НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕНЕРГЕТИЦІ ІМ. Г.Є. ПУХОВА

ІВАНЮК ВІТАЛІЙ АНАТОЛІЙОВИЧ

УДК 519.876.5:004.942

МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ОБ’ЄКТАХ ІЗ РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ НА ОСНОВІ ОДНОВИМІРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Київ – 2020

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка МОН України.

Науковий консультант доктор технічних наук, професор
Федорчук Володимир Анатолійович,
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка МОН України,
завідувач кафедри інформатики.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Положаєнко Сергій Анатолійович,
Одеський національний політехнічний університет МОН України, завідувач кафедри комп'ютеризованих систем управління;

доктор технічних наук,
старший науковий співробітник
Винничук Степан Дмитрович,
Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України, завідувач відділу моделювання енергетичних процесів і систем;

доктор технічних наук, професор
Палагін Володимир Васильович,
Черкаський державний технологічний університет МОН України, завідувач кафедри радіотехніки, телекомунікаційних і робототехнічних систем.

Захист відбудеться «25» березня 2020 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.185.01 Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України за адресою: 03164, м. Київ, вул. Генерала Наумова, 15.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України за адресою: 03164, м. Київ, вул. Генерала Наумова, 15.

Автореферат розісланий 21 лютого 2020 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради В.В. Душеба

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Інтенсивний розвиток комп’ютеризованих засобів обробки інформації в сучасних керованих технічних системах характеризується постійно зростаючими вимогами до їх техніко-експлуатаційних характеристик. Функціонування відповідних технічних об’єктів забезпечується системами керування та контролю, що мають системи вимірювання, які повинні задовольняти сучасні вимоги щодо швидкодії, точності, надійності, завадостійкості тощо. Ці системи складають комп’ютерну (керуючу і контролюючу) частину керованої технічної системи, складність якої повинна бути обмеженою згідно з вимогами до надійності. Крім того, такі системи виконуються, як правило, у вмонтованому вигляді, що свідчить про наявність суттєвих обмежень на ресурси в разі такого виконання – розмір, вагу та ін. Вказані обмеження породжують відповідні вимоги до комп’ютерної частини, задоволення яких забезпечується обмеженнями щодо швидкодії і точності програмних засобів. У свою чергу, сучасне програмне забезпечення систем керування, контролю та вимірювання будується на основі (або з урахуванням) математичних моделей об’єктів керування, тобто суттєво залежить від складності цих моделей.

Значна частина об’єктів керування, як свідчить практика, відноситься до класу об’єктів із розподіленими параметрами. Основним класичним апаратом, який застосовується для математичного опису динаміки об’єктів із розподіленими параметрами, є апарат диференціальних рівнянь із частинними похідними. Застосування даних моделей, з урахуванням поставлених вище вимог та обмежених часових і апаратних ресурсів, у комп’ютеризованих системах керування, контролю та вимірювання є утрудненим, оскільки їх реалізація пов’язана зі складними обчислювальними процедурами і потребує великих обчислювальних ресурсів для забезпечення необхідної швидкодії.

Вирішення зазначеної проблеми може бути реалізоване через використання спрощених моделей. Такий підхід можливий, оскільки вихідні дані поставлених задач отримуються із певними похибками, в рамках яких моделі об’єктів керування можна будувати у спрощеному вигляді на основі еквівалентних та апроксимаційних перетворень базових моделей або на основі методів ідентифікації. Перспективним є використання інтегральних одновимірних моделей, які мають ряд позитивних властивостей: висока універсальність (структура моделі залишається незмінною, а властивості об’єкта задаються ядрами інтегрального оператора), згладжування експериментальних даних (можливість використання в реальних системах зі значним рівнем високочастотних спектрів шумів), можливість ефективної побудови макромоделей тощо. У випадку моделювання лінійних систем розподілені елементи зазвичай описуються інтегральними операторами Вольтерри. У моделюванні нелінійних систем можуть застосовуватись як моделі у вигляді інтегральних операторів з ядром Урисона або

Гаммерштейна, так і моделі у формі інтегро-степеневого ряду Вольтерри. Використання останніх дає змогу описати нелінійну динамічну систему в квазілінійному вигляді, що значно спрощує їх використання у вбудованих комп'ютеризованих системах. Таке подання дозволяє ефективно розв'язувати як задачі аналізу, так і задачі відновлення сигналів. У випадку розв'язування задач аналізу формою опису буде поліноміальний інтегральний оператор Вольтерри, а у випадку розв'язування задач відновлення сигналів – поліноміальне інтегральне рівняння Вольтерри першого роду, яке є класичним поданням у розв'язуванні такого класу задач.

Отже, у зв'язку з інтенсивним розвитком комп'ютеризованих керованих систем і суттєвим розширенням сфери їх застосування актуальною є науково-технічна проблема створення методів і засобів математичного та комп'ютерного моделювання динамічних процесів в об'єктах із розподіленими параметрами на основі одновимірних інтегральних моделей, що дозволяє враховувати ресурсні обмеження в побудові систем керування, контролю та вимірювання, які забезпечують процеси функціонування керованих технічних об'єктів.

Розробка методів моделювання об'єктів із розподіленими параметрами на основі інтегральних моделей пов'язана з необхідністю вирішення ряду наукових задач, зокрема: вдосконалення методів і засобів побудови інтегральних моделей на основі еквівалентних та/або апроксимаційних перетворень диференціальних рівнянь із частинними похідними; розробка методів ідентифікації моделей із врахуванням нелінійних залежностей та розподіленості параметрів; вдосконалення та розробка методів розв'язування задач аналізу на основі числової реалізації поліноміальних інтегральних моделей, у тому числі із сингулярними ядрами; розробка методів відновлення сигналів на вході нелінійних динамічних систем на основі розв'язування поліноміальних інтегральних рівнянь Вольтерри першого роду; вдосконалення пакетів прикладних програм моделювання (які орієнтовані на реалізацію переважно диференціальних моделей) для реалізації інтегральних моделей об'єктів із розподіленими параметрами.

У розвиток методів і засобів математичного та комп'ютерного моделювання динамічних об'єктів із розподіленими параметрами вагомий внесок було зроблено завдяки роботам Апарцина А. С., Бутковського А. Г., Верланя А. Ф., Дейнеки В. С., Жученка А. І., Євдокимова В. Ф., Кривоноса Ю. Г., Кубрака А. І., Павленка В. Д., Палагіна В. В., Пилипенка Н. В., Положаєнка С. А., Пупкова К. А., Рапопорта Э. Я., Сергієнка І. В., Сізікова В. С., Ситника О. О., Скопецького В. В., Солодуші С. В., Стояна В. А., Billings S. A, Borys A., Brunner H., Francis J Doyle, Isermann R., Liu Y., Ogunnaike B., Pearson R. та ін.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційне дослідження проводилось в рамках науково-дослідних робіт у Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка, що виконувались спільно з Інститутом проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України згідно з чинною угодою про спільну науково-освітню діяльність: «Математичне моделювання в задачах керування технологічними процесами» (№ держреєстрації 0113U004335), «Теоретичні основи та прикладні методи створення інтегрованих та розподілених засобів комп'ютерного моделювання для оптимального управління електромеханічними системами нафтогазодобувного, гірничого та транспортного обладнання» (шифр «Оптима», № держреєстрації 0107U000889), «Математичні методи і комп'ютерні засоби модельної підтримки розробок систем вимірювання і керування випробувальних стендів силових установок енергетичного і транспортного призначення» (шифр «Стан», № держреєстрації 0109U008340), «Створення методів і засобів математичного та комп'ютерного моделювання процесів інверсної обробки сигналів у вимірювальних каналах систем моніторингу енергетичних об'єктів» (шифр «Інверсія», № держреєстрації 0114U003949).

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є створення методів і засобів математичного моделювання динамічних процесів в об'єктах із розподіленими параметрами шляхом отримання і застосування спрощених динамічних моделей у вигляді одновимірних інтегральних операторів і рівнянь, що забезпечує високі завадостійкість та швидкодію, а також зниження складності алгоритмічної та програмної реалізації моделей у системах керування, контролю і вимірювання.

Для досягнення поставленої мети в роботі вирішуються такі науково-технічні задачі:

– аналіз сучасного стану проблеми математичного та комп'ютерного моделювання динамічних об'єктів із розподіленими параметрами та обґрунтування актуальності науково-технічної задачі;

– аналіз та розробка методів побудови інтегральних моделей динамічних процесів в об'єктах із розподіленими параметрами на основі еквівалентних та/або апроксимаційних перетворень;

– розробка та дослідження методів ідентифікації моделей нелінійних динамічних об'єктів у формі одновимірних поліноміальних інтегральних моделей Вольтерри;

– розробка методів та алгоритмів числової реалізації одновимірних поліноміальних інтегральних операторів Вольтерри на основі застосування квадратурних методів і методу розділених ядер;

– створення методів розв'язування обернених задач динаміки лінійних та нелінійних динамічних систем шляхом застосування регуляризаційних підходів до розв'язування поліноміальних інтегральних рівнянь Вольтерри першого роду;

– розробка структури і модулів програмної моделюючої системи та її апробація шляхом обчислювальних експериментів у розв'язуванні модельних і практичних задач.

