням (5.135) приведемо їх до нормалізованої операторної форми ($p = d/dt$):

$$\begin{cases} (T_2 p + 1)\varphi = \kappa_s (\tau_2 p + 1)u_z + k_1 \psi_1 + k_2 \varepsilon \\ (T_{2m} p + 1)\varphi_m = \kappa_{sm} (\tau_{2m} p + 1)u_z + k_{1m} \psi_1 + k_{2m} \varepsilon \end{cases}; \quad (5.139)$$

$$\begin{cases} T_2 = \frac{V}{E g_{s0}}, \quad \tau_2 = \frac{A_e H_2 u_{z0}}{3Q_0}, \\ \kappa_s = -\frac{3Q_0 \sigma}{g_{s0} p_n u_{z0}}, \quad k_1 = \frac{g_{10}}{g_{s0}} \sigma, \quad k_2 = \frac{Q_0 \varepsilon_* \sigma}{g_{s0} p_n}, \quad g_{s0} = g_{10} + g_{20}; \\ T_{2m} = \frac{2V Q_{0m}}{E g_{sm}^2}, \quad \tau_{2m} = \frac{2A_e H_2 u_{z0}}{3Q_{0m}}, \\ \kappa_{sm} = -\frac{3Q_{0m}^2 \sigma}{g_{sm}^2 p_n u_{z0}}, \quad k_{1m} = \frac{g_{10m}^2}{g_{sm}^2} \sigma, \quad k_{2m} = \frac{2\varepsilon_{*m} Q_{0m}^2 \sigma}{g_{sm}^2 p_n}, \quad g_{sm}^2 = g_{10m}^2 + g_{20m}^2. \end{cases} \quad (5.140)$$

Користуючись рівняннями (5.139), висловимо безрозмірну врівноважуючу силу для ламінарних і турбулентних течій:

$$\begin{cases} \varphi = \kappa_s \frac{\tau_2 p + 1}{T_2 p + 1} u_z + \frac{k_1}{T_2 p + 1} \psi_1 + \frac{k_2}{T_2 p + 1} \varepsilon, \\ \varphi_m = \kappa_{sm} \frac{\tau_{2m} p + 1}{T_{2m} p + 1} u_z + \frac{k_{1m}}{T_{2m} p + 1} \psi_1 + \frac{k_{2m}}{T_{2m} p + 1} \varepsilon. \end{cases} \quad (5.141)$$

З останніх виразів можна отримати передавальні функції регулятора по зовнішнім впливам. Зокрема, передавальна функція за похибкою (динамічна жорсткість регулятора):

$$W_u(p) = \frac{\varphi_u}{u_z} = \kappa_s \frac{\tau_2 p + 1}{T_2 p + 1}.$$

Якщо у виразі динамічної жорсткості ввести заміну $p = i\omega$ і виділити дійсну і уявну частини

$$W_u(i\omega) = \kappa_s [U_u(\omega) + i\omega V_u(\omega)],$$

то по дійсній частині можна оцінити діапазон зміни власної частоти ω_{u^*} осьових коливань:

$$\omega_{u^*} = \frac{1}{T_1} \sqrt{\chi_n + \kappa_s U_u(\omega)}.$$

Рівняння осьових коливань при переході до варіацій і до безрозмірної осьової координати $u_z = z/H_2$ в нормалізованій операторній формі має однаковий вигляд як для ламінарної, так і для турбулентної течій. Змінюється тільки регулюючий вплив, що входить в праву частину:

$$\begin{cases} (T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1) u_z = K(\varphi - \tau), \\ (T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1) u_z = K(\varphi_m - \tau) \end{cases} \quad (5.142)$$

$$T_1^2 = m/k, \quad 2\zeta = c/\sqrt{km}, \quad K = A_0 p_n / H_2 k; \quad \tau = \tau_a e^{i\omega t}, \quad (5.143)$$

де T_1 і ζ – період і показник загасання вільних осьових коливань ротора без гідроп'яти відповідно;

$\tau = \tau_a e^{i\omega t}$ – варіація безрозмірної осьової сили;

K – пружна характеристика віджимного пристрою. Якщо немає віджимного пристрою ($k = 0$) і якщо можна знехтувати зовнішнім демпфуванням ($c = \zeta = 0$), то після ділення рівняння (5.142) на mH_2 , отримаємо

$$\frac{H_2 m}{A_0 p_n} \ddot{u}_z = \varphi - \tau, \quad \frac{H_2 m}{A_0 p_n} \ddot{u}_{zm} = \varphi_m - \tau.$$

Дріб $H_2 m / A_0 p_n$ представляє квадрат періоду вільних осьових коливань ротора без віджимного пристрою та без урахування демпфування. Підставивши регулюючий вплив (5.141) в рівняння (5.142), прийдемо до рівнянь осьового руху системи «ротор – врівноважуючий пристрій»:

$$\begin{cases} [(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1)(T_2 p + 1) - K\kappa_s(\tau_2 p + 1)]u_z = K[k_1\psi_1 + k_2\varepsilon - (T_2 p + 1)\tau] \\ [(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1)(T_{2m} p + 1) - K\kappa_{sm}(\tau_{2m} p + 1)]u_z = K[k_{1m}\psi_1 + k_{2m}\varepsilon - (T_{2m} p + 1)\tau] \end{cases} \quad (5.144)$$

Осьовий зсув $u_z = z/H_2$ віднесено до базового торця зазору H_2 , тому і модуль радіального зміщення, віднесений раніше до радіального зазору H_1 , потрібно віднести до зазору H_2 :

$$\varepsilon = \frac{|\vec{r}|}{H_1} = \frac{|\vec{r}|}{H_2} \frac{H_2}{H_1} = |\vec{u}_r| \bar{H}, \quad \vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{H_2}, \quad \bar{H} = \frac{H_2}{H_1}. \quad (5.145)$$

Зберемо зліва скалярні змінні $u_z, |\vec{u}_r|$ і представимо рівняння осьових коливань у вигляді

$$\begin{cases} D_z(p)u_z - Kk_2\bar{H}|\vec{u}_r| = K[k_1\psi_{1a} - (T_2 p + 1)\tau_a]e^{i\omega t}, \\ D_{zm}(p)u_z - Kk_{2m}\bar{H}|\vec{u}_r| = K[k_{1m}\psi_{1a} - (T_{2m} p + 1)\tau_a]e^{i\omega t}, \end{cases} \quad (5.146)$$

де власні оператори системи, що здійснює тільки осьові коливання для ламінарних і турбулентних течій

$$\begin{cases} D_z(p) = c_0 p^3 + c_1 p^2 + c_2 p + c_3 \\ D_{zm}(p) = c_{0m} p^3 + c_{1m} p^2 + c_{2m} p + c_{3m} \end{cases}, \quad (5.147)$$

і їх коефіцієнти

$$\begin{cases} c_0 = T_1^2 T_2, \quad c_1 = T_1^2 + 2\zeta T_1 T_2, \quad c_2 = 2\zeta T_1 + T_2 - K\kappa_s \tau_2, \quad c_3 = -K\kappa_s + 1, \\ c_{0m} = T_1^2 T_{2m}, \quad c_{1m} = T_1^2 + 2\zeta T_1 T_{2m}, \quad c_{2m} = 2\zeta T_1 + T_{2m} - K\kappa_{sm} \tau_{2m}, \quad c_{3m} = -K\kappa_{sm} + 1. \end{cases} \quad (5.148)$$

Таким чином, система, не пов'язана з радіальними коливаннями, описується диференціальним рівнянням третього порядку.

Якщо радіальні зміщення розглядати як незалежні задані коливання з частотою, рівній частоті обертання ротора $u_r = u_{ra} e^{i\omega t}$, то в рівняннях (5.146) вони будуть виступати в якості зовнішніх кінематичних збурень поряд з осьювою силою $\tau = \tau_a e^{i\omega t}$ і тиском нагнітання $\psi_1 = \psi_{1a} e^{i\omega t}$.

Незалежні вільні осьові коливання описуються рівняннями (5.144) без правих частин: $D_z(p)u_z = 0$, $D_{zm}(p)u_z = 0$. Рішення таких однорідних рівнянь має вигляд $u_z = u_{zd} e^{\lambda t}$, $\dot{u}_z = p u_z = \lambda u_z$, $p = \lambda$. Вводячи цю заміну, з виразів (5.147) отримаємо відповідні характеристичні рівняння

$$\begin{cases} D_z(\lambda) = c_0 \lambda^3 + c_1 \lambda^2 + c_2 \lambda + c_3 = 0 \\ D_{zm}(\lambda) = c_{0m} \lambda^3 + c_{1m} \lambda^2 + c_{2m} \lambda + c_{3m} = 0 \end{cases} \quad (5.149)$$

Уявні частини коренів $\lambda_i = -n_i + i s_i$ представляють власні частоти парціальної системи, що здійснює незалежні осьові коливання.

За коефіцієнтами рівнянь (5.149), користуючись алгебраїчним критерієм стійкості Гурвіца, можна оцінити стійкість осьових коливань. Для систем третього порядку умови стійкості

$$c_1 c_2 > c_0 c_3, \quad c_{1m} c_{2m} > c_{0m} c_{3m}.$$

Використовуючи вирази коефіцієнтів (5.148) і нехтуючи зовнішнім демпфуванням ($\zeta = 0$), отримаємо нерівності $\tau_2 > T_2$, $\tau_{2m} > T_{2m}$. Після підстановки значень постійних часу (5.140) ці нерівності приводяться до виду

$$\left(\frac{V}{A_e H_2} \right) < \frac{E g_{s0} u_{z0}}{3 Q_0}, \quad \left(\frac{V}{A_e H_2} \right) < \frac{E g_{sm}^2 u_{z0}}{3 Q_{0m}^2}, \quad (5.150)$$

для ламінарних і турбулентних режимів відповідно. Вони обмежують обсяг камери гідроуп'яти, при якому зберігається стійкість незалежних осьових коливань ротора.

Умова $\tau_{2m} > T_{2m}$ приводиться до вигляду $V_u > 0$ (5.83), якщо для обчислення коефіцієнтів V_u користуватися спрощеними формулами (5.92).

5.1.5.3. Рівняння спільних радіально-осьових коливань

Для виведення цих рівнянь розглянемо рівняння радіальних коливань і врахуємо залежність їх коефіцієнтів від осьових зсувів ротора. Як рівняння вимушених радіальних коливань статично невірноваженого ротора в проєкціях на осі нерухомої системи координат використовуємо рівняння (5.53):

$$\begin{cases} a_1 \ddot{u}_x + a_2 \dot{u}_x + a_3 u_x + a_4 \dot{u}_y + a_5 u_y = \frac{a}{H_2} \omega^2 \cos \omega t, \\ a_1 \ddot{u}_y + a_2 \dot{u}_y + a_3 u_y - a_4 \dot{u}_x - a_5 u_x = \frac{a}{H_2} \omega^2 \sin \omega t; \\ u_x = \frac{x}{H_2}, \quad u_y = \frac{y}{H_2} \end{cases} \quad (5.151)$$

Розмірність всіх доданків цих рівнянь c^{-2} , а коефіцієнти для ламінарних режимів течії визначаються формулами (5.30):

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 + \frac{k_g}{m}, [1], \quad a_2 = \frac{1}{m} (k_d + k_g K_i \theta) = \frac{k_d}{m} \left(1 + \frac{\rho}{\mu} q_0 \frac{H_1}{l_1} \theta \right), [c^{-1}], \\ a_3 &= \frac{1}{m} k_p (\theta + 4\chi_s), [c^{-2}], \quad a_4 = a'_4 \omega, \quad a'_4 = \frac{k_g \kappa}{2m}, [1], \quad a_5 = a'_5 \omega, \quad a'_5 = \frac{k_d \kappa}{2m}, [c^{-1}]. \end{aligned} \quad (5.152)$$

Для турбулентних течій змінюються тільки коефіцієнти демпфування і гідростатичної жорсткості:

$$a_{2m} = \frac{1}{m} (k_{dm} + k_g K_{im} \theta) = \frac{k_{dm}}{m} \left(1 + 600 \frac{H_1}{l_1} \theta \right), \quad a_{3m} = \frac{1}{m} k_p (\theta + \chi_{sm}). \quad (5.153)$$

Помножимо друге рівняння (5.151) на уявну одиницю, складемо обидва рівняння почленно і введемо комплексну змінну $u_r = u_x + iu_y$. В результаті замість системи четвертого порядку отримаємо спресовану систему другого порядку з комплексними коефіцієнтами

$$a_1 \ddot{u}_r + a_2 \dot{u}_r + a_3 u_r - i\omega (a'_4 \dot{u}_r + a'_5 u_r) = \frac{a}{H_2} \omega^2 e^{i\omega t}$$

або в операторній формі

$$D_r(p)u_r = \omega^2 \frac{a}{H_2} e^{i\omega t}, \quad D_{rm}(p)u_r = \omega^2 \frac{a}{H_2} e^{i\omega t}, \quad (5.154)$$

де власні оператори радіальних коливань

$$\begin{cases} D_r(p) = a_1 p^2 + a_2 p + a_3 - i\omega(a'_4 p + a'_5) \\ D_{rm}(p) = a_1 p^2 + a_{2m} p + a_{3m} - i\omega(a'_4 p + a'_5) \end{cases} \quad (5.155)$$

Будемо мати на увазі, що коефіцієнти гіроскопічної і циркуляційної сили залежать від частоти обертання. Для нерухомого ротора $a_4(0)=0$, $a_5(0)=0$.

Коефіцієнти a_2, a_3 власних операторів (5.137) залежать від тиску p_2 в камері гідроп'яти, який, в свою чергу, залежить від торцевого зазору. У цьому випадку рівняння радіальних коливань стають нелінійними. Лінеарізуємо нелінійні сили в'язкого опору і гідростатичної жорсткості в околиці статичної рівноваги, переходячи до їх варіацій:

$$\delta(a_2 \dot{u}_r) = a_{20} \delta \dot{u}_r + \dot{u}_{r0} \delta a_2 = a_{20} \delta \dot{u}_r, \quad (\dot{u}_{r0} = 0), \quad a_{20} = a_2(\Delta p_1 = \Delta p_{10}),$$

$$\delta(a_3 u_r) = a_{30} \delta u_r + u_{r0} \delta a_3, \quad a_{30} = a_3(\Delta p_1 = \Delta p_{10}); \quad \delta a_3 = \frac{a_{30}}{\Delta p_{10}} (\delta p_1 - \delta p_2)$$

$$\delta(a_{2m} \dot{u}_r) = a_{2m0} \delta \dot{u}_r + \dot{u}_{r0} \delta a_{2m} = a_{2m0} \delta \dot{u}_r, \quad (\dot{u}_{r0} = 0), \quad a_{2m0} = a_{2m}(\Delta p_1 = \Delta p_{10}),$$

$$\delta(a_{3m} u_r) = a_{3m0} \delta u_r + u_{r0} \delta a_{3m}, \quad a_{3m0} = a_{3m}(\Delta p_1 = \Delta p_{10}); \quad \delta a_{3m} = \frac{a_{3m0}}{\Delta p_{10}} (\delta p_1 - \delta p_2);$$

задане початкове безрозмірне радіальне відхилення диска

$$u_{r0} = \frac{\bar{r}_0}{H_2}, \quad \varepsilon_0 = \frac{|\bar{r}_0|}{H_1} = \bar{H} |u_{r0}|; \quad \bar{H} = \frac{H_2}{H_1}. \quad (5.156)$$

Варіації коефіцієнтів жорсткості

$$\delta a_3 = \delta \left[\frac{p_1 - p_2}{m} \cdot \frac{\pi R_1 l_1}{2H_1} (\theta + 4\chi_s) \right] = \frac{a_{30}}{p_{10} - p_{20}} (\delta p_1 - \delta p_2) = \frac{a_{30}}{\sigma \Delta \psi_{10}} (\sigma \delta \psi_1 - \delta \varphi),$$

$$\delta a_{3m} = \delta \left[\frac{p_1 - p_{2m}}{m} \cdot \frac{\pi R_1 l_1}{2H_1} (\theta + \chi_{sm}) \right] = \frac{a_{3m0}}{\sigma \Delta \psi_{10}} (\sigma \delta \psi_1 - \delta \varphi_m),$$

тобто варіації коефіцієнтів радіальної жорсткості залежать від регулюючого впливу, яке, в свою чергу, залежить від осевого положення ротора.

Тепер рівняння (5.154) у варіаціях (знаки варіацій опущені) приймають вид

$$\begin{cases} a_1 \ddot{u}_r + a_{20} \dot{u}_r + a_{30} u_r - i\omega(a'_4 \dot{u}_r + a'_5 u_r) + \frac{a_{30} u_{r0}}{\sigma \Delta \psi_{10}} (\sigma \psi_1 - \varphi) = \omega^2 \frac{a}{H_2} e^{i\omega t} \\ a_1 \ddot{u}_r + a_{2m0} \dot{u}_r + a_{3m0} u_r - i\omega(a'_4 \dot{u}_r + a'_5 u_r) - \frac{a_{3m0} u_{rm0}}{\sigma \Delta \psi_{10}} (\sigma \psi_1 - \varphi_m) = \omega^2 \frac{a}{H_2} e^{i\omega t} \end{cases} \quad (5.157)$$

Нагадаємо, що $a_{30}/a_1 \approx \omega_{r*}^2$, тобто представляє квадрат парціальної власної частоти незатухаючих радіальних коливань.

Запишемо рівняння (5.157) в операторній формі і використаємо вирази (5.141), що зв'язують радіальні і осьові коливання. В результаті отримаємо

$$\begin{cases} [D_{r0}(p)(T_2 p + 1) - k_2 \bar{H} \beta_0 u_{r0}] u_r - \beta_0 u_{r0} \kappa_s (\tau_2 p + 1) u_z = \\ = \beta_0 u_{r0} [k_1 - \sigma(T_2 p + 1)] \psi_{1a} e^{i\omega t} + (T_2 p + 1) \omega^2 \frac{a}{H_2} e^{i\omega t}; \\ [D_{r0m}(p)(T_{2m} p + 1) - k_{2m} \bar{H} \beta_{0m} u_{r0}] u_r - \beta_{0m} u_{r0} \kappa_{sm} (\tau_{2m} p + 1) u_z = \\ = \beta_{0m} u_{r0} [k_{1m} - \sigma(T_{2m} p + 1)] \psi_{1a} e^{i\omega t} + (T_{2m} p + 1) \omega^2 \frac{a}{H_2} e^{i\omega t}. \end{cases} \quad (5.158)$$

Ці рівняння разом з (5.146) утворюють дві системи неоднорідних диференціальних рівнянь щодо узагальнених координат u_z і $u_r = u_x + i u_y = |u_r| e^{i\alpha}$;

$$|u_r| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}, \quad \alpha = \arctg(u_y / u_x):$$

$$\begin{cases} D_z(p) u_z - \bar{H} K k_2 |u_r| = K [k_1 \psi_{1a} - (T_2 p + 1) \tau_a] e^{i\omega t} \\ - \beta_0 u_{r0} \kappa_s (\tau_2 p + 1) u_z + [D_{r0}(p)(T_2 p + 1) - k_2 \bar{H} \beta_0 u_{r0}] u_r = \\ = \beta_0 u_{r0} [k_1 - \sigma(T_2 p + 1)] \psi_{1a} e^{i\omega t} + (T_2 p + 1) \omega^2 \frac{a}{H_2} e^{i\omega t}; \end{cases} \quad (5.159)$$

$$\begin{cases} D_{zm}(p) u_z - \bar{H} K k_{2m} |u_r| = K [k_{1m} \psi_{1a} - (T_{2m} p + 1) \tau_a] e^{i\omega t} \\ - \beta_{0m} u_{r0} \kappa_{sm} (\tau_{2m} p + 1) u_z + [D_{r0m}(p)(T_{2m} p + 1) - k_{2m} \bar{H} \beta_{0m} u_{r0}] u_r = \\ = \beta_{0m} u_{r0} [k_{1m} - \sigma(T_{2m} p + 1)] \psi_{1a} e^{i\omega t} + (T_{2m} p + 1) \omega^2 \frac{a}{H_2} e^{i\omega t}. \end{cases} \quad (5.160)$$

На відміну від (5.155) лінеаризовані оператори містять значення коефіцієнтів демпфування і жорсткості a_{20}, a_{30} кільцевого дроселя, що встановилися:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{r_0}(p) = a_1 p^2 + a_{20} p + a_{30} - i\omega(a'_4 p + a'_5), \\ D_{r_{0m}}(p) = a_1 p^2 + a_{2m0} p + a_{3m0} - i\omega(a'_4 p + a'_5), \\ \beta = \beta_0 |u_{r_0}|, \beta_0 = \frac{a_{30}}{\sigma \Delta \psi_{10}}, \beta_m = \beta_{0m} |u_{r_0}|, \beta_{0m} = \frac{a_{3m0}}{\sigma \Delta \psi_{10}} \end{array} \right. \quad (5.161)$$

На підставі формул (5.152) $a_{30} \sim \Delta \psi_{10}$, тому коефіцієнти β, β_m не залежить від тиску нагнітання.

Системи рівнянь (5.159) і (5.160) містять одну дійсну – u_z і одну комплексну – $u_r = u_x + iu_y = |u_r| e^{i\alpha}$ невідомі. Щоб трохи спростити рішення, не спотворивши при цьому фізичну суть процесів, скористаємося тим, що розглянута модель ротора осесиметрична, для неї всі радіальні напрямки рівноцінні. Тому аргумент α вектора радіального зміщення u_r (кут нахилу щодо осі Ox в площині xOy нерухомої системи координат) не представляє інтересу. Практичне значення має лише модуль радіального зміщення $|u_r|$. На цій підставі приймемо $\alpha = 0, u_r = |u_r|$. Так само зробимо і з вектором початкового зсуву $u_{r_0} = |u_{r_0}| e^{i\alpha_0} : \alpha_0 = 0, u_{r_0} = |u_{r_0}|$. Після таких спрощень рівняння (5.159) і (5.160) приймуть вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{zz}(p)u_z + d_{zr}|u_r| = \Phi_z, \\ D_{rz}(p)u_z + D_{rr}(p)|u_r| = \Phi_r, \end{array} \right. \quad (5.162)$$

де $D_{zz}(p) = D_z(p), d_{zr} = -\bar{H}Kk_2, \Phi_z = K[k_1 \psi_{1a} - (T_2 p + 1)\tau_a] e^{i\omega t}$;

$$D_{rz}(p) = -\kappa_s \beta (\tau_2 p + 1), D_{rr}(p) = D_{r_0}(p)(T_2 p + 1) - k_2 \bar{H} \beta, \quad (5.163)$$

$$\Phi_r = \beta [k_1 - \sigma(T_2 p + 1)] \psi_{1a} e^{i\omega t} + (T_2 p + 1) \omega^2 \frac{a}{H_2} e^{i\omega t}.$$

Подібний вид мають рівняння і їх оператори для турбулентного режиму течії в дроселюючих каналах. Оператори d_{zr}, D_{rz} обумовлюють зв'язаність осьових і радіальних коливань.

Вирішуючи рівняння (5.162) для ламінарної і турбулентної течій, знайдемо

$$u_z = \frac{1}{D}(D_{rr}\Phi_z - d_{zr}\Phi_r), |u_r| = \frac{1}{D}(D_{zz}\Phi_r - D_{rz}\Phi_z); \quad (5.164)$$

$$u_{zm} = \frac{1}{D_m}(D_{rm}\Phi_{zm} - d_{zrm}\Phi_{rm}), |u_{rm}| = \frac{1}{D_m}(D_{zrm}\Phi_{rm} - D_{rzrm}\Phi_{zm}). \quad (5.165)$$

Власні оператори системи «ротор – врівноважуючий пристрій», що враховують зв'язаність осьових і радіальних коливань,

$$\begin{cases} D(p) = D_{zz}D_{rr} - d_{zr}D_{rz} = \\ \quad = D_z(p)[D_{r0}(p)(T_2p+1) - k_2\bar{H}\beta] - K\kappa_s k_2\bar{H}, \beta(\tau_2p+1) = U_D - i\omega V_D; \\ D_r(p) = D_{zrm}D_{rm} - d_{zrm}D_{rzrm} = \\ \quad = D_{zm}(p)[D_{r0m}(p)(T_{2m}p+1) - k_{2m}\bar{H}\beta_m] - K\kappa_{sm}k_{2m}\bar{H}\beta_m(\tau_{2m}p+1) = U_{Dr} - i\omega V_{Dm} \end{cases} \quad (5.166)$$

Оператори d_{zr} , d_{zrm} , D_{rz} , D_{rzrm} характеризують зв'язаність осьових і радіальних коливань системи. У разі рівності нулю цих операторів система (5.162) розпадається на два незалежних рівняння

$$D_{zz}(p)u_z = \Phi_z, D_{rr}(p)|u_r| = \Phi_r.$$

За рівнянням вільних коливань

$$D_{zz}(p)u_z = 0, D_{rr}(p)|u_r| = 0$$

можна обчислити власні частоти і оцінити стійкість відповідних парціальних систем, а по стійкості парціальних систем можна судити про стійкість пов'язаної системи.

Згрупуємо зовнішні впливи, що входять в праві частини (5.164) і (5.165):

$$\begin{cases} D(p)u_r = \left(M_{r\psi}\psi_{1a} + M_{r\tau}\tau_a + M_{ra}\frac{a}{H_2} \right) e^{i\omega t} \\ D(p)u_z = \left(M_{z\psi}\psi_{1a} + M_{z\tau}\tau_a + M_{za}\frac{a}{H_2} \right) e^{i\omega t}; \end{cases} \quad (5.167)$$

$$\begin{cases} D_m(p)u_r = \left(M_{r\psi m}\psi_{1a} + M_{r\tau m}\tau_a + M_{ram}\frac{a}{H_2} \right) e^{i\omega t}, \\ D_m(p)u_z = \left(M_{z\psi m}\psi_{1a} + M_{z\tau m}\tau_a + M_{zam}\frac{a}{H_2} \right) e^{i\omega t}, \end{cases} \quad (5.168)$$

де з урахуванням (5.163) оператори зовнішніх впливів

$$\begin{cases} M_{r\psi} = k_1\beta \left\{ \left[1 - \frac{\sigma}{k_1}(T_2 p + 1) \right] D_z + K\kappa_s(\tau_2 p + 1) \right\}, \\ M_{rr} = -K\kappa_s\beta(\tau_2 p + 1)(T_2 p + 1), \quad M_{ra} = \omega^2(T_2 p + 1)D_z; \end{cases} \quad (5.169)$$

$$\begin{cases} M_{z\psi} = Kk_1(T_2 p + 1) \left(D_{r0} - \frac{\sigma}{k_1}k_2\bar{H}\beta \right), \\ M_{z\tau} = -K(T_2 p + 1) \left[(T_2 p + 1)D_{r0} - \bar{H}k_2\beta \right], \\ M_{za} = \bar{H}Kk_2\omega^2(T_2 p + 1). \end{cases} \quad (5.170)$$

Для турбулентних течій структура цих виразів залишається незмінною, необхідно тільки додати нижній індекс m операторам D_z , D_{r0} , постійним часу T_2 , τ_2 і коефіцієнтам k_1 , k_2 , κ_s , β . Виконавши операції множення, приведемо дійсні і уявні частини власних операторів (5.166) до вигляду:

$$\begin{cases} U_D = m_0 p^6 + m_1 p^5 + m_2 p^4 + m_3 p^3 + m_4 p^2 + m_5 p + m_6, \\ V_D = n_0 p^5 + n_1 p^4 + n_2 p^3 + n_3 p^2 + n_4 p + n_5; \end{cases} \quad (5.171)$$

$$\begin{cases} m_0 = a_1 c_0 T_2, \quad m_1 = a_1 c_0 + (a_1 c_1 + a_{20} c_0) T_2, \\ m_2 = a_1 c_1 + a_{20} c_0 + (a_1 c_2 + a_{20} c_1 + a_{30} c_0) T_2, \\ m_3 = a_1 c_2 + a_{20} c_1 + (a_{30} - \bar{H}k_2\beta) c_0 + (a_1 c_3 + a_{20} c_2 + a_{30} c_1) T_2, \\ m_4 = a_1 c_3 + a_{20} c_2 + (a_{30} - \bar{H}k_2\beta) c_1 + (a_{20} c_3 + a_{30} c_2) T_2, \\ m_5 = a_{20} c_3 + (a_{30} - \bar{H}k_2\beta) c_2 + a_{30} c_3 T_2 - K\kappa_s \bar{H}k_2\beta\tau_2, \\ m_6 = (a_{30} - k_2\bar{H}\beta) c_3 - K\kappa_s \bar{H}k_2\beta; \end{cases} \quad (5.172)$$

$$\begin{cases} n_0 = a'_4 c_0 T_2, \quad n_1 = a'_4 c_0 + (a'_4 c_1 + a'_5 c_0) T_2, \\ n_2 = a'_4 c_1 + a'_5 c_0 + (a'_4 c_2 + a'_5 c_1) T_2, \quad n_3 = a'_4 c_2 + a'_5 c_1 + (a'_4 c_3 + a'_5 c_2) T_2, \\ n_4 = a'_4 c_3 + a'_5 c_2 + a'_5 c_3 T_2, \quad n_5 = a'_5 c_3. \end{cases} \quad (5.173)$$

Подібний вид мають формули для турбулентного течії:

$$\begin{cases} U_{Dm} = m_{0m} p^6 + m_{1m} p^5 + m_{2m} p^4 + m_{3m} p^3 + m_{4m} p^2 + m_{5m} p + m_{6m}, \\ V_{Dm} = n_{0m} p^5 + n_{1m} p^4 + n_{2m} p^3 + n_{3m} p^2 + n_{4m} p + n_{5m}; \end{cases} \quad (5.174)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{0r} = a_1 c_{0m} T_{2m}, \quad m_{1m} = a_1 c_{0m} + (a_1 c_{1m} + a_{20m} c_{0m}) T_{2m}, \\ m_{2m} = a_1 c_{1m} + a_{20m} c_{0m} + (a_1 c_{2m} + a_{20m} c_{1m} + a_{30m} c_{0m}) T_{2m}, \\ m_{3m} = a_1 c_{2m} + a_{20m} c_{1m} + (a_{30m} - k_{2m} \bar{H} \beta_m) c_{0m} + (a_1 c_{3m} + a_{20m} c_{2m} + a_{30m} c_{1m}) T_{2m}, \\ m_{4m} = a_1 c_{3m} + a_{20m} c_{2m} + (a_{30m} - k_{2m} \bar{H} \beta_m) c_{1m} + (a_{20m} c_{3m} + a_{30m} c_{2m}) T_{2m}, \\ m_{5m} = a_{20m} c_{3m} + (a_{30m} - k_{2m} \bar{H} \beta_m) c_{2m} + a_{30m} c_{3m} T_{2m} - K \kappa_{sm} k_{2m} \bar{H} \beta_m \tau_m, \\ m_{6m} = (a_{30m} - k_{2m} \bar{H} \beta_m) c_{3m} - K \kappa_{sm} k_{2m} \bar{H} \beta_m; \end{array} \right. \quad (5.175)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{0m} = a'_4 c_{0m} T_{2m}, \quad n_{1m} = a'_4 c_{0m} + (a'_4 c_{1m} + a'_5 c_{0m}) T_{2m}, \\ n_{2m} = a'_4 c_{1m} + a'_5 c_{0m} + (a'_4 c_{2m} + a'_5 c_{1m}) T_{2m}, \\ n_{3m} = a'_4 c_{2m} + a'_5 c_{1m} + (a'_4 c_{3m} + a'_5 c_{2m}) T_{2m}, \\ n_{4m} = a'_4 c_{3m} + a'_5 c_{2m} + a'_5 c_{3m} T_{2m}, \quad n_{5m} = a'_5 c_{3m}. \end{array} \right. \quad (5.176)$$

Якщо в рівняннях (5.167) і (5.168) покласти рівними нулю праві частини, то прийдемо до рівнянь вільних коливань. Для ламінарного течії (для турбулентної вирази аналогічні) з урахуванням (5.166):

$$[U_D(p) - i\omega V_D(p)]u_r = 0, \quad [U_D(p) - i\omega V_D(p)]u_z = 0.$$

Загальне рішення таких однорідних рівнянь має вигляд

$$|u_r| = u_{raca} e^{\lambda t}, \quad u_z = u_{zaca} e^{\lambda t}.$$

Підставивши рішення в рівняння, прийдемо до характеристичного рівняння

$$D(\lambda) = U_D(\lambda) - i\omega V_D(\lambda) = 0,$$

яке розпадається на два рівняння $U_D(\lambda) = 0$, $V_D(\lambda) = 0$. Уявні частини коренів цих рівнянь є власні частоти системи, дійсні частини характеризують зміну в часі амплітуд вільних коливань. Коливання загасають, система стійка, якщо дійсні частини всіх коренів від'ємні. Тут вільні коливання не розглядаються, аналіз динаміки системи обмежується її вимушеними коливаннями.