Об'єктом дослідження є динамічні процеси в об'єктах із розподіленими параметрами.

Предметом дослідження є методи математичного та комп’ютерного моделювання динамічних процесів в об’єктах із розподіленими параметрами на основі одновимірних інтегральних моделей.

Методи дослідження. Для вирішення поставлених задач у дисертації використано: методи математичного моделювання динамічних систем для побудови та дослідження моделей; елементи теорії інтегральних рівнянь, методи еквівалентних перетворень для отримання одновимірних інтегральних моделей; методи обчислювальної математики для числової реалізації математичних моделей; методи розв’язування обернених задач динаміки для ідентифікації моделей та відновлення вхідних сигналів; методи програмної інженерії в розробці програмного комплексу; методи обчислювального експерименту для числового дослідження математичних моделей.

Наукова новизна одержаних результатів. У процесі вирішення визначених задач у роботі отримано такі наукові результати:

вперше запропоновано:

– адаптивний метод ідентифікації моделей нелінійних динамічних систем у формі інтегро-степеневих рядів Вольтерри, що полягає в адаптації процесу проведення серії активних експериментів до необхідного рівня адекватності моделей та заміни ряду результатів інтерполяційними даними, що дозволяє суттєво зменшити кількість необхідних експериментів у порівнянні з традиційним підходом;

– метод числової реалізації поліноміальних операторів Вольтерри із застосуванням апроксимації багатовимірних ядер функціями у вигляді суми добутків незалежних змінних, що дозволяє зменшити на порядок кількість необхідних обчислювальних процедур;

– регуляризаційний метод розв’язування інтегральних рівнянь Вольтерри першого роду, в тому числі поліноміальних, на основі введення диференціального регуляризаційного оператора, що дозволяє підвищити ефективність процесу відновлення сигналів на вході динамічних об’єктів у разі наявності шумових завад;

удосконалено:

– базовий набір структурних елементів динамічних об’єктів із розподіленими параметрами, які подаються у вигляді передатних функцій та інтегральних операторів, до якого долучено ірраціональні ланки (напівінтегральну, напівінерційні, напівколивальну, напівзапізнення), що дозволяє на основі структурно-алгоритмічного підходу, аналогічно до об’єктів із зосередженими параметрами, здійснювати синтез моделей об’єктів із розподіленими параметрами;

– метод багаторазового диференціювання експериментально-отриманих залежностей на основі диференціювання апроксимацій результатів експериментів поліномами та експоненціальними функціями, що дає змогу отримувати стійкі до високочастотних завад результати і допускає використання тестових сигналів східчастого типу в ідентифікації моделей нелінійних динамічних систем у формі інтегро-степеневих рядів Вольтерри;

– метод числової реалізації поліноміального оператора Вольтерри на основі методу квадратур шляхом застосування векторно-матричного підходу до апроксимації інтегральних операторів, який орієнтований на ефективну програмну реалізацію, що дозволяє створити універсальний спосіб програмної реалізації поліноміальних інтегральних операторів довільного порядку;

– методи розв’язування прямих та обернених задач динаміки об’єктів із розподіленими параметрами на основі застосування одновимірних інтегральних моделей шляхом введення регуляризаційного параметра в сингулярне ядро інтегральної моделі Вольтерри (в тому числі і поліноміальної), що дозволяє отримати інтегральну модель з ядрами без особливостей;

набули подальшого розвитку:

– методи апроксимації багатовимірних функцій на основі застосування методу найменших квадратів (метод апроксимації на основі степеневих функцій та метод експоненціальної апроксимації), що дозволяє здійснювати апроксимацію ядер інтегральних моделей ядрами, які розділяються;

– засоби комп’ютерного моделювання на основі розробленого комплексу програмних засобів побудови та дослідження інтегральних моделей динамічних об’єктів, що розширює можливості серійних пакетів комп’ютерного моделювання сумісних із MATLAB/Simulink.

Практичне значення одержаних результатів визначається тим, що створені методи та засоби математичного моделювання процесів динаміки в об’єктах із розподіленими параметрами на основі одновимірних інтегральних моделей використовуються в розробці математичного та програмного забезпечення комп’ютеризованих систем керування, контролю та вимірювання, які забезпечують процеси функціонування керованих технічних об’єктів. Розроблений у середовищі MATLAB пакет прикладних програм на основі створених методів може ефективно використовуватись як у лабораторних дослідженнях, так і в реальних системах керування, контролю та вимірювання. Істотне прикладне значення має розроблений набір таких видів вимірювальних перетворювачів, які набули широкого практичного застосування. Результати роботи можуть знайти застосування в наукових дослідженнях, а також в освітньому процесі закладів вищої освіти.

Створені методи та засоби математичного та комп'ютерного моделювання використано в розв'язуванні ряду практичних задач, зокрема, в задачі відновлення сигналу на вході вимірювального перетворювача температури для оперативного контролю температурного режиму електронних компонент. Результати дисертаційного дослідження прийнято до впровадження: в ТзОВ «Мережа Ланет» для моніторингу температурних режимів роботи об’єктів інформаційно-обчислювальних систем, зокрема комутаційного та магістрального обладнання комп’ютерних мереж; ТзОВ «Лагідком» – у проєктуванні вимірювальних комплексів контролю температурних режимів чипів комутаторів доступу та агрегації, що дозволило підвищити ефективність процесів контролю та керування інформаційно-телекомунікаційними системами; ТзОВ «Імпульс» ТРК «Імпульс ТБ» – у проєктуванні апаратно-програмних засобів автоматизованої підтримки комутаційного та магістрального обладнання інформаційно-комп’ютерних мереж. Також результати дисертаційної роботи використовуються у Кам’янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка для вдосконалення теоретико-методологічного забезпечення освітнього процесу та під час виконання науково-дослідних робіт.

Особистий внесок здобувача. Усі результати дисертаційної роботи, що винесені на захист, автор отримав самостійно. Роботи [21], [7], [8], [25], [39], [41], [42] написано самостійно. В опублікованих роботах у співавторстві особисто дисертанту належать: [1] – розділ 3, підрозділи 1.3-1.6, 2.1-2.2, 5.6; [2] – структурний регуляризаційний метод диференціювання сигналів; [3] – досліджено метод зведення багатовимірної задачі теплопровідності до сукупності одновимірних задач; [4] – побудовано інтегральні моделі нестаціонарних задач теплопровідності та запропоновано алгоритм їх числової реалізації; [5] – досліджено метод ідентифікації динамічних систем в інтегральній формі на основі пасивних експериментів; [6] – розроблено методи побудови моделей об’єктів із розподіленими параметрами на основі ланцюгово-дробової апроксимації ірраціональних передатних функцій та диференціально-різницевих моделей; [10, 27] – розроблено метод розв’язування інтегральних рівнянь на основі ланцюгово-дробової апроксимації; [11] – розроблено метод реалізації ірраціональних передатних функцій у моделюванні об’єктів із розподіленими параметрами; [12, 43] – удосконалено метод ідентифікації моделей нелінійних динамічних систем у формі поліноміального оператора Вольтерри на основі застосування метода найменших квадратів у диференціюванні результатів експериментів; [13, 31] – удосконалено метод ідентифікації моделей нелінійних динамічних систем у формі поліноміального оператора Вольтерри на основі застосування диференціювання результатів експериментів фігурою обертання; [14, 26, 30] – розроблено модель ідентифікації нелінійних динамічних систем у формі поліноміального оператора Вольтерри; [9, 46] – розроблено метод обернених операторів відновлення сигналів на вході динамічних систем; [15, 33] – запропоновано підхід вибору оптимальної моделі динамічних об’єктів; [16] – розширено базовий набір моделей ланок динамічних об’єктів із розподіленими параметрами, який орієнтований на структурно-алгоритмічну реалізацію; [17, 34, 36] – розроблено адаптивний метод ідентифікації моделей у формі поліноміальних інтегральних операторів Вольтерри; [22, 32] – розроблено метод зведення реалізації поліноміальних інтегральних операторів до поелементного множення; [18] – досліджено метод ідентифікації моделей об’єктів із розподіленими параметрами на основі рівняння Вінера-Гопфа; [19] – розроблено регуляризаційний метод розв’язування поліноміальних інтегральних рівнянь Вольтерри першого роду; [20, 28, 29] – розроблено метод відновлення сигналів на вході нелінійних динамічних об’єктів на основі розв’язування поліноміального рівняння Вольтерри першого роду другого степеня; [23] – досліджено структурний метод відновлення вхідних сигналів на вході динамічних систем; [24] – розроблено метод реалізації інтегральних моделей на основі ланцюгово-дробової апроксимації; [35] – проведено аналіз методів чисельного диференціювання експериментальних залежностей; [37] – розроблено метод ідентифікації нелінійних динамічних об’єктів на основі детермінованих ступінчатих вхідних сигналів у формі поліноміальних операторів Вольтерри; [38, 45] – удосконалено метод диференціювання сигналів на основі регуляризаційного підходу; [40] – підготовлено розділи 1-2; [44] – досліджено метод побудови поліноміальних інтегральних операторів на основі еквівалентних перетворень.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертації було оприлюднено й обговорено на таких конференціях: Міжнародна конференція «Інтегральні рівняння-2009» (Київ, 2009), ІІІ міжнародна науково-практична конференція «Моделювання в електротехніці, електроніці і світлотехніці» (Київ, 2010), V міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації» (Кам’янець-Подільський, 2012), VI Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації» (Кам’янець-Подільський, 2014), Міжнародний науковий семінар «Інтегральні рівняння в математичному та комп'ютерному моделюванні» (Київ, 2014), V Міжнародна конференція «Моделювання в електротехніці, електроніці та світлотехніці» (Київ, 2014), XXXIII науково-технічна конференція «Моделювання» (Київ, 2014), Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів» (Рівне, 2015), V Міжнародна науково-практична конференція «Обробка сигналів і негаусівських процесів», присвячена пам’яті професора Ю.П. Кунченка (Черкаси, 2015), 5th International Conference on Application of Information and Communication Technology and Statistics in Economy and Education (ICAICTSEE – 2015) (Sofia, Bulgaria, 2015), Науково-технічна конференція молодих вчених та спеціалістів Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова (Київ, 2016), Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації» (Кам’янець-Подільський, 2016), 7th International Conference on Application of Information and Communication Technology and Statistics in Economy and Education (ICAICTSEE-2017) (Sofia, Bulgaria, 2017), Міжнародна наукова конференція «Питання оптимізації обчислень» (ПОО-XLIV), присвячена 60-річчю від дня заснування Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України (Кам’янець-Подільський, 2017), 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET-2018) (Lviv-Slavske, Ukraine, 2018), 8-ма Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації», присвячена 100-річчю Національної академії наук України та 100-річчю Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка (Кам'янець-Подільський, 2018), Шоста міжнародна наукова конференція «Моделювання-2018», яку приурочено до 100-річчя від дня утворення Національної академії наук України та річниці з дня народження академіка НАН України Пухова Георгія Євгеновича (Київ, 2018), Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання» (Івано-Франківськ – Яремче, 2019), ІІІ Міжнародна науково-практична конференція НІСТ`2019 «Наукоємні технології в інфокомунікаціях» (Харків – Кам'янець-Подільський, 2019), Міжнародний науковий симпозіум «Питання оптимізації обчислень (ПОО-XLVI)», присвячений 50-річчю від дня проведення І симпозіуму та літньої математичної школи з питань точності та ефективності обчислювальних алгоритмів (Київ, 2019).

Публікації. За результатами виконаних теоретичних і експериментальних досліджень опубліковано 46 наукових робіт, з них: 1 монографія, 21 стаття в наукових фахових виданнях України, що входять до переліку, затвердженого МОН України, 6 статей у виданнях, які включені до міжнародних наукометричних баз, 15 публікацій у працях і матеріалах наукових конференцій, 2 публікації в закордонних виданнях, 1 публікація у збірнику наукових праць, який включено в міжнародні наукометричні бази Scopus та Web of Science, 7 публікацій підготовлено одноосібно, англійською мовою – 8 публікацій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел та 4 додатків. Загальний обсяг роботи становить 419 сторінок, із них основного тексту дисертації − 281 сторінка, 132 рисунки, 36 таблиць, список використаних джерел включає 281 найменування та займає 28 сторінок, обсяг додатків складає 60 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність напряму досліджень, сформульовано мету і завдання дослідження, визначено наукову новизну отриманих результатів і практичну цінність роботи, відображено зв'язок дисертаційної роботи з науковими програмами, наведено дані апробації, публікації та практичне застосування результатів досліджень.

Перший розділ присвячено аналізу існуючих підходів до математичного та комп'ютерного моделювання динамічних процесів в об'єктах із розподіленими параметрами в розв'язуванні задач керування, контролю та вимірювання на основі одновимірних інтегральних моделей.

Типові розподілені об'єкти керування або контролю можна розглядати як розподілений блок, під яким розуміють пристрій довільної природи із виділеними в його структурі вхідним впливом $x(\zeta,t)$ і вихідним сигналом $y(\xi,t)$. Таке представлення розподіленого об'єкта є зручним у структурно-алгоритмічному моделюванні систем із розподіленими параметрами, аналогічно до підходу в моделюванні систем із зосередженими параметрами, та значно спрощує класичні представлення моделей у формі диференціальних рівнянь із частинними похідними. Опис співвідношення між вхідним та вихідним сигналами в лінійних об'єктах із розподіленими параметрами можна представити інтегральною моделлю у вигляді

$$y(\xi,t)=\int_0^t K(\xi,\zeta,t,s)\,x(\zeta,s)\,ds, \tag{1}$$

де $x(\zeta,t)$ – вхідний вплив у точці ζ, $y(\xi,t)$ – вихідний сигнал у точці ξ, $K(\xi,\zeta,t,s)$ – ядро інтегрального оператора, що є ваговою (імпульсною перехідною) функцією об'єкта. Важливим для практики є випадок, коли об'єкт є ще і стаціонарним, тоді модель (1) буде визначатися різницевим ядром

$$y(\xi,t)=\int_0^t K(\xi,\zeta,t-s)\,x(\zeta,s)\,ds. \tag{2}$$

Опис динамічних процесів у нелінійних об'єктах із розподіленими параметрами в інтегральній формі може здійснюватися нелінійними інтегральними операторами, але через труднощі побудови таких моделей доцільним є використання спрощених моделей у вигляді поліноміальних операторів Вольтерри:

$$y(\xi,t)=\sum_{m=1}^{n}\underbrace{\int_0^t\dots\int_0^t}_{m} K_m(\xi,\zeta,s_1,\dots,s_m)\prod_{i=1}^{m}x(\zeta,t-s_i)\,ds_i,\ t\in[0,T], \tag{3}$$

де $K_m(\xi,\zeta,s_1,\dots,s_m)$ – багатовимірні ядра, $x(\zeta,t)$, $y(\xi,t)$ – вхідний і вихідний сигнали прикладені відповідно в точках ζ і ξ розподіленого об'єкта, n – деяке натуральне число, T – час перехідного процесу.

Інтегральні моделі (2) і (3) є базовими в розв'язуванні прямих задач моделювання (задач аналізу) лінійних та нелінійних динамічних об'єктів відповідно. У випадку розв'язування обернених задач (відновлення сигналів, пошук керуючих впливів) отримуються моделі у формі інтегральних рівнянь Вольтерри. На основі інтегрального оператора (2) отримується інтегральне рівняння Вольтерри першого роду

$$\int_0^t K(\xi,\zeta,t-s)\,x(\zeta,s)\,ds=y(\xi,t), \tag{4}$$

де $y(\xi,t)$ – заданий вихідний сигнал у точці ξ, $x(\zeta,t)$ – шуканий вхідний вплив у точці ζ. У розв'язуванні обернених задач моделювання динамічних процесів у нелінійних об'єктах із розподіленими параметрами отримується поліноміальне інтегральне рівняння Вольтерри першого роду, зокрема поліноміальне рівняння Вольтерри першого роду другого степеня:

$$\int_0^t K_1(\xi,\zeta,s)x(\zeta,t-s)ds + \int_0^t\int_0^t K_2(\xi,\zeta,s_1,s_2)x(\zeta,t-s_1)x(\zeta,t-s_2)ds_1ds_2 = y(\xi,t), \quad (5)$$

де $y(\xi,t)$ – вихідний сигнал на виході нелінійного динамічного об'єкта, $x(\zeta,t)$ – шуканий вхідний сигнал.

Висока універсальність, властивість згладжування експериментальних даних, ефективна побудова макромоделей визначають переваги інтегральних моделей. Але зауважимо, що використання інтегральних моделей у моделюванні об'єктів із розподіленими параметрами породжує ряд задач, які пов'язані з проблемами побудови таких моделей на основі еквівалентних, апроксимаційних чи ідентифікаційних методів, а також із проблемами розв'язування як прямих, так і обернених задач.

У другому розділі розглянуто методи побудови спрощених інтегральних моделей динамічних об'єктів із розподіленими параметрами на основі еквівалентних та/або апроксимаційних перетворень.

Найбільш типовими підходами до перетворень диференціальних моделей із частинними похідними в інтегральні є методи функції Гріна, інтегральних перетворень, інтегральних представлень. Застосування даних методів через різноманітність постановки задач, а також крайових та початкових умов ґрунтовно не досліджено та має особливості у розв'язуванні різних задач. У застосуванні зазначених методів отримуються інтегральні моделі із ядрами, які містять сингулярність або нескінченні суми. Тому в розв'язуванні прямих та обернених задач виникає необхідність зведення таких моделей до «зручного», в плані числової реалізації, вигляду на основі використання інтерполяційних, апроксимаційних і регуляризаційних методів. Застосування диференціально-різницевих апроксимацій до базових моделей дозволяє отримати інтегральні моделі у вигляді дробово-раціональних передатних функцій високого порядку, пониження степеня яких пропонується здійснювати на основі ланцюгово-дробової апроксимації. Також ефективним підходом для отримання інтегральних моделей є їх ідентифікація на основі застосування методу обчислювальних експериментів шляхом розв'язування (із високою точністю) диференціальних рівнянь із частинними похідними в математичних пакетах прикладних програм.