Праві частини (зовнішній вплив) рівнянь (5.167), (5.168) змінюються за гармонійним законом з частотою обертання ротора ω , тому реакції розглянутої лінійної системи теж гармонійні функції з тією ж частотою:

$$u_z = u_{za} e^{i(\omega t + \gamma_z)}, \quad u_r = u_{ra} e^{i(\omega t + \gamma_r)}, \quad (5.177)$$

де u_{za} , u_{ra} – амплітуди реакції;

γ_z, γ_r – зрушення фаз реакцій щодо фази ωt зовнішнього впливу. Для вимушених гармонійних коливань з частотою обертання ω оператор диференціювання по часу $p = i\omega$. Зробивши таку заміну, отримаємо нові вирази дійсних і уявних частин власних операторів (5.166):

$$D(i\omega) = U(\omega) + i\omega V(\omega), \quad D_m(i\omega) = U_m(\omega) + i\omega V_m(\omega), \quad (5.178)$$

$$U(\omega) = -(m_0 - n_0)\omega^6 + (m_2 - n_2)\omega^4 - (m_4 - n_4)\omega^2 + m_6, \quad (5.179)$$

$$V(\omega) = (m_1 - n_1)\omega^4 - (m_3 - n_3)\omega^2 + m_5 - n_5;$$

$$U_m(\omega) = -(m_{0m} - n_{0m})\omega^6 + (m_{2m} - n_{2m})\omega^4 - (m_{4m} - n_{4m})\omega^2 + m_{6m}, \quad (5.180)$$

$$V_m(\omega) = (m_{1m} - n_{1m})\omega^4 - (m_{3m} - n_{3m})\omega^2 + m_{5m} - n_{5m};$$

Користуючись коефіцієнтами (5.179), (5.180), за допомогою модифікованого критерію Рауса - Гурвіца для поліномів з комплексними коефіцієнтами можна дослідити стійкість. Частоти обертання, при яких власні оператори (5.178) звертаються в нуль, є власними частотами системи.

5.1.5.4. Амплітудні і фазові частотні характеристики

Частотні передавальні функції рівні відношенням реакцій до гармонійних впливів. Для їх побудови в операторах впливів рівнянь (5.167), (5.168) замінимо $p = i\omega$ і представимо оператори (5.169) і (5.170) у вигляді комплексних чисел. В результаті отримаємо

$$M_{r\psi} = k_1\beta(U_{r\psi} + i\omega V_{r\psi}), \quad M_{z\psi} = Kk_1(U_{z\psi} + i\omega V_{z\psi}),$$

$$M_{r\tau} = -Kk_s\beta(U_{r\tau} + i\omega V_{r\tau}), \quad M_{z\tau} = -K(U_{z\tau} + i\omega V_{z\tau}), \quad (5.181)$$

$$M_{ra} = \omega^2(U_{ra} + i\omega V_{ra}), \quad M_{za} = \bar{H}Kk_2\omega^2(U_{za} + i\omega V_{za}).$$

Дійсні і уявні частини операторів впливу на радіальні (з індексами rj) і осьові (з індексами $zj, j = \psi, \tau, a$) коливання ротора мають вигляд

$$\begin{cases} U_{r\psi} = -c_0 \frac{\sigma}{k_1} T_2 \omega^4 - \left[c_1 - (c_1 + c_2 T_2) \frac{\sigma}{k_1} \right] \omega^2 - c_3 \frac{\sigma}{k_1} + 1, \\ V_{r\psi} = - \left[c_0 - (c_0 + c_1 T_2) \frac{\sigma}{k_1} \right] \omega^2 + c_2 - (c_2 + c_3 T_2) \frac{\sigma}{k_1} + K \kappa_s \tau_2, \\ U_{r\tau} = -T_2 \tau_2 \omega^2 + 1, \quad V_{r\tau} = T_2 + \tau_2, \\ U_{ra} = c_0 T_2 \omega^4 - (c_1 + c_2 T_2) \omega^2 + c_3, \quad V_{ra} = -(c_0 + c_1 T_2) \omega^2 + c_2 + c_3 T_2; \end{cases} \quad (5.182)$$

$$\begin{cases} U_{z\psi} = -[a_1 - a'_4 + (a_{20} - a'_5) T_2] \omega^2 + a_{30} - \frac{\sigma}{k_1} k_2 \bar{H} \beta, \\ V_{z\psi} = T_2 (-a_1 + a'_4) \omega^2 + T_2 \left(a_{30} - \frac{\sigma}{k_1} k_2 \bar{H} \beta \right) + a_{20} - a'_5, \\ U_{z\tau} = (a_1 - a'_4) T_2^2 \omega^4 - [a_1 - a'_4 + 2(a_{20} - a'_5) T_2 + a_{30} T_2^2] \omega^2 + a_{30} - \bar{H} k_2 \beta, \\ V_{z\tau} = -[2(a_1 - a'_4) + (a_{20} - a'_5) T_2] T_2 \omega^2 + a_{20} + 2a_{30} T_2 - a'_5 - T_2 \bar{H} k_2 \beta, \\ U_{za} = 1, \quad V_{za} = T_2. \end{cases} \quad (5.183)$$

Для турбулентних течій структура цих виразів також залишається незмінною, необхідно тільки додати нижній індекс m постійним часу T_2 , τ_2 і коефіцієнтам k_1 , k_2 , κ_s , β , a_{20} , a_{30} , c_0, \dots, c_3 . Це зауваження стосується і всіх наступних формул.

З першого рівняння (5.167), використовуючи вирази (5.177), (5.178) і (5.181), оцінимо радіальну реакцію $|u_{r1}|$ на гармонійну зміну тиску нагнітання Ψ_1 :

$$(U + i\omega V) u_{ra\psi} e^{i(\omega t + \gamma_{r\psi})} = (U_{r\psi} + i\omega V_{r\psi}) k_1 \beta \Psi_{1a} e^{i\omega t},$$

звідки відповідна частотна передаточна функція

$$W_{r\psi}(i\omega) = \frac{u_{ra\psi}}{\Psi_{1a}} e^{i\gamma_{r\psi}} = A_{r\psi}(\omega) e^{i\gamma_{r\psi}(\omega)} = k_1 \beta \frac{U_{r\psi} + i\omega V_{r\psi}}{U + i\omega V}; \quad (5.184)$$

де $A_{r\psi}(\omega)$, $\gamma_{r\psi}(\omega)$ – амплітудна і фазова частотні характеристики.

Для їх обчислення виділимо дійсну і уявну частини дробу (5.184). Помноживши чисельник і знаменник на спряжене комплексне число знаменника, отримаємо

$$W_{r\psi} = k_1 \beta \left(\frac{U U_{r\psi} + \omega^2 V V_{r\psi}}{U^2 + \omega^2 V^2} + i\omega \frac{U V_{r\psi} - V U_{r\psi}}{U^2 + \omega^2 V^2} \right).$$

Амплітуда і фаза цього комплексного числа

$$A_{r\psi}(\omega) = \frac{u_{ra\psi}}{\psi_{1a}} = k_1\beta \sqrt{\frac{U_{r\psi}^2 + \omega^2 V_{r\psi}^2}{U^2 + \omega^2 V^2}},$$

$$\gamma_{r\psi}(\omega) = \arctg \omega \frac{UV_{r\psi} - VU_{r\psi}}{UU_{r\psi} + \omega^2 VV_{r\psi}}.$$
(5.185)

Подібним чином обчислюються частотні характеристики по інших зовнішніх впливах:

$$A_{r\tau}(\omega) = \frac{u_{ra\tau}}{\tau_a} = K\kappa_s\beta \sqrt{\frac{U_{r\tau}^2 + \omega^2 V_{r\tau}^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \quad \gamma_{r\tau}(\omega) = \arctg \omega \frac{UV_{r\tau} - VU_{r\tau}}{UU_{r\tau} + \omega^2 VV_{r\tau}},$$

$$A_{ra}(\omega) = \frac{r_{aa}}{a} = \omega^2 \sqrt{\frac{U_{ra}^2 + \omega^2 V_{ra}^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \quad \gamma_{ra}(\omega) = \arctg \omega \frac{UV_{ra} - VU_{ra}}{UU_{ra} + \omega^2 VV_{ra}};$$
(5.186)

$$A_{z\psi}(\omega) = \frac{u_{za\psi}}{\psi_{1a}} = Kk_1 \sqrt{\frac{U_{z\psi}^2 + \omega^2 V_{z\psi}^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \quad \gamma_{z\psi}(\omega) = \arctg \omega \frac{UV_{z\psi} - VU_{z\psi}}{UU_{z\psi} + \omega^2 VV_{z\psi}};$$

$$A_{z\tau}(\omega) = \frac{u_{za\tau}}{\tau_a} = K \sqrt{\frac{U_{z\tau}^2 + \omega^2 V_{z\tau}^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \quad \gamma_{z\tau}(\omega) = -\arctg \omega \frac{UV_{z\tau} - VU_{z\tau}}{UU_{z\tau} + \omega^2 VV_{z\tau}};$$
(5.187)

$$A_{za}(\omega) = \frac{z_{aa}}{a} = \bar{H}Kk_2\omega^2 \sqrt{\frac{U_{za}^2 + \omega^2 V_{za}^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \quad \gamma_{za}(\omega) = \arctg \omega \frac{UV_{za} - VU_{za}}{UU_{za} + \omega^2 VV_{za}}.$$

Маючи на увазі що в якості безрозмірних зсувів прийнято $u_{ra} = r_a/H_2$, $u_{za} = z_a/H_2$, для абсолютних значень амплітуд отримаємо формули:

$$r_{a\psi} = H_2\psi_{1a}A_{r\psi}, \quad r_{a\tau} = H_2\tau_aA_{r\tau}, \quad r_{aa} = aA_{ra},$$

$$z_{a\psi} = H_2\psi_{1a}A_{z\psi}, \quad z_{a\tau} = H_2\tau_aA_{z\tau}, \quad z_{aa} = aA_{za}.$$
(5.188)

Коефіцієнти диференціальних операторів, за якими будуються амплітудні і фазові частотні характеристики, обчислюються для сталих значень радіального e_0 і осьового z_0 зсувів центру диска. початковий ексцентриситет e_0 обумовлений в основному похибками виготовлення і збірки, а осьовий зсув визначається статичною характеристикою. Остання будується як залежність безрозмірного торцевого зазору u_{z0} від зовнішніх впливів τ , χ при заданих постійних значеннях безрозмірного тиску нагнітання Ψ_1 (див. рис. 5.12).

Якщо осьова сила пропорційна тиску нагнітання $\tau = c_p \psi_1$ (Другий варіант), то перше рівняння (5.167) після заміни $p = i\omega$ з урахуванням (5.181) приводиться до вигляду

$$D(i\omega)u_r = \left[(M_{r\psi} + c_p M_{r\tau})\psi_1 + M_{ra} \frac{a}{H_2} \right] e^{i\omega t}.$$

Частотна передаточна функція по тиску, подібно (5.184)

$$W_{rc}(i\omega) = \frac{u_{rac}}{\psi_{1a}} = \frac{M_{r\psi} + c_p M_{r\tau}}{D(i\omega)}.$$

Підставивши вирази операторів (5.178) і (5.181) і позначивши

$$U_{rc} = k_1 U_{r\psi} - K \kappa_s U_{r\tau}, \quad V_{rc} = k_1 V_{r\psi} - K \kappa_s V_{r\tau}, \quad (5.189)$$

отримаємо

$$W_{rc}(i\omega) = \frac{u_{rac}}{\psi_{1a}} = \beta \frac{U_{rc} + i\omega V_{rc}}{U + i\omega V}.$$

За аналогією з (5.185) амплітудна і фазова частотні характеристики для даного випадку

$$A_{rc}(\omega) = \frac{u_{rac}}{\psi_{1a}} = \beta \sqrt{\frac{U_{rc}^2 + \omega^2 V_{rc}^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \quad \gamma_{rc}(\omega) = \arctg \omega \frac{UV_{rc} - VU_{rc}}{UU_{rc} + \omega^2 VV_{rc}}. \quad (5.190)$$

Подібним чином знаходяться характеристики осьових коливань:

$$A_{zc}(\omega) = \frac{u_{zac}}{\psi_{1a}} = K \sqrt{\frac{U_{zc}^2 + \omega^2 V_{zc}^2}{U^2 + \omega^2 V^2}}, \quad \gamma_{zc}(\omega) = \arctg \omega \frac{UV_{zc} - VU_{zc}}{UU_{zc} + \omega^2 VV_{zc}}, \quad (5.191)$$

де

$$U_{zc} = k_1 U_{z\psi} - U_{z\tau}, \quad V_{zc} = k_1 V_{z\psi} - V_{z\tau}. \quad (5.192)$$

5.2. Моделювання гідродинамічних процесів в безвальних насосах.

Щілинні ущільнення роторів мають зазори такого ж порядку, як і в опорних підшипниках ковзання. Тому ущільнення є повноохоплюючим підшипником, несуча здатність якого забезпечується не тільки обертанням ексцентрично розташованого валу, але і, в першу чергу, дросельованим на ущільненні значним осьовим перепадом тиску. Ця друга гідростатична складова несучої здатності має переважаюче значення,

оскільки, як правило, перевершує згинальну жорсткість вала і жорсткість радіальних підшипників ковзання. Торцові щілинні ущільнення систем авторозвантаження одночасно виконують функції упорних (осьових) гідростатичних підшипників. В результаті щілинні ущільнення, крім основного призначення - обмежувати перетоки між порожнинами з різним тиском, можуть використовуватися в якості опор ротора. У неявній формі ці функції ущільнень завжди реалізовувалися в відцентрових насосах. Останнім часом з'явилися конструкції (безвальні насоси), в яких вже навмисно функції опор перекладаються на щілинні ущільнення. При наявності експериментальних розробок таких насосів [20] не було математичного опису гідродинамічних процесів та теоретично не визначено їх статичні та динамічні характеристики. Результати математичного аналізу статичних і динамічних характеристик безвальних насосів, які були отримані з використанням представлених вище залежностей для радіальних і торцових безконтактних ущільнень були вперше представлені автором в роботах [48, 88].

5.2.1. Принципова схема безвального насоса

На рис. 5.16 приведена розрахункова схема одноступінчастого відцентрового насоса, робоче колесо 2 якого пов'язане з гнучким привідним валом 9 сферичним шліцьовим з'єднанням 10. Діаметр вала вибирається лише з умови міцності під дією переданого їм від двигуна крутного моменту. Переднє 1 і елемент 5 заднього щілинних ущільнень виконують роль радіальних гідростатичних підшипників, а система авторозвантаження у вигляді кільцевого 6 і торцевого 8 дроселів разом з камерою 7 – роль саморегульованого упорного гідростатичного підшипника.

Радіальні лопатки 9 в корпусі 1 гальмують окружний потік в задній пазусі 10, при цьому в ній підвищується статичний тиск, який дроселюється на задньому ущільненні, підвищуючи несучу здатність радіальної опори 6. Оскільки вал гнучкий, колесо має свободу радіальних, кутових і осьових переміщень. Завдяки цьому в процесі роботи під дією гідродинамічних сил і моментів в щілинних ущільненнях, а також гіроскопічного моменту колесо самоцентрується, займає найбільш вигідне, нейтральне по відношенню до зовнішніх збурень положення. В результаті істотно

зменшуються амплітуди його вимушених коливань. На кінцевому ущільненні з боку привода дроселюється малий тиск входу, а завдяки малому діаметру торсіона ущільнення працює при низьких окружних швидкостях. Такі полегшені умови роботи забезпечують підвищення ресурсу.

Переваги безвальних насосів в порівнянні з традиційними конструкціями полягають в наступному:

- знижені масогабаритні показники за рахунок усунення виносних підшипникових опор;
- поліпшені віброакустичні характеристики агрегату;
- підвищені надійність і ресурс;
- спрощені технічне обслуговування, монтаж і налагодження.

На рис. 5.17 наведено порівняння двох найбільш поширених традиційних конструкцій одноступінчастих насосів з їх відповідними безвальними варіантами.

Навіть з такого грубого порівняння видно, наскільки істотно знижуються масогабаритні показники розглянутих насосів.

Переваги безвальних насосів обумовлені відсутністю контактів обертового робочого колеса з нерухомим корпусом. У свою чергу, безконтактний режим роботи визначається гідродинамічними характеристиками системи авторозвантаження осьових сил і щілинних ущільнень, тому в розрахунку визначаються параметри, при яких зберігається безконтактна робота.

5.2.2. Статичні характеристики торцевого ущільнення безвального насоса

Розрахунок зводиться, перш за все, до визначення залежності торцевого зазору H_3 і витоків Q від зовнішніх впливів: тиску нагнітання p_1 і частоти обертання ротора ω . Передбачається, що вертикальне зміщення робочого колеса під дією сили тяжіння врівноважується гідростатичними радіальними силами в ущільненнях 1, 5 (рис. 5.16) при зміщенні не більше $(0,5...0,7)H_2$.

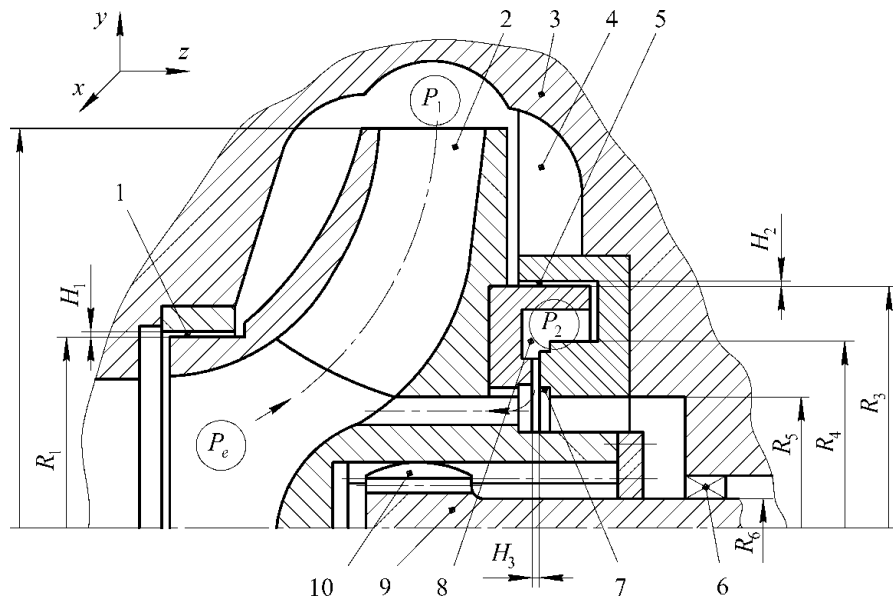


Рис. 5.16. Розрахункова схема безвального насоса

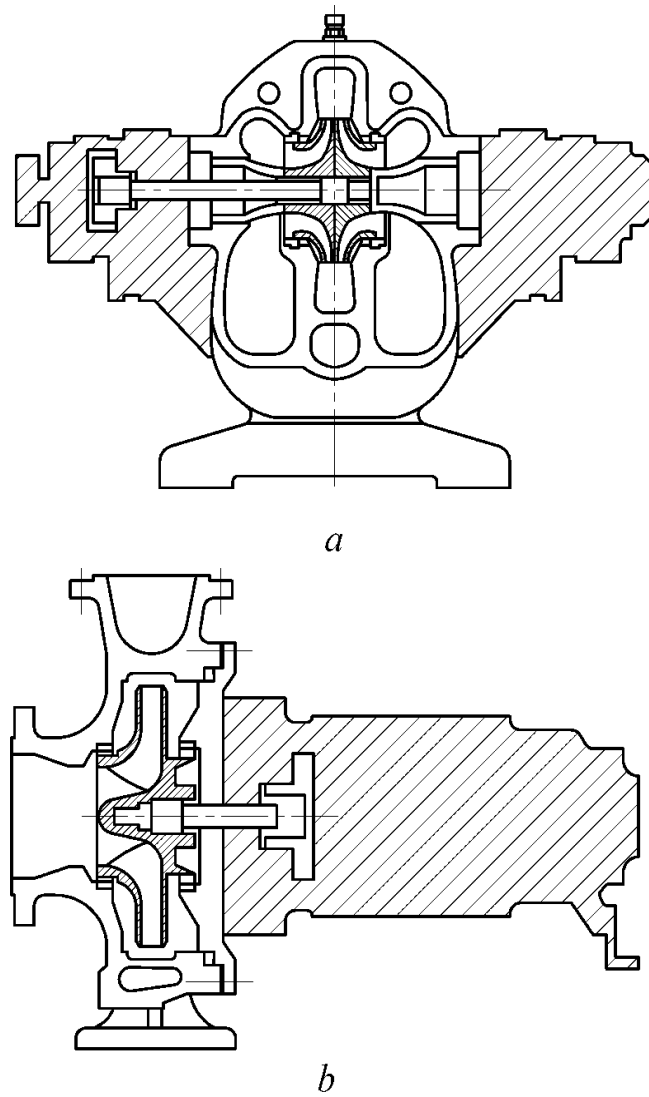


Рис. 5.17. Порівняння габаритів безвальних насосів з їх традиційними аналогами: *a* - насос з колесом двостороннього входу, *b* - консольний насос

Для виведення статичної характеристики, залежності сталого значення торцевого зазору (регульованої величини) від зовнішніх впливів, використовуються рівняння осьової рівноваги ротора і рівняння балансу витоків через кільцевий 5 і торцевий 7 дроселі [113]. При обчисленні осьових сил тиску на диски робочого колеса враховується зміна тиску по радіусу за рахунок відцентрового ефекту, що породжується середньою кутовою швидкістю рідини $\omega_c = \kappa\omega$ (ω - частота обертання ротора, κ - коефіцієнт закрутки потоку).

Тиск на основний і покривний диски на поточному радіусі R визначається формулами [121]

$$p_A = p_1 - 0,5\rho\omega^2\kappa_1^2(R_2^2 - R^2), \quad p_B = p_1 - 0,5\rho\omega^2\kappa_2^2(R_2^2 - R^2). \quad (5.193)$$

На вході в щілинні ущільнення 1, 5 (на радіусах R_1 і R_3) тиск зменшується відповідно на величину:

$$p_{A^*} = \frac{\rho\omega^2}{2\pi}\kappa_1^2 A_A, \quad p_{B^*} = \frac{\rho\omega^2}{2\pi}\kappa_2^2 A_B. \quad (5.194)$$

Коефіцієнти закрутки потоку залежать від напрямку і інтенсивності радіального плину, і для течії від периферії до центру їх можна приймати $\kappa \approx 0,7 - 0,9$.

Рівняння осьової рівноваги отримаємо, прирівнюючи нулю суму осьових сил тиску на поверхні робочого колеса:

$$T_1 + (A'_e + A_3)p_e - T_2 - A'_2 p_2 - 0,5A_c(p_2 + p_e) = 0; \\ A'_e = \pi(R_1^2 - R_5^2), \quad A_c = \pi(R_4^2 - R_5^2), \quad A'_2 = \pi(R_3^2 - R_4^2), \quad A_3 = \pi R_6^2. \quad (5.195)$$

сили T_1, T_2 , Що діють, відповідно, на покривний (A_A) і основний (A_B) диски, визначаються інтегруванням тисків (5.193) по радіусу. В результаті інтегрування знаходимо

$$T_1 = A_A(p_1 - p_{A^*}), \quad T_2 = A_B(p_1 - p_{B^*}).$$

Після угруповання доданків умову рівноваги представимо у вигляді

$$A_1 p_1 + A_e p_e - T_* - A_2 p_2 = 0, \quad (5.196)$$

де позначено

$$A_1 = A_A - A_B, A_e = A'_e + A_3 - 0,5A_c, A_2 = A'_2 + 0,5A_c, \quad (5.197)$$

$$T_* = p_{A^*}A_A - p_{B^*}A_B = \frac{\rho\omega^2}{2\pi}(A_A^2\kappa_1^2 - A_B^2\kappa_2^2)$$

Останній доданок в рівності (5.196) залежить від величини регульованого торцевого зазору z (від осьового положення ротора), тому він є регулюючим впливом. Тиски нагнітання (p_1) і всмоктування (p_e), а також частота обертання ω – зовнішні впливи.

Площа A_A покривного диска зумовлюється робочими параметрами насоса, тобто є заданою величиною, що не підлягає зміні. Надалі будемо використовувати її в якості базової при переході до безрозмірних площ. Обмежимося також випадком $A_A > A_B$, тобто $A_1 > 0$. Рівність (5.196) розділимо почленно на $A_A p_n$, де p_n – номінальний тиск нагнітання ($p_n = p_{1n}$) і введемо позначення безрозмірних величин

$$\bar{A}_1 = \frac{A_1}{A_A}, \bar{A}_2 = \frac{A_2}{A_A}, \bar{A}_e = \frac{A_e}{A_A}, \psi_1 = \frac{p_1}{p_n}, \psi_2 = \frac{p_2}{p_n}, \psi_e = \frac{p_e}{p_n}, \quad (5.198)$$

$$K_1 = \frac{\rho\omega_n^2}{2\pi A_A p_n} A_A^2 \kappa_1^2, K_2 = \frac{\rho\omega_n^2}{2\pi A_A p_n} A_B^2 \kappa_2^2, \Omega = \frac{\omega}{\omega_n}, u = \frac{z}{H_3}.$$

де z – осьове зміщення колеса насосу

При цьому рівність (5.196) набуде вигляду:

$$[\bar{A}_1\psi_1 + \bar{A}_e\psi_e - (K_1 - K_2)\Omega^2] / \bar{A}_2 = \psi_2. \quad (5.199)$$

У ній безрозмірний регулюючий вплив ψ_2 представлено як реакцію на зовнішні збурення ψ_1, ψ_e, Ω .

Щоб отримати статичну характеристику в безрозмірному вигляді, потрібно виразити ψ_2 через безрозмірний торцевий зазор $u = z/H_3$. Для цього скористаємося рівністю витоків $Q_2 = Q_3$ через циліндричний і торцевий дроселі, що обмежують камеру з тиском p_2 . Для турбулентних режимів течії в сталому стані

$$Q_2 = g_2\sqrt{p_1 - p_{B^*} - p_2}, Q_3 = g_3\sqrt{p_2 - p_e}. \quad (5.200)$$

Провідності кільцевого, з відносним ексцентриситетом ε , і торцевого дроселів без урахування місцевих опорів виражаються формулами [37]:

$$g_2 = g_{2n}(1 + 0,19\varepsilon^2), \quad g_{2n} = \frac{4\pi R_3 H_2^{1,5}}{\sqrt{\lambda_2 \rho l_2}}; \quad g_3 = g_{3n} u^{1,5}, \quad g_{3n} = \frac{4\pi R_4 H_3^{1,5}}{\sqrt{\lambda_3 \rho l_3}}. \quad (5.201)$$

де $\lambda_2 \approx 0,04$, $\lambda_3 \approx 0,06$ - коефіцієнти опору тертя на автотельних режимах турбулентного течії в циліндричних і торцевих каналах.

З рівності квадратів витоків $Q_2^2 = Q_3^2$ знайдемо

$$\psi_2 = \frac{\alpha'_{23}(1 + 0,19\varepsilon^2)^2(\psi_1 - \psi_{B^*}) + u^3\psi_e}{\alpha'_{23}(1 + 0,19\varepsilon^2)^2 + u^3}, \quad (5.202)$$

$$\alpha'_{23} = \frac{g_{2n}^2}{g_{3n}^2} = \frac{3R_3^2 l_3}{2R_4^2 l_2} \cdot \frac{H_2^3}{H_3^3}, \quad \alpha_{23} = \frac{g_2^2}{g_3^2} = \alpha'_{23}(1 + 0,19\varepsilon^2)^2. \quad (5.203)$$

Похідна

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial u} = - \frac{3u^2 \alpha'_{23} (1 + 0,19\varepsilon^2)^2}{\left[\alpha'_{23} (1 + 0,19\varepsilon^2)^2 + u^3 \right]^2} (\psi_1 - \psi_{B^*} - \psi_e)$$

представляє гідростатичну жорсткість розглянутого опорно-ущільнюючого вузла. Від'ємне значення жорсткості є ознакою стійкості рівноважного положення ротора.

З порівняння виразів (5.199) і (5.202) знайдемо статичну характеристику:

$$u = \left\{ \alpha_{23} \frac{(\bar{A}_2 - \bar{A}_1)\psi_1 - \bar{A}_e\psi_e + (K_1 - K_2)\Omega^2 - \bar{A}_2\psi_{B^*}}{\bar{A}_1\psi_1 - (\bar{A}_2 - \bar{A}_e)\psi_e - (K_1 - K_2)\Omega^2} \right\}^{1/3}.$$

Зменшення тиску ψ_{B^*} по радіусу основного диска на підставі формул (5.194) і (5.198) виражається через безрозмірну частоту обертання

$$\psi_{B^*} = K_2 \frac{A_A}{A_B} \Omega^2. \quad (5.204)$$

Використовуючи цю формулу, матимемо остаточний вираз статичної характеристики:

$$u = \left\{ \alpha'_{23} (1 + 0,19\varepsilon^2)^2 \frac{(\bar{A}_2 - \bar{A}_1)\psi_1 - \bar{A}_e\psi_e + (K_1 - K_2 - \bar{A}_2 K_2 A_A/A_B)\Omega^2}{\bar{A}_1\psi_1 - (\bar{A}_2 - \bar{A}_e)\psi_e - (K_1 - K_2)\Omega^2} \right\}^{1/3} \quad (5.205)$$

Отримана формула дозволяє побудувати залежність величини торцевого зазору від будь-якого з зовнішніх впливів, а також оцінити вплив на статичні характеристики

незалежних безрозмірних параметрів. Важливо відзначити, що осьовий зсув ротора u пов'язаний з його радіальним зсувом, так як $\varepsilon = r/H_2$, де r - ексцентриситет вала щодо осі втулки щілинного ущільнення.

Робочий діапазон насоса обмежується значеннями тиску нагнітання, при яких торцовий зазор не виходить за допустимі межі: $u_{\min} < u < u_{\max}$. Зазор повністю розкривається ($u \rightarrow \infty$), коли знаменник (5.205) звертається в нуль, а це відбувається при тиску

$$\psi_{1*} = \frac{1}{A_1} [(\bar{A}_2 - \bar{A}_e)\psi_e + (K_1 - K_2)\Omega^2]. \quad (5.206)$$

Друга межа - повне закриття зазору: $u = 0$. Цій межі відповідає рівність нулю чисельника дробу (5.206) або значення тиску нагнітання

$$\psi_{1**} = \frac{1}{\bar{A}_2 - \bar{A}_1} \left[\bar{A}_e \psi_e - \left(K_1 - K_2 - \bar{A}_2 \frac{A_A}{A_B} K_2 \right) \Omega^2 \right]. \quad (5.207)$$

Таким чином, робоча область тиску нагнітання знаходиться в межах $\psi_{1*} < \psi_1 < \psi_{1**}$.

Геометричні параметри опорно-ущільнюючого вузла потрібно вибирати так, щоб на номінальному режимі $\psi_{1n} = 1$, $\Omega_n = 1$ торцовий зазор був близький до базового (номінального) значення $z = z_n$, $u = 1$. Прирівнюючи вираз (5.205) до одиниці на номінальному режимі, отримаємо рівність, з якої знайдемо необхідне відношення квадратів провідностей α_{23}^* :

$$\alpha_{23}^* = \frac{\bar{A}_1 - (\bar{A}_2 - \bar{A}_e)\psi_e - (K_1 - K_2)}{\bar{A}_2 - \bar{A}_1 - \bar{A}_e\psi_e + K_1 - K_2 - \bar{A}_2 K_2 A_A / A_B}. \quad (5.208)$$

Вибравши попередньо радіуси R_3, R_4, R_5 і довжини зазорів l_1, l_2 з конструктивних міркувань, а радіус вала R_6 з умови міцності з урахуванням (5.203) знайдемо необхідне відношення базових зазорів H_3/H_2

$$\frac{H_3}{H_2} = \left(\frac{2}{3} \alpha_{23}^* \frac{l_2 R_4^2}{l_3 R_3^2} \right)^{-1/3}. \quad (5.209)$$

У відцентрових насосах тиск нагнітання, пропорційний квадрату частоти обертання ротора: $p_1 = B\omega^2$, де B - узагальнений параметр, що характеризує геометрію проточної частини і зберігає приблизно постійне значення на різних частотах обертання ротора:

$$B = \frac{p_n}{\omega_n^2} = \text{const}; p_1 = p_n \omega^2 / \omega_n^2, \psi_1 = \Omega^2, \quad (5.210)$$

$\omega_n, p_n = p_{1n}$ - номінальна частота обертання ротора і відповідний їй номінальний тиск нагнітання. У багатьох насосах тиск всмоктування, необхідний для запобігання кавітації на вході в робоче колесо, створюється попередньо включеним шнеком. У цьому випадку тиск всмоктування, як і тиск нагнітання, пропорційний квадрату частоти обертання:

$$p_e = C\omega^2, C = p_{en} / \omega_n^2, p_e = p_{en} \Omega^2, \psi_e = \psi_{en} \Omega^2. \quad (5.211)$$

Підставивши (5.210) і (5.211) в вираз статичної характеристики (5.205) і скоротивши на Ω^2 , прийдемо до висновку, що торцевий зазор не залежить від зовнішніх впливів і зберігає постійне значення

$$u = \left\{ \alpha_{23} \frac{\bar{A}_2 - \bar{A}_1 - \bar{A}_e \psi_{en} + (K_1 - K_2 - \bar{A}_2 K_2 A_A / A_B)}{\bar{A}_1 - (\bar{A}_2 - \bar{A}_e) \psi_{en} - (K_1 - K_2)} \right\}^{1/3} = \text{const}. \quad (5.212)$$

Коли тиск всмоктування створюється незалежним від частоти обертання джерелом, формула (5.205) приводиться до вигляду

$$u = \left\{ \alpha_{23} \frac{(\bar{A}_2 - \bar{A}_1 + K_1 - K_2 - \bar{A}_2 K_2 A_A / A_B) \Omega^2 - \bar{A}_e \psi_e}{[\bar{A}_1 - (K_1 - K_2)] \Omega^2 - (\bar{A}_2 - \bar{A}_e) \psi_e} \right\}^{1/3}. \quad (5.213)$$

Отримані вирази статичних характеристик спрощуються, якщо тиском всмоктування можна знехтувати: $p_e \ll p_1$.

Зміна тиску нагнітання при незмінній частоті обертання здійснюється шляхом зміни характеристики опору мережі, тобто дросельним регулюванням. Оскільки напірна характеристика відцентрових насосів порівняно полого, дросельним регулюванням можна домогтися лише незначної зміни тиску нагнітання. Наприклад, для насоса К 90/85 припустиме збільшення подачі на 26% ($Q = 1,26Q_n$) призводить до

зменшення тиску нагнітання на 24% ($p_1 = 0,76 p_{1n}$). Максимальний тиск, який можна отримати за рахунок зменшення подачі, становить $p_1 = 1,18 p_{1n}$. Цю обставину треба мати на увазі при оцінці допустимого робочого діапазону тиску нагнітання: цей діапазон обмежується, насамперед, напірною характеристикою насоса.

Оцінимо витоки через переднє і заднє ущільнення. Виток через переднє ущільнення

$$Q_1 = g_1 \sqrt{p_1 - p_e}, \quad g_1 \approx \frac{4\pi R_1 H_1^{1,5}}{\sqrt{\lambda_1 \rho l_1}}, \quad \lambda_1 \approx 0,04. \quad (5.214)$$

Виток через опорно-ущільнювальний вузол визначається однією з формул (5.200) з урахуванням тиску (5.202) в камері і відносного зазору (5.205). наприклад,

$$Q_3^2 = g_{3n}^2 u^3 (p_2 - p_e) = g_{3n}^2 p_n u^3 (\psi_2 - \psi_e);$$

$$\bar{Q}^2 = Q_3^2 / Q_n^2 = u^3 (\psi_2 - \psi_e); \quad Q_n^2 = g_{3n}^2 p_n.$$

Після підстановки виразів (5.200) і (5.202) отримаємо:

$$\bar{Q} = \left\{ \frac{\alpha_{23}}{A_2} \left[(\bar{A}_2 - \bar{A}_1) \psi_1 - \bar{A}_e \psi_e + \left(K_1 - K_2 - \bar{A}_2 K_2 \frac{\bar{A}_A}{A_B} \right) \Omega^2 \right] \right\}^{0,5}. \quad (5.215)$$

При номінальному значенні торцевого зазору $z = z_n$, $u = 1$

$$\bar{Q}(u = 1) = \frac{\alpha_{23}}{1 + \alpha_{23}} \left(\psi_1 - \psi_e - K_2 \frac{A_A}{A_B} \Omega^2 \right). \quad (5.216)$$

Остання формула може бути використана для попередньої оцінки витоків через канали опорно-ущільнюючого вузла.

На рис. 5.18, *a* наведені безрозмірні залежності торцевого зазору від тиску нагнітання, побудовані за формулою (5.205) для трьох значень частоти обертання, а на рис. 5.18, *b* - витратні характеристики, побудовані за формулою (5.215).

Сумарні об'ємні втрати включають також незалежні від осевого положення ротора протікання через переднє ущільнення. Якщо $\psi_1 = \Omega^2$, $\psi_e = \psi_{en} \Omega^2$, торцевий зазор і витоки не залежать від зовнішніх впливів і зберігають постійне значення.

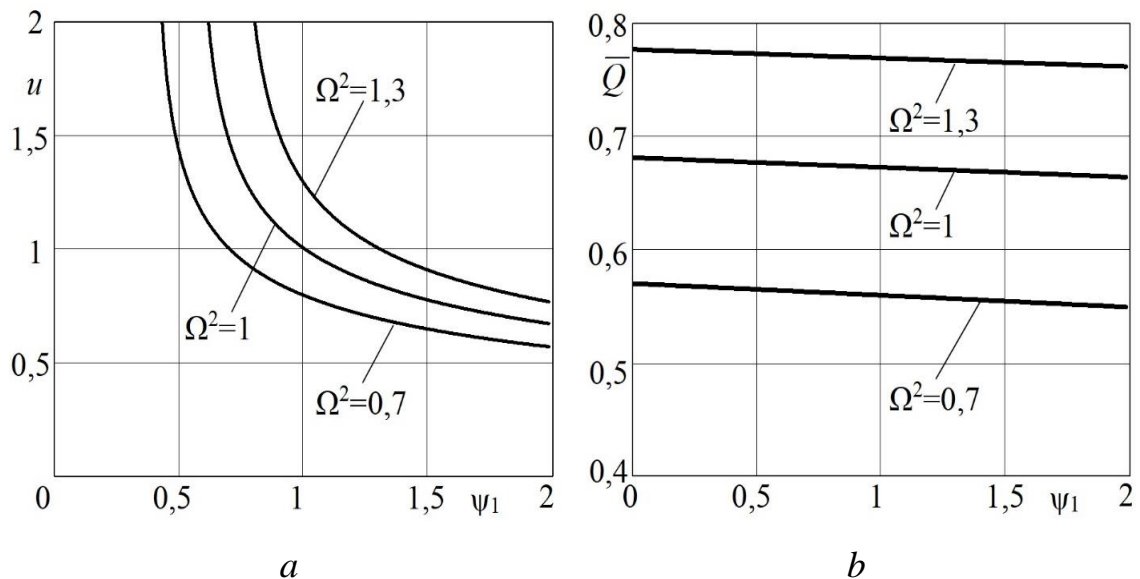


Рис. 5.18. Статичні та витратні характеристики

5.2.3. Розрахунок вібраційних характеристик безвального насоса

Розглядається динаміка вільно плаваючого в щілинних ущільненнях робочого колеса консольного відцентрового насоса.

Робоче колесо, або ротор (рис. 5.16), має три степені свободи, робить спільні радіальні, кутові і осьові коливання. Зв'язок між радіальними і кутовими коливаннями обумовлений гідродинамічними моментами, що виникають в щілинних ущільненнях. Радіальні і осьові коливання [118] пов'язані залежністю провідності кільцевих дроселів від ексцентриситету, тобто від радіального зсуву осі ротора щодо осі корпусу. Зазначені зв'язки порівняно слабкі: гідродинамічні моменти на порядок менше гідродинамічних сил [126, 131], а вплив ексцентриситету на провідність (5.201) становить $0,19\varepsilon^2$, тобто малий в порівнянні з одиницею (відносний ексцентриситет $\varepsilon = r/H < 1$, H - середній радіальний зазор, r - радіальний зсув осі колеса). Перекоси вала (кутові коливання) ще менше впливають на провідність, на тиск в камері 8 (рис. 5.16) і на осьові коливання.

Слабкість зв'язків між узагальненими координатами дозволяє в першому наближенні розглядати осьові коливання під дією кінематичного збудження у вигляді заданих радіальних коливань [124, 155], а також дослідити незалежні кутові коливання робочого колеса [88], які не досліджувались попередніми авторами.

5.2.3.1. Виведення рівняння осьових коливань

З умови рівноваги (5.196) сила, яка розкриває торцевий зазор, тобто діюча в напрямі осі Oz , має вигляд

$$F_z = A_2 p_2 + T_* - A_1 p_1 - A_e p_e,$$

а в безрозмірних змінних з урахуванням (5.197) і (5.198)

$$\frac{F_z}{A_A p_n} = \bar{A}_2 \psi_2 - \bar{A}_1 \psi_1 - \bar{A}_e \psi_e + (K_1 - K_2) \Omega^2.$$

Рівняння осьових коливань робочого колеса з системою урівноваження

$$m\ddot{z} + c\dot{z} = F_z = A_2 p_2 + T_* - A_1 p_1 - A_e p_e$$

$$\text{або } T_1^2 \ddot{u} + 2\zeta T_1 \dot{u} = \psi_2 - \frac{A_A}{A_2} [\bar{A}_1 \psi_1 + \bar{A}_e \psi_e - (K_1 - K_2) \Omega^2], \quad (5.217)$$

$$T_1^2 = \frac{m z_n}{A_A p_n}, \quad 2\zeta T_1 = \frac{c z_n}{A_A p_n},$$

де m – маса колеса; c – коефіцієнт зовнішнього демпфування; $u = z/z_n$ – безрозмірний торцевий зазор; z_n – його базове значення. Інші позначення наведені в формулах (5.198).

У рівняння (5.217) входить невідомий тиск в камері 8, який залежить від величини торцевого зазору і визначається з рівняння балансу витоків через елементи гідравлічного тракту системи врівноваження. В динаміці при осьових коливаннях колеса це рівняння, якщо знехтувати інерційними опорами, включає витрати витіснення і стиснення рідини в камері. З урахуванням (5.200) і (5.201)

$$g_{2n} (1 + 0,19\varepsilon^2) \sqrt{p_1 - p_{B^*} - p_2} = g_{3n} u^{1,5} \sqrt{p_2 - p_e} + A_2 \dot{z} + \frac{V}{E} \dot{p}_2.$$

Отримане диференціальне рівняння першого порядку щодо невідомого p_2 нелінійне. Лінеарізуємо його в околиці рівноважного положення, переходячи до рівняння в варіаціях:

$$\frac{V}{EQ_0} \delta \ddot{p}_2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\Delta p_{20}} + \frac{1}{\Delta p_{c0}} \right) \delta \dot{p}_2 = -\frac{A_2 z_n}{Q_0} \delta \dot{u} - \frac{3}{2u_0} \delta u + \frac{1}{2\Delta p_{20}} (\delta p_1 - \delta p_{B^*}) + \frac{1}{2\Delta p_{c0}} \delta p_e + \varepsilon_c \delta \varepsilon; \quad (5.218)$$

$$\Delta p_{20} = (p_1 - p_{B^*} - p_2)_0, \quad \Delta p_{c0} = (p_2 - p_e)_0, \quad \Delta p_{s0} = (p_1 - p_{B^*} - p_e)_0.$$

Перейдемо до безрозмірних тисків і введемо позначення постійних часу і коефіцієнтів передачі. В результаті отримуємо (знаки варіацій для стислості опущені):

$$T_2 \dot{\psi}_2 + \psi_2 = -\kappa_s (\tau_2 \dot{u} + u) + k_1 \psi_1 + k_2 \psi_e + k_3 \varepsilon - k_4 \Omega, \quad (5.219)$$

де

$$\left\{ \begin{aligned} T_2 &= \frac{2Vp_n}{EQ_0} \frac{\Delta\psi_{20}\Delta\psi_{c0}}{\Delta\psi_{s0}}, \quad \tau_2 = \frac{2A_2 z_0}{3Q_0}, \quad \kappa_s = \frac{3\Delta\psi_{20}\Delta\psi_{c0}}{u_0\Delta\psi_{s0}} \\ k_1 &= \frac{\Delta\psi_{c0}}{\Delta\psi_{s0}}, \quad k_2 = \frac{\Delta\psi_{20}}{\Delta\psi_{s0}}, \quad k_3 = 2\varepsilon_c \frac{\Delta\psi_{20}\Delta\psi_{c0}}{\Delta\psi_{s0}}, \quad k_4 = 2 \frac{A_A \Delta\psi_{c0}}{A_B \Delta\psi_{s0}} K_2 \Omega_0 \end{aligned} \right. \quad (5.220)$$

Будемо мати на увазі, що з формул (5.197) і (5.202)

$$\frac{\Delta\psi_{20}\Delta\psi_{c0}}{\Delta\psi_{s0}} = \frac{(\alpha_{23} + u_0^3)^2}{\alpha_{23}u_0^3\Delta\psi_{s0}}, \quad \frac{\Delta\psi_{c0}}{\Delta\psi_{s0}} = \frac{\alpha_{23}}{\alpha_{23} + u_0^3}, \quad \frac{\Delta\psi_{20}}{\Delta\psi_{s0}} = \frac{u_0^3}{\alpha_{23} + u_0^3}. \quad (5.221)$$

Запишемо рівняння (5.219) в операторній формі ($p \equiv d/dt$)

$$(T_2 p + 1)\psi_2 = -\kappa_s (\tau_2 p + 1)u + k_1 \psi_1 + k_2 \psi_e + k_3 \varepsilon - k_4 \Omega$$

і висловимо з нього регулюючий вплив:

$$\psi_2 = -\kappa_s \frac{M_2(p)}{D_2(p)} u + \frac{1}{D_2(p)} (k_1 \psi_1 + k_2 \psi_e + k_3 \varepsilon - k_4 \Omega), \quad (5.222)$$

де

$$D_2(p) = T_2 p + 1, \quad M_2(p) = \tau_2 p + 1 \quad (5.223)$$

власний оператор регулятора і оператор впливу за помилкою відповідно.

Відношення реакції регулятора до впливу представляє передавальну функцію регулятора. Якщо вплив – гармонійна функція, то оператор диференціювання по часу замінюється уявним оператором $i\omega$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\psi_2}{u} &= -\kappa_s \frac{\tau_2 i\omega + 1}{T_2 i\omega + 1} = -\kappa_s [U_2(\omega) + i\omega V_2(\omega)] = W_2(i\omega) \\ U_2(\omega) &= \frac{1 + T_2 \tau_2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2}, \quad V_2(\omega) = \frac{\tau_2 - T_2}{1 + T_2^2 \omega^2} \end{aligned} \right., \quad (5.224)$$

а передавальна функція стає частотною передавальною функцією або динамічною жорсткістю регулятора. У сталому стані $\omega = 0$ і $W_2(0) = -\kappa_s$, тобто динамічна жорсткість вироджується в гідростатичну жорсткість системи.

Дійсна частина U_2 характеризує власну жорсткість регулятора, а уявна V_2 -його внесок в демпфування. При відсутності зовнішнього демпфування $c = 0$ осьові коливання загасають, якщо $V_2 > 0$ або

$$\tau_2 > T_2. \quad (5.225)$$

Цю умову з деяким запасом на стабілізуючий ефект зовнішнього демпфування можна розглядати як умову осьової стійкості ротора.

Підставивши вираз регулюючого впливу (5.222) в рівняння осьових коливань (5.217), отримаємо рівняння руху системи «робоче колесо - врівноважуючий пристрій». Попередньо рівняння (5.217) потрібно лінеаризувати, перейти до варіацій. При цьому останній доданок в квадратних дужках правої частини набуде вигляду $2(K_1 - K_2)\Omega_0\delta\Omega$. Після деяких перетворень отримаємо

$$\begin{aligned} & \left[(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p)(T_2 p + 1) + \kappa_s \bar{A}_2 (\tau_2 p + 1) \right] \mu = \left[\bar{A}_2 k_1 - \bar{A}_1 (T_2 p + 1) \right] \psi_1 + \\ & + \left[\bar{A}_2 k_2 - \bar{A}_e (T_2 p + 1) \right] \psi_e + \bar{A}_2 k_3 \varepsilon - \left[\bar{A}_2 k_4 - 2(K_1 - K_2)\Omega_0 (T_2 p + 1) \right] \Omega, \end{aligned}$$

а згрупувавши члени за ступенями оператора диференціювання за часом, прийдемо до остаточного вигляду рівняння системи:

$$\begin{aligned} & (a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3) \mu = \\ & = -\bar{A}_1 N_1(p) \psi_1 - \bar{A}_e N_e(p) \psi_e + \bar{A}_2 k_3 \varepsilon + 2(K_1 - K_2)\Omega_0 N_\omega(p) \Omega. \end{aligned} \quad (5.226)$$

У цьому рівнянні власний оператор і оператори впливів виражаються рівностями:

$$\begin{cases} D_0(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3, & N_1(p) = T_2 p + 1 - k_1 A_2 / A_1 \\ N_e(p) = T_2 p + 1 - k_2 A_2 / A_e, & N_\omega(p) = T_2 p + 1 - k_4 \bar{A}_2 / [2(K_1 - K_2)\Omega_0] \end{cases}, \quad (5.227)$$

$$a_0 = T_1^2 T_2, \quad a_1 = T_1^2 + 2\zeta T_1 T_2, \quad a_2 = 2\zeta T_1 + \kappa_s \bar{A}_2 \tau_2, \quad a_3 = \kappa_s \bar{A}_2. \quad (5.228)$$

Статичне зміщення ротора щодо рівноважного положення, викликане відхиленнями зовнішніх впливів, можна отримати з рівняння (5.226), вважаючи $p = d/dt = 0$.

5.2.3.2. Аналіз осьових коливань ротора

Для прийнятої моделі (без урахування інерційних опорів в кільцевих і в торцовому дроселях) осьові коливання описуються диференціальним рівнянням третього порядку. Оператор $D_0(p)$ – власний оператор системи, а рівняння $D_0(p)u = 0$ – рівняння вільних осьових коливань робочого колеса. Тут обмежимося аналізом вимушених коливань і стійкості.

Будемо вважати, що варіації зовнішніх впливів $\psi_1, \psi_e, \varepsilon$ змінюються за гармонійним законом $\psi_1 = \psi_{a1} e^{i\omega t}$, $\psi_e = \psi_{ae} e^{i\omega t}$, $\varepsilon = \varepsilon_a e^{i\omega t}$. При цьому реакція лінійної системи на кожне з цих впливів (складова приватного рішення) має вигляд

$$u_1 = u_{1a} e^{i(\omega t + \varphi_1)}, \quad u_e = u_{ea} e^{i(\omega t + \varphi_e)}, \quad u_\varepsilon = u_{\varepsilon a} e^{i(\omega t + \varphi_\varepsilon)}.$$

Закон зміни частоти обертання, як правило, має вигляд лінійної або ступінчастої функції часу. Реакція на такі зміни оцінюється часовими характеристиками.

Амплітуди і фази гармонійних реакцій, тобто відносини реакцій до окремих гармонійних впливів, визначаються частотними передавальними функціями $W(i\omega)$, які можна отримати, вводячи заміну $p = i\omega$ в рівняння осьових коливань (5.226):

$$\begin{aligned} W_1(i\omega) &= \frac{u_1}{A_1 \psi_1} = \frac{u_{1a}}{A_1 \psi_{1a}} e^{i\varphi_1} = \frac{N_1(i\omega)}{D_0(i\omega)}, \\ W_e(i\omega) &= \frac{u_{ea}}{A_e \psi_{ea}} e^{i\varphi_e} = \frac{N_e(i\omega)}{D_0(i\omega)}, \quad W_\varepsilon(i\omega) = \frac{u_{\varepsilon a}}{A_2 \varepsilon_a} e^{i\varphi_\varepsilon} = \frac{k_3}{D_0(i\omega)}. \end{aligned} \quad (5.229)$$

Виділимо дійсні і уявні частини у власному операторі і операторах впливів (5.227):

$$\begin{aligned} D_0 &= U_0 + i\omega V_0, \quad U_0(\omega) = a_3 - \omega^2 a_1, \quad V_0(\omega) = a_2 - \omega^2 a_0; \\ N_1 &= U_1 + i\omega V_1, \quad U_1 = 1 - k_1 A_2 / A_1, \quad V_1 = T_2, \end{aligned} \quad (5.230)$$

$$N_e = U_e + i\omega V_e, U_e = 1 - k_2 A_2 / A_e, V_e = T_2; N_\varepsilon = U_\varepsilon = k_3, V_\varepsilon = 0.$$

Підставивши ці вирази в формули (5.227), отримаємо частотні передавальні функції у вигляді комплексних чисел, наприклад

$$W_1(i\omega) = \frac{U_1 + i\omega V_1}{U_0 + i\omega V_0} = \frac{u_{1a}}{A \psi_{1a}} e^{i\varphi_1} = B_1(\omega) e^{i\varphi_1(\omega)},$$

де

$$B_1(\omega) = u_{1a} / \bar{A}_1 \psi_{1a} = |W_1(i\omega)|, \varphi_1(\omega) = \arg W_1(i\omega)$$

амплітудна і фазова частотні характеристики по впливу ψ_1 . Розділимо в вираженні W_1 дійсну і уявну частини:

$$W_1 = \frac{U_1 + i\omega V_1}{U_0 + i\omega V_0} = \frac{U_0 U_1 + \omega^2 V_0 V_1}{U_0^2 + \omega^2 V_0^2} + i\omega \frac{(U_0 V_1 - U_1 V_0)}{U_0^2 + \omega^2 V_0^2}.$$

Тепер амплітуда і фаза W_1 приймають вид

$$B_1(\omega) = \frac{u_{1a}}{A_1 \psi_{1a}} = \sqrt{\frac{U_1^2 + \omega^2 V_1^2}{U_0^2 + \omega^2 V_0^2}}, \quad \varphi_1(\omega) = \arctg \omega \frac{U_0 V_1 - U_1 V_0}{U_0 U_1 + \omega^2 V_0 V_1}. \quad (5.231)$$

За аналогією, з урахуванням (5.228) визначимо частотні характеристики по впливам ψ_e, ε :

$$B_e(\omega) = \frac{u_{ea}}{A_e \psi_{ea}} = \sqrt{\frac{U_e^2 + \omega^2 V_e^2}{U_0^2 + \omega^2 V_0^2}}, \quad \varphi_e(\omega) = \arctg \omega \frac{U_0 V_e - U_e V_0}{U_0 U_e + \omega^2 V_0 V_e}; \quad (5.232)$$

$$B_\varepsilon(\omega) = \frac{u_{\varepsilon a}}{A_2 \varepsilon_a} = \frac{k_3}{\sqrt{U_0^2 + \omega^2 V_0^2}}, \quad \varphi_\varepsilon(\omega) = -\arctg \omega \frac{V_0}{U_0}. \quad (5.233)$$

За частотним характеристикам можна визначити критичні частоти обертання ротора: їм відповідають частоти, на яких амплітуди досягають максимуму, а фази змінюються на 180° .

Для прикладу на рис. 5.19 наведені частотні характеристики модернізованого консольного насоса.

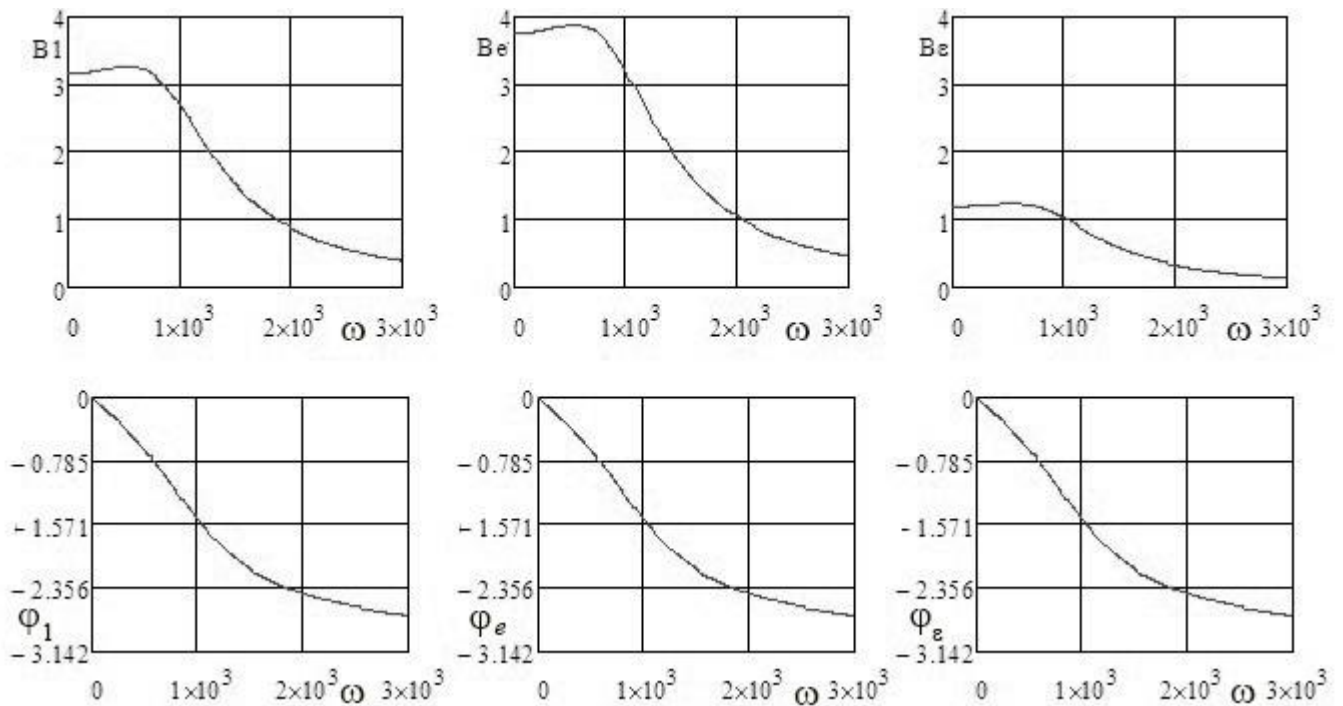


Рис. 5.19. Амплітудні і фазові частотні характеристики осьових коливань

За частотним характеристикам видно, що перший резонанс виникає на частоті 610 с^{-1} . Друга власна частота осьових коливань лежить далеко за межами досяжних частот обертання, тому практичного інтересу не представляє. За формулами (5.231) – (5.233) можна оцінити амплітуди резонансних коливань. Якщо відносні амплітуди зовнішніх збурень прийняти $\psi_{1a} = \psi_{ea} = \varepsilon_a = 0,1$, то $z_{1a} = 0,098$, $z_n = 0,024$ мм; $z_{\varepsilon a} = 0,034$, $z_n = 0,009$ мм.

Отримані оцінки свідчать про те, що критична частота в два рази перевищує робочу частоту обертання, тобто ротор є жорстким щодо осьових коливань. Навіть резонансні амплітуди, які відповідають недосяжній критичній частоті обертання, небезпеки не представляють.

5.2.3.3. Оцінка стійкості

За критерієм Рауса - Гурвіца для стійкості системи третього порядку необхідно і достатньо, щоб коефіцієнти власного оператора (5.227) задовольняли нерівності $a_1 a_2 > a_0 a_3$. Підставивши значення коефіцієнтів (5.228), приведемо умову стійкості до виду

$$(2\zeta)^2 + \left(\frac{T_1}{T_2} + \kappa_s \bar{A}_2 \frac{T_2}{T_1} \frac{\tau_2}{T_2} \right) 2\zeta + \kappa_s \bar{A}_2 \left(\frac{\tau_2}{T_2} - 1 \right) > 0. \quad (5.234)$$

Якщо постійна часу витіснення більше постійної часу стиснення $\tau_2 > T_2$, то нерівність (5.232) виконується при будь-яких значеннях показника загасання ζ , включаючи $\zeta = 0$. Цей результат збігається з виведеною раніше наближеною умовою (5.225). Використовуючи значення постійних (5.220), отримаємо

$$\frac{A_2 z_0}{3} > \frac{V p_n}{E} \frac{\Delta \psi_{20} \Delta \psi_{c0}}{\Delta \psi_{s0}}.$$

Як правило, обсяг камери $V = A_2 H$, де H - її глибина. Тому в першому наближенні умова осьової стійкості зводиться до нерівності

$$H < \frac{E z_0}{3 p_n} \cdot \frac{\Delta \psi_{s0}}{\Delta \psi_{20} \Delta \psi_{c0}}. \quad (5.235)$$

Друга дріб в правій частині визначається першою формулою (5.221). Оскільки глибина камери є незалежним параметром, легко піддається конструктивним змінам, умову (5.235) можна рекомендувати для забезпечення стійкості проектованого насоса. Вплив інших параметрів можна оцінювати, користуючись нерівністю (5.234).

5.2.3.4. Кутові коливання робочого колеса

Нижче розглядаються кутові коливання робочого колеса відносно центру мас, не пов'язані з його радіальними і осьовими зсувами. Проте аналіз навіть такої гіпотетичної моделі дає досить повне уявлення про основні характеристики кутових коливань в складі загальної динамічної системи, в якій відбуваються пов'язані радіальні, осьові і кутові коливання.

Рівняння кутових коливань симетричного однодискового ротора в двох однакових щілинних ущільненнях отримані в роботі [75]. Тут при використанні цих рівнянь введемо деякі спрощення:

- робоче колесо без ущільнень не має кутової жорсткості;
- кутові коливання відбуваються навколо центру мас;
- сума моментів відносно центру мас радіальних гідродинамічних сил, що

виникають в щілинних ущільненнях, дорівнює нулю ($l_c = j_c = 0$);

- провідність торцевого дроселя майже не залежить від малих перекосів, тому тиск p_2 в камері можна вважати постійним;
- робоче колесо вільно плаває в щілинних ущільненнях, і в рівноважному стані сума всіх діючих на нього моментів, дорівнює нулю: колесо робить вільні кутові коливання.

З урахуванням зроблених зауважень вихідні рівняння мають вигляд [40]

$$b_1\ddot{\theta}_x + b_2\dot{\theta}_x + b_3\theta_x + b_4\dot{\theta}_y + b_5\theta_y = 0, \quad (5.236)$$

$$b_1\ddot{\theta}_y + b_2\dot{\theta}_y + b_3\theta_y - b_4\dot{\theta}_x - b_5\theta_x = 0.$$

У цих рівняннях враховано як гіроскопічний момент робочого колеса, так і гідродинамічні моменти, що виникають в щілинних ущільненнях з конусністю. Ці моменти характеризуються коефіцієнтами b_{1-5} :

$$b_1 = 1 + k_{g1}j_1 + k_{g2}j_2, \quad b_2 = b_{20} + b_{21}, \quad b_{20} = c_{90}/I, \quad b_{21} = k_{d1}j_1 + k_{d2}j_2,$$

$$b_3 = -[k_{p1}(\theta_{01} + N\chi_{m1})j_1b_{*1} + k_{p2}(\theta_{02} + N\chi_{m2})j_2b_{*2}], \quad b_{*1,2} = 10\chi_{m1,2}/(\theta_{01,2} + \chi_{m1,2}), \quad (5.237)$$

$$b_4 = b_{40} + b_{41}, \quad b_{40} = j_0\omega, \quad b_{41} = 0,5(k_{g1}j_1 + k_{g2}j_2)к\omega, \quad b_5 = 0,5(k_{d1}j_1 + k_{d2}j_2)к\omega.$$

Наведені коефіцієнти мають наступний фізичний сенс: b_1 - коефіцієнт інерційних моментів; b_{20}, b_{21} - коефіцієнти зовнішнього демпфування і демпфування в щілинних ущільненнях; b_3 - коефіцієнт гідростатичних моментів, обумовлених дросельованим на ущільненнях перепадом тиску; b_{40} - коефіцієнт гіроскопічного моменту колеса, b_{41} - коефіцієнт гіроскопічних моментів в кільцевих зазорах; b_5 - коефіцієнт циркуляційних моментів.

Додаткові коефіцієнти для автотомельної області турбулентної течії виражаються формулами [40]:

$$k_g = \rho \frac{\pi R l^3}{12 H m}, \quad k_d = \mu \frac{\pi R l^3 \Lambda_0}{12 H^3 m}, \quad k_p = \Delta p \frac{\pi R l}{2 H m}, \quad \Lambda_0 = 0,005 \text{ Re},$$

$$\text{Re} = \frac{2\rho q}{\mu}, \quad q = 10 \left(\frac{\Delta p H^3}{\rho l} \right)^{0,5}, \quad N = 1, \quad \chi_m = \frac{\zeta_{11} + \zeta_{12}}{\zeta_{11} - \zeta_{12} + \lambda l / 2H}; \quad (5.238)$$

$$\zeta_{11} = 1,0 \dots 1,15; \quad \zeta_{12} = 0,05 \dots 0,3;$$

m, I_0, I - маса, полярний і екваторіальний моменти інерції, R, l, H - радіус, довжина і радіальний зазор відповідного щілинного ущільнення, $\theta_0 = \vartheta_0 l / 2H$, ϑ_0 - кут конусності кільцевого зазору, $\theta_{x,y} = \vartheta_{x,y} l / 2H$, $\vartheta_{x,y}$ - кути повороту щодо осей Ox, Oy , c_{90} - коефіцієнт зовнішнього кутового демпфування, $k = 0,3$ - коефіцієнт закрутки потоку в щілинних ущільненнях, $j_0 = I_0 / I, j = ml^2 / 60I$. Індокси «1, 2» в формулах (5.237) відносяться, відповідно, до переднього і заднього щілинних ущільнень.

Загальне рішення рівнянь (5.236) має вигляд

$$\theta_x = B_x e^{\lambda t}, \quad \theta_y = B_y e^{\lambda t}.$$

Підставивши рішення в самі рівняння, отримаємо алгебраїчну систему

$$\begin{aligned} (b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3) B_x + (b_4 \lambda + b_5) B_y &= 0, \\ (b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3) B_y - (b_4 \lambda + b_5) B_x &= 0. \end{aligned}$$

Користуючись умовою існування ненульових рішень цієї системи, тобто прирівнюючи нулю її визначник, отримаємо характеристичне рівняння

$$(b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3)^2 = -(b_4 \lambda + b_5)^2. \quad (5.239)$$

Розкривши дужки і згрупувавши доданки за ступенями λ , прийдемо до характеристичного рівняння четвертого ступеня з дійсними коефіцієнтами

$$P(\lambda) = A_0 \lambda^4 + A_1 \lambda^3 + A_2 \lambda^2 + A_3 \lambda + A_4 = 0, \quad (5.240)$$

де $A_0 = b_1^2$, $A_1 = 2b_1 b_2$, $A_2 = b_2^2 + 2b_1 b_3 + b_4^2$, $A_3 = 2(b_2 b_3 + b_4 b_5)$, $A_4 = b_3^2 + b_5^2$.