Досвід застосування структурно-алгоритмічного методу у створенні сучасних спеціалізованих пакетів прикладних програм свідчить про те, що для синтезу моделей певного класу об'єктів доцільно використовувати базовий набір моделей і алгоритмів. У такому випадку досягається максимальна формалізація процедури організації обчислювального процесу.

На основі аналізу широкого спектру задач для об’єктів із розподіленими параметрами, аналогічно до об’єктів із зосередженими параметрами (які можна описати інтегральною, інерційною або коливальною ланками), пропонується виділити такі базові типові ірраціональні та трансцендентні ланки: напівінтегральну, напівінерційну 1-го та 2-го типу, напівколивальну, запізнення та напівзапізнення. У таблиці 1 подано основні характеристики зазначених ланок, а саме їх передатні функції та моделі у формі інтегрального оператора. Даний набір є основою для вдосконалення засобів імітаційного моделювання, які не містять блоків для моделювання динамічних об’єктів із розподіленими параметрами.

Основним підходом до моделювання динамічних об’єктів, представлених складними передатними функціями (таблиця 1) є застосування методів апроксимації з метою спрощення математичних моделей із забезпеченням вимог до їх адекватності. Запропоновано здійснювати дробово-раціональну апроксимацію таких передатних функцій за допомогою ланцюгових дробів, оскільки вони мають важливу властивість – збігаються швидше, ніж інші послідовні ряди і містять більше важливих характеристик об’єктів у декількох перших членах ряду.

Таблиця 1

Набір типових ірраціональних та трансцендентних ланок

Назва ланки	Передатна функція	Інтегральний оператор
Напів-інтегральна	$\frac{k}{\sqrt{p}}$	$y(t)=\int_0^t \frac{k}{\sqrt{\pi(t-s)}}x(s)ds$
Напів-інерційна 1-го типу	$\frac{k}{1+\sqrt{pT}}$	$y(t)=\int_0^t \frac{k}{T}\left(\sqrt{\frac{T}{\pi(t-s)k}}-e^{\frac{t-s}{T}}erfc\sqrt{\frac{t-s}{T}}\right)x(s)ds$
Напів-інерційна 2-го типу	$\frac{1}{\sqrt{p+a}}$	$y(t)=\int_0^t \frac{1}{\sqrt{\pi(t-s)}}e^{-a(t-s)}x(s)ds$
Напів-коливальна	$\frac{1}{\sqrt{p^2+ap+b}}$	$y(t)=\int_0^t e^{\left(-\frac{1}{2}a(t-s)\right)}J_0\left[\left(b-\frac{1}{4}a^2\right)^{\frac{1}{2}}(t-s)\right]x(s)ds$
Запізнення	$e^{-p\tau}$	$y(t)=\int_0^t \delta(t-s-\tau)x(s)ds$
Затухання (напів-запізнення)	$e^{-\sqrt{pT_0}}$	$y(t)=\int_0^t 0.5\sqrt{\frac{T_0}{\pi(t-s)^3}}e^{-\frac{T_0}{4(t-s)}}x(s)ds$

У моделюванні лінійних систем використання моделей, заданих в явному вигляді (передатні функції, інтегральні оператори), дозволяє побудувати опис складної системи на основі заданої структурної схеми. Для нелінійних систем такі ж переваги дає застосування рядів Вольтерри, які також дають явний зв'язок між вхідними і вихідними сигналами при різних типах з'єднань структурних елементів: паралельне з'єднання відповідає сумі відповідних ядер; послідовне з'єднання – композиції інтегральних операторів; з'єднання зі зворотним зв'язком – рівнянню Вольтерри другого роду. Розглянемо випадок, коли нелінійна динамічна система має вигляд, представлений на рис. 1, де $A\big(x(t)\big)$ та $F\big(u(t)\big)$ – відповідно лінійна та нелінійна складові. Математичний опис нелінійної частини має вигляд: $F\big(u(t)\big) = au + bu^2 \quad (a,b \in R),$ тобто макромодель вказаної системи можна точно описати рядом Вольтерри (3) із двома членами. Наприклад, поліноміальний оператор Вольтерри другого степеня за умови, що в лінійній частині знаходиться ланка напівзатухання, буде мати вигляд

$$y(t) = \int_0^t 0.5\sqrt{\frac{1}{\pi s^3}} e^{-\frac{1}{4s}} x(t-s)\,ds + \int_0^t\int_0^t \frac{0.25}{\pi}\sqrt{\frac{1}{s_1^3 s_2^3}} e^{-\frac{s_1+s_2}{4s_1s_2}} x(t-s_1)\,x(t-s_2)\,ds_1 ds_2. \quad (6)$$

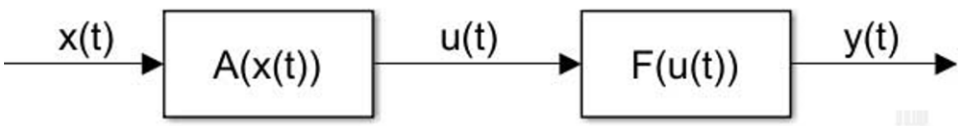


Рис. 1. Структурна схема моделі нелінійного динамічного об'єкта

Однією з основних проблем у числовій реалізації інтегральних моделей є накопичення кількості обчислень. Виходом із цієї ситуації, якщо це можливо, є розділення ядер. Даний підхід розглянемо на прикладі розділення ядер поліноміального інтегрального оператора третього степеня

$$\begin{aligned} y(t) = &\int_0^t K_1(t,s)\,x(s)\,ds + \int_0^t\int_0^t K_2(t,s_1,s_2)\,x(s_1)\,x(s_2)\,ds_1 ds_2 + \\ &+\int_0^t\int_0^t\int_0^t K_3(t,s_1,s_2,s_2)\,x(s_1)\,x(s_2)\,x(s_3)\,ds_1 ds_2 ds_3. \end{aligned} \quad (7)$$

Запропоновано подавати ядра оператора (7) у виродженій формі

$$K_1(t,s) = \sum_{i=1}^{m_1} \alpha_i'(t)\,\beta_i'(s), \; K_2(t,s_1,s_2) = \sum_{i=1}^{m_2} \alpha_i''(t)\,\beta_i''(s_1,s_2),$$

$$K_3(t,s_1,s_2,s_3) = \sum_{i=1}^{m_3} \alpha_i'''(t)\,\beta_i'''(s_1,s_2,s_3),$$

після чого отримуємо ефективне в обчислювальному сенсі представлення поліноміального інтегрального оператора

$$y(t)=\sum_{i=1}^{m_1}\alpha_i'(t)\int_0^t\beta_i'(s)x(s)ds+\sum_{i=1}^{m_2}\alpha_i''(t)\int_0^t\int_0^t\beta_i''(s_1,s_2)x(s_1)x(s_2)ds_1ds_2+$$
$$+\sum_{i=1}^{m_3}\alpha_i'''(t)\int_0^t\int_0^t\int_0^t\beta_i'''(s_1,s_2,s_3)x(s_1)x(s_2)x(s_3)ds_1ds_2ds_3. \quad (8)$$

Якщо таке представлення ядер здійснити прямим переходом не вдається, запропоновано застосовувати їх апроксимацію.

Для апроксимації ядра двох змінних розроблено достатньо методів, але для багатовимірних функцій (ядер поліноміальних операторів вище першого степеня) таких методів та засобів немає. Запропоновано метод розділення ядер Вольтерри поліноміальними представленнями багатовимірних функцій на основі методу найменших квадратів. В основі методу лежить поетапне застосування методу найменших квадратів до кожного виміру ядра.

В одновимірному випадку функція будується у вигляді полінома

$$K(t)\approx\sum_{k=0}^{n}a_kt^k, \quad (9)$$

а у двовимірному випадку апроксимація здійснюється виразом виду

$$K(t,s)\approx\sum_{k=0}^{n}a_l(s)t^k=\sum_{k=0}^{n}a_kt^k\sum_{l=0}^{k}a_ls^l, \quad (10)$$

де a_l, a_k – шукані коефіцієнти. У загальному випадку апроксимаційне представлення має вигляд:

$$K(t,s_1,...,s_p)\approx\sum_{k=0}^{n}a_p(s_1,...,s_p)t^k, \quad (11)$$

де a_p – поліноми від змінних $s_1,...,s_p$.

Застосування методів апроксимації також буде ефективним і в ідентифікації моделей Вольтерри на основі детермінованих сигналів, де однією з основних проблем є стійкість чисельного диференціювання.

Третій розділ присвячено методам ідентифікації моделей динамічних процесів в об’єктах із розподіленими параметрами в інтегральній формі.

На сьогодні є багато методик ідентифікації лінійних і нелінійних динамічних об’єктів із розподіленими параметрами у вигляді параметричних та непараметричних моделей на основі застосування детермінованих або стохастичних підходів. Застосування параметричних моделей потребує обов’язкового початкового аналізу об’єкта дослідження та визначення виду моделі. Для моделей у вигляді передатних функцій розглянуто детермінований і стохастичний підходи їх побудови на основі застосування перетворення Лапласа з апроксимацією перехідної характеристики та застосування моментів Пуассона відповідно. Результатом застосування даних методів є моделі у вигляді дробово-раціональних передатних функцій, які для забезпечення адекватності повинні бути високого степеня. Аналогічні труднощі виявляються в побудові моделей у вигляді диференціальних рівнянь.

У багатьох випадках більш доцільним є застосування методів ідентифікації непараметричними моделями у вигляді інтегральних операторів, які дозволяють будувати моделі об’єктів, що розглядаються у вигляді «чорного ящика». Процес ідентифікації моделей лінійних динамічних об’єктів із розподіленими параметрами шляхом кореляційного аналізу результатів проведених експериментів та вхідних впливів досліджено при побудові інтегрального оператора Вінера-Гопфа. Для отримання адекватних моделей такий підхід потребує проведення великої кількості експериментів.

Універсальним підходом до моделювання нелінійних динамічних об’єктів є застосування моделей у формі інтегральних рядів Вольтерри. Відомі методи побудови таких моделей орієнтовані як на опис у частотній області, так і в часовій. В ідентифікації ядер Вольтерри застосовують різні комбінації тестових сигналів, які базуються, зазвичай, на сигналах типу «білий шум», дельта функції, функції Гевісайда. У застосуванні цих методів вирізняють дві ключові проблеми: диференціювання експериментально отриманих залежностей, які містять шумові складові, особливо ця проблема виявляється в диференціюванні вище першого порядку; необхідність проведення значної кількості експериментів для побудови ядер Вольтерри, причому кількість експериментів зростає в показниковій залежності відносно розмірності ядра. Зазначені проблеми, в багатьох випадках, унеможливлюють використання апарату рядів Вольтерри в дослідженні процесів у нелінійних динамічних об’єктах.

У роботі використано метод, відповідно до якого ідентифікація ядер Вольтерри здійснюється на основі комбінації детермінованих ступінчатих впливів з амплітудою *A*. Ядра визначено на основі однорідних регулярних операторів *n*-го степеня.

Вагова функція лінійної частини (ядро однорідного оператора першого степеня) визначається експериментально, якщо в якості вхідного сигналу обрати ступінчатий вплив з амплітудою *A*, тобто $x(t) = A \cdot 1(t)$. Отже, виконавши диференціювання рівності

$$\int_0^t K_1(s) A \cdot 1(t-s) ds = A \int_0^t K_1(s) ds = f(t), \tag{12}$$

отримаємо:

$$K_1(t) = \frac{1}{A} \frac{df(t)}{dt}. \tag{13}$$

Ядро інтегрального оператора другого степеня визначається на основі ряду східчастих вхідних сигналів відповідно до рис. 2.а, де $x_1(t_1) = A \cdot 1(t - T_1)$, $x_2(t_2) = A \cdot 1(t - T_2)$ ($T_1 = 0$, $T_2 \in [0 : h : T]$ – величина зміщення в часі ступінчатого сигналу). При різних значеннях T_2 на основі рівності

$$2A^2 \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} K_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2 = f_2(t_1, t_2), \tag{14}$$

здійснивши подвійне диференціювання $f_2(t_1,t_2)$, отримуємо ядро

$$K_2(t_1,t_2)=\frac{1}{2A^2}\frac{\partial^2 f_2(t_1,t_2)}{\partial t_1 \partial t_2}. \quad (15)$$

При ідентифікації інтегрального оператора третього степеня застосовується структурна схема, подана на рис. 2.б. Східчасті вхідні сигнали визначаються різними значеннями T_1, T_2, T_3: $x_1(t_1)=A\cdot 1(t-T_1)$, $x_2(t_2)=A\cdot 1(t-T_2)$, $x_3(t_3)=A\cdot 1(t-T_3)$. Ядро визначається шляхом диференціювання отриманої багатовимірної функції

$$K_3(t_1,t_2,t_3)=\frac{1}{3!A^3}\frac{\partial^3 f_3(t_1,t_2,t_3)}{\partial t_1 \partial t_2 \partial t_3}. \quad (16)$$

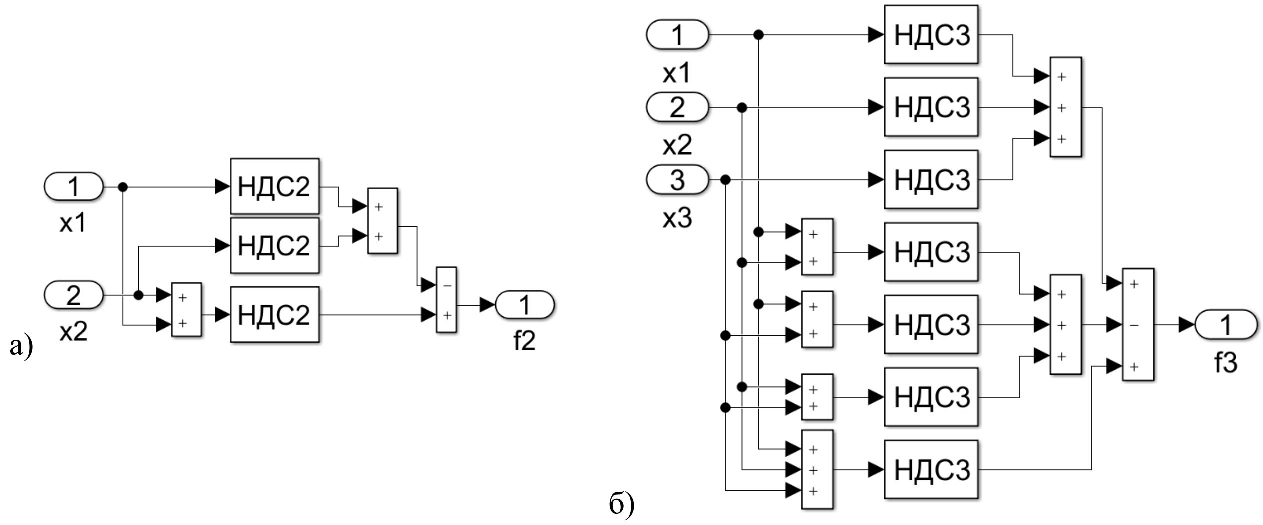


Рис. 2. Структурні схеми для ідентифікації поліноміальних операторів: а) другого степеня; б) третього степеня

Для розв’язання проблеми диференціювання експериментальних даних, за наявності шумових завад, запропоновано застосовувати аналітичне диференціювання функціональних залежностей. Основою цього методу є розглянутий вище метод апроксимації багатовимірних функцій. Диференціювання одновимірної функції здійснюється на основі (9) у вигляді

$$K_1(t_1)=\frac{df(t_1)}{dt_1}\approx\sum_{k=0}^{n} k a_k t_1^{k-1}, \quad (17)$$

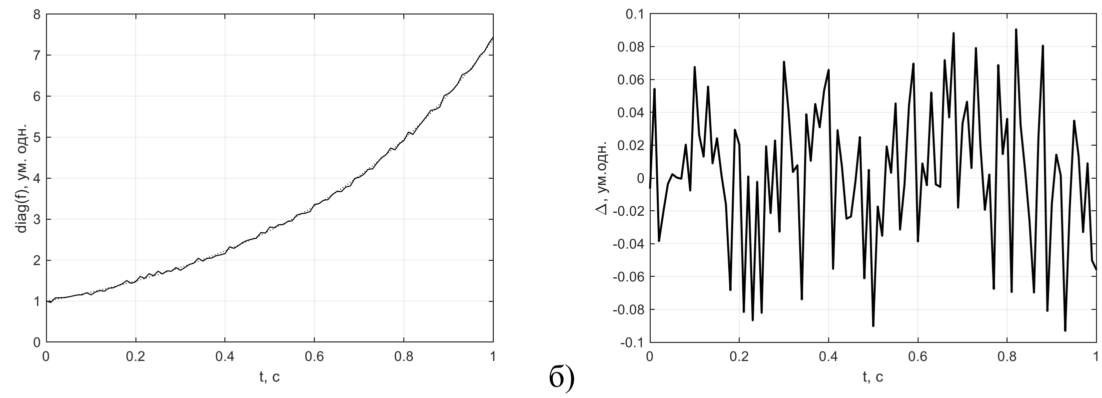
а двовимірної функції – на основі (10) у вигляді

$$K_2(t_1,t_2)=\frac{\partial^2 f(t_1,t_2)}{\partial t_1 \partial t_2}\approx\sum_{k=0}^{n}\left(k a_k t_1^{k-1}\sum_{l=0}^{k} l a_l t_2^{l-1}\right), \quad (18)$$

де a_l, a_k – коефіцієнти, знайдені на основі застосування відповідних апроксимаційних представлень. Крім даного підходу також розглядаємо метод знаходження похідної шляхом апроксимації експоненціального типу

$Q(t_1,t_2,...t_n)=e^{P_1(t_1)+P_2(t_2)+...+P_n(t_n)}$, де $P_1(t_1),P_2(t_2),...,P_n(t_n)$ – деякі поліноми відносно $t_1,t_2,...,t_n$ відповідно.