Витягши корінь квадратний з обох частин характеристичного рівняння (5.239), прийдемо до рівняння з комплексними коефіцієнтами

$$b_1 \lambda^2 + (b_2 \mp i b_4) \lambda + b_3 \mp i b_5 = 0. \quad (5.241)$$

Наближені значення коренів цього рівняння, отримані в роботі [40] у вигляді двох пар комплексних спряжених чисел: $\lambda_{1,3} = -n_1 \pm i s_1$, $\lambda_{2,4} = -n_2 \pm i s_2$, Де дійсні

частини – показники загасання вільних коливань, уявні частини – власні частоти робочого колеса в щілинних ущільненнях:

$$n_{1,2} = \frac{b_2}{2b_1} \pm \frac{b_2 b_4 - 2b_1 b_5}{2b_1 \sqrt{4b_1 b_3 - (b_2^2 - b_4^2)}}, \quad (5.242)$$

$$s_{1,3} = \pm \left[-\frac{b_4}{2b_1} + \frac{1}{2b_1} \sqrt{4b_1 b_3 - (b_2^2 - b_4^2)} \right], \quad (5.243)$$

$$s_{2,4} = \pm \left[\frac{b_4}{2b_1} + \frac{1}{2b_1} \sqrt{4b_1 b_3 - (b_2^2 - b_4^2)} \right] = s_{1,3} + 2 \frac{b_4}{2b_1}.$$

Для насосів з односпрямованим обертанням від'ємні частоти практичного сенсу не мають, тому в подальшому зберігаються лише додатні частоти s_1, s_2 .

З отриманих виразів випливає, що циркуляційний момент (коефіцієнт b_5) зменшує сумарне демпфування і не впливає на власну частоту. Гіроскопічний момент (коефіцієнт b_4) збільшує, а демпфування (b_2) трохи зменшує власну частоту.

Коефіцієнти b_4, b_5 гіроскопічних і циркуляційних моментів в явному вигляді залежать від частоти обертання (5.239). У неявному вигляді ця залежність через коефіцієнти k_d, k_p проявляється для демпфуючих і гідростатичних моментів (b_{21}, b_3). Це обумовлено тим, що тиск p_1 , створюваний відцентровим колесом, пропорційний квадрату частоти обертання: $p_1 = B\omega^2$, де $B = p_{1n}/\omega_n^2$ (5.210). З огляду на цю залежність, висловимо коефіцієнти k_d, k_p (5.214) і b_{2-5} (5.239) через їх номінальні значення:

$$\begin{aligned} k_d &= k'_d \omega, \quad k_p = k'_p \omega^2, \quad k'_d = k_{dn}/\omega_n, \quad k'_p = k_{pn}/\omega_n^2, \\ b_{21} &= b'_{21} \omega, \quad b_3 = b'_3 \omega^2, \quad b_4 = b'_{41} \omega, \quad b_5 = b'_5 \omega^2, \\ b'_{21} &= \frac{b_{21n}}{\omega_n}, \quad b'_3 = \frac{b_{3n}}{\omega_n^2}, \quad b'_{41} = \frac{b_{41n}}{\omega_n}, \quad b'_5 = \frac{b_{5n}}{\omega_n^2}. \end{aligned} \quad (5.244)$$

Коефіцієнти з індексом «*n*» обчислюються за формулами (5.239) і (5.240) при номінальних перепадах тиску Δp_n на відповідних ущільненнях і при номінальній частоті обертання ω_n .

Підставивши (5.244) у формули (5.242) і (5.243), отримаємо

$$n_{1,2} = \frac{b_{20} + b'_{21}\omega}{2b_1} \pm \frac{(b_{20} + b'_{21}\omega)b'_4\omega - 2b_1b'_3\omega^2}{2b_1\sqrt{[4b_1b'_3 - (b'_{21}{}^2 - b'_4{}^2)]\omega^2 - 2b_{20}b'_{21}\omega - b_{20}^2}}, \quad (5.245)$$

$$s_{1,2} = \mp \frac{b'_4\omega}{2b_1} + \frac{1}{2b_1} \sqrt{[4b_1b'_3 - (b'_{21}{}^2 - b'_4{}^2)]\omega^2 - 2b_{20}b'_{21}\omega - b_{20}^2}. \quad (5.246)$$

Можна відзначити, що якщо знехтувати зовнішнім демпфуванням ($b_{20} \approx 0$), то $s_{1,2} = k_{01,2}\omega$, де

$$k_{01,2} = \mp \frac{b'_4}{2b_1} + \frac{1}{2b_1} \sqrt{[4b_1b'_3 - (b'_{21}{}^2 - b'_4{}^2)]} \quad (5.247)$$

власні частоти лінійно залежать від частоти обертання. У цьому особливому випадку при $k_{0i} = 1$ одна з власних частот збігається з частотою обертання, тобто має місце резонанс на всіх частотах обертання. При $k_{02} < 1$, $s_{1,2} < \omega$ (ротор «гнучкий»), при $k_{01} > 1$, $s_{1,2} > \omega$ – ротор «жорсткий». Якщо вираз (5.247) більше одиниці, після деяких перетворень, отримаємо

$$b'_3 > b_1 + b'_4 + b'_{21}{}^2/4b_1. \quad (5.248)$$

Якщо параметри насоса задовольняють цій умові, то в першому наближенні, при $b_{20} \neq 0$ власні частоти ротора ростуть швидше, ніж частота обертання. Має місце «самопосилення жорсткості» ротора.

У загальному випадку ($b_{20} \neq 0$) критичні частоти обертання, тобто такі що збігаються з однією з власних частот, можна знайти, вводячи в формулі (5.244) заміну $s_{1,2} = \omega_{1,2} = \omega_{*1,2}$. Після деяких перетворень прийдемо до квадратного рівняння

$$[4b_1(b_1 \pm b'_4 - b'_3) + b'_{21}{}^2]\omega_*^2 + 2b_{20}b'_{21}\omega_* + b_{20}^2 = 0, \quad (5.249)$$

з якого знаходимо

$$\omega_{*1,2} = \frac{-2b_{20}b'_{21} \pm \sqrt{(2b_{20}b'_{21})^2 - 4b_{20}^2 [4b_1(b_1 \pm b'_4 - b'_3) + b_{21}'^2]}}{2[4b_1(b_1 \pm b'_4 - b'_3) + b_{21}'^2]}. \quad (5.250)$$

Критичні частоти – дійсні додатні числа, тому вони існують за умови (правило знаків Декарта)

$$4b_1(b_1 \pm b'_4 - b'_3) + b_{21}'^2 \leq 0, \quad (5.251)$$

яке є нерівністю (5.248) протилежного змісту. Перед радикалом у формулі (5.250) потрібно зберігати лише той знак, при якому $\omega_* > 0$, оскільки від'ємні частоти тут не розглядаються.

Якщо умова (5.251) не виконується, критичних частот не існує: додатні власні частоти кутових коливань завжди більше частоти обертання.

5.2.3.5. Стійкість кутових коливань

Для стійкості динамічної системи необхідно і достатньо, щоб дійсні частини всіх коренів характеристичного рівняння були від'ємні. Ця вимога для систем четвертого порядку виконується, якщо коефіцієнти характеристичного рівняння (5.240) є додатними і задовольняють умові стійкості Гурвіца $A_1A_2A_3 > A_0A_3^2 + A_1^2A_4$. Підставивши в цю нерівність значення коефіцієнтів з урахуванням (5.244), отримаємо квадратне рівняння щодо граничної по стійкості частоти обертання ротора:

$$(b'_{21}b'_4b'_5 + b_{21}'^2b'_3 - b_1b_5'^2)\omega_{\otimes}^2 + b_{20}(b'_4b'_5 + 2b'_{21}b'_3)\omega_{\otimes} + b_{20}^2b'_3 = 0. \quad (5.252)$$

Коріння цього рівняння

$$\omega_{\otimes 1,2} = \frac{-b_{20}(b'_4b'_5 + 2b'_{21}b'_3) \mp \sqrt{[b_{20}(b'_4b'_5 + 2b'_{21}b'_3)]^2 - 4(b'_{21}b'_4b'_5 + b_{21}'^2b'_3 - b_1b_5'^2)b_{20}^2b'_3}}{2(b'_{21}b'_4b'_5 + b_{21}'^2b'_3 - b_1b_5'^2)}. \quad (5.253)$$

Як і вираз критичних частот (5.248), рівняння (5.252) має один дійсний додатний корінь за умови, подібній (5.253): перший коефіцієнт рівняння повинен бути від'ємним

$$b'_{21}b'_4b'_5 + b_{21}'^2b'_3 - b_1b_5'^2 \leq 0$$

або

$$\frac{b'_3}{b_1} \leq \frac{b'_5}{b'_{21}} \left(\frac{b'_5}{b'_{21}} - \frac{b'_4}{b_1} \right). \quad (5.254)$$

Якщо умова (5.254) виконується, то за формулою (5.253) знаходиться $\omega_{\otimes 1} > 0$, тобто межа стійкості. В іншому випадку робоче колесо зберігає стійкість на всіх частотах обертання. Зі співвідношення (5.254) випливає, що область стійкості розширюється при збільшенні коефіцієнтів гідростатичних (b_3), демпфуючих (b_{21}) і гіроскопічних (b_4) моментів. Дестабілізуючий вплив роблять циркуляційні (b_5) моменти.

З статичних характеристик видно, що зі збільшенням тиску нагнітання торцовий зазор зменшується, а з ростом частоти обертання збільшується. Викладена методика дозволяє вибрати геометричні параметри щілинних дроселів так, щоб на номінальному режимі торцовий зазор зберігав необхідне, наперед задане значення $z_n = H_3$. Діапазон зміни тиску нагнітання, в якому забезпечується безконтактна робота, обмежується нерівностями (5.206) і (5.207). Для режиму дросельного регулювання формула (5.205) дозволяє на стадії проектування вибрати геометричні параметри так, щоб в робочому діапазоні значення торцового зазору не виходили за допустимі межі. У разі, якщо тиск на вході, як і тиск на виході, пропорційний квадрату частоти обертання ротора, торцовий зазор зберігає постійне значення (5.212). Витоки через гідравлічний тракт вузла врівноваження мало залежать від тиску нагнітання і збільшуються з ростом частоти обертання.

У першому наближенні ротор безвального насоса здійснює незалежні осьові коливання під дією кінематичного збудження у вигляді заданих радіальних коливань, обумовлених статичною невірноваженістю робочого колеса. При цьому змінний торцовий дросель створює від'ємний зворотний зв'язок, завдяки чому робоче колесо з опорно-ущільнювальним вузлом стає статичною системою автоматичного регулювання торцового зазору. З динамічної жорсткості регулятора можна отримати наближені оцінки власних частот і стійкості осьових коливань. Більш точні значення критичних частот дають амплітудні і фазові частотні характеристики.

Кутові коливання вільно плаваючого в щілинних ущільненнях робочого колеса можна розглядати як незалежні коливання. Гідродинамічні моменти в щілинних ущільненнях і, перш за все, гіроскопічний момент робочого колеса забезпечують самопосилення жорсткості ротора щодо його кутових коливань. Тому, як правило, критичних швидкостей кутових коливань не існує. Основним дестабілізуючим фактором є циркуляційний (b_5) гідродинамічний момент (5.254), пропорційний середній по товщині зазору окружній швидкості рідини. Подібні опорно-врівноважуючі пристрої можуть успішно використовуватися і в багатоступневих відцентрових насосах [60]. Предметом глибшого аналізу повинні стати спільні радіальні, кутові і осьові коливання робочого колеса як вільного твердого тіла, навантаженого складною системою гідродинамічних сил.

В цілому наведений аналіз динаміки безвального консольного насоса з комбінованим опорно-урівноважуючим і ущільнювальним вузлом показав, що насос має достатній запас вібронадійності.

Слід відзначити, що в основу моделі безвального насоса було закладено моделі радіального щілинного ущільнення та торцевого безконтактного ущільнення, результати досліджень яких були наведені раніше. Експериментально підтверджено адекватність кожної із зазначених моделей (див. Додаток А). Тому використання їх у сукупності для формування моделі безвального насоса є прийнятним для подальшого практичного використання.

5.3. Висновки до п'ятого розділу.

1. Побудовано модель гідродинамічних процесів для системи автоматичного врівноваження осьових сил, що діють на ротор багатоступінчастого відцентрового насоса, яка виконує одночасно функції саморегульованого безконтактного кінцевого ущільнення і радіально-упорного навантаженого гідростатичного підшипника.
2. Визначені резонансні (критичні) частоти обертання ротора в системі «ротор – авторозвантаження», в якій під дією неминучої радіальної

статичної неврівноваженості, пульсації тиску нагнітання і гармонійних змін осьової сили, що діє на ротор, здійснюються взаємопов'язані вимушені радіально-осьові коливання. Це важливо для відлаштування відцентрових машин від можливих резонансних коливань при їх проектуванні.

3. Запропоновано моделі гідродинамічних процесів в системах «ротор - ущільнення» і «ротор - авторозвантажувальний пристрій» та отримано аналітичні залежності для розрахунку динамічних характеристик роторів відцентрових машин. На практиці вони дозволяють по амплітудним і фазовим частотним характеристикам визначати межі динамічної стійкості, уникати небезпечних вібраційних зон та враховувати параметри герметизуючих пристроїв.
4. Побудовано модель гідродинамічних процесів у безвальному насосі, у якому щілинні ущільнення використовуються як опори та відсутні контакти робочого колеса з нерухомим корпусом. Отримано статичні та витратні характеристики насоса з ущільненнями-опорами, представлені аналітичними залежностями, які дозволяють вибрати геометричні параметри щілинних дроселів так, щоб на номінальному режимі торцовий зазор зберігав необхідне, наперед задане значення.
5. Проведено аналіз динаміки безвального консольного насоса з комбінованим опорно-врівноважуючим і ущільнюючим вузлом, результати якого засвідчили, що насос має достатній запас вібронадійності.
6. Безвальні насоси є прикладом використання щілинних ущільнень як опор, крім їх основного призначення — обмежувати перетоки між порожнинами з різним тиском. Подібні опорно-врівноважуючі пристрої можуть успішно використовуватися і в багатоступеневих відцентрових насосах.

РОЗДІЛ 6

МОДЕЛЬНА ОРГАНІЗАЦІЯ СТВОРЕННЯ СКЛАДНИХ УЩІЛЬНЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

6.1. Приклади моделювання складних ущільнювальних систем роторних машин з високими параметрами

Створення високонавантажених виробів з ущільнювальними системами для нестандартних умов експлуатації неможливе без тісної співпраці розробника такого виробу і фахівця з конструювання вузлів ущільнень.

Прикладами подібного роду нестандартних виробів є насосні агрегати атомних електростанцій та турбонасосні агрегати для ракетних двигунів.

6.1.1. Ущільнюючі системи відцентрових насосів енергетики

Ущільнення ротора - один з найбільш складних і відповідальних вузлів головного циркуляційного насоса АЕС (ГЦН), що визначає надійність всього агрегату. Це пояснюється важкими умовами роботи ущільнень в поєднанні з високими вимогами до герметичності на номінальних, перехідних і аварійних режимах роботи насоса.

На рис. 6.1 показано триступеневе торцеве ущільнення ГЦН, в якому досягається рівномірний розподіл тиску між ступенями за допомогою дроселів 1, встановлених на зовнішній лінії [169]. Поділ тиску супроводжується постійними витокami через зовнішню лінію, що складають кілька сотень літрів на годину. Тепло, що виділяється від тертя контактуючих поверхонь, відводиться через спеціальний замкнутий контур з теплообмінником 2 і фільтром 3 для уловлювання продуктів зносу. Циркуляція в контурі охолодження створюється вбудованим всередину ущільнення осьовим лабіринтовим насосом (імпелером) 4.

Щоб забезпечити достатню герметичність ущільнення в аварійних ситуаціях при виході з ладу одного із ступенів, кожен з них розраховується на повний перепад тиску. Основними елементами ущільнення служать аксіальна рухома втулка 6 і нерухоме опорне кільце 7, що постійно притискаються один до одного тиском

середовища і пружинами. Розрахунок кожного із ступенів ущільнення виконується в послідовності яка викладена в підрозділі 2.4.

На рис. 6.2 показана ущільнювальна система головного циркуляційного насоса АЕС. Робочий тиск і температура води в першому контурі становлять 12,5 МПа і 270 °С відповідно. Ущільнення працює на запірній воді, яка відбирається з першого контуру, охолоджується до 40 °С і очищається, проходячи через холодильник і іонообмінний фільтр. Автоматичні регулятори підтримують задане (0,5-0,6 МПа) перевищення тиску запірної води над тиском в порожнині насоса, в результаті чого близько 50% води, що підводиться (0,3-0,5 м³/год), надходить в насос, виключаючи вихід з нього гарячого радіоактивного теплоносія.

Блок ущільнення разом з підшипником ковзання 1, працюючим на воді, відділяється від корпусу насоса спеціальним тепловим бар'єром – горловиною, охолоджуваною водою. Імпелером 2 запірна вода прокачується через камеру підшипника і холодильник 16, щоб виключити випадки місцевого закипання. Ту ж функцію виконують імпелери 4 і 6, розташовані в першій 3 і другий 5 ступенях гідростатичного ущільнення. Перед замикаючим торцевим ущільненням 7 перепускним клапаном 10 підтримується тиск 0,42-0,45 МПа. Зовнішні витоки через ущільнення 7 становлять близько 300 см³/год, організовані витоки – 0,3 м³/год. Витоки через гідростатичні ущільнення 3 та 5, а отже, і торцевий зазор є постійними шляхом зміни опору зовнішніх дроселів 13 та 12 регулювальними клапанами 15 і 14.

Якщо припиняється подача запірної води або збільшуються її витоки через пошкоджене ущільнення, підвищується температура в камері підшипника, і при досягненні 65 °С магнітний клапан 15 починає закриватися, зменшуючи торцевий зазор в ущільненні 3. При подальшому збільшенні температури до 70 °С ущільнення 3 повністю закривається. Запірна вода підводиться в порожнину перед ущільненням з автоматично включеної резервної системи і знижує температуру в камері підшипника. Якщо необхідний ефект не досягається, то при підвищенні температури до 80 °С закривається другий ступінь ущільнення 6.

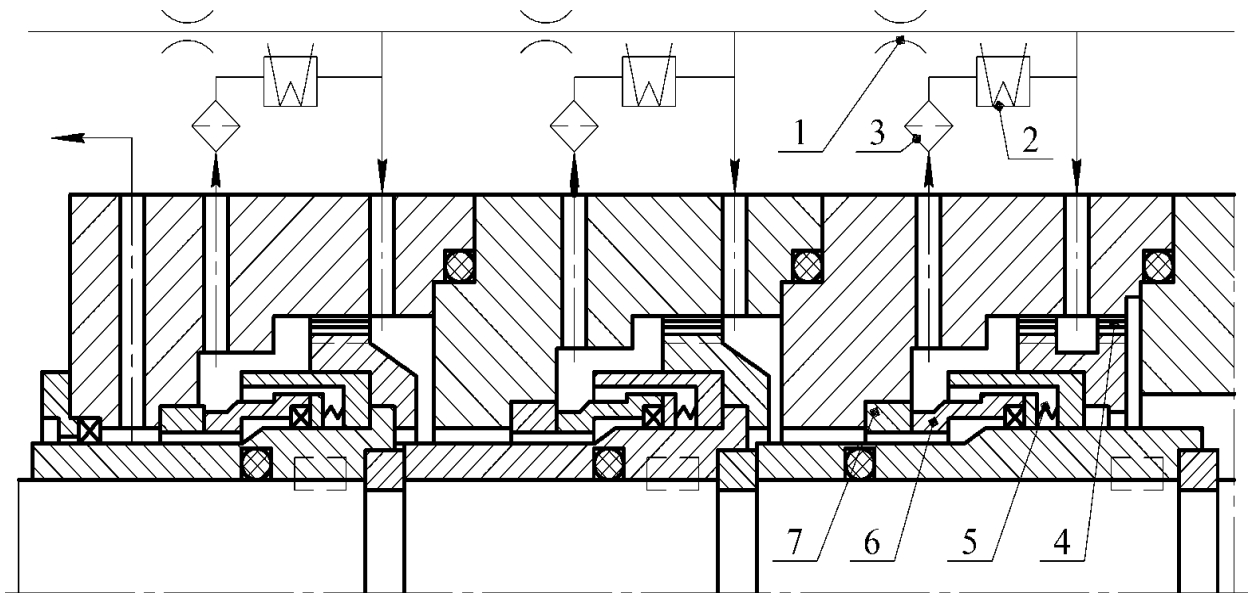


Рис. 6.1. Треступеневе торцеве ущільнення:

- 1 - дросель; 2 - теплообмінник; 3 - фільтр; 4 - імпелер;
5 - пружина; 6 - аксіально-рухома втулка; 7 - опорне кільце

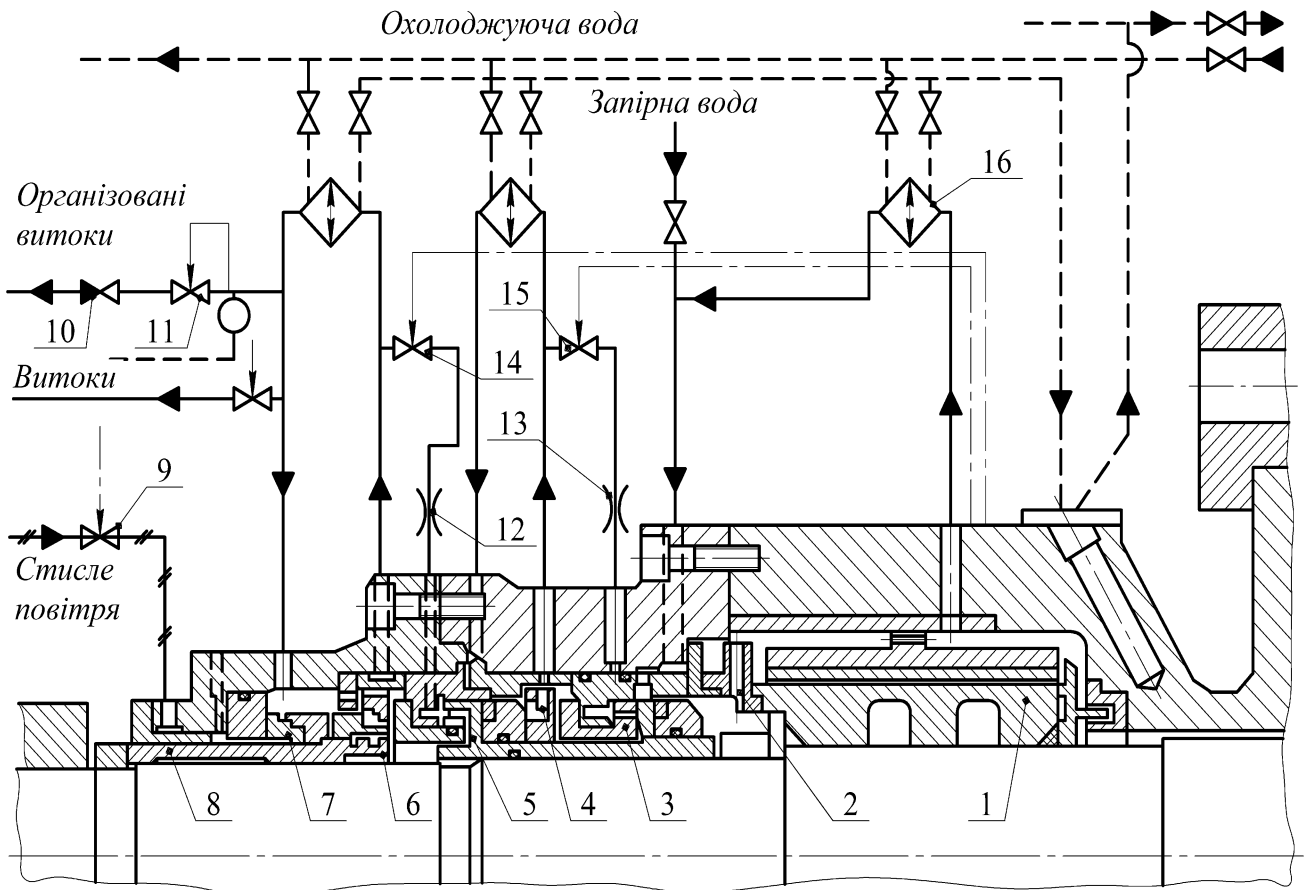


Рис. 6.2. Ущільнювальна система ГЦН АЕС

У разі відмови обох ступенів ущільнення 3 та 5 тиск перед замикаючим торцевим ущільненням 7 і клапаном 10 стає більше допустимого і призводить до закриття клапана 1 і відкриття клапана 9, через який стиснене повітря подається в камеру лабіринтового ущільнення 8. При цьому ущільнення 7 має короткочасно до зупинки насоса сприймати повний перепад тиску. Якщо і воно вийде з ладу, роль ущільнення виконує лабіринтова втулка 8 із стисненим повітрям, яке подається до неї під тиском 0,7 МПа. Всі перераховані заходи повинні запобігти виходу назовні радіоактивної води протягом 3–10 хв необхідних для нормальної зупинки агрегату.

Кожна ступінь ущільнення розраховується з використанням аналітичних залежностей, викладених в розділах 2 та 4.

6.1.2. Ущільнюючі системи авіа та ракетних двигунів

В екстремальних умовах [40, 75] працюють ущільнення турбонасосних агрегатів (ТНА) рідинних ракетних двигунів. У рідинних ракетних двигунах (РРД) застосовується система подачі палива турбонасосними агрегатами (ТНА), які включають в себе насоси і привід насосів – газову турбіну, робочим тілом якої є продукти спалювання в газогенераторі перекачуваних насосами компонентів палива. Турбонасосні агрегати забезпечують подачу в камеру спалювання високо агресивних і токсичних компонентів палива, які при з'єднанні можуть вступати в хімічну реакцію. Фізичні властивості робочих тіл, що подаються насосами, і робочого тіла в тракті газової турбіни сильно розрізняються. Наприклад, в киснево-водневому ЖРД пальне в порожнині насоса має температури близько 20°К, а температура робочого тіла турбіни для приводу насоса може бути більше 1000 К.

За схемою компонування ТНА можуть бути у вигляді єдиного блоку, що включає насоси подачі пального і окиснювача і приводну турбіну, або у вигляді окремих турбонасосів подачі пального (що включає насос пального і приводну турбіну) і подачі окиснювача (що включає насос окиснювача і приводну турбіну). За другою схемою виконана, наприклад, система подачі палива в двигуні корабля «Спейс Шаттл» (Space Shuttle), а також космічного корабля «Буран».

Одна зі схем ТНА зображена на рис. 6.3. На схемі показані місця розміщення ущільнень; 5,7 – передні щілинні ущільнення насосів окиснювача 4 і пального 8; 3, 9 – задні ущільнення робочих коліс; 10 – кінцеве ущільнення насоса пального; 6 – проміжне ущільнення, що запобігає змішуванню різнорідних, часто самозаймистих рідких робочих середовищ насосів окиснювача і пального; 2 – ущільнення, що обмежує потрапляння окиснювача, який може бути криогенною рідиною, в порожнину газової турбіни 1 (температура газу може сягати півтори тисячі градусів).

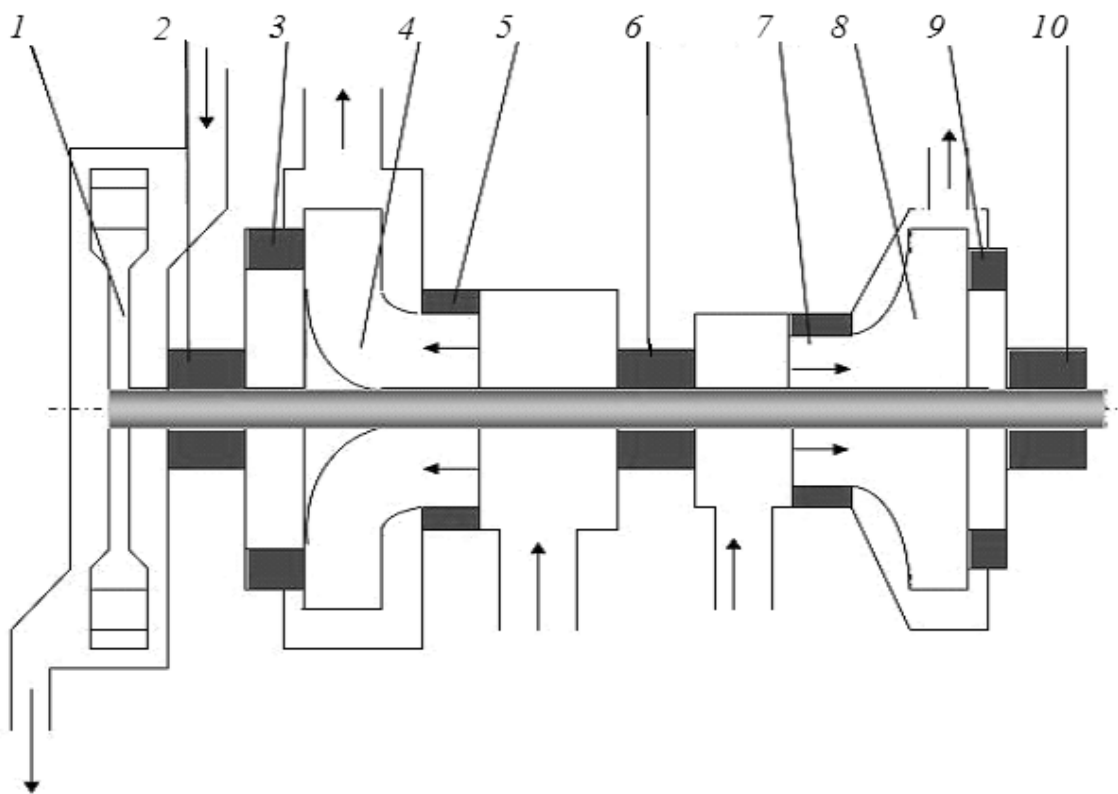


Рис. 6.3. Схема турбонасосного агрегату і місця розташування основних вузлів ущільнень ротора

На показаному прикладі добре видно, що ущільнення розташовані досить щільно по всій довжині ротора, тому вони істотно впливають на вібраційний стан ротора і агрегата в цілому. Порядок розрахунку щілинних ущільнень з урахуванням їх впливу на динаміку ротора викладено в розділі 3.

У ТНА ущільнення є найважливішими елементами, що визначають їх надійність. Згідно зі статистикою, близько 60% поломок вузлів сучасних ПРД пов'язано з порушенням роботи тільки ущільнюючих систем [21]. Таким чином,

працездатність, ресурс, надійність і економічність ТНА в істотному ступені залежать від досконалості їх ущільнюючих пристроїв.

Якісне відділення суміжних порожнин насосів і турбін, що не допускає змішування компонентів палива, є принципово важливим для можливості успішного функціонування ТНА. У практиці проектування ущільнень валів ТНА для надійного поділу порожнин в блоках вузлів ущільнень використовуються додаткові конструктивні елементи, такі як дренажі, дублюючі ущільнення. В результаті вузол ущільнення стає одним з найскладніших в конструкції ТНА і його конструктивне рішення визначально впливає на загальне компонування турбонасосного агрегату.

Розглянуті приклади дають певне уявлення про складність і відповідальність проблем герметизації роторів сучасних відцентрових машин.

6.2. Показники ущільнювальних систем при промисловій експлуатації

6.2.1. Щілинні ущільнення в конструкціях енергетичних насосів

На рис. 6.4 показаний одноступінчастий насос ЦНР 500-115 з колесом двостороннього входу, призначений для системи очищення реакторної води і планових розхолоджень контуру багаторазової примусової циркуляції атомних електростанцій. Подача насоса 500 м³ / год, тиск, що розвивається робочим колесом 1 МПа, тиск на вході 8 МПа, частота обертання ротора 3000 об / хв. Насос перекачує радіоактивну воду при температурі 284 ° С, протікання якої назовні не допускаються. Тому в камеру 2 між внутрішнім щілинним ущільненням 3 і імпульсним торцевим ущільненням 1 подається холодна чиста вода під тиском, що перевищує (приблизно на 0,1 МПа) ущільнюючий тиск 8 МПа і замикає радіоактивну воду. На вхідних воронках робочого колеса встановлені щілинні ущільнення 4, а на виході валу з корпусу - щілинні ущільнення 3. Як кінцеві застосовані імпульсні торцеві ущільнення 1. Для розрахунку вібраційного стану таких насосів в якості спрощеної розрахункової схеми ротора приймалась одномасова симетрична модель. Порядок розрахунку викладено в розділі 3.

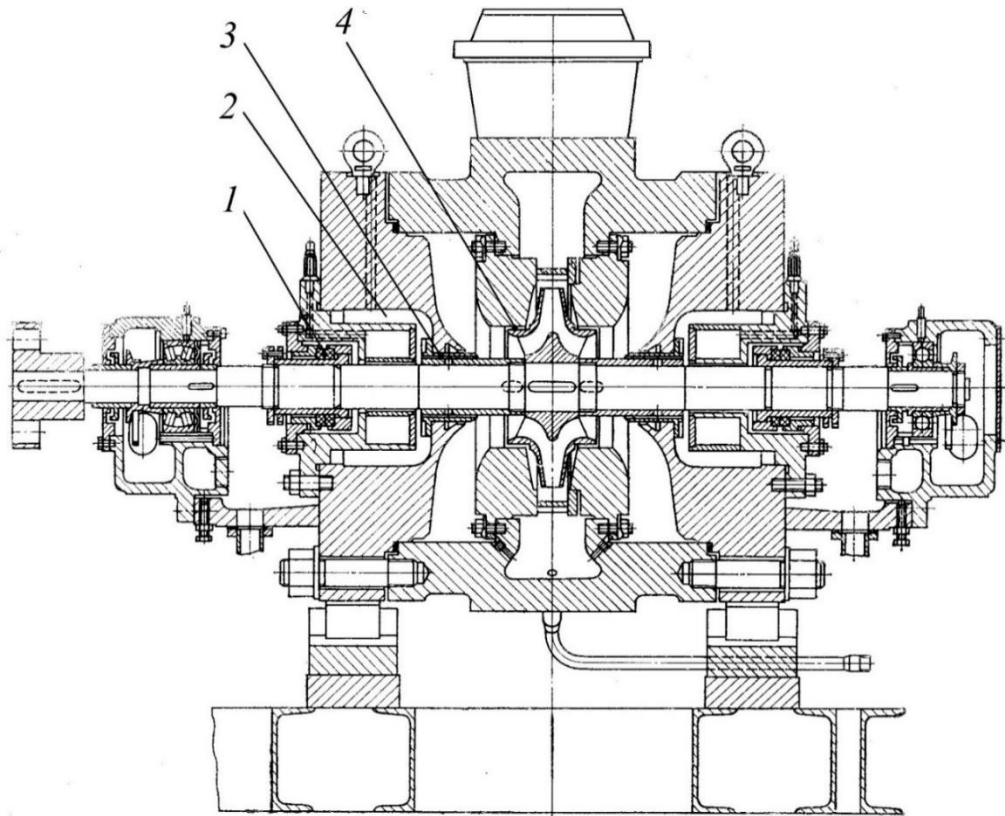


Рис. 6.4. Насос розхолджування ЦНР 500-115

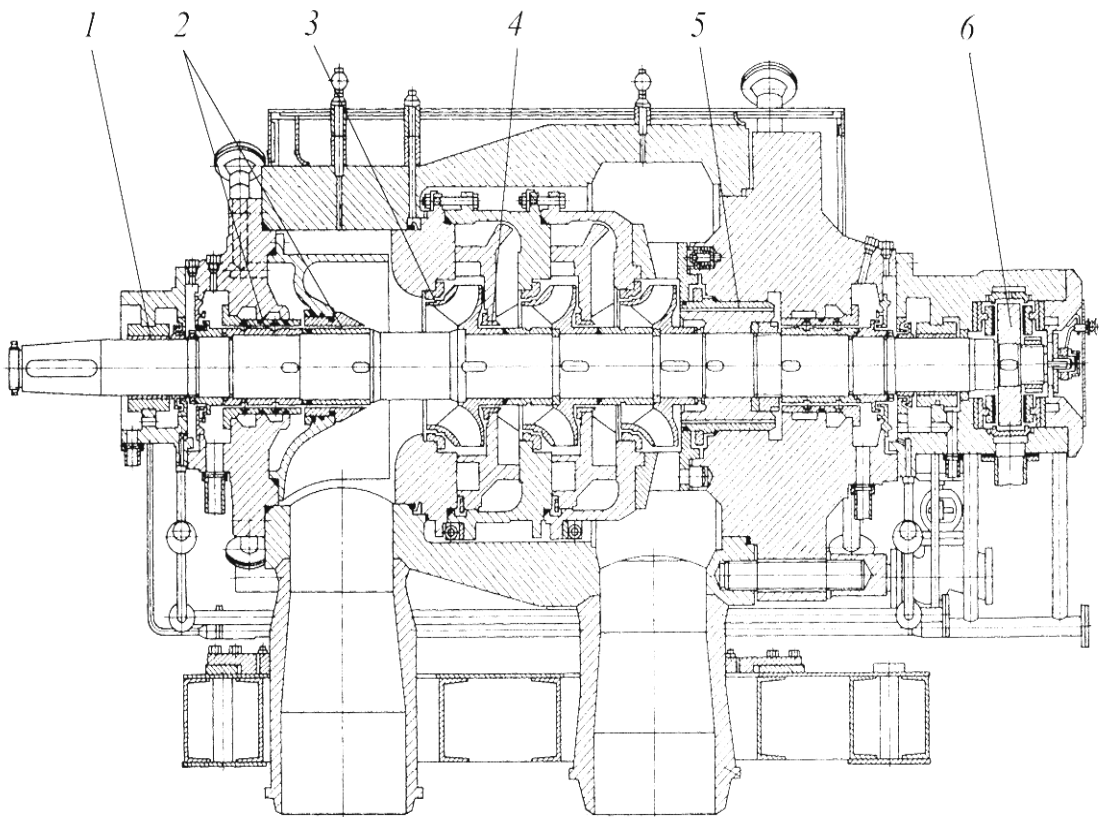


Рис. 6.5. Головний турбоживильний насос ПТА 3750-75 для АЕС з реакторами ВВЕР-1000

Головний турбоживильний насос ПТА 3750-75 (рис. 6.5) подає воду (до 4000 м³/год) під тиском 9,1 МПа і температурі 170 °С в парогенератор двоконтурної АЕС з корпусним реактором ВВЕР-1000.

Споживана потужність 9130 кВт, частота обертання ротора 3500 об / хв. Опори ротора – виносні підшипники ковзання, опорний 1 і упорний 6. Ущільнення робочих коліс 3, 4, розвантажувального барабана 5 і дві ступені кінцевих 2 - щілинного типу. В камеру А між ступенями кінцевих ущільнень подається холодний замикаючий конденсат, що запобігає виходу назовні і випаровування перекачуваної води.

Турбоживильний насос типу СВПТ-350-1350 (рис. 6.6) призначений для закачування (1350 м³/год) води при температурі 165 0С під тиском 35 МПа в парові котли паротурбінних блоків потужністю 800 МВт теплових електростанцій [48].

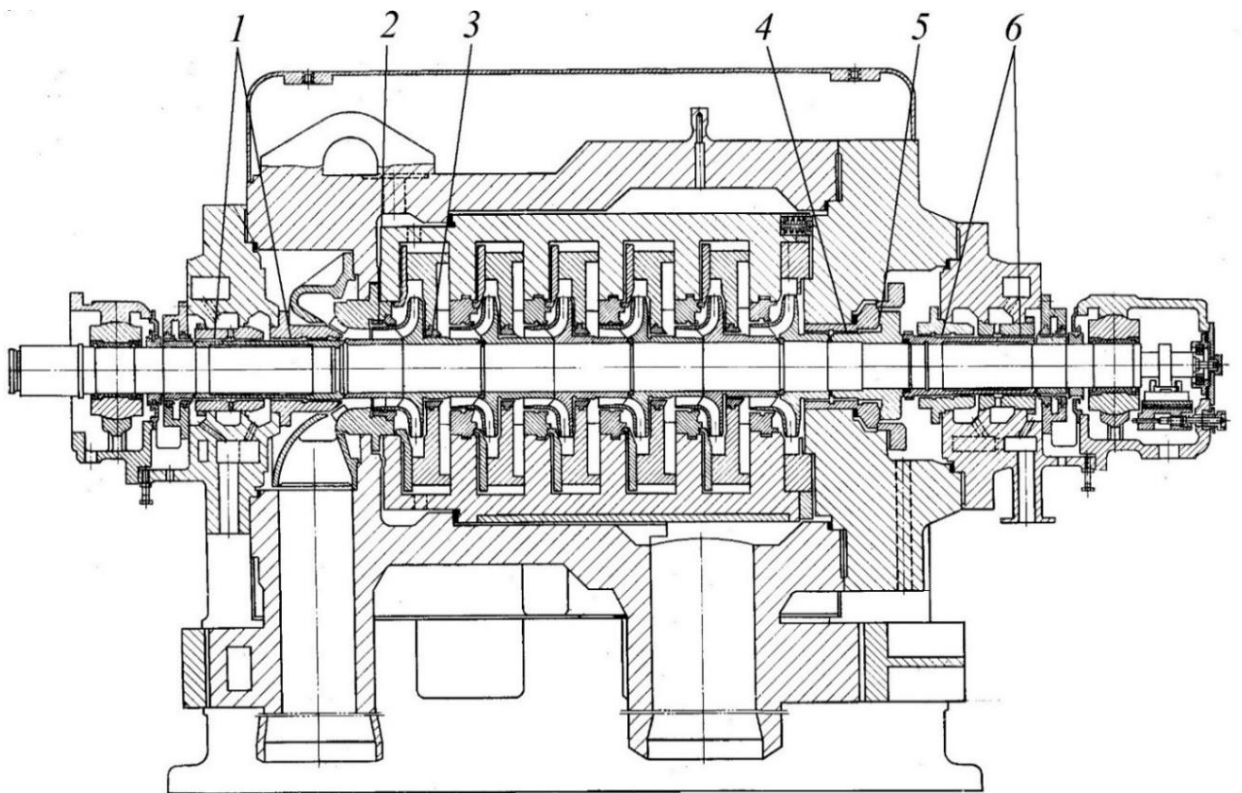


Рис. 6.6. Турбоживильний насос СВПТ 350-1350 для енергоблоків потужністю 300 МВт

Приводом насоса є парова турбіна ОР-18П потужністю 18 МВт з частотою обертання ротора 5500 об/хв. Кінцеві ущільнення 1, 6 щілинного типу з підведенням холодного замикаючого конденсату; передні ущільнення робочих коліс 2 – щілинні

ступінчасті, задні 3 – гладкі. В системі автоматичного врівноваження осьових сил, що діють на ротор (в гідропр'яті), використані радіальні 4 і аксіальні 5 щілинні ущільнення. Кожна ступінь насоса розвиває тиск майже 6 МПа.

Аварійні насоси ЦН 150-90 (рис. 6.7) встановлюються на АЕС з реактором ВВЕР-1000 і призначені для подачі конденсату із запасних баків в парогенератори.

Насос секційний, семиступінчастий. Колесо першого ступеня має підвищену всмоктуючу здатність. Кінцеві ущільнення – торцові механічні з охолодженням корпусу. Осьова сила на роторі врівноважується гідропр'ятою, а зрушення ротора обмежується шарикопідшипником.

На прикладі розглянутих конструкцій насосів добре видно, що щілинні ущільнення розташовані досить щільно по всій довжині ротора. Тому вони істотно впливають на вібраційний стан ротора і насоса в цілому. Тим більше що кожна ступінь насоса розвиває тиск від 4 до 6 МПа, а на гідропр'яті дроселюється тиск більше 20 МПа.

Послідовність розрахунку щілинних ущільнень з урахуванням їх впливу на динаміку ротора викладено в розділі 3, а розрахунок врівноважуючого пристрою (гідропр'яти) виконується за методикою, викладеною в розділі 5.

6.2.2. Використання ущільнень в якості опор

Ідея покладання функцій виносних опор на системи врівноваження була реалізована при розробці нових конструкцій секційних насосів типу ЦНС (рис. 6.8) [48]. Порядок розрахунку вібраційного стану безвальних насосів викладено в розділі 5.

Використання кільцевих дроселів як опорно–ущільнювальних вузлів є перспективним напрямком в насособудуванні.

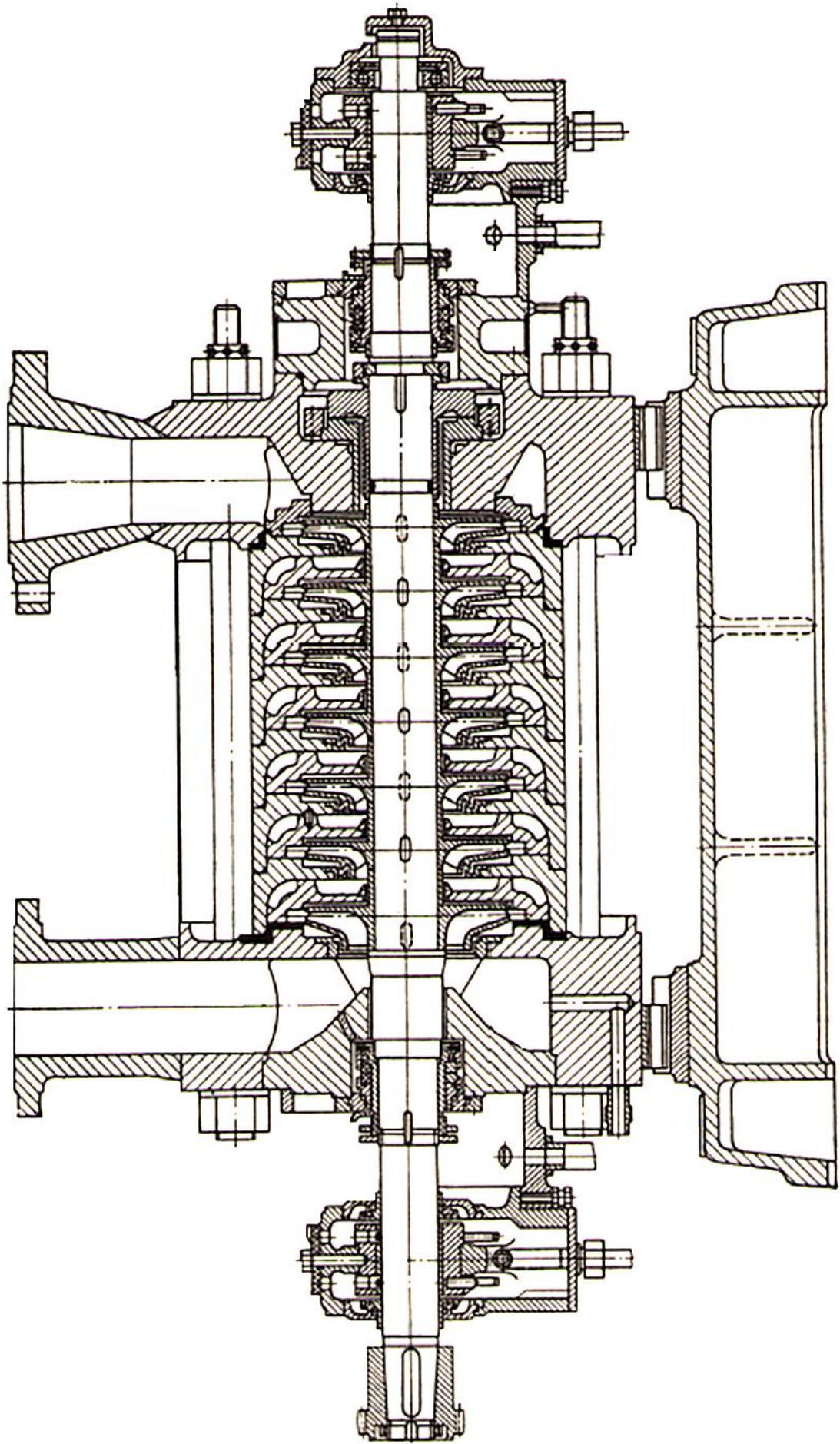


Рис. 6.7. Аварійний насос ЦН 150-90

6.2.3. Експлуатаційні показники ущільнюючих систем головних циркуляційних насосів АЕС

Розглянемо блок ущільнення вала головного циркуляційного насоса ГЦН-317, який служить для запобігання протіканню води з першого контуру АЕС з реактором ВВЕР-440 (рис. 6.9). Вузол ущільнення складається з корпусу 1, в якому встановлено дві основні ступені торцевого ущільнення 2 і 3, розділовий ступінь 4 і кінцевий ступінь 5 ущільнення. Конструкції основних дроселюючих ступенів ущільнень однакові і складаються із статорної і роторної частин.

Статорний елемент може переміщатися в осьовому напрямку і підтискається до роторного елемента пружинами. Ущільнюючими органами в статорному і роторному елементах є кільця з силіційованого графіту. На торцевій частині кільця роторного елемента виконані по колу чотири канавки з отворами, що виходять на зовнішню циліндричну поверхню кільця. В отвори канавок вклеєні дроселюючі жиклери. Замикаюча вода через жиклери надходить в канавки на торцевій поверхні кільця і створює гідростатичну підйомну силу, віджимаючи статорний елемент ущільнення на зазор величиною до 10 мкм. Товщина плівки змащення близько 10 мкм забезпечує гарантоване рідинне тертя і мінімальне протікання води через ущільнення. Віджимання статорного елемента відбувається при тиску 1,5–2 МПа.

При нормальній роботі тиск між основними ступенями розподіляється приблизно однаково. При виході з ладу одного з основних ступенів ступінь, що залишився, дроселює перепад тиску, зберігаючи працездатність ущільнення, при цьому організовані протікання збільшуються приблизно в 2 рази.

Розділовий і кінцевий ступені складаються з статорного і роторного елементів з кільцями ущільнювачів з силіційованого графіту і пружин. В обох ступенях на всіх режимах роботи ущільнення поверхні кілець ущільнювачів статорних і роторних елементів знаходяться в безпосередньому контакті. Для забезпечення змочування водою поверхонь, що труться, робочі частини кілець ущільнювачів статорних елементів виконані у вигляді еліпса. Розрахунок кожного ступеня торцевого ущільнення виконується за послідовністю, викладеною у розділі 2.

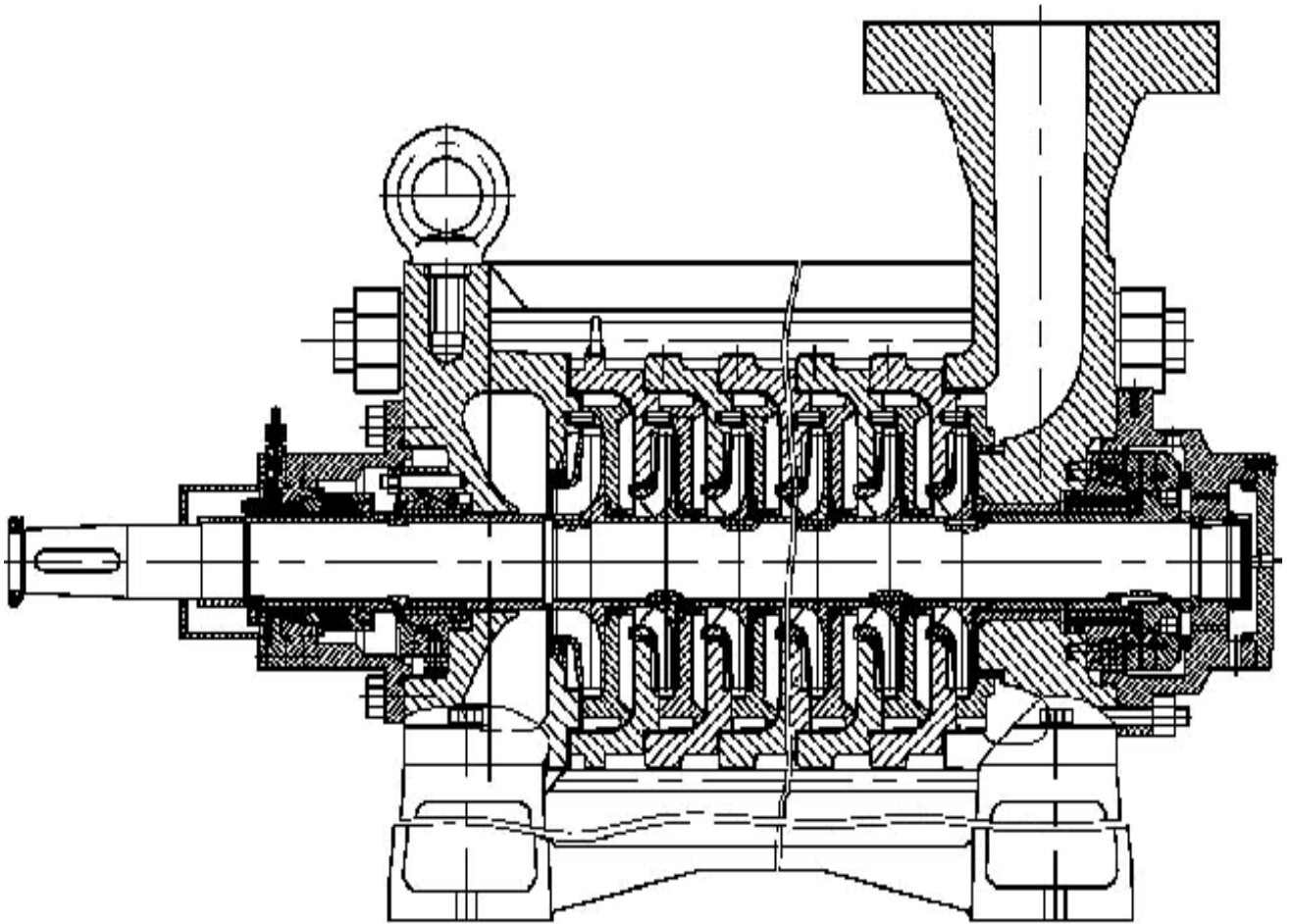


Рис. 6.8. Багатосекційний насос високого тиску без виносної опори

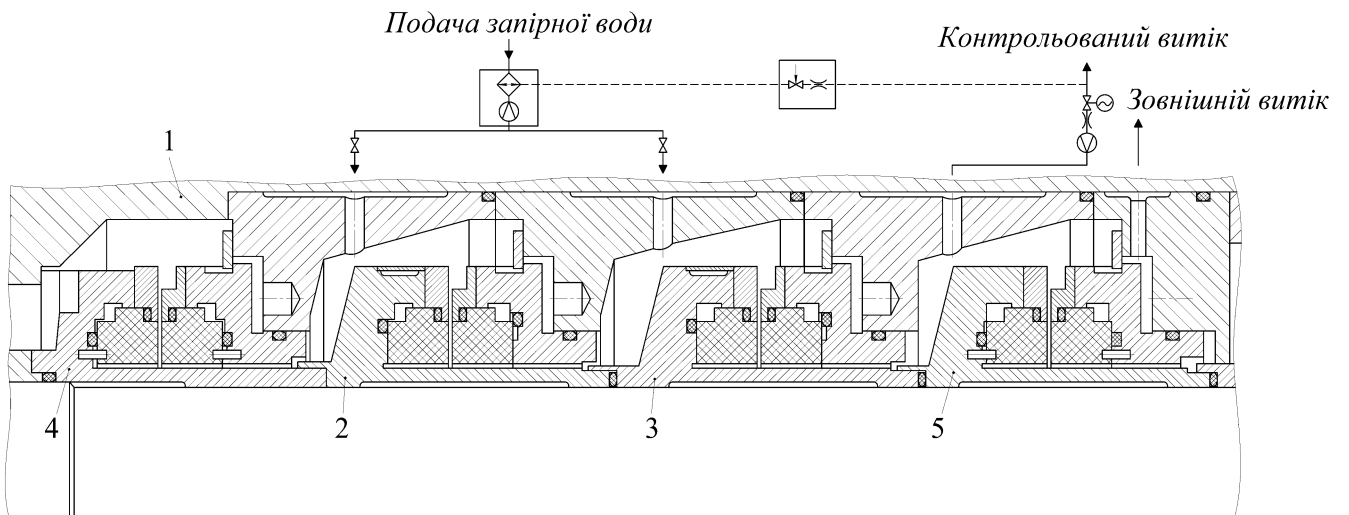


Рис. 6.9. Блок торцевих ущільнень вала головного циркуляційного насоса

При перепаді тиску 2 МПа протікання замикаючої води в перший контур становить близько 200 л/год. При нормальній роботі протікання через кінцевий ступінь не перевищує 50 л/год.

На рис. 6.10 показана ущільнювальна система ГЦН 20000-100. Ущільнюваний тиск від 1 до 18 МПа, температура води, що перекачується до 300 ° С, діаметр вала під ущільненням близько 200 мм, на номінальному режимі фактор МПа м/с (частота обертання ротора 1500 об/хв). Допустимий організований витік 0,5-0,7 м³/год, зовнішній витік не більше 5-10 л/год. Необхідний ресурс – 20 000 годин. Ущільнювальна система складається з внутрішнього 1, основного 2, замикаючого 3 і кінцевого 4 ущільнень. Внутрішнє ущільнення 1, комплект з трьох плаваючих кілець, відокремлює камеру *A* підведення холодної замикаючої води від ущільнюваної порожнини насоса *B*.

На плаваючих кільцях торцові контактні пояски зроблені з обох сторін. У разі аварійного падіння тиску замикаючої води кільця працюють на зміненому напрямку, а весь вузол забезпечує необхідну герметичність протягом 40 с. Перепад тиску на внутрішньому ущільненні підтримується в межах 0,1-0,5 МПа, внутрішній і зовнішній діаметри кілець 200 і 210 мм.

Основне ущільнення 2 – це два послідовно з'єднані ступені імпульсного торцового ущільнення. Така ж ступінь 3 служить в якості останнього ущільнення, яке повинно в разі виходу з ладу основного ущільнення короткочасно виконувати його функції. Кінцеве ущільнення 4 – простий кільцевий дросель. Кожна ступінь імпульсного торцового ущільнення розраховується за методикою, викладеною у розділі 4, з побудовою динамічних характеристик.

Ущільнювальна система включає лінію подачі замикаючої води в камеру *A* насосами через гідроциклон 6. Вода, що дроселюється на основних ущільненнях 2, охолоджується в теплообмінниках 6. У разі відмови системи подачі замикаючої води, включається аварійна система: відкривається клапан 7 і вода з порожнини насоса через холодильник 8 і гідроциклон 6 надходить в камеру *B*, забезпечуючи нормальну тривалу роботу ущільнення. При необхідності частина контрольованого витоку через дросель 9 може повертатися в лінію подачі замикаючої води.

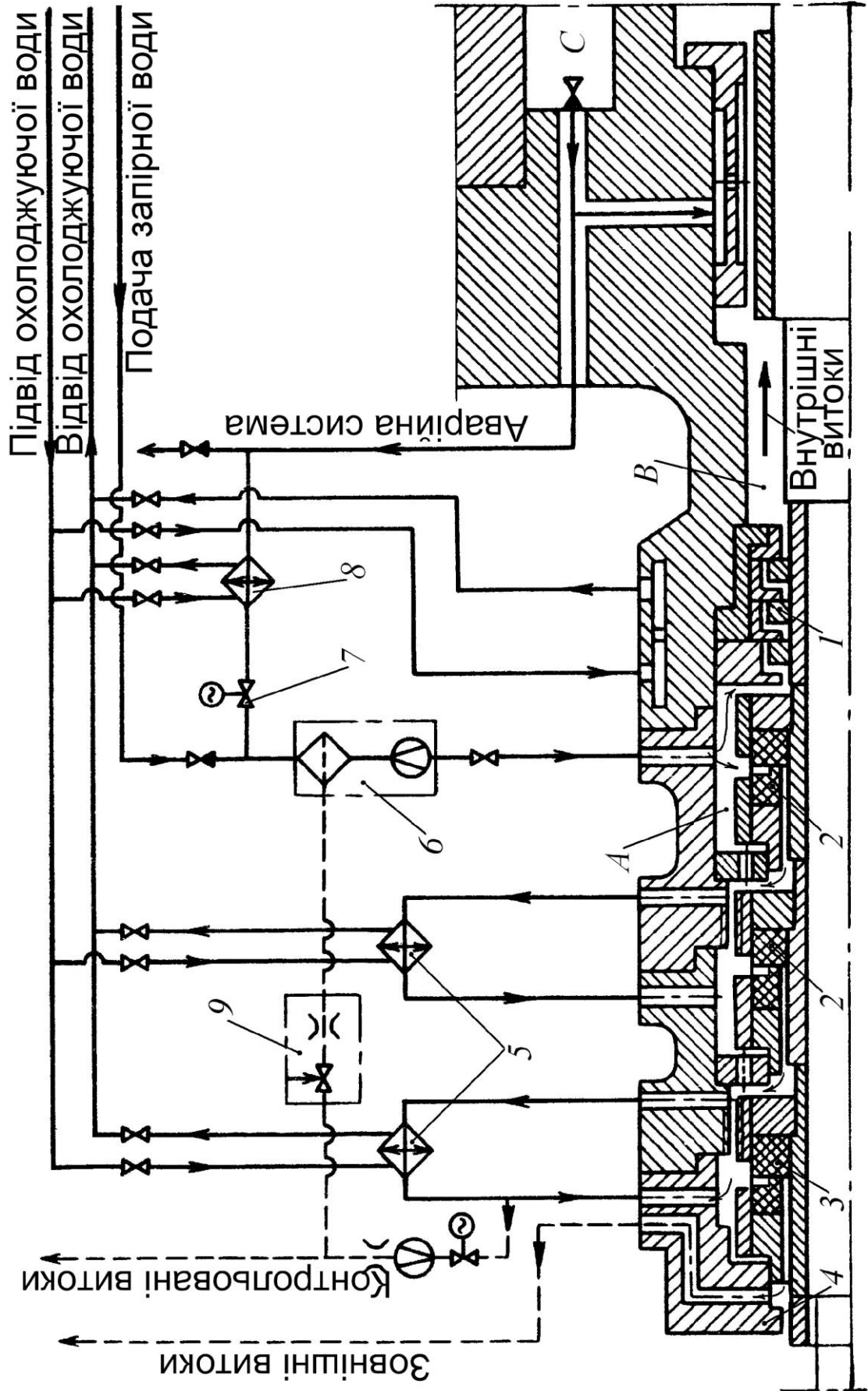


Рис.6.10. Схема ущільнювальної системи ротора насоса ГПН 20000-100

6.2.4. Експлуатаційні показники ущільнюючих систем ракетних двигунів

Рівні тисків, що створюються сучасними турбонасосними агрегатами, досягають 40 ... 75 МПа, а рівні окружних швидкостей 250 м/с і мають тенденцію до зростання при одночасному зростанні динамічних навантажень [75]. Вимога мінімальної маси двигуна призводить до створення агрегатів з гнучкими роторами, які при перехідних режимах можуть мати значні прогини.

У зв'язку з переходом аерокосмічної техніки на системи з багаторазовими літальними апаратами їхні двигуни розраховуються на багаторазові включення, тому необхідні ресурси ТНА досягають десятків годин [75]. Всі ці нові підвищені вимоги до роботи двигунів ускладнюють і так непросту роботу вузлів ущільнень.

У малих дроселюючих зазорах ущільнень можливі короточасні місцеві контакти між роторними і статорними деталями, що супроводжуються температурними спалахами. Останні становлять небезпеку з точки зору розпалу, тобто займання металу конструкції в окислювальному середовищі з подальшим катастрофічним горінням протягом 5-10 мс всього двигуна. Причиною місцевих контактів може бути підвищена вібрація високооборотного (до 200 000 об/хв) ротора. Тому при виборі ущільнень потрібно звертати особливу увагу на їх жорсткісні і демпфуючі властивості.

На рис. 6.11 представлений ущільнювальний вузол з торцевим ущільненням стоянкового типу для відділення порожнини 2 турбіни ТНА великої тяги від порожнини 1 насоса окиснювача.

При нерухомому валі ТНА торцеве ущільнення розділяє порожнину рідкого кисню з боку порожнини 7 насоса і газову порожнину 2 турбіни, робочим тілом якої є газ з надлишком кисню. Кільце, що обертається, 2 піджимається до підшипника 4 маточиною 5 турбіни. При кислому середовищі палива в насосі і кислому газі в суміжній з насосом турбіні витоки з насоса в турбіну і змішання цих витоків з газом турбіни не створюють вибухонебезпечних сумішей. Якщо вал не обертається, необертове графітове кільце 6 піджимається зусиллям пружин 7 до обертового кільця 3. У процесі виходу ТНА на номінальний режим при досягненні розрахункового

перепаду тиску на ущільненні, що виникає при певній частоті обертання валу (приблизно близько половини від штатної частоти обертання), аксіально-рухливе кільце 6 осьовою силою від впливу тиску середовища з боку порожнини насоса виводиться з торцевого контакту з обертовим кільцем 3.

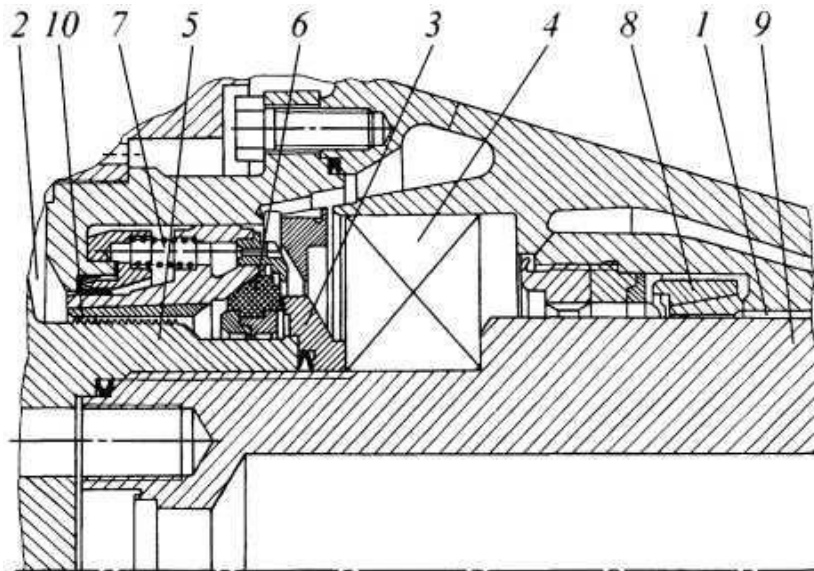


Рис. 6.11. Вузол стоянкового торцевого ущільнення турбіни багаторазового ТНА

Перепад тиску при безконтактній роботі торцевого ущільнення підтримується співвідношенням гідравлічних опорів вузької торцевої щілини між поверхнями торцевого ущільнення, опором радіальної щілини між плаваючим кільцем 8 і ротором 9, а також щілини 10 між аксіально-рухомим блоком і маточиною 5 турбіни. При такій схемі роботи вузла торцевого ущільнення деяка частина рідкого кисню після плаваючого кільця 8 через торцову щілину ущільнення і радіальну щілину 10 потрапляє в порожнину турбіни, виконуючи функцію охолодження диска турбінного колеса. Однак надмірний витік може стати причиною великих температурних деформацій турбінного колеса через високий перепад температур в його тілі (температура рідкого кисню близько 40 ... 50 К, а робочого тіла турбіни – близько 800 ... 900 К). Зниження витоку через вузол ущільнення дозволяє підвищити ККД турбіни і знизити температуру генераторного газу перед турбіною. Кожний режим роботи торцевого ущільнення розраховується окремо: контактний режим – в порядку, викладеному в розділі 2, а безконтактний – в розділі 4.