На рис. 3 подано результати розв’язування модельної задачі оцінки диференціювання експериментально отриманих залежностей при побудові ядра другого порядку у вигляді графіків діагонального перерізу матриці результату диференціювання (рис. 3.а) та його похибку (рис. 3.б). Отримані результати демонструють високу точність диференціювання, а в кінцевому результаті отримано ядра, що розділяються.



а) б)

Рис. 3. Результати оцінки диференціювання експериментально отриманих залежностей при побудові ядра другого порядку: а) графіки діагонального перерізу ядра другого порядку (—— – наближене значення, …… – точне значення); б) графік похибки отримання діагонального перерізу матриці ядра другого порядку

Для зменшення кількості експериментів запропоновано метод ідентифікації рядів Вольтерри на основі адаптивного підбору серії експериментів. Суть даного методу розглянемо на прикладі ідентифікації однорідного поліноміального оператора Вольтерри другого степеня.

Під час реєстрації результатів експериментів формується квадратна матриця:

$$F=\begin{bmatrix} f_{1,1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ f_{2,1} & f_{2,2} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{i-1,1} & f_{i-1,2} & \dots & f_{i-1,i-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ f_{i,1} & f_{i,2} & \dots & f_{i,i-1} & f_{i,i} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ f_{i+1,1} & f_{i+1,2} & \dots & f_{i+1,i-1} & f_{i+1,i} & f_{i+1,i+1} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n-1,1} & f_{n-1,2} & \dots & f_{n-1,i-1} & f_{n-1,i} & f_{i+1,i+1} & \dots & f_{n-1,n-1} & 0 \\ f_{n,1} & f_{n,2} & \dots & f_{n,i-1} & f_{n,i} & f_{n,i+1} & \dots & f_{n,n-1} & f_{n,n} \end{bmatrix}.$$

Кожний стовпець матриці, відповідно до розбиття за часом із кроком *h*, відображає результат *i*-го експерименту, який проводиться при вхідних впливах $x_1(t)=1(t)$ і $x_2(t)=1(t-T_{2,i})$, де $T_{2,i}$ $(i=\overline{1,n})$ елемент вектора $T_2=[0:h:T]$, який визначає величину зміщення в часі ступінчатого сигналу. Згідно з алгоритмом побудови ядра для однорідного регулярного оператора другого степеня в матрицю заносяться результати експериментів, які враховують тільки вплив нелінійності, без врахування лінійних складових. Це призводить до того, що матриця буде мати вигляд нижньотрикутної.

В основі запропонованого методу лежить властивість, яка полягає в тому, що вплив нелінійності на результати різних експериментів є однаковим (у межах заданої похибки), але зміщеним у часі, відповідно до зміщення ступінчатого вхідного сигналу. Тобто результати, які подані у стовпцях, наприклад, i-ому ($f_{i,i}, f_{i+1,i}, f_{i+2,i},\ldots$) та j-ому ($f_{j,j}, f_{j+1,j}, f_{j+2,j},\ldots$), повинні задовольняти умову

$$\left\| f_i, f_j \right\| = \sqrt{\sum_g \left(\frac{d^2 f_{i+g,i}}{dt^2} - \frac{d^2 f_{j+g,j}}{dt^2} \right)^2} \le \varepsilon, \tag{19}$$

де ε – наперед визначене значення допустимої похибки.

Якщо результати i-ого та j-ого експериментів задовольняють (19), можна припустити, що результати експериментів від i+1 до j–1 будуть однаковими у визначеному розумінні, тобто будуть відрізнятися один від одного в межах заданої похибки ε. Тому експерименти з i+1 по j–1 можна не проводити, а матрицю заповнити шляхом використання сплайн-інтерполяції окремо по кожній діагоналі матриці:

$$\boxed{f_{i,i}}, f_{i+1,i+1}, f_{i+2,i+2},\ldots, f_{j-2,j-2}, f_{j-1,j-1}, \boxed{f_{j,j}},$$

$$\boxed{f_{i+1,i}}, f_{i+2,i+1}, f_{i+3,i+2},\ldots, f_{j-1,j-2}, f_{j,j-1}, \boxed{f_{j+1,j}},$$

……………………………………

Проведення експериментів починається із визначення першого (i = 1) та останнього (j = n) стовпців. Отримані результати оцінюються на основі умови (19). Якщо умова не виконується, тоді проводяться експерименти для заповнення стовпця $\left[\frac{i+j}{2}\right]$. Далі аналогічно розглядають стовпці i та $\left[\frac{i+j}{2}\right]$, а також $\left[\frac{i+j}{2}\right]$ та j, тобто на основі дихотомічного підходу проводяться всі експерименти, які не задовольняють умову (19).

У результаті проведених експериментів отримується матриця, у якій частина стовпців не заповнена, оскільки не всі експерименти проводились. Після цього застосовують метод сплайн-інтерполяції по кожній діагоналі матриці для покриття всієї визначеної множини експериментів. Наприкінці, провівши подвійне диференціювання відповідно до формули (7), отримуємо ядро однорідного поліноміального оператора Вольтерри другого степеня.

Ефективність запропонованого підходу досліджено на модельних експериментах, зокрема в розв'язуванні задачі ідентифікації моделі у вигляді однорідного поліноміального оператора Вольтерри другого степеня об'єкта, поданого на рис. 1 (лінійна частина визначалася різними типовими ланками, а нелінійна частина мала квадратичну залежність). У таблиці 2 подано кількість проведених експериментів для ідентифікації ядер традиційним та адаптивним методами. Експерименти проводились при $T = 10$, $h = 0{,}1$, $\varepsilon = 0{,}01$.

Запропонований адаптивний метод ідентифікації нелінійних динамічних моделей дозволяє отримувати моделі у вигляді поліноміальних операторів Вольтерри зі збереженням адекватності моделі, але кількість необхідних експериментів для побудови ядер відрізняється на порядок. Такий підхід має значний економічний ефект, оскільки дозволяє скоротити часові та фінансові витрати на проведення натурних експериментів. Ефект скорочення кількості експериментів спостерігаємо на моделях як із зосередженими, так і з розподіленими параметрами. Запропонований метод показав високу ефективність при ідентифікації моделей нелінійних систем, які під час перехідного процесу виходять на усталений режим роботи.

Таблиця 2.

Кількість експериментів для ідентифікації однорідного поліноміального оператора Вольтерри другого степеня

№ з/п	Тип ланки для лінійної складової моделі	Кількість експериментів	
		Традиційний метод	Адаптивний метод
1.	Напівінтегральна	203	59
2.	Інерційна	203	7
3.	Коливальна	203	7
4.	Напівінерційна	203	7
5.	Напівзапізнення	203	7

Четвертий розділ присвячено розробці методів числової реалізації інтегральних моделей динамічних процесів в об'єктах із розподіленими параметрами у розв'язуванні прямих задач.

У моделюванні об'єктів із розподіленими параметрами їх моделі у вигляді інтегральних операторів мають, зазвичай, слабосингулярну особливість. Прикладом може слугувати оператор

$$y(t) = \int_0^t \frac{x(s)}{(t-s)^\gamma} ds,\ 0 < \gamma < 1, \tag{20}$$

де $y(t)$ – шуканий вихідний сигнал, $x(t)$ – вхідний сигнал.

Для числової реалізації інтегральних операторів виду (20) доцільним є застосування стійких алгоритмів, заснованих на прийомах регуляризації некоректних задач. Запропоновано замінити оператор (20) таким наближеним співвідношенням:

$$\tilde{y}(t)=\int_0^t \frac{x(s)}{\beta+(t-s)^{\gamma}}ds\,, \tag{21}$$

де $\tilde{y}(t)$ – наближений шуканий розв'язок, β – параметр регуляризації (внутрішньої), який визначають способом модельних експериментів.

Метод внутрішньої регуляризації пропонуємо застосовувати також для регуляризації сингулярних поліноміальних операторів. Наприклад, ввівши регуляризаційний параметр у (6), отримаємо:

$$\begin{gathered}y(t)=\int_0^t 0.5\sqrt{\frac{1}{\beta_{1,1}+\pi s^3}}e^{-\frac{1}{\beta_{1,2}+4s}}x(t-s)ds+\\ +\int_0^t\int_0^t \frac{0.25}{\pi}\sqrt{\frac{1}{\beta_{2,1}+s_1^3s_2^3}}e^{-\frac{s_1+s_2}{\beta_{2,2}+4s_1s_2}}x(t-s_1)x(t-s_2)ds_1ds_2,\end{gathered} \tag{22}$$

де $\beta_{1,1},\beta_{1,2},\beta_{2,1},\beta_{2,2}$ – параметри внутрішньої регуляризації.

Ключовою проблемою застосування поліноміальних інтегральних операторів є накопичення кількості обчислювальних процедур при їх числовій реалізації. Для вирішення даної проблеми запропоновано ряд методів.

Перший базується на векторно-матричному підході. Розглянемо можливість застосування квадратурних формул прямокутників, трапецій та Сімпсона для числової реалізації неоднорідного інтегрального поліноміального оператора Вольтерри третього степеня

$$\begin{gathered}y(t)=\int_0^t K_1(s)x(t-s)ds+\int_0^t\int_0^t K_2(s_1,s_2)x(t-s_1)x(t-s_2)ds_1ds_2+\\ +\int_0^t\int_0^t\int_0^t K_3(s_1,s_2,s_2)x(t-s_1)x(t-s_2)x(t-s_3)ds_1ds_2ds_3.\end{gathered} \tag{23}$$

Ввівши рівномірну дискретизацію за часом та замінивши інтеграли в (23) квадратурними сумами, отримуємо:

$$\begin{gathered}y(t_i)=\sum_{j=1}^{i}A_{1,j}K_1(t_j)x(t_i-t_j)+\sum_{j=1}^{i}\sum_{g=1}^{i}A_{2,jg}K_2(t_j,t_g)x(t_i-t_j)x(t_i-t_g)+\\ +\sum_{j=1}^{i}\sum_{g=1}^{i}\sum_{l=1}^{i}A_{3,jgl}K_3(t_j,t_g,t_l)x(t_i-t_j)x(t_i-t_g)x(t_i-t_l),i=\overline{1,n},\end{gathered} \tag{24}$$

де A_1, A_2, A_3 – коефіцієнти, які визначаються заданою дискретизацією та квадратурним методом. У такій постановці запропоновано застосовувати векторно-матричний підхід із зведенням усіх операцій до поелементного множення. Розглянемо окремо однорідні оператори першого, другого та третього степеня. Коефіцієнти A_1, A_2, A_3 зобразимо у векторно-матричному вигляді. У випадку оператора першого степеня коефіцієнти A_1 визначаються вектором, який має різний вигляд, залежно від методу, що використовується (таблиця 3). При апроксимації оператора другого степеня отримуємо матриці, які визначають коефіцієнти A_2 (таблиця 3).

Таблиця 3

Коефіцієнти квадратурних формул для різних методів апроксимації та порядків поліноміальних операторів

Порядок поліноміального оператора		Метод апроксимації	
		Прямокутників	Трапецій
Перший порядок	A_1	$h\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$	$h\begin{pmatrix}0.5 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0.5\end{pmatrix}$
Другий порядок	A_2	$h^2\begin{pmatrix}1 & 1 & \dots & 1 & 0\\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0\\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0\end{pmatrix}$	$h^2\begin{pmatrix}0.25 & 0.5 & \dots & 0.5 & 0.25\\ 0.5 & 1 & \dots & 1 & 0.5\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0.5 & 1 & \dots & 1 & 0.5\\ 0.25 & 0.5 & \dots & 0.5 & 0.25\end{pmatrix}$

При заміні потрійного інтеграла в (23) кубатурними сумами отримуємо тривимірну структуру, яка містить коефіцієнти квадратурних формул. Її можна зобразити у вигляді кубу, що представлений на рис. 4. Дану структуру можна задати таким чином:

$$A_3 = \left\{ A_3^{\text{м},1};\quad A_3^{\text{м},2};\quad A_3^{\text{м},3};\quad \dots\quad A_3^{\text{м},n-2};\quad A_3^{\text{м},n-1};\quad A_3^{\text{м},n} \right\}, \tag{25}$$

де $A_3^{\text{м},1}$; $A_3^{\text{м},2}$; $A_3^{\text{м},3}$; … $A_3^{\text{м},n-2}$; $A_3^{\text{м},n-1}$; $A_3^{\text{м},n}$ – матриці коефіцієнтів визначаються базовими методами квадратур, які застосовують до кожного виміру.

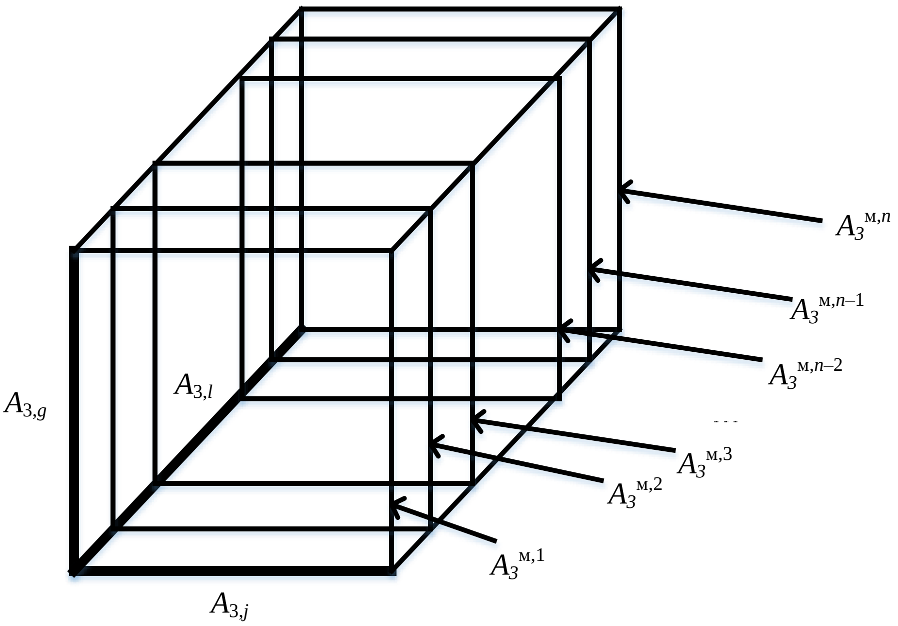


Рис. 4. Графічне зображення структури (25)

На рис. 5 подано структурне представлення вихідних даних вказаних операцій для різних однорідних операторів та їх програмна аналогія в середовищі Matlab. У реалізації оператора першого степеня: `A` – вектор, який визначає коефіцієнти квадратурної формули, відповідно до викладеного вище; `K` – вектор значень ядра відповідно до дискретизації часової змінної; `X1` – вектор значень вхідного впливу. Програмна аналогія такого представлення має вигляд: `sum(A.*K(1:j).*X1)`. У реалізації оператора другого степеня: `A` та `K` – матриці, `X1` – матриця, яка складається з однакових рядків вектора *x*; `X2` – матриця, яка складається з однакових стовпців вектора *x*. Програмна реалізація для обчислення оператора має вигляд `sum(sum(A.*K(1:j,1:j).*X1.*X2))`. У реалізації оператора третього степеня обчислення також зводяться до поелементних операцій, але вже тривимірних структур.

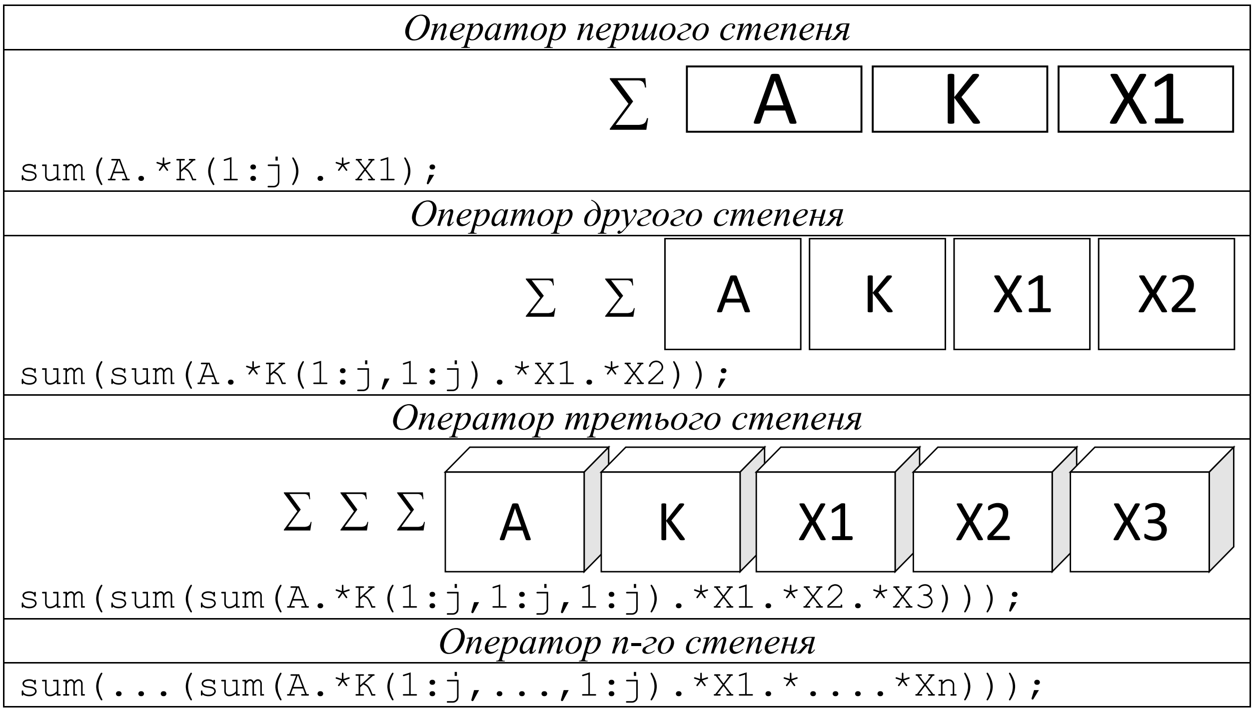


Рис. 5. Структурне представлення векторно-матричного підходу та його програмна аналогія

Такий підхід значно спрощує програмну реалізацію поліноміальних операторів, оскільки дозволяє легке масштабування до багатовимірного випадку, як це показано на рис. 5.