На рис. 6.12 приведена конструктивна схема виконання розділового вузла ущільнень ТНА між кисневим насосом і турбіною ТНА двигуна, що приводиться в обертання гарячим газом з надлишком водню («солодкий» газ). При «кислому» середовищі палива в насосі і «солодкому» газі в суміжній з насосом турбіні витоки з насоса в турбіну і змішання цих витоків з газом турбіни неприпустимі, так як ця суміш вибухонебезпечна. Розділовий блок системи ущільнень в цьому випадку є дуже відповідальним елементом насоса і складається з декількох ущільнювальних вузлів: сильфонного торцевого ущільнення з парою тертя 1, 2 з боку порожнини 3 з рідким киснем, блоку плаваючих кілець 4, 5 і блоку плаваючих кілець 6, 7 з боку порожнини 8 з газоподібним воднем, між якими виконано камеру підведення 9 затворного газу гелію. Розділовий блок системи ущільнень в цьому випадку є дуже відповідальним елементом насоса і складається з декількох ущільнювальних вузлів: сильфонного торцевого ущільнення з парою тертя 1, 2 з боку порожнини 3 з рідким киснем, блоку плаваючих кілець 4, 5 і блоку плаваючих кілець 6, 7 з боку порожнини 8 з газоподібним воднем, між якими виконано камеру підведення 9 затворного газу гелію.

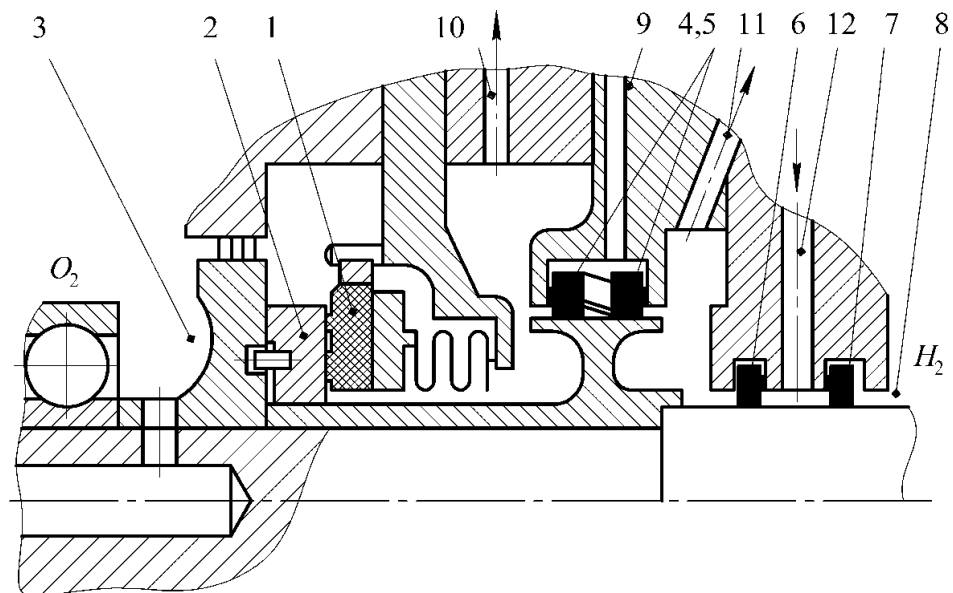


Рис. 6.12. Ущільнювальна система між кисневим насосом і турбіною з відновлювальним робочим середовищем:

1, 2 – обертове і необертове кільця пари тертя; 3 – порожнина рідкого кисню; 4, 5 – блок плаваючих кілець з боку порожнини кисню; 6, 7 – блок плаваючих кілець з боку порожнини з газоподібним воднем; 8 – порожнина з газоподібним воднем; 9 – камера підведення затворного газу гелію; 10 – дренажні канали для відведення суміші гелію і протікання кисню; 11, 12 – дренажні канали для відведення суміші гелію і газу, збагаченого воднем

На контактній поверхні обертового кільця 1 виконані спіральні канавки. Дренажні канали 10 служать для відводу суміші гелію і протікання кисню, а канали 11, 12 – для відводу суміші гелію і суміші газу, збагаченого воднем, за борт двигуна. Стиснутий гелій на борту корабля зберігається в балоні, і витрата його може визначати число включень двигуна і загальну тривалість польоту корабля.

Робочі параметри такого торцевого стоянкового ущільнення ТНА РРД: перепад тиску, що ущільнюється 3,1 МПа, швидкість ковзання 180 м/с; необхідний ресурс 10 год при числі включень ТНА близько 300 [75]. Торцеве ущільнення розраховується за методикою, викладеною в розділі 2.

6.3. Методика моделювання ущільнювальних систем

Ущільнювальна система складається з основного і допоміжних (одного або декількох) ущільнень і системи забезпечення регламентованих значень визначальних параметрів (тиску, температури і ін.), що створює необхідні умови для роботи основного ущільнення. Основне ущільнення виконує функції герметизації робочого середовища. Так, в подвійному торцевому ущільненні основним є внутрішнє торцеве ущільнення, яке контактує з робочим середовищем. Допоміжні ущільнення - це ущільнення щілинного або контактного типу, що встановлюються, в залежності від їх призначення, або перед основним ущільненням, або після нього.

Функціональне призначення систем забезпечення визначається областю застосування основного ущільнення. Так, якщо ущільнення працює в високотемпературних рідинах, ця система забезпечує зниження температури в зоні основного ущільнення, тобто є системою охолодження. В ущільнювальних комплексах, які працюють в середовищах з високим вмістом твердих включень, ця система забезпечує зниження концентрації твердих включень перед основним ущільненням. В агресивних середовищах система забезпечення дозволяє знизити або виключити вплив агресивного середовища на деталі основного ущільнення.

Якщо відцентрова машина перекачує хімічно небезпечні або радіоактивні продукти, витік яких назовні не допускається з екологічних міркувань, система забезпечення повинна виконувати роль запірної пристрою, який відсікає небезпечні

речовини. При цьому кінцеве ущільнення герметизує безпечну запірну речовину, витіки якої назовні допускаються.

Тобто ущільнюючі системи – це комплекс ущільнень, скомпонованих у необхідній послідовності, формування якої потребує спеціального аналізу.

Проведені дослідження та аналіз принципів формування складних ущільнюючих систем дозволили розробити науково обґрунтовану методіку їхнього створення, що включає алгоритм побудови ущільнювальної системи, схема якого представлена на рис. 6.13, та послідовність виконання операцій з її створення.

Послідовність виконання операцій зі створення ущільнювальної системи.

1. Оцінка величини тиску ущільнюваного середовища:

- при тиску ущільнюваного середовища до 10 МПа допускається застосування контактних (сальникових, торцевих сальникових або механічних торцевих) ущільнень;
- при тиску ущільнюваного середовища понад 10 МПа у схему слід закладати передвключене щілинне ущільнення та/або кілька ступенів плаваючих кілець (залежно від вимог до надійності обладнання).

2. Оцінка швидкості ковзання в ущільнювальній парі:

- оскільки, зазвичай, високий тиск середовища досягається високими частотами обертання ротора, доцільно використання чинника Pv ;
- при Pv менше 150 МПа м/с доцільне використання контактних ущільнень;
- при Pv більше 150 МПа м/с використання контактних ущільнень без передвключених ущільнень неефективно. Контактні ущільнення можна використовувати як замикаючі для герметизації запірної або охолоджуючої рідини. Як основні ущільнення слід використовувати безконтактні ущільнення (щілинні, плаваючі кільця, імпульсні ущільнення або їх комбінації) залежно від інших умов експлуатації. При цьому фактор Pv знижується за рахунок зниження тиску на передвключених ущільненнях.

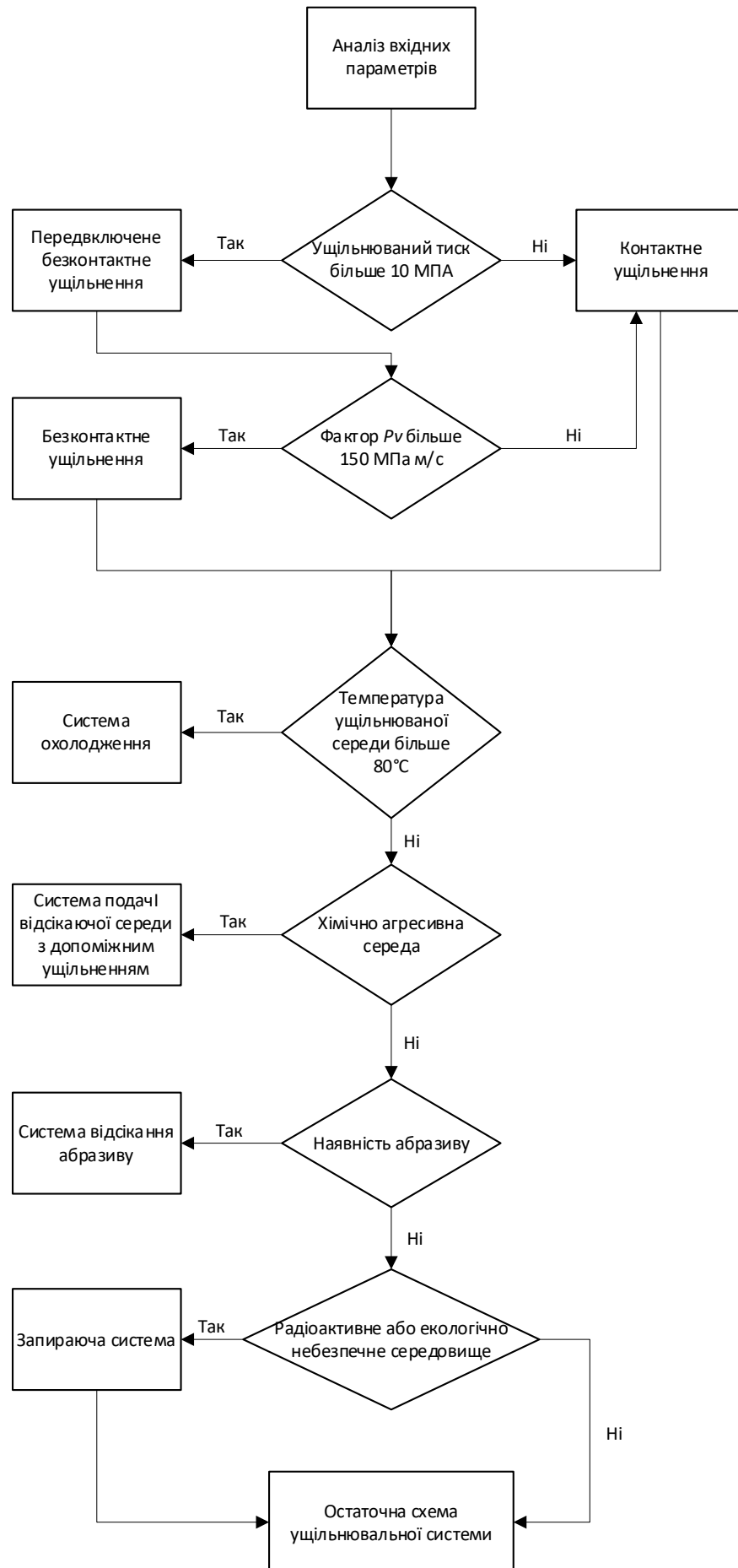


Рис. 6.13. Схема алгоритму побудови ущільнювальної системи

3. Оцінка температури ущільнюваного середовища:

– при температурі середовища, що ущільнюється, менше 80°C використання як контактних, так і безконтактних ущільнень допускається без спеціальної системи охолодження;

– при температурі ущільнюваного середовища більше 80°C у схему системи ущільнення слід закладати систему охолодження, яка забезпечує подачу охолоджуючого середовища в зону тертя контактних ущільнень, або між ступенями безконтактних ущільнень.

4. Випадок ущільнення агресивного середовища:

– застосовується система подачі затворного середовища між основним та допоміжним ущільненнями. Матеріали допоміжного ущільнення повинні бути стійкими до агресивного середовища, що ущільнюється.

5. Випадок ущільнення середовища з абразивними включеннями:

– застосовуються передвключене допоміжне безконтактне ущільнення та система, що забезпечує зниження концентрації твердих включень перед основним ущільненням.

6. Ущільнюване середовище радіоактивне або екологічно небезпечне:

– ущільнювальна система формується з одного або декількох (залежно від величини тиску, що ущільнюється) ступенів передвключених безконтактних ущільнень, основного, замикаючого і кінцевого ущільнень. Система повинна містити лінію подачі замикаючого середовища між внутрішніми передвключеними і основним(и) ущільненнями. Замикаюче середовище може одночасно використовуватися як охолоджувальне (див. п.3).

Після формування остаточної схеми ущільнювальної системи слід провести розрахунок кожної ступені як окремого контактного або безконтактного ущільнення в порядку, викладеному у відповідних підрозділах. За результатами оцінки розрахункових показників слід внести коригування в остаточну конструктивну схему ущільнювальної системи з метою досягнення гармонізації поєднання ступенів ущільнень між собою.

Крім того, необхідно провести оцінку впливу ущільнень на динаміку ротора відцентрової машини шляхом побудови амплітудної та фазової частотних характеристик та розрахунку меж стійкості. У разі незадовільних результатів слід внести зміни до геометричних параметрів ущільнень з метою відбудови гідромеханічної системи від резонансних режимів роботи. Таким чином досягається максимальна гармонізація між герметизацією та динамікою.

6.4. Впровадження результатів роботи

Результати наукової роботи використовувались при проектуванні та виробництві ущільнень на замовлення підприємств енергетичної, нафтопереробної та нафтогазовидобувної галузей.

Як вказується в актах впровадження результатів роботи, завдяки використанню матеріалів дисертації стосовно напрямків підвищення герметичності і вібраційної надійності відцентрових машин підвищився рівень вібраційної безпеки насосного обладнання.

Методи проектування та розрахунку ущільнюючих систем відцентрових машин, викладені в роботі, було використано при проектуванні виробництві та постачанні насосного обладнання на атомні станції України, Словаччини та Чехії.

Автор приймав безпосередню участь у створенні сучасного насосного обладнання для потреб атомної енергетики з високим рівнем герметичності і вібраційної надійності.

Також матеріали наукової роботи використовувались при створенні тренажерних комплексів та навчальних програм з 3D-моделями для підвищення кваліфікації та навчання персоналу атомних станцій у навчальному центрі Запорізької АЕС.

Результати наукової роботи впроваджено у навчальний процес кафедри атомних електростанцій Державного університету «Одеська політехніка».

Крім того наукові монографії «Насосы атомных электростанций: расчет, конструирование, эксплуатация» та «Насосы АЭС: Монтаж, эксплуатация, обслуживание, ремонт» використовуються при розробці лекцій та програм навчання

для навчальних дисциплін «Діагностика обладнання АЕС», «Експлуатація АЕС» і «Ремонт та наладка обладнання АЕС», як у вищих навчальних закладах України: Національному технічному університеті «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Національному університеті «Львівська політехніка», Державному університеті «Одеська політехніка», так і в центрах підвищення кваліфікації та навчання персоналу атомних станцій НАЕК «Енергоатом».

Акти впровадження результатів дисертаційної роботи – у Додатку Б.

6.5. Висновки до шостого розділу

1. Розробку складних ущільнюючих систем необхідно проводити на основі конфігурації складових ущільнень з метою досягнення гармонізації між герметизацією і вібраційною надійністю з урахуванням коливальних процесів, обумовлених гідродинамічними характеристиками ущільнень.

2. Створено науково обґрунтовану методику побудови ущільнювальних систем.

3. На основі отриманих в роботі аналітичних рішень створені та впровадженні в практику конструкторських робіт та виробництво засоби дослідження гідродинамічних, коливальних і вібраційних процесів в системах герметизації відцентрових машин з оцінкою межі динамічної стійкості. Результати роботи також впроваджено в навчальний процес у вишах України і навчальних центрах НАЕК «Енергоатом».

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено важливу науково-прикладну проблему створення моделей ущільнень з урахуванням гідродинамічних процесів в кільцевих каналах в'язкої рідини, стінки яких обертаються, прецесують і одночасно здійснюють радіально-кутові коливання, що вирішує протиріччя між вимогами до герметичності та вібраційної безпеки і рівнем розвитку методологічної бази та технічну проблему конструювання герметизуючих систем на основі конфігурування зі складових ущільнень з метою досягнення гармонізації між герметичністю та вібраційною надійністю. У межах запропонованого напрямку досліджень отримані такі наукові результати:

1. Побудовано моделі контактних і безконтактних ущільнень, в яких вперше враховано вплив гідродинамічних характеристик герметизуючих пристроїв на динаміку ротора відцентрової машини і отримано аналітичні залежності, які враховують вплив процесів, що відбуваються в ущільнюваному середовищі, в тому числі:
 - Контактних сальникових ущільнень, де вперше враховані передвключена безконтактна і контактна ділянки, що дозволяє описати повний цикл функціонування, включаючи пусковий, базовий режими та зупинку відцентрової машини, на відміну від відомих моделей, де аналізується тільки базовий режим. Математична модель ґрунтується на спільному вирішенні системи рівнянь руху рідини і напружено-деформованого стану елементів ущільнення, тобто вирішено задачу гідропружності. Це дозволяє цілеспрямовано впливати на характеристики ущільнень при проектуванні.
 - Контактних торцевих ущільнень, де вперше враховано вплив гідродинамічних процесів, що відбуваються в ущільнюваному середовищі, і його взаємодію з елементами ущільнень. Математична модель ґрунтується на спільному вирішенні системи диференціальних

рівнянь руху робочого тіла, нерозривності течії, стану і енергії, що описують гідро- і термодинамічні процеси в ущільнювальному тракті і зміни параметрів руху системи, що дозволило отримати аналітичні залежності для розрахунку параметрів ущільнень на стадії конструювання. Запропонована модель, на відміну від відомих, забезпечує аналіз ряду процесів при переході торцевого ущільнення від стадії спокою аж до виходу на режим номінальної частоти обертання і навпаки, тобто від сухого до рідинного тертя, та визначено умови виникнення рідинного тертя.

- Безконтактних щілинних ущільнень, в яких вперше враховано вплив гідродинамічних характеристик ущільнень на динаміку ротора. Математична модель ґрунтується на спільному вирішенні системи нелінійних рівнянь нестационарних тривимірних (спіральних) течій рідини для визначення гідродинамічних сил і моментів, що виникають в ущільнюючих зазорах. Це дозволяє будувати амплітудні і фазові характеристики і оцінювати межу динамічної стійкості системи.
 - Імпульсних ущільнень, для яких вперше отримані амплітудні і фазові характеристики та межа стійкості, що дозволяє налаштовувати ущільнення на роботу у вібраційно безпечному режимі.
2. Для нового класу контактних ущільнень, заснованих на принципі саморегулювання, вперше побудовано модель гідромеханічних та теплових процесів в них. Отримано аналітичні залежності для розрахунку характеристик ущільнень з системою саморегулювання, що дає можливість враховувати експлуатаційні параметри на етапі їх проектування.
 3. Вперше отримано моделі, що описують гідродинамічні процеси в імпульсних ущільненнях як системи автоматичного регулювання торцевого зазору і протікання. На їх основі отримано статичні та динамічні характеристики, а саме: для розмірів торцевого зазору і

протікання отримано залежності від ущільнюваного тиску, частоти обертання ротора, коефіцієнта навантаження і зусилля попереднього стиснення пружин; визначено коефіцієнт гідростатичної жорсткості, умову статичної стійкості, діапазон допустимих ущільнюваних тисків; вирази для визначення власної частоти коливань аксіально-рухомого кільця; побудовано амплітудні і фазові частотні характеристики вимушених осьових коливань кільця під дією ущільнюваного тиску, що гармонічно змінюється, виконано аналіз динамічної стійкості.

4. Вперше запропоновано модель системи «ротор – ущільнення» – математичну модель гідродинамічних процесів в щілинних ущільненнях з урахуванням їх впливу на динаміку ротора. Визначено їх динамічні характеристики з урахуванням конструктивних параметрів герметизуючих пристроїв. Розроблено підхід та алгоритми розрахунку динамічних характеристик роторів, що на практиці дозволяє по амплітудним і фазовим частотним характеристикам визначати межі динамічної стійкості і забезпечувати відлаштування від небезпечних вібраційних зон з використанням аналітичних залежностей, які враховують параметри герметизуючих пристроїв.
5. Запропоновано модель системи «ротор – система авторозвантаження», що виконує функції врівноваження сил, які діють на ротор, та одночасно функції кінцевого ущільнення з регульованими протіканнями. Комплексно така задача розглядається вперше. В моделі дано опис осьових сил, що діють на ротор через частоту обертання ротора, що дозволяє оцінювати їх і для перехідних режимів та особливо важливо при частотному регулюванні тиску нагнітання. Визначено статичні та динамічні характеристики системи. Для рівнянь нестационарної течії в дроселюючих каналах вперше враховано як активний, так і інерційний опори. Встановлено, що інерційний опір рідини в дроселюючих каналах врівноважуючих пристроїв надає демпфуючий вплив, суттєво (порядку на 50%) зменшуючи амплітуди резонансних коливань, що підтвердило

важливість його врахування при дослідженні динамічних характеристик систем авторозвантаження. При додатковому врахуванні радіальних коливань ротора відцентрового насоса з системою авторозвантаження отримано математичний опис спільних радіально-осьових коливань та амплітудні і фазові частотні характеристики.

- б. Отримала подальший розвиток теорія математичного моделювання гідродинамічних процесів в ущільненнях відцентрових машин на основі розробки моделей ущільнень, систем ущільнень, систем «ротор – ущільнення» та «ротор - авторозвантаження», способів їх перетворень та отримання аналітичних розв'язків та засобів забезпечення гармонізації між герметичністю та вібраційною надійністю для використання при конструюванні відцентрових машин.

Досягнута мета дослідження, яка полягала в створенні комплексу математичних моделей гідродинамічних, коливальних і вібраційних процесів в ущільнювальних системах та гідромеханічних системах «ротор – щілинні ущільнення» та «ротор – система авторозвантаження», як інструмент для розрахунку вібраційних характеристик при проектуванні відцентрових машин, що дозволяє враховувати вплив параметрів ущільнень.

Результати роботи використовуються в САПР при проектуванні ущільнюючих комплексів, що відображено у листах впровадження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аникеенко В. А. Определение коэффициента внутреннего трения сальниковой набивки/ Аникеенко В.А., Ионов С.Г., Левин В.Н. и др. *Химическое и нефтегазовое машиностроение*. – 2007. – № 7. – С. 33–34.
2. Бадун О. П., Дешевых С. А., Иванов Я. Н. Особенности использования плавающих колец в кислородных насосах. *Вісник двигунобудування*. 2016. № 2. – С. 35–37.
3. Байбииков А. С., Караханьян В. К. Гидродинамика вспомогательных трактов лопастных машин. Москва: Машиностроение, 1982. 112 с.
4. Баткис Г. С., Максимов В. А. Торцовые бесконтактные уплотнения роторов компрессорных машин: учебное пособие. Казань: Казанский гос. технол. ун-т, 2004. 159 с.
5. Бережной И. С. Экспериментальное исследование динамики упругого ротора в уплотнениях с плавающими кольцами. *Динамика и прочность машин*. 1980. Вып. 31.
6. Бережной И. С., Постников И. Д., Пшик В. Р. Исследование расходных и динамических характеристик лабиринтных уплотнений. *Вестник машиностроения*. 1985. № 11. С. 15–17.
7. Бережной И. С., Шевченко С. С. Оптимизация сальниковых уплотнений. *Vorträge VIII. Intern. Dichtungstagung*. Dresden, 1986. В137–В149.
8. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. Москва: Высшая школа, 1980. 408 с.
9. Бондаренко Г. А. О влиянии уплотнений на динамику ротора центробежного компрессора высокого давления. *Труды 10-й международной научно-технической конференции. «Герметичность, вибронадежность и экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования»*. Сумы, 2002. Т. 3. С. 250–251.
10. Василенко М. В., Алексейчук О. М. Теорія коливань і стійкості руху. Київ: Вища школа, 2004. 525 с.
11. Ворона П. Н., Лисицын К. В., Марцинковский В. А. Уплотнения роторов насосов атомных электростанций. *Обзорная информация*. Сер. ХМ-4. Москва: ЦИНТИхимнефтемаш, 1980. 42 с.
12. Ворона П. Н. Насосы атомных энергоблоков. *Химическое и нефтяное машиностроение*. 1983. № 6. С. 10–11.
13. Гафт Я. З. Исследование рабочего процесса и разработка научных основ проектирования герметизаторов роторов насосов с вязкоупругой набивкой: диссертация д-ра. техн. наук: 05.04.13. Москва, 2000. 296 с.
14. Гафт Я. З. Расчет утечек через сальниковое уплотнение. *Труды IX междунар. науч.-техн. конф. «ГЕРВИКОН-99»*. Сумы: Ризоцентр СумГУ, 1999. Т. 1. С. 170–174.
15. Гафт Я. З., Аношко В. А. Сальниковые уплотнения динамических насосов. *Обзорная информация*. Сер. ХМ-4. Москва: ЦИНТИхимнефтемаш, 1980. 50 с.
16. Гафт Я. З., Голубев А. И. Исследование торцовых сальниковых уплотнений для

- валов насосов. *Труды VIII междунар. науч.-техн. конф. «Насосы-96»*. Сумы: ИПП “Мрия-1”. 1996. Т. 2. С.73–79.
17. Гафт Я. З., Загорулько А. В. Исследование механизма герметизации и определение контактных давлений в торцовых сальниковых уплотнениях. *Труды IX Междунар. науч.-техн. конф. «ГЕРВИКОН-99»*. Сумы: Ризоцентр СумГУ, 1999, Т. 1. С. 175–183.
 18. Гафт Я. З., Тарасевич Ю. Я. Статический расчет саморегулируемых торцовых сальников. *Труды IX междунар. науч.-техн. конф. «ГЕРВИКОН-99»*. Сумы: Ризоцентр СумГУ, 1999. Т. 1. С. 311–317.
 19. Гольдин А. С. Вибрации роторных машин. Москва: Машиностроение, 2000. 344 с.
 20. Горовой С. А. Разработка и исследование конструкций безвальных центробежных насосов. *Труды VIII международной научно-технической конференции “Насосы-96”*. Сумы, 1996. Т. 2. С. 232–241.
 21. Громько Б. М., Колпаков А. В., Марцинковский В. А. и др. Опыт проектирования и результаты отработки импульсных торцовых уплотнений ТНА ЖРД, работающих в криогенных средах. *Труды НПО Энергомаш им. академика В. П. Глушко (ГДЛ-ОКБ)*. Москва, 2000. № 18. С. 279–293.
 22. Громько Б. М., Колпаков А. В., Чернов А. Е. Опыт разработки импульсных торцовых уплотнений для быстроходных турбонасосов. *Труды 9-й международной научно-технической конференции «Герметичность, вибронадежность и экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования»*. Сумы, 1999. Т. 1. С. 151–159.
 23. Гулый А. Н. Гидродинамическая жесткость бесконтактных уплотнений. *Вестник машиностроения*. 1987. № 2. С. 21–25.
 24. Загорулько А. В. Исследование механизма герметизации и разработка методов расчета и проектирования торцовых сальниковых уплотнений роторов насосов: диссертация канд. техн. наук: 05.05.17. Сумы, 2001. 169 с.
 25. Загорулько А. В. Теоретические и экспериментальные исследования торцовых затворных импульсных уплотнений с дискретным подводом. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2015. № 4(7). С. 45–52.
 26. Зайцев И.Г. Гидродинамические моменты в уплотнениях с плавающими кольцами. Москва: ЦИНТИхимнефтемаш, 1982. № 883.12с.
 27. Кибец Ю. А. Плавающие уплотнения высокооборотных машин и пути повышения их герметизирующей способности. *Тезисы докладов к IV Всесоюзному научно-техническому совещанию по уплотнительной технике*. Сумы, 1985. С. 64–66.
 28. Кондаков Л.А. Рабочие жидкости и уплотнения гидравлических систем. М.: Машиностроение, 1982. 216 с.
 29. Кононенко А. П., Голубев Ю. Н. Уплотнительные устройства машин и машиностроительного оборудования. Москва: Машиностроение, 1984. 103 с.
 30. Корчак А., Печкис Г., Марцинковский В. Использование гидропята в качестве затворно-уравновешивающего устройства ротора. *Вісник Сумського державного університету*. 2005. № 1 (73). С. 68–76.
 31. Кревсун Э. П. Торцовые герметизаторы вращающихся валов. Минск: Арти-Фекс,

1998. 148 с.
32. Ломакин А.А. Расчет критического числа оборотов ротора и условия обеспечения динамической устойчивости роторов высоконапорных гидромашин с учетом сил, возникающих в уплотнениях // Энергомашиностроение. 1958, № 4, с. 1-5.
 33. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики: в 2 т. Москва: Наука, 1983. Т. 2. Динамика. 640 с.
 34. Лопастные насосы: Справочник/ В.А.Зимницкий, А.В.Каплун, А.Н.Папир, В.А.Умов. – Л.: Машиностроение, 1986. – 334 с.
 35. Майер Э. Торцовые уплотнения. Москва: Машиностроение, 1978. 288 с.
 36. Макаров А. А., Зайцев Н. Н. Инженерные и теоретические задачи применения лабиринтных уплотнений в высокоскоростных роторных машинах. *Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника*. 2015. №3 (42). С. 45–50.
 37. Марцинковский В. А. Бесконтактные уплотнения роторных машин. М.: Машиностроение, 1980. 200 с.
 38. Марцинковский В. А. Гидродинамика дросселирующих каналов. Сумы: СумГУ, 2002. 377 с.
 39. Марцинковский В. А. Гидродинамика и прочность центробежных насосов. Москва: Машиностроение, 1970. 270 с.
 40. Марцинковский В.А. Динамика роторов центробежных машин: монография. Сумы: СумГУ, 2012. 562 с.
 41. Марцинковский В.А. Конструкции и теория торцовых уплотнений с саморегулируемым зазором. *Vorträge VIII. Intern. Dichtungstagung. Dresden*, 1986, Н47– Н66.
 42. Марцинковский В.А. Проблемы герметичности и виброндежности центробежных насосов. / Труды 8-й международной научно-техн. конференции «Насосы-96». Том 2. Сумы, 1996, с.28-49.
 43. Марцинковский В. А. Радиально-угловые колебания ротора центробежной машины в щелевых опорах-уплотнениях. *Zeszyty naukowe politechniki Świętokrzyskiej. Mechanika*, 54. Kielce, 1995. S. 247–259.
 44. Марцинковский В. А. Щелевые уплотнения: теория и практика. Сумы: СумГУ, 2005. 416 с.
 45. Марцинковский В. А., Бережной И. С., Шевченко С. С. и др. Разработка и исследование усовершенствованных конструкций сальниковых уплотнений для насосов специализации ВНИИАЭН и выдача рекомендаций по внедрению: Отчет Сумского филиала ХПИ № ГР 0184.0035870. Сумы. 1985.
 46. Марцинковский В. А., Бондаренко Г. А., Бережной И. С. Исследование угловых колебаний плавающих уплотнительных колец. *Химическое и нефтяное машиностроение*. 1979. № 6. С. 31.
 47. Марцинковский В. А., Зайцев И. Г. Исследование устойчивости совместных радиально-угловых колебаний плавающего кольца. *Динамика и прочность машин*. 1983. Вып. 37. С. 101–105.
 48. Марцинковский В. А., Шевченко С. С. Насосы атомных электростанций: расчет, конструирование, эксплуатация: монография / под общ. ред. С. С. Шевченко. Сумы: Университетская книга, 2018. 472 с.

49. Марцинковский В. А., Шевченко С. С. Конструкции и расчет саморегулируемых сальниковых уплотнений. *Вестник машиностроения*. 1989. № 10. С. 28–31.
50. Марцинковский В. А., Шевченко С. С. Теоретические и экспериментальные исследования сальниковых уплотнений с повышенным ресурсом. *Vorträge IX Int. Dichtungstagung*. Dresden, 1990.
51. Марцинковський В. А., Гудков С. М. Оцінка впливу коливань ротора на працездатність автомата розвантаження. Розрахунок торцевих імпульсних ущільнень. № 51.24-01.15. СП Суми. 2016.
52. Мельник В. А. Расчет деформаций в кольцах торцовой пары при нагружении узла торцового уплотнения перепадом давления. *Химическое и нефтегазовое машиностроение*. 2004. № 8. С. 28–31.
53. Мельник В. А. Температурное поле и температурная деформация колец торцового уплотнения. *Химическое и нефтегазовое машиностроение*. 2002. № 8. С. 29–32.
54. Мельник В. А. Теплообразование в турбулизированном потоке уплотняемой среды от дискового трения в камере торцового уплотнения. *Химическое и нефтегазовое машиностроение*. 2004. № 12. С. 28–29.
55. Мельник В. А. Торцевые уплотнения валов. Справочник. Москва: Машиностроение, 2008, 320 с.
56. Мельник В. А. Упрощенный метод расчета рабочих характеристик торцового уплотнения. *Химическое и нефтегазовое машиностроение*. 2003. № 9. С. 31–33.
57. Москаленко В. В., Лисицын К. В., Кустов В. П. Опыт применения импульсных торцовых уплотнений в высокооборотных насосах АЭС. *Электрические станции*. 1984. № 12. С. 17–18.
58. Нау Б. С. Экспериментальные наблюдения и анализ характеристик пленки механического уплотнения. *Проблемы трения и смазки*. 1980. № 3. С. 84–93.
59. Никитин Г. А. Щелевые и лабиринтные уплотнения гидроагрегатов. Москва: Машиностроение, 1982. 135 с.
60. Овсейко И. В., Скирдаченко Е. И. Модернизация центробежных химических насосов. *Труды X Международной научно-технической конференции «ГЕРВИКОН-2002»*. Сумы, 2002. Т.3, С.91–99.
61. Овсяников Б.В., Боровский Б.И. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1986. – 376 с.
62. Покудин В.Г. Исследование радиальных уплотнений гребных валов морских судов: Автореф. дис. канд. техн. наук. –Л., 1977. -22 с.
63. Продан В. Д. Значение радиальных нагрузок при оценке коэффициента бокового давления сальниковых набивок / В.Д. Продан, Г.В. Божко, А.В. Васильев, М.А. Исакова // *Химическое и нефтегазовое машиностроение*. – 2010. – № 4. – С. 35–36.
64. Продан, В. Д., Божко Г. В., Бойко П. В. Влияние значений коэффициента бокового давления сальникового уплотнения с мягкой набивкой на работоспособность уплотнительного узла. *Химическое и нефтегазовое машиностроение*. 2014. № 2. С. 30–32.
65. Продан, В. Д., Божко Г. В., Фокина М.С. Оценка герметичности торцово-сальникового уплотнения и трения его уплотняющих элементов. *Химическое и*

нефтегазовое машиностроение. 2013. № 3. С. 31–34.

66. Сулейманов Р. И., Назаров В. П. Анализ возможности применения щелевого уплотнения ротора ТНА с деформируемой втулкой. *Актуальные проблемы авиации и космонавтики*. 2011. №7. С. 33–37.
67. Узлы трения машин: справочник / И. В. Крагельский, Н. М. Михин. Москва: Машиностроение, 1984. 400 с.
68. Уплотнения и уплотнительная техника: справочник / под общ. ред. А. И. Голубева и Л. А. Кондакова. Москва: Машиностроение, 1994. 463 с.
69. Фалалеев С. В., Виноградов А. С. Создание работоспособных в условиях деформаций торцовых уплотнений. Труды VIII Международной научно-технической конференции «НАСОСЫ-96». Сумы: ИПП «Мрія» ЛТД, 1996. Т. 2. с. 53–60.
70. Фалалеев С. В., Чегодаев Д. Е. Торцовые бесконтактные уплотнения двигателей летательных аппаратов. Москва: Изд-во МАИ, 1998. 276 с.
71. Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем. Москва: Машиностроение, 1970. 736 с.
72. Холлинг Дж. Вывод уравнения механического износа. *Труды Американского общества инженеров-механиков*. Сер.: Проблемы трения и смазки. 1983. Т. 105. № 2. С. 55–63.
73. Шевченко С.С. Анализ влияния специальных конструкций щелевых уплотнений на динамику центробежных машин. Доклад на 8 научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные исследования в современной науке». Харьков, 2020.
74. Шевченко С. С. и др. Торцовое уплотнение. А. с. 1712717. 1991.
75. Шевченко С.С., Моделирование уплотнительных систем роторов центробежных машин: монография/ Сумы: Университетская книга, 2020. 545 с.
76. Шевченко С. С. Модель и расчет динамической системы «ротор - щелевые уплотнения». Доклад на II международной научно-технической конференции «Динамика, прочность и моделирование в машиностроении». Харьков, 2020.
77. Шевченко С.С. Моделі процесів функціонування сальникових ущільнень для вдосконалення механізмів герметизації. Електронне моделювання. 2020. Т. 42. № 6, с. 91–107.
78. Шевченко С.С. Модель і розрахунок гідромеханічної системи ротор - щілинні ущільнення // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: сб. наук. праць. Дніпро: Ліра. 2020. Вип. 32. С.95–111.
79. Шевченко С. С. Насосы АЭС: Монтаж, эксплуатация, обслуживание, ремонт. Сумы: Университетская книга, 2019. 196 с.
80. Шевченко С.С. Принцип роботи та методика розрахунку ущільнень з плаваючими кільцями. Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія: Механізація та автоматизація виробничих процесів, 2020, Вип. 1 (39) с. 49-53.
81. Шевченко С.С. Разработка математических моделей уплотнительных систем. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. Том 31 (70) Ч. 1, № 6, 2020, с. 165–172.
82. Шевченко С. С. Разработка и исследование новых конструкций сальниковых

- уплотнений насосного оборудования АЭС: Автореф. диссертации канд. техн. наук. Харьков, 1990. 20 с.
83. Шевченко С. С. Самоцентрирующиеся сальниковые уплотнения насосов АЭС. *Электрические станции*. 1989, № 5. С. 48-51.
 84. Шевченко С. С., Гафт Я. З. Сальниковые уплотнения динамических насосов: монография / под общ. ред. С.С. Шевченко. Сумы: Университетская книга, 2020. 215 с.
 85. Шевченко С.С., Марцинковский В.А., Бережной И.С. и др. Способ автоматического регулирования режима трения уплотнения вращающегося вала и устройство для его осуществления. А. с. 1413340. 1988.
 86. Шевченко С. С., Шевченко А. С. Определение собственных частот ротора центробежной машины с системой автоматического уравнивания осевых сил. *Электронное моделирование*. Т. 42, № 2 (2020). с. 41-58.
 87. Шевченко С. С., Шевченко М. С. Методика расчета параметров контактных уплотнений с системами автоматического регулирования. *Электронное моделирование*. Том 42, № 3 (2020). с. 99-110.
 88. Шевченко С.С., Шевченко О.С. Математична модель і методика розрахунку безвального насоса з ущільненнями-опорами для підвищення екологічної безпеки насосного обладнання АЕС. *Електронне моделювання*. Том 43, № 1 (2021). С. 3–16.
 89. Шевченко С.С., Шевченко О.С. Підвищення герметичності і екологічної безпеки ущільнень насосів АЕС. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. No 5(152), 2020. С. 89–96.
 90. Шевченко О.С., Шевченко С.С. Шляхи удосконалення ущільнень для підвищення експлуатаційної безпеки насосів АЕС. *Вісник Приазовського державного технічного університету*. Серія: Технічні науки. №41 (2020), с. 145-154.
 91. Шнепп В. Б. Инженерный метод расчета дисковых потерь и осевых сил в центробежной ступени с учетом негерметичности уплотнений. Москва. ЦИНТИХимнефтемаш. 1982.
 92. Adamczak S., Kundera C., Swiderski J. Assessment of the state of the geometrical surface texture of seal rings by various measuring methods. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2017. Vol. 233, n.1. P. 12–31.
 93. Bai C., Zhang H., & Xu Q. (2013). Subharmonic resonance of a symmetric ball bearing-rotor system. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. Vol. 50. P. 1–10.
 94. Black M.F., Jenssen D.W. Dynamic hybrid bearing characteristics of annular controlled leakage seals/ *Proc. J.M.E.* 1970, v. 184, p. 92-100.
 95. Błasiak S., Kundera C. A numerical analysis of the grooved surface effects on the thermal behavior of a non-contacting face seal. *Procedia Engineering*. 2012. Vol. 39, P. 315–326.
 96. Blasiak, S., Zahorulko, A. V. A parametric and dynamic analysis of non-contacting gas face seals with modified surfaces. *Tribology International*. 2016. Vol. 94. pp. 126–137.
 97. Wojko M., Kozubkova M., Kozdera M., Zavila O. Investigation of the influence of radial grooves on the flow in an eccentrically deposited annulus using CFD numerical

- simulation. *EPJ Web of Conferences*, vol. 67, P. 02009 (2014).
98. Childs D.W. Finite length solutions for rotordynamic coefficients of turbulent annular seals /ASME. 1982, 82-LUB-42.
 99. Childs D. W., Dressman J. B. Convergent tapered annular seals analysis and testing for rotordynamic coefficients. *ASME, J. Of Tribology*. 1985. Vol. 107. P. 307–317.
 100. Daly J. D. Mechanical seals reach 660 MW mark in European Boiler – feed pump service. *Power*. 1980. Vol. 124, no. 7. P. 41–45.
 101. Denny D. F., Turnbull D. E. Sealing characteristics of stuffing-box seals for rotating shafts. *Proc. Instn. Mech. Engrs*. Vol. 174, no. 6, 1960. P.271–291.
 102. Ding, X., Lu, J. Theoretical analysis and experiment on gas film temperature in a spiral groove dry gas seal under high speed and pressure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. Vol. 96. pp. 438–450.
 103. Forsyth I., Hanzon M., Gawlinski M., Switalski P. O stanie i perspektywach rozwoju techniki uszczelniania. *Pompy-Pomponie*, no.11(73), 1998. S.44–46.
 104. Gaft J. Experimental investigation of Shaft-Gland Packing Friction Pair Wearing Characteristics. *II International Sealing Conference*. Dresden, 1999. P. 33-40.
 105. Gaft J., Marzinkovski W. Auswertung der Radial- und Winkelsteifheit der Stopfbuchsichtungen. *Untersuchung und Anwendung von Dichtelementen. XI Dichtungskolloquium*. Vulkan-Verlag, Essen, Germany, 1999. SS. 212-220.
 106. Gaft J., Zahorulko A., Martsynkovskyy V., Shevchenko S. Face packing seals: new opportunities for pump rotor hermetic sealing. *Proc. of 16th International Conference on Fluid Sealing* (18–20 September, 2000). Brugge, Belgium, 2000. P. 335–349.
 107. Gaft J.Z. Experimental investigations of shaft/packing friction pair wearing characteristics. *Problems Exploatacji*, Krakov, 1998, no. 3. P. 113-119.
 108. Gaft J. Z., Golubev A. I. Investigation of face seal gland for pump shaft. *Proceeding of the tenth conference on fluid machinery*. Budapest, 1995, P. 91-97.
 109. Gaft J. Z., Marzinkovski W. A. Die Untersuchung neuer Konstruktionen von radialen und axialen Packungsdichtungen. *X Internationales DichtungsKolloquium Untersuchung und Anwendung von Dichtelementen*. Vortrage. Steinfurt, Germany, 1997. SS. 182-205.
 110. Gaft J., Zahorulko A., Martsynkovskyy Vl., Kundera Cz. (2012). Theoretical and experimental investigations of buffer face impulse seals. *11th EDF/Pprime Workshop: "Behaviour of Dynamic Seals in Unexpected Operating Conditions"*, Futuroscope, September, 70–80.
 111. Gao R. (2012). Computational Fluid Dynamic and Rotordynamic Study on the Labyrinth Seal. Ph.D. Dissertation in Mechanical Engineering. Virginia Polytechnic Institute and State University.
 112. Ishida Y., Yamamoto T. (2012). Linear and nonlinear rotordynamics. *A modern treatment with applications*. Verlag, Willey-VCH.
 113. Jędral W. Pompy wirowe. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2001. 404 s.
 114. Karassik I. J. The case for the packed stuffing box ... or a requiem in minor for the old skills. *Proc. Rotating Machinery Conf*. Vol.2. Somerset, New-Jersey, 1993.
 115. Kim I. K. Wellenpackung mit trapezoidem Querschnitt. *Untersuchung und Anwendung von Dichtelementen. XI Dichtungskolloquium*. Vulkan-Verlag, Essen, Germany, 1999, SS. 221-233.

116. Kim S. H., Ha T. W.: Prediction of leakage and rotordynamic coefficients for the circumferential-groove-pump seal using CFD analysis. *J. Mech. Sci. Technol.* 30(5), 2037–2043 (2016)
117. Korczak A. Badania układów równoważących napór osiowy w wielostopniowych pompach odśrodkowych. Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Zeszyt Naukowy nr 1679, seria Energetyka nr 141, 2005. S. 161.
118. Korczak A., Marcinkowski W., Peczkis G. Wpływ szczelin uszczelniających na dynamikę zespołu wirującego pompy odśrodkowej. *Politechnika śląska. Prace naukowe.* 2007. Z. 18, S. 161–170.
119. Korczak A., Marcinkowski W., Peczkis G. Tarcza odciążająca siłę osiową w sprężarce wirnikowej. P-365432. z 20. 02.2004.
120. Kundera Cz, Marcinkowski W. The effect of the annular seal parameters on the dynamics of the rotor system. *Journal of Applied Mechanics and Engineering.* 2010. Vol.15, no. 3. P. 719–730.
121. Kundera Cz., Martsinkovsky V. Static and dynamic analysis of a pump impeller with a balancing device. Part 1: Static analysis. *Journal of Applied Mechanics and Engineering.* 2014. Vol.19, no.3. P.609-619
122. Lebeck A. O. Principles and Design of Mechanical Face Seals. New York, 1991. 764 p.
123. Ma, C., Bai, S., Peng, X. Thermo-hydrodynamic characteristics of spiral groove gas face seals operating at low pressure. *Tribology International.* 2016. Vol. 95. pp. 44–54.
124. Marcinkowski W., Korczak A. Szczeliny tarczy odciążającej napór osiowy i ich wpływ na dynamikę zespołu wirującego pompy odśrodkowej wielostopniowej. *Proc.X Int. Conf. Seals and Sealing Technology in Machines and Devices.* Wrocław, 2004, p.318–328
125. Marcinkowski W., Korczak A., Peczkis G. Dynamika zespołu wirującego pompy odśrodkowej wielostopniowej z tarczą odciążającą. *Politechnika Świętokrzyska. Terotechnologia.* Kielce, 2009. № 10. S. 245–263.
126. Marcinkowski W., Kundera Cz. Teoria konstrukcji uszczelnien bez stykowych. Kielce: Wyd-wo Politechniki Świętokrzyskiej, 2008. 443 s.
127. Marcinkowski, W., Kundera Cz., Gaft J. Podwójne uszczelnienia impulsowe. *Hydraulika i Pneumatyka.* 2005. № 5. S. 8-11.
128. Marshall D. P. Water reduction – the next big challenge. *Sealing Technology.* 1997, no 37. P.8-9.
129. Martsinkovsky V. Gaft J., Zagorulko A., Gromyko B. Design and calculation of mechanical seals with self-adjusting clearance. *Papers presented at 17th International Conference on Fluid Sealing.* York, UK, 2003. P.505-520.
130. Martsinkovskii V. A., Shevchenko S. S. Design and calculation of self-adjusted box seals. *Soviet engineering research.* 1989. 9(10). P. 32–36.
131. Martsinkovsky V., Zhulyov A., Kundera Cz. Static and dynamic analysis of a pump impeller with a balancing device. Part 11: Dynamic analysis *Int.J. of Applied Mechanics and Engineering.* 2014. Vol.19, no.3. P.621–631.
132. Martsinkovsky V. A., Chernov A., Martsinkovsky V. S., Kovalenko S. Gromyko B., Matveev E. New sealing systems for pumps in chemical industry. *Seals and sealing technology in machines and devices: Proc. VIII Int. Conf.* Wrocław, 1998. P. 123–131.

133. Martsynkovskyy V., Gaft J., Shevchenko S. Calculation of Flow and Power Losses to Friction in Radial Stuffing Box Seal. *Seals and Sealing Technology in Machines and Devices: Proc. IX International Conference*. Wroclaw-Polanica Zdroj, 2001. P. 108–115.
134. Martsynkovskyy V., Gaft Y., Gromyko B., Chernov O. Development and application of double pulse gas-liquid seals. *Proc. of 16th International Conference on Fluid Sealing*. Brugge, Belgium, 2000. P. 255–260.
135. Martsynkovskyy V., Zahorulko A., Gudkov S., Mischenko S. Analysis of buffer impulse seal. *Procedia Engineering*, Vol. 39. 2012. P. 43–50.
136. Marzinkovski V., Gaft J., Gawlinsky M. Contemporary Tendencies of Gland Packing Improvement. *VIIIth International Conference "Seals and Sealing Technology in Machines and Devices"*. Wroclaw - Polanica Zdroj, 1998. P. 151–165.
137. Marzinkovski V.A., Zagorulko A.V., Gaft J.Z., Kovalenko S.A. Cartridge Packing of Face Seal with Contact Pressure Equalization. *VIIIth International Conference "Seals and Sealing Technology in Machines and Devices"*. Wroclaw - Polanica Zdroj, 1998. P. 136–141.
138. Marzinkovski W., Gaft J., Schewtschenko S. Konstruktionen und Berechnung der Dichtungen mit Schwimmringsen. *Untersuchung und Anwendung von Dichtelementen: XII Internationales Dichtungs kolloquium*. Vulkan-Verlag, Essen, 2001. S. 147–155.
139. Marzinkowski W. Dynamische Kenndaten der Spaltdichtungen. *Untersuchung und Anwendung von Dichtelementen XI. Dichtungs kolloquium*. Essen: Vulkan-Verlag, 1999. S. 251-261.
140. Mayer E. Axiale Gleitringdichtungen. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH, 1982. 319 S.
141. Mc Nally W. When packed pumps should be converted to mechanical seals. *Sealing Technology*. 1997. No 44. P. 9–12.
142. Meck, K.-D. Improving mechanical seal reliability with advanced computational engineering tools, part 1: FEA/ K.-D. Meck, G. Zhu // *Sealing Technology*. – 2008. – Vol. 2008, Issue 1. – P. 8–11.
143. Meck, K.-D., Zhu G. Improving mechanical seal reliability with advanced computational engineering tools, part 2: CFD and application examples. *Sealing Technology*. 2008. Issue 2. P. 7–10.
144. Mueller H. K., Nau B. S. Fluid sealing technology. New York: Marcel Dekker Inc., 1998, 485 p.
145. Muller H.K. Abdichtung bewegter Maschinenteile. Waiblingen: Medienverlag, 1990. 256 S.
146. Muszynska A. Improvements in lightly loaded rotor/bearing and rotor/seal models. *Journal of Vibration, Acoustics and Reliability in Design*. 1988. Vol. 110(2). P. 129–136.
147. Muszynska A., Bently D. E. Frequency-swept rotating input perturbation techniques and identification of the fluid force models in rotor/bearing/seal system and fluid handling machines. *Journal of Sound and Vibration*. 1990. Vol. 143 (1). P. 103–124.
148. Neuberger S., Bock E., Haas W., Lang K. Gas-lubricated mechanical face seals reduce CO2 emissions *Sealing Technology*. 2014. Vol. 2014, issue 9. P. 8–12.
149. Pavlenko I. V., Simonovskiy V. I., Demianenko M. M.: Dynamic analysis of centrifugal machines rotors supported on ball bearings by combined application of 3D

- and beam finite element models. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 233(1), 012053 (2017)
150. Pavlenko I., Simonovskiy V., Pitel' J., & Demianenko M. (2018). Dynamic analysis of centrifugal machines rotors with combined using 3D and 2D finite element models. Lüdenscheid, RAM-VERLAG.
 151. Pavlenko I., Trojanowska J., Ivanov V., Liaposhchenko O.: Scientific and methodological approach for the identification of mathematical models of mechanical systems by using artificial neural networks. *3rd Conference on Innovation, Engineering and Entrepreneurship, Regional HELIX 2018, Lecture Notes in Electrical Engineering*. 505, 299–306 (2019).
 152. Philips J. J. The solution of difficult shaft sealing problems. *Chemical Engineer*. 1979. № 341. P. 87–90.
 153. Qiu, Y., Khonsari, M. M. Thermohydrodynamic Analysis of Spiral Groove Mechanical Face Seal for Liquid Applications. *Journal of Tribology*. 2012. Vol. 134, No. 2.
 154. Roos E., Klenk T., Kochelman H. Kennwerte und Buferverfahren für Stopfbuchspakungen. *Dichtungstechnik*. H. 1. November 1998, S. 7–14.
 155. Gudkow S., Marcinkowski W., Korczak A., Kundera Cz. Pompa odśrodkowa z wirnikiem łożyskowanym w szczelinach uszczelniających *Proc.XIII Int. Scientific Technical Conference. Seals and Sealing Technology of Machines and Devices*. Wrocław, 2013. P. 178–187
 156. Salant R., Miller A., Kay P. et al. Development of an electronically controlled mechanical seal. *11-th. Int. Conf. Fluid Seal*. Cannes, 1987. Proc. L.-N.Y., 1987. P. 576–595.
 157. Sattler, M. A new oil barrier seal for dry gas seals. *Sealing Technology*. 2009. Vol. 2009, issue 9. P. 8.
 158. Schlegel R. Gleitringdichtungen für Pumpen in der chemischen Industrie. *Chem. Ing. Tech*. 1984. Bd 56, no. 5. S. 397–399.
 159. Seals and sealing handbook. 1st ed. by R. H. Warring. Tr. and Tehn. Pr. Ltd., England, 1984. 458 p.
 160. Shevchenko, S.S. Analysis of the impact of special constructions of gap seals on the dynamics of centrifugal machines. *ScienceRise*. 2020. No. 5. P. 3–13.
 161. Shevchenko S.S. Centrifugal machines dynamic system "rotor –groove seals" mathematical model development. 36. тез XXXIX науково-технічної конференції молодих вчених та спеціалістів ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2021. – с. 29-31.
 162. Shevchenko, S.S. Computational method for mechanical seal as a dynamic system. *Elektronnoe modelirovanie*. 2020. Vol. 45, no. 5. P. 66–81.
 163. Shevchenko, S.S. Design Improvement of Stuffing Box Seals of Centrifugal Pump Shafts, Based on the Study of the Sealing Mechanism Physical Model. *Journal of Mechanical Engineering*. 2020. Vol. 23, no. 2. P. 41–52.
 164. Shevchenko, S.S. Gland packings with pliant casings. *Chemical and Petroleum Engineering*. 1989. Vol. 25, No. 3. P. 118–121.
 165. Shevchenko, S. S. Mathematical modeling of centrifugal machines rotors seals for the purpose of assessing their influence on dynamic characteristics. "Mathematical Modeling and Computing" Lviv Polytechnic National University. Vol. 8, № 3 (2021)

pp. 422 – 431

166. Shevchenko, S. S. (2020). Mathematical modelling of dynamic system rotor - groove seals. *Electronic Modeling*. 2021. V. 43. No 3, pp.17 – 35.
167. Shevchenko, S.S. Physical model and calculation of face packing seals. *Journal of Mechanical Engineering*. 2020. Vol. 23, no. 4, P.45–51.
168. Shevchenko, S.S., Chernov, A. Development of pulse mechanical seal calculation methods on the basis of its physical model construction. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. Vol. 3, No. 2 (105). P. 58–69.
169. Shevchenko, S.S., Shevchenko, O.S. Improving the reliability and environmental safety of seals for the main circulation pumps of nuclear power plants. *Nuclear and Radiation Safety*, №4, 2020. P.39–52.
170. Shevchenko S., Shevchenko O., Vynnychuk S. Mathematical Modelling of Dynamic System Rotor-Groove Seals for the Purposes of Increasing the Vibration Reliability of NPP Pumps. *Nuclear and Radiation Safety*. No. 1(89), 2021. pp. 80–87.
171. Świtalski P. Optymalny dobór, racjonalna eksploatacja pomp. *VII Forum użytkowników pomp*. 2001. S. 5–11.
172. Тłumienie drgań / Pod redakcją Zbigniewa Osińskiego. Warszawa: PWN, 1997. 500 s.
173. Tran H., Haselbacher P. High-performance lift augmentation dynamic seals for turbine bearing compartments. *Sealing Technology*. 2004. Vol. 2004, issue 1. P. 5–10.
174. Vijaykumar A., Morrison G. (2010). Numerical Simulation of the Flow Field in a Statically and Dynamically Eccentric Annular Seal with Non-circular Whirl Orbits. *FEDSM*, 1(PARTS A, B AND C), P. 731–761. Canada.
175. Wang J., Shen H.P., Ye X.Y., Hu J.N., Feng Y.N. The influence of annular seal clearance to the critical speed of the multistage pump. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 52. P. 022034 (2013)
176. Wang Y., Yang H., Wang J., Liu Y., Wang H., Feng X. Theoretical analyses and field applications of gas-film lubricated mechanical face seals with herringbone spiral grooves. *Tribology Transactions*. 2009. Vol. 52. P. 800–806.
177. Wallage W.M. The development of a radially loaded packed gland. // The 7th International Conference on Fluid Sealing, 1975, Paper G2.
178. Yashchenko A.S., Rudenko A.A., Simonovskiy V.I., Kozlov O.M. Effect of bearing housings on centrifugal pump rotor dynamics. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* 233(1), 012054 (2017).
179. Zagorulko A., Gaft J. Stirnseitege Pakungsdichtungen der Zentrifugalpumpen und der Apparate Chemischer Produktionen. *Untersuchung und Anwendung von Dichtelementen. XI Dichtungs kolloquium*. Vulkan-Verlag, Essen, Germany, 1999, S. 235–249.
180. Zhang K., Yang Z. Identification of load categories in rotor system based on vibration analysis. *Sensors* 17(7), 1676 (2017).
181. Zhu, W.B., Wang, H.S., Zhou, S.R. (2014). Research on sealing performance of hydrostatic pressure mechanical seal. *Journal of Marine Science and Technology*, 22 (6), 673–679.
182. Шевченко С. С. Разработка и исследование новых конструкций сальниковых уплотнений насосного оборудования АЭС: дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук. Харьков, 1990.

ДОДАТОК А. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ, ЩО ПІДТВЕРДЖУЮТЬ АДЕКВАТНІСТЬ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

А1. Радіальні сальникові ущільнення

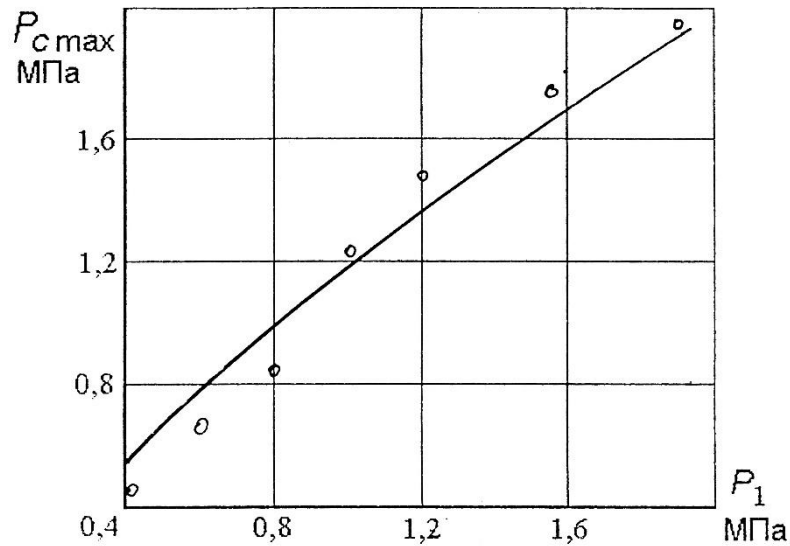


Рис. А.1. Порівняння експериментального і розрахункового значень контактного тиску,

о – експериментальні дані для 4 кілець набивки НКПН16х16

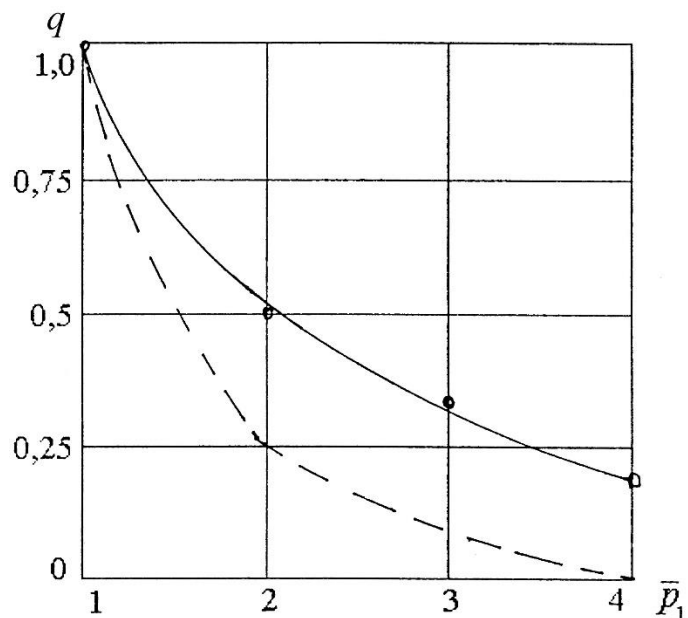


Рис. А.2. Залежність величини витоків від ущільнюваного тиску:

— — — розрахункова характеристика [101], о - дані експерименту [101],
- - - розрахункова характеристика за формулою (2.18)

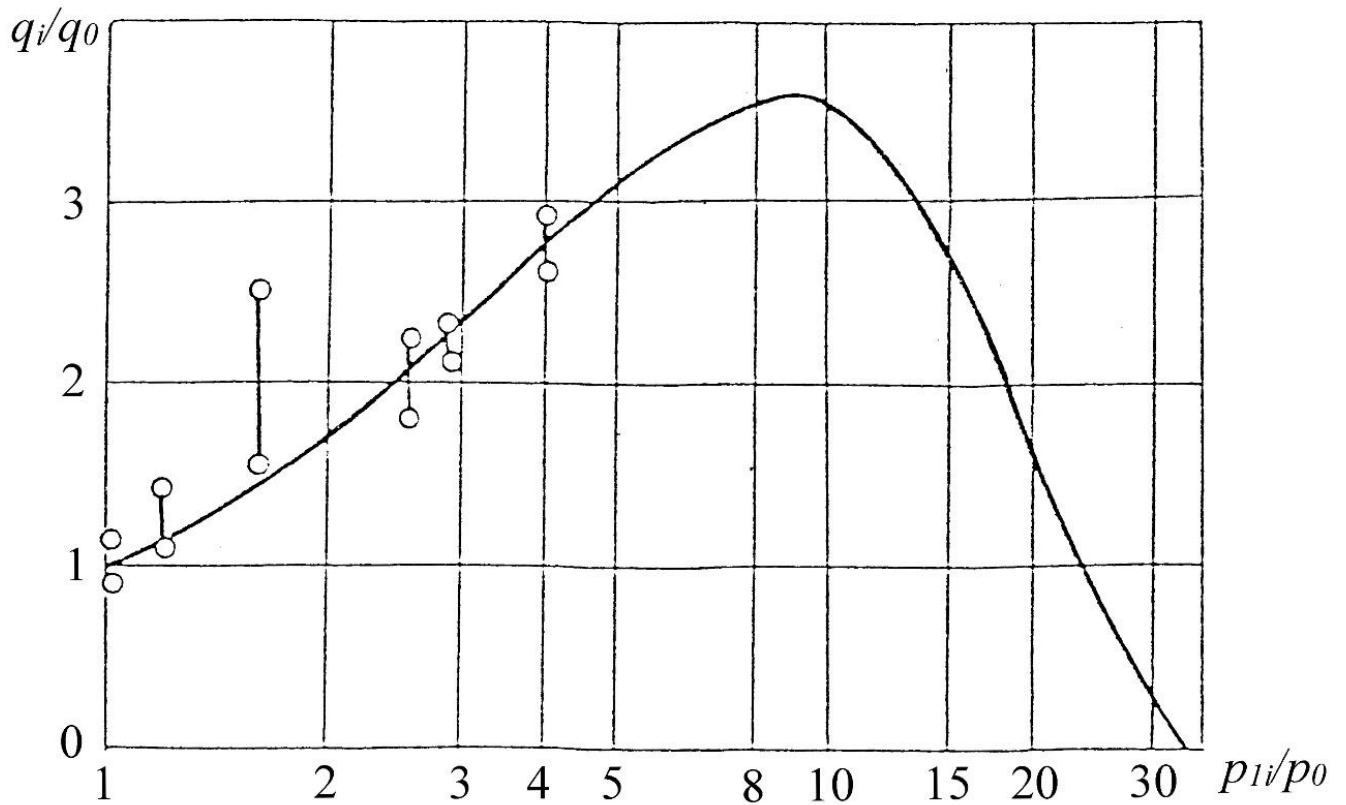


Рис. А.3. Витік через ущільнення в залежності від тиску рідини:

– дані розрахунку, о - експериментальні дані

А 2. Торцові механічні ущільнення

Таблиця А1. Порівняння експериментальних і розрахункових значень температур у вузлах сітки, накладеної на перетин кільця зі сталі 12Х18Н10Т

Параметр	№ термометри							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Значення температур, °С:								
в експерименті	57,5	59,5	57,5	59,5	56,0	58,0	54,5	56,0
Отримані розрахунковим шляхом	57,5	59,4	57,5	59,4	56,2	57,7	54,8	55,9
Різниця, %	0	1	0	1	3	4	7	2
Параметр	№ термометри							
	9	10	11	12	13	14	15	16
Значення температур, °С:								
в експерименті	54,0	55,0	57,5	55,5	54,5	52,5	52,5	52,5
Отримані розрахунковим шляхом	54,1	54,8	57,5	55,9	54,5	52,5	52,4	52,3
Різниця, %	3	4	0	7	0	0	4	8