Проведені обчислювальні експерименти засвідчили ефективність запропонованих методів. Зауважимо, що серед розглянутих методів найточнішим є метод Сімпсона, але для застосування даного методу необхідно більше обчислень, які пов’язані з додатковим розбиттям для знаходження проміжних значень у точках інтерполяції. Оптимальним у відношенні «точність – складність реалізації» є метод трапецій, який дозволяє отримувати розв'язки з відносною похибкою не більше 3%, що є достатнім для більшості інженерних розрахунків.

Залежно від виду ядра можна будувати обчислювальні алгоритми на основі використання різних квадратурних методів, які застосовують окремо до кожного виміру. Зауважимо, що можуть застосовуватись не тільки розглянуті методи (прямокутників, трапецій, Сімпсона), але й методи, побудовані на основі комбінації квадратурних формул Ньютона-Котеса вищих порядків. Такий підхід дозволяє отримати різні кубатурні формули та розширити множину алгоритмів апроксимації інтегральних моделей скінченними сумами і підібрати «кращий» метод залежно від поставленої вихідної задачі.

Отже, представлення квадратурних і кубатурних формул у векторно-матричному вигляді дозволяє будувати ефективні алгоритми та програмні засоби для числової реалізації інтегральних моделей, а також використовувати переваги матрично-орієнтованих пакетів прикладних програм (Matlab, Octave, Scilab), особливістю яких є висока швидкість виконання матричних операцій.

Крім того, запропонований підхід дає змогу здійснювати розпаралелення обчислювальних алгоритмів, що значно пришвидшує числову реалізацію інтегральних операторів. У таблиці 4 подано порядок складності числової реалізації поліноміальних інтегральних операторів залежно від кількості можливих паралельних потоків.

Таблиця 4

Порядок складності числової реалізації поліноміальних інтегральних операторів

	Оператор першого степеня	Оператор другого степеня	Оператор третього степеня
Звичайний підхід	$O(n)$	$O^2(n)$	$O^3(n)$
Векторно-матричний підхід	$\dfrac{O(n)}{kp}$	$\dfrac{O^2(n)}{kp}$	$\dfrac{O^3(n)}{kp}$
n – кількість точок розбиття, kp – кількість паралельних потоків			

Ще один метод зменшення кількості обчислювальних операцій полягає в застосуванні методу розділення ядер. Виконавши розділення ядер на основі підходу розглянутого вище, провівши дискретизацію за часовою змінною та застосувавши метод квадратур до (8), отримано

$$y(t_j) = \sum_{i=1}^{m_1} \alpha_i'(t_j) \sum_{g=1}^{j} A_g' \beta_i'(t_g) x(t_g) + \sum_{i=1}^{m_2} \alpha_i''(t_j) \sum_{g=1}^{j} \sum_{k=1}^{j} A_{gk}'' \beta_i''(t_g, t_k) x(t_g) x(t_k) +$$

$$+ \sum_{i=1}^{m_3} \alpha_i'''(t_j) \sum_{g=1}^{j} \sum_{k=1}^{j} \sum_{l=1}^{j} A_{gkl}''' \beta_i'''(t_g, t_k, t_l) x(t_g) x(t_k) x(t_l).$$

Такий підхід дозволяє при числової реалізації поліноміальних операторів Вольтерри скоротити кількість обчислень на порядок, як це подано в таблиці 5.

Таблиця 5

Кількість ітерацій при реалізації поліноміальних інтегральних операторів

	Звичайне ядро	Розділене ядро
Оператор першого степеня	$\frac{n(n+1)}{2}$	n
Оператор другого степеня	$\frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$	$n(n+1)$
Оператор третього степеня	$\frac{n^2(n+1)^2}{4}$	$\frac{n(2n+1)(n+1)}{2}$
n – кількість точок розбиття		

У п'ятому розділі описано питання розв'язування обернених задач динаміки об'єктів із розподіленими параметрами.

Для вирішення проблем, пов'язаних із відновленням сигналів на вході динамічних систем, розглянемо методи розв'язування інтегральних рівнянь Вольтерри І роду. У розв'язуванні інтегрального рівняння першого роду (4) ефективним є метод квадратур, застосувавши який, отримаємо систему

$$\sum_{j=1}^{i} A_j K(t_i,t_j)x(t_j) = y(t_i).$$

Проблема визначення першої точки, зазвичай, розв'язується на основі

$$x_1 = x(0) = \frac{y'(0)}{K(0,0)}.$$

При відновленні вхідних сигналів динамічних об'єктів із розподіленими параметрами на основі інтегральних моделей складність посилюється тим, що їх ядра мають сингулярність. У такому випадку, аналогічно до прямих задач, запропоновано застосувати регуляризацію інтегральних моделей шляхом внесення регуляризаційного параметра. Наприклад, у розв'язуванні рівняння

$$\int_0^t \frac{x(s)}{(t-s)^\gamma} ds = y(t),$$

внісши регуляризаційний параметр β, отримано модель

$$\int_0^t \frac{x(s)}{\beta + (t-s)^\gamma} ds = y(t).$$

Основна проблема в розв'язуванні таких задач полягає в тому, що загалом вони є некоректними. Запропоновано будувати регуляризаційні алгоритми на основі застосування диференціального регуляризаційного оператора $\alpha \frac{dx}{dt}$, де α – параметр регуляризації.

Застосування запропонованого підходу до відновлення вхідних сигналів лінійних динамічних систем із розподіленими параметрами досліджено на основі обчислювальних експериментів, зокрема при відновленні сигналів, які проходять через об’єкти з розподіленими параметрами, що описуються типовими ланками (таблиця 1).

Із використанням запропонованих підходів для моделі ланки затухання, що описується рівнянням

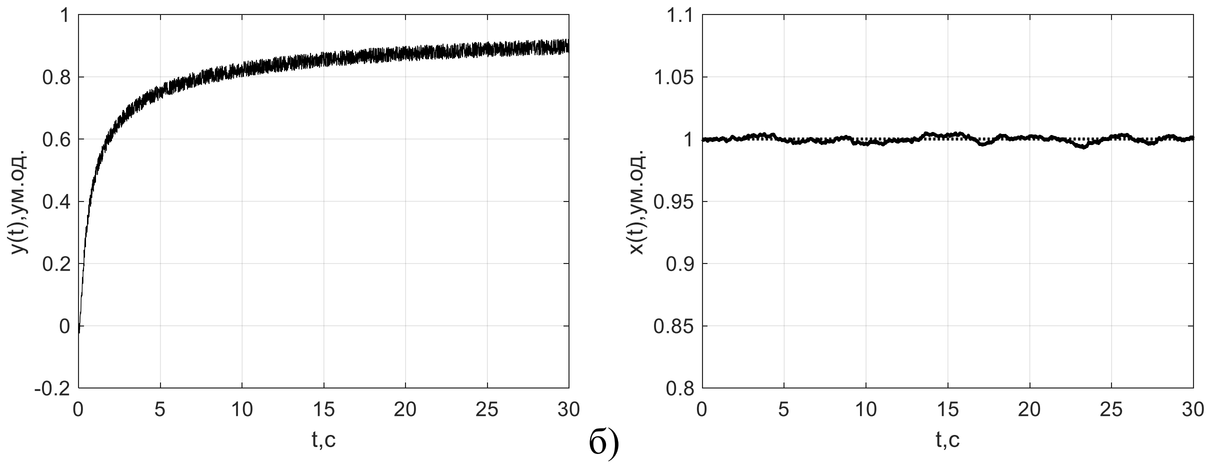
$$\int_0^t 0.5\sqrt{\frac{T_0}{\pi(t-s)^3}}e^{-\frac{T_0}{4(t-s)}}x(s)ds = y(t),$$

отримано регуляризаційну модель

$$\alpha\frac{dx(t)}{dt} + \int_0^t 0.5\sqrt{\frac{T_0}{\beta+\pi(t-s)^3}}e^{-\frac{T_0}{\beta+4(t-s)}}x(s)ds = y(t) \tag{26}$$

у вигляді інтегро-диференціального рівняння, яке містить параметри регуляризації α та β.

На рис. 6.а зображено графік реакції на функцію Гевісайда об'єкта, що описується ланкою затухання із накладанням 1 % «білого» шуму. На рис. 6.б зображено