Таблиця А2. Порівняння експериментальних і розрахункових значень температур у вузлах сітки, накладеної на перетин кільця з силіційованого угляграфіту СГ-М

Параметр	№ термомпари							
	1	2	3	4	5	6	12	13
Значення температур, °С: в експерименті	55,5	55,5	55,5	55,5	55,5	55,5	54,5	55,5
Отримані розрахунковим шляхом	55,7	55,6	55,3	55,0	55,6	55,3	54,8	55,2
Різниця, %	4	2	4	4	2	4	7	5
Параметр	№ термомпари							
	14	15	16	17	18	19	20	21
Значення температур, °С: в експерименті	54,5	54,5	54,5	54,5	54,5	53,5	53,5	53,5
Отримані розрахунковим шляхом	54,8	54,7	54,6	54,5	54,3	53,8	53,7	53,6
Різниця, %	7	4	2	0	4	8	6	3

А 3. Щілинні ущільнення

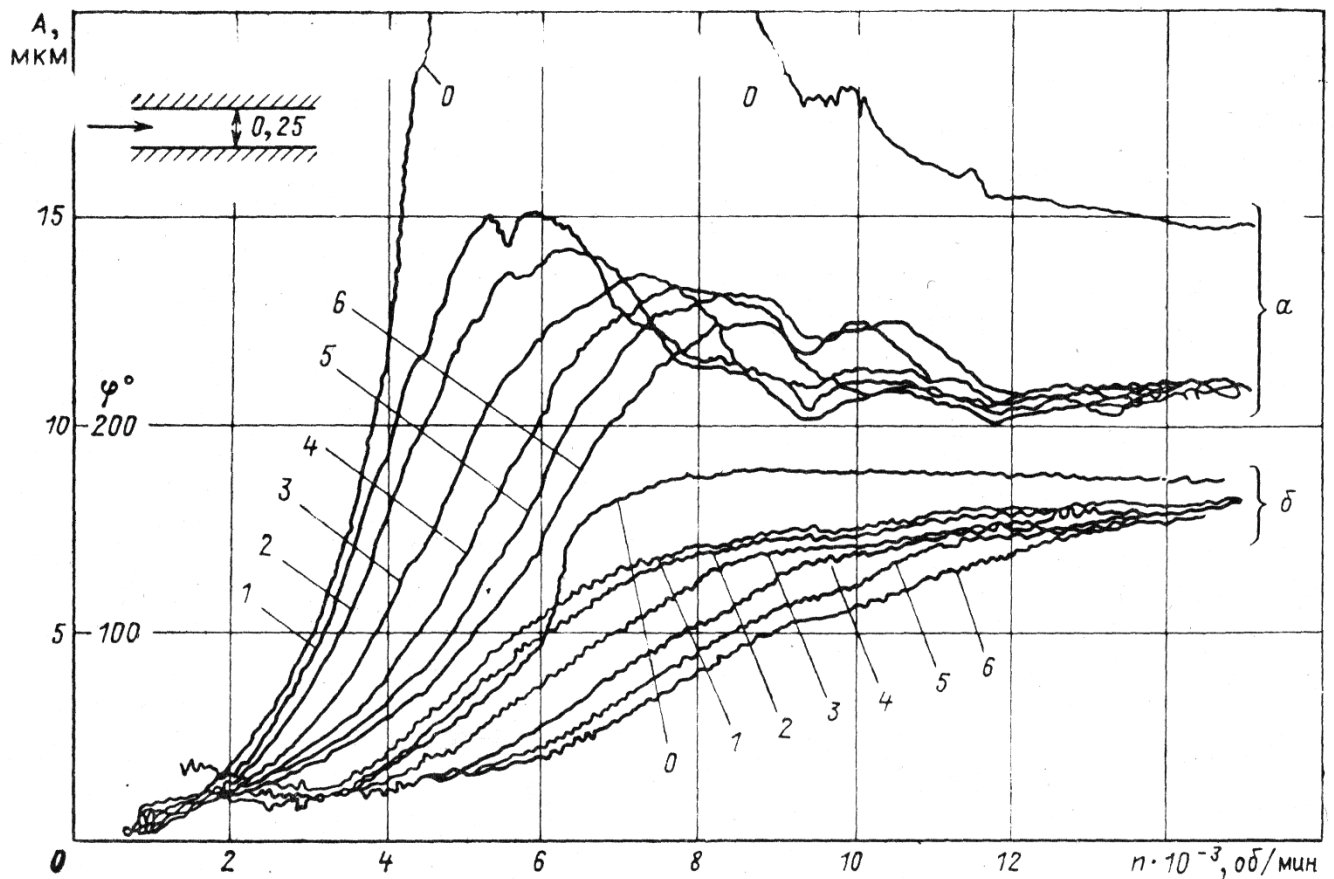


Рис. А.4. Амплітудна і фазова частотні характеристики ротора в щілинних ущільненнях

Ущільнюванні тиски в МПа: 0 - 0; 1 - 0,18; 2 - 0,2; 3 - 0,4; 4 - 0,6; 5 - 0,8; 6 - 1,0
 а - амплітудні характеристики; б - фазові характеристики.

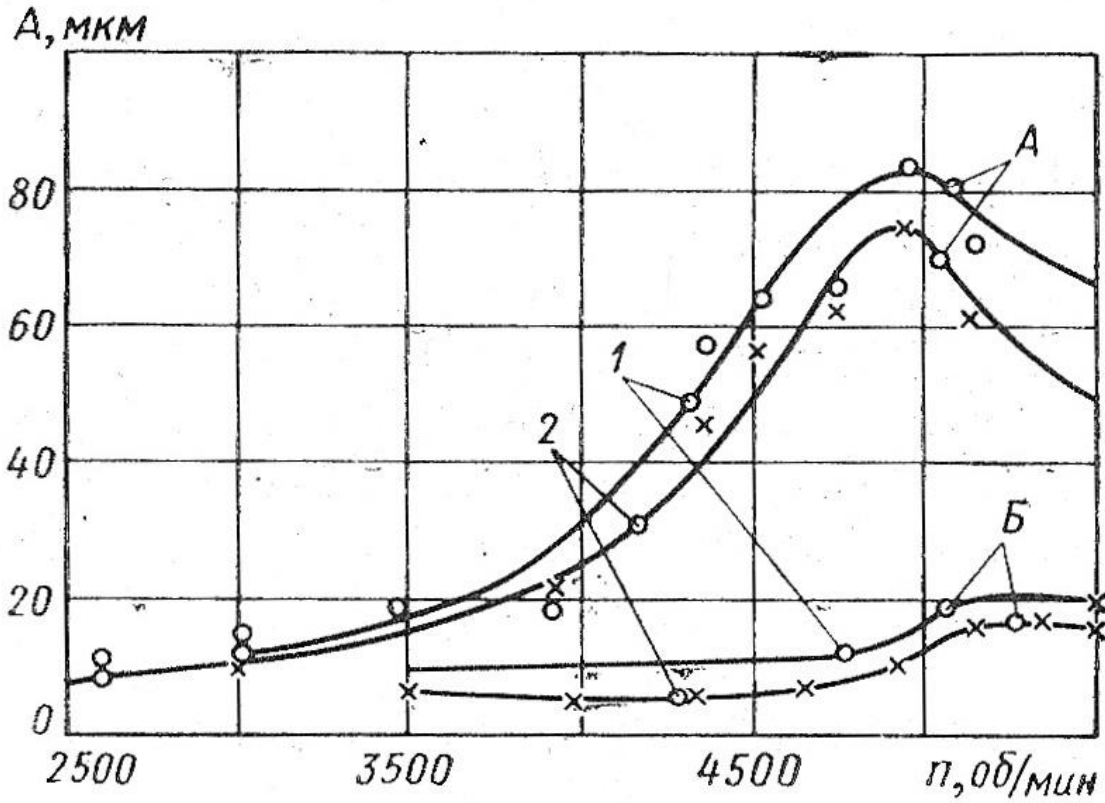


Рис. А.5. Амплітудні характеристики ротора насоса
 А – циліндричні щілинні ущільнення; Б – ущільнення з конфузорністю $\theta = 0,19$
 1 – переднє ущільнення; 2 – заднє ущільнення.

А 5. Імпульсні ущільнення

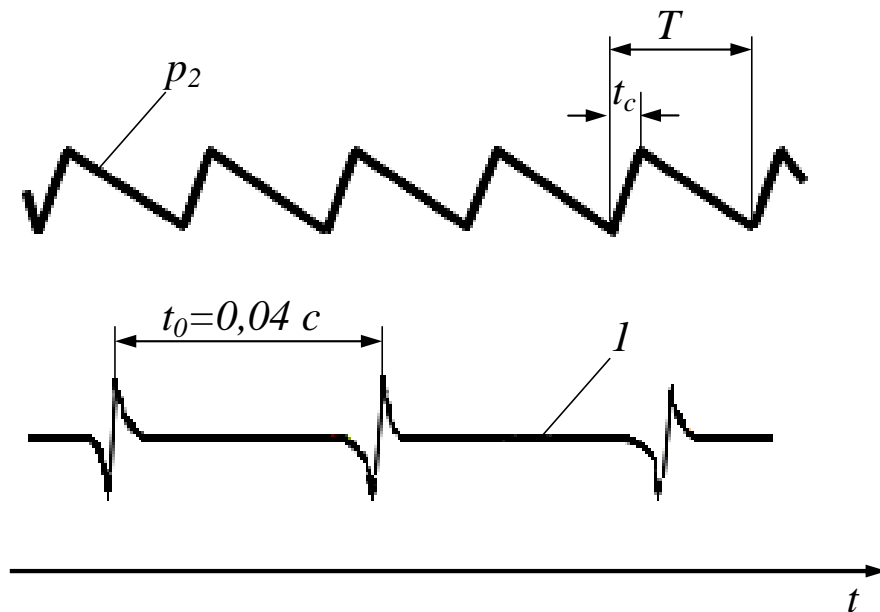


Рис. А.6. Осцилограма тиску в камері імпульсного ущільнення;
 1 - лічильник оборотів; $T = 2\pi/n_i\omega = 0,02\text{с}$, $n_i = 2$, $t_0 = 2\pi/\omega$ - час одного обороту

ДОДАТОК Б. ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

1. **ДП «Енергоатом»** – результати дисертаційної роботи використовуються при навчанні та підвищення кваліфікації персоналу атомних електростанцій в навчально–тренувальному центрі ВП ЗАЕС.
2. **АТ Сумський завод «Енергомаш»** – методи проектування і розрахунку ущільнюючих систем відцентрових машин, розвинені в дисертаційній роботі, використовуються при створенні герметизуючих систем.
3. **Конструкторське бюро «Укрспецмаш»** – методи математичного моделювання складних процесів, що відбуваються в торцевих ущільненнях, які отримали розвиток в дисертаційній роботі, дозволили істотно підвищити швидкість і точність розрахунків основних технічних характеристик ущільнень.
4. **Державний університет «Одеська політехніка»** – результати дисертаційної роботи впроваджені в навчальний процес кафедри атомних електростанцій.
5. **АТ «Енергопроект»** – результати дисертації використовувалися при виконанні проектних робіт в частині застосування сучасного насосного обладнання для потреб атомної енергетики з високим рівнем герметичності та вібраційної надійності.
6. **ТОВ «Спецпромтранстехніка»** – завдяки використанню матеріалів дисертації щодо підвищення герметичності та вібраційної надійності відцентрових машин підвищився рівень вібраційної надійності обладнання.



№ 781/03 від 17.01. 2019 р.

На № _____ від _____ 201__ р.

**ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО
«НАЦІОНАЛЬНА АТОМНА
ЕНЕРГОГЕНЕРУЮЧА КОМПАНІЯ
«ЕНЕРГОАТОМ»**

вул. Назарівська, 3, м. Київ, 01032, Україна,
телефон: +38 (044) 201-09-88,
факс: +38 (044) 277-78-83,
e-mail: energoatom@atom.gov.ua

**Генеральному директору
«UNITED PRODUCTIONS ATOM LLC»
Шевченку С.С.**

**40024, м. Суми
вул. Прокоф'єва, 36
тел. +38 (0542) 63-55-99**

Щодо пропозицій компанії
«UP-Atom»

Шановний Станіславе Сергійовичу!

Розглянувши лист «UNITED PRODUCTIONS ATOM LLC» («UP-Atom»), (м. Суми), № UPAT-14/12/18-01 від 14.12.2018, повідомляємо наступне.

Компанія «UP-Atom», м. Суми, що спеціалізується на виробництві насосної продукції та запасних частин для насосів, в тому числі для насосного обладнання АЕС, плідно співпрацює із фахівцями ВП «Атомпроектінжиніринг» в частині організації кооперованого виробництва по реновації обладнання ДП «НАЕК «Енергоатом», на виробничих майданчиках ВП «Атоменергомаш» (м. Енергодар, м. Южноукраїнськ) та ПАТ «НКМЗ» (м. Краматорськ).

Ця робота ведеться відповідно до рішень «Протокола совещания в Министерстве экономического развития и торговли Украины по вопросам развития внутреннего рынка продукции энергетического машиностроения» під головуванням Першого віце-прем'єр-міністра України Кубіва С.І. у рамках виконання енергетичної стратегії України на період до 2035 року, яка передбачає добудову та введення в експлуатацію енергоблоків № 3 та № 4 Хмельницької АЕС та забезпечення роботи ЦСВЯП.

ДП «НАЕК «Енергоатом» підтримує співробітництво із «UP-Atom» за напрямком діяльності із імпортозаміщення обладнання та в частині підготовки і випуску підручника «Монтаж, експлуатація и обслуживание насосов АЭС», що повинно надати більшої якості та ефективності при обслуговуванні насосного обладнання на АЕС.

Дирекція Компанії не має заперечень щодо Вашої пропозиції на умовах кооперації приймати участь в оцінці технічного стану насосного обладнання, яке тимчасово зберігається на складах структурних підрозділів ВП «Складське господарство». При цьому вважаємо за доцільне розглянути це питання на засіданнях робочих груп із фахівцями ВП «Атомпроектінжиніринг» із одночасним залученням профільних фахівців ВП АЕС та ВП «Складське господарство», які в свою чергу приймають відповідні рішення щодо доцільності/недоцільності відновлення такого обладнання.

З повагою

Перший віце-президент – технічний директор

Рогочий О.І.
277-78-64

О.В. Шавлаков

UPA01-01
25.01.2019р.
[Handwritten signature]

090389



Державне підприємство «Національна атомна
енергогенеруюча компанія «Енергоатом»
ВП «Запорізька АЕС»
Навчально-тренувальний центр
Центр підготовки ремонтного персоналу

№ 14 - 44 / 333 від 24.08.21

ДОВІДКА

впровадження результатів дисертаційної роботи
«Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин»
Шевченка Сергія Станіславовича,
яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Результати дисертаційної роботи старшого наукового співробітника відділу №8 «Моделювання енергетичних процесів і систем» Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Е. Пухова НАН України Шевченка Сергія Станіславовича на тему «Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин», яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук, використовувались при організації навчання та підвищення кваліфікації персоналу ЗАЕС.

Також наукові монографії «Насосы атомных электростанций: расчет, конструирование, эксплуатация» та «Насосы АЭС: Монтаж, эксплуатация, обслуживание, ремонт» Шевченка С.С. використовувались інструкторами навчально-тренувального центру ВП ЗАЕС при розробці програм навчання персоналу атомних станцій, який займається експлуатацією, обслуговуванням та ремонтом насосного обладнання.

Головний спеціаліст з атомних
електростанцій – керівник центру
підготовки ремонтного персоналу



Вячеслав Болгар'єв

Вячеслав БОЛГАР'ЄВ

АТ
«Сумський завод Енергомаш»

Україна, 40022, м. Суми,
 вул. Юрія Ветрова, 4
 тел./факс: +38 (0542) 25-00-53
 +38 (0542) 78-70-88
 e-mail: admin@gts-group.com.ua
 web: www.energomash.sumy.ua



АО
«Сумский завод «Энергомаш»

Украина, 40022, г. Сумы,
 ул. Юрия Ветрова, 4
 тел./факс: +38 (0542) 25-00-53
 +38 (0542) 78-70-88
 e-mail: admin@gts-group.com.ua
 web: www.energomash.sumy.ua

р/р UA32380805000000026008537692 в АТ «Райффайзен Банк Аваль» м.Київ,
 код ЄДРПОУ: 00223208, ІПН: №002232018197, Свідоцтво платника податку: №100340527

№ 8 від 03.06. 2021 р.

АКТ

про використання результатів дисертаційної роботи
 “Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин”
 Шевченка Сергія Станіславовича, яка подається на здобуття наукового ступеня
 доктора технічних наук

Даний акт складено про те, що результати дисертаційної роботи старшого наукового співробітника відділу №8 “Моделювання енергетичних процесів і систем” Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Е. Пухова НАН України Шевченка Сергія Станіславовича на тему “Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин”, яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук, впроваджено у виробничий процес АТ “Сумський завод “Енергомаш”.

Методи проектування та розрахунку ущільнюючих систем відцентрових машин, розвинені Шевченком С.С. в дисертаційному дослідженні, використовуються при створенні герметизуючих систем відцентрових машин, які виробляються АТ “Сумський завод “Енергомаш”.

Генеральний директор
 АТ “Сумський завод “Енергомаш”



Ю.М.Кошцієнко

Товариство з обмеженою відповідальністю
**«КОНСТРУКТОРСЬКЕ БЮРО
 «УКРСПЕЦМАШ»»**

Україна, 40007, м. Суми,
 вул. Промислова, 6
 Тел. (0542) 770-664,

E-mail: admin@kb-usm.com.ua
www.kb-usm.com.ua

Вих. № 195 від 07.06.2021
 На Ваш № від 20

АКТ

про використання результатів дисертаційної роботи «Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин» Шевченка Сергія Станіславовича, яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Даний акт складено про те, що результати дисертаційної роботи старшого наукового співробітника відділу №8 «Моделювання енергетичних процесів і систем» Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Е. Пухова НАН України Шевченка Сергія Станіславовича на тему «Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин», яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук, впроваджено у процес проектування та розрахунків при створенні торцевих ущільнень ТОВ «КБ «УКРСПЕЦМАШ» для відцентрових насосів на великі параметри.

Методи математичного моделювання складних процесів змащення, що відбуваються у торцевих ущільненнях відцентрових машин, які отримали розвиток у дисертаційному дослідженні Шевченка С.С., дозволили суттєво підвищити швидкість та точність розрахунків основних технічних характеристик ущільнень в умовах впливу різноманітних чинників, які виникають при експлуатації. Отримані результати впроваджені в САПР підприємства. Також на заключному етапі виготовлення торцевих ущільнень проводилися їх статичні та динамічні випробування на спеціальних стендах, результати яких підтверджували відповідність вихідних параметрів розроблених ущільнень технічним умовам.

Вказані торцеві ущільнення проектувались та виготовлялись на замовлення підприємств нафтопереробної, нафтогазовидобувної та енергетичної галузей.

Впровадження результатів наукової роботи Шевченка С.С. у виробничу діяльність ТОВ «КБ «УКРСПЕЦМАШ» дозволило покращити масогабаритні характеристики продукції та підвищити рівень її надійності при роботі на високих тисках.

Директор, ТОВ «КБ «УКРСПЕЦМАШ»
 канд. техн. наук



О.Є. Чернов



Система менеджменту якості відповідає
 вимогам міжнародного стандарту ISO 9001:2015

АКТ №18

впровадження результатів дисертаційної роботи «Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин» Шевченка Сергія Станіславовича, яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук у навчальний процес кафедри атомних електростанцій Державного університету «Одеська політехніка»

Результати дисертаційної роботи старшого наукового співробітника відділу №8 «Моделювання енергетичних процесів і систем» Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Е. Пухова НАН України Шевченка Сергія Станіславовича на тему «Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин», яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук, впроваджено у навчальний процес кафедри атомних електростанцій Державного університету «Одеська політехніка», а саме при читанні лекцій за дисциплінами:

- «Насоси АЕС»,
- «Діагностика обладнання АЕС»,
- «Експлуатація АЕС»;
- «Ремонт та наладка обладнання АЕС».

Наукові монографії за авторством Шевченка С.С. «Насосы атомных электростанций: расчет, конструирование, эксплуатация» та «Насосы АЭС: Монтаж, эксплуатация, обслуживание, ремонт» були передані в наукову бібліотеку Університету та використовуються при розробці лекцій та програм навчання для вказаних навчальних дисциплін.

Заведувач кафедрою,

доктор техн. наук, професор

 В.П. Кравченко



21.07.2021

Кравченко В. П.

М. Савицька



УКРАЇНА
АКЦІОНЕРНЕ ТОВАРИСТВО
“КИЇВСЬКИЙ НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ТА
ПРОЕКТНО-КОНСТРУКТОРСЬКИЙ ІНСТИТУТ
“ЕНЕРГОПРОЕКТ”

№ 99/02 - 15.06.22

ДОВІДКА

впровадження результатів дисертаційної роботи «Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин» Шевченка Сергія Станіславовича, яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Результати дисертаційної роботи старшого наукового співробітника відділу №8 «Моделювання енергетичних процесів і систем» Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Е. Пухова НАН України Шевченка Сергія Станіславовича на тему «Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин», яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук, використовувались при виконанні проектних робіт у частині застосування сучасного насосного обладнання для потреб атомної енергетики з високим рівнем герметичності і вібраційної надійності.

Також матеріали наукової роботи Шевченка С.С. у вигляді наукової монографії «Насосы атомных электростанций: расчет, конструирование, эксплуатация» використовувались працівниками підприємства при розробці технологічних схем з застосуванням сучасного насосного обладнання на атомних станціях України.



Головний інженер

Володимир Чернавський



Товариство з обмеженою
відповідальністю
«СПЕЦПРОМТРАНСТЕХНІКА»
65023, Одеська область,
місто Одеса, вулиця Ніжинська 43
ЕДРПОУ 39789005
телефон: +3 8093 809 50 16

Вих. №01/0206 від «02» червня 2021 р.

АКТ

впровадження результатів дисертаційної роботи «Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин» Шевченка Сергія Станіславовича, яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Даний акт складено про те, що результати дисертаційної роботи старшого наукового співробітника відділу №8 «Моделювання енергетичних процесів і систем» Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Е. Пухова НАН України Шевченка Сергія Станіславовича на тему «Математичні моделі процесів в системах герметизації відцентрових машин», яка подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук, впроваджено у виробничий процес підготовки обладнання, яке виробляється підприємством Bernard Controls S.A., Франція та постачається на атомні станції України, зокрема на Южноукраїнську АЕС.

Завдяки використанню матеріалів дисертації Шевченка С.С. стосовно напрямків підвищення герметичності і вібраційної надійності відцентрових машин підвищився рівень вібраційної безпеки обладнання.

Впровадження результатів наукової роботи Шевченка С.С. у виробничу діяльність підприємства, а також використання матеріалів його роботи, зокрема посібника «Насоси АЕС: монтаж, експлуатація, обслуговування та ремонт» при проведенні консультацій персоналу АЕС з приводу експлуатації обладнання та усунення несправностей було високо оцінено представниками експлуатації електростанцій.

Директор
ТОВ «Спецпромтранстехніка»



О.В.Кошкін

ДОДАТОК В. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Монографії:

42. Марцинковский В.А., Шевченко С.С. Насосы атомных электростанций: расчет, конструирование, эксплуатация: монография / под общ. ред. С.С. Шевченко. Сумы: Университетская книга, 2018. 472 с. ISBN 978-966-680-866-3.
43. Шевченко С.С. Насосы АЭС: Монтаж, эксплуатация, обслуживание, ремонт. Сумы: Университетская книга, 2019. 196 с. ISBN 978-966-680-898-4.
44. Шевченко С.С., Гафт Я.З. Сальниковые уплотнения динамических насосов: монография / под общ. ред. С.С. Шевченко. Сумы: Университетская книга, 2020. 215 с. ISBN 978-966-680-954-7.
45. Шевченко С.С., Моделирование уплотнительных систем роторов центробежных машин: монография / Сумы: Университетская книга, 2021. 545 с. ISBN 978-966-680-990-5.

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації у фахових виданнях:

46. Шевченко С.С., Шевченко А.С. Определение собственных частот ротора центробежной машины с системой автоматического уравновешивания осевых сил. Электронное моделирование. Том 42, № 2 (2020). С. 41–58. <https://doi.org/10.15407/emodel.42.02.041>
47. Шевченко С.С., Шевченко М.С. Методика расчета параметров контактных уплотнений с системами автоматического регулирования. Электронное моделирование. Том 42, № 3 (2020). С. 99–110. <https://doi.org/10.15407/emodel.42.03.099>
48. Shevchenko, S. S. (2020). Design Improvement of Stuffing Box Seals of Centrifugal Pump Shafts, Based on the Study of the Sealing Mechanism Physical Model. Journal of Mechanical Engineering, vol. 23, no. 2, pp. 41–52. <https://doi.org/10.15407/pmach2020.02.041>.
49. Shevchenko, S., & Chernov, A. (2020). Development of pulse mechanical seal calculation methods on the basis of its physical model construction. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 3(2 (105)), pp. 58–69. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.206721> (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS – Q3).

50. Shevchenko, S. S. (2020). Computational method for mechanical seal as a dynamic system. *Electronic Modeling*. 2020. V. 42. No 5, с. 66—81. <https://doi.org/10.15407/emodel.42.05.066>
51. Shevchenko S. S. (2020). Physical Model and Calculation of Face Packing Seals. *Journal of Mechanical Engineering*, vol. 23, no. 4, pp. 45–51. <https://doi.org/10.15407/pmach2020.04.045>
52. Shevchenko S. Analysis of the impact of special constructions of gap seals on the dynamics of centrifugal machines. *ScienceRise*. 2020. No. 5. P. 3–13. <https://doi.org/10.21303/2313-8416.2020.001485>
53. Shevchenko S., Shevchenko O. Improvement of Reliability and Ecological Safety of NPP Reactor Coolant Pump Seals. *Nuclear and Radiation Safety*. 2020. No. 4(88). pp. 47–55. [https://doi.org/10.32918/nrs.2020.4\(88\).06](https://doi.org/10.32918/nrs.2020.4(88).06) (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS – Q3).
54. Шевченко С.С. Моделі процесів функціонування сальникових ущільнень для вдосконалення механізмів герметизації. *Електронне моделювання*. 2020. Т. 42. № 6, с. 91–107. <https://doi.org/10.15407/emodel.42.06.091>
55. Шевченко С.С. Разработка математических моделей уплотнительных систем. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. Том 31 (70) Ч. 1, № 6, 2020, с. 165–172.* <https://doi.org/10.32838/TNU-2663-5941/2020.6-1/27>.
56. Шевченко С. С., Шевченко М. С. Математическое моделирование уплотнений роторов центробежных машин как динамических систем. *Вестник Национального технического университета "Харьковский политехнический институт". Серия "Информатика и моделирование". – Харьков: НТУ "ХПИ", 2020. – № 2 (4). С. 85–102. ISSN 2079-0031.*
57. Шевченко С.С. Модель і розрахунок гідромеханічної системи ротор - щілинні ущільнення // *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: сб. наук. праць. Дніпро: Ліра. 2020. Вип. 32. С.95–111.* <https://doi.org/10.15421/4220019>.
58. Шевченко С.С., Шевченко О.С. Підвищення герметичності і екологічної безпеки ущільнень насосів АЕС. *Вісник Вінницького політехнічного інституту. No 5(152), 2020. С. 89–96.* <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2020-152-5-89-96>.
59. Шевченко О.С., Шевченко С.С. Шляхи удосконалення ущільнень для підвищення експлуатаційної безпеки насосів АЕС. *Вісник Приазовського державного технічного університету. Серія: Технічні науки. №41 (2020), с. 145-154.* <https://doi.org/10.31498/2225-6733.41.2020.226199>.
60. Шевченко С.С. Принцип роботи та методика розрахунку ущільнень з плаваючими кільцями. *Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія: Механізація та автоматизація виробничих процесів, 2020, Вип. 1 (39) с. 49-53. ISSN: 2708-4892.*
61. Шевченко С.С., Шевченко О.С. Математична модель і методика розрахунку безвального насоса з ущільненнями-опорами для підвищення екологічної

- безпеки насосного обладнання АЕС. Електронне моделювання. Том 43, № 1 (2021). С. 3–16. <https://doi.org/10.15407/emodel.43.01.003>
62. Shevchenko S., Shevchenko O., Vynnychuk S. Mathematical Modelling of Dynamic System Rotor-Groove Seals for the Purposes of Increasing the Vibration Reliability of NPP Pumps. Nuclear and Radiation Safety. No. 1(89), 2021. pp. 80–87. [https://doi.org/10.32918/nrs.2021.1\(89\).09](https://doi.org/10.32918/nrs.2021.1(89).09) (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS – Q3).
63. Shevchenko, S. S. Mathematical modeling of centrifugal machines rotors seals for the purpose of assessing their influence on dynamic characteristics. "Mathematical Modeling and Computing" Lviv Polytechnic National University. Vol. 8, № 3 (2021) pp. 422 – 431. <https://doi.org/10.23939/mmc2021.03.422>. (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS – Q3).
64. Shevchenko, S. S. Mathematical modelling of dynamic system rotor - groove seals. Electronic Modeling. 2021. V. 43. No 3, pp.17 – 35. <https://doi.org/10.15407/emodel.43.03.017>
65. Shevchenko, S. S. (2022). General Approach to Modeling of Non-Contact Seals and their Effect on the Dynamics of a Centrifugal Machine Rotor. Journal of Mechanical Engineering, 25(1), 32–39. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.01.032>
66. Шевченко С.С. Загальні принципи та методика моделювання складних ущільнювальних систем. Електронне моделювання. 2022. Т. 44. № 2, с. 15–25. <https://doi.org/10.15407/emodel.44.02.015>
67. Yu Z, Shevchenko S, Radchenko M, Shevchenko O, Radchenko A. Methodology of Designing Sealing Systems for Highly Loaded Rotary Machines. Sustainability. 2022; 14(23):15828. <https://doi.org/10.3390/su142315828>. (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS – Q1)

Праці апробаційного характеру:

68. Марцинковский В.А., Шевченко С.С. Теоретические и экспериментальные исследования сальниковых уплотнений с повышенным ресурсом. Vorträge IX Int. Dichtungstagung. Dresden, 1990.
69. Шевченко С.С. Саморегулируемые сальниковые уплотнения. Труды 6 научно-технической конференции «Уплотнения и вибрационная надёжность центробежных машин». Сумы, 1991. С. 99–107.
70. Gaft J. Z., Zahorulko A., Martsynkovskyy V. A., Shevchenko S. S. Face packing seals: new opportunities for pump rotor hermetic sealing. Proc. of 16th International Conference on Fluid Sealing. Brugge, Belgium, 2000. P. 335–349. (фахове видання включене до міжнародної наукометричної бази Web of Science).
71. W. Marzinkovski, J. Gaft, S. Schewtschenko. Konstruktionen und Berechnung der Dichtungen mit Schwimmringen // Untersuchung und Anwendung von

- Dichtelementen: XII Internationales Dichtungskolloquium. – Vulkan-Verlag, Essen, 2001. S. 147–155.
72. V. Martsynkovskyy, J. Gaft, S. Shevchenko. Calculation of Flow and Power Losses to Friction in Radial Stuffing Box Seal // Seals and Sealing Technology in Machines and Devices: Proc. IX International Conference. – Wroclaw-Polanica Zdroj, 2001. – P. 108–115.
73. Шевченко С.С. Модель и расчет динамической системы «ротор – щелевые уплотнения». Доклад на II Международной научно-технической конференции «Динамика, прочность и моделирование в машиностроении». Харьков, 2020. С. 302-306.
74. Шевченко С.С. Анализ влияния специальных конструкций щелевых уплотнений на динамику центробежных машин. Доклад на 8 научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные исследования в современной науке». Харьков, 2020.
75. Shevchenko S.S. Centrifugal machines dynamic system "rotor –groove seals" mathematical model development. Зб. тез XXXIX науково-технічної конференції молодих вчених та спеціалістів ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2021. – с. 29-31.
76. Shevchenko S., Shevchenko O. General Approach to Modeling of Non-Contact Seals and their Effect on the Dynamics of a Centrifugal Machine Rotor and Environmental Safety. International Conference on Advanced Mechanical and Power Engineering (CAMPE-2021) Kharkiv, Ukraine.
77. Shevchenko S.S. General approach to modeling non-contact seals of centrifugal machines. Зб. тез XL науково-технічної конференції молодих вчених та спеціалістів ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2022. – с. 6-10.
78. Shevchenko S., Shevchenko O., Radchenko M. Assessment of Sealing Systems Impact on the Vibration and Environmental Safety of Rotary Machines. Proc. of the Interdisciplinary Conference on Mechanics, Computers and Electrics (ICMECE 2022), Barcelona, Spain, ID 427.

Винаходи:

79. Шевченко С. С. и др. Торцовое уплотнение. А. с. 1712717. 1991.
80. Шевченко С. С. Сальникове ущільнення валу. Патент UA 151398 U; F16J 15/18 опубл. 13.07.2022 р., бюл. №28 – заяв. у 2022 00856, 23.02.2022 р.
81. Шевченко С. С. Сальникове ущільнення валу. Патент UA 152297 U; F16J 15/18 опубл. 11.01.2023 р., бюл. №2 – заяв. у 202202341, 6.07.2022 р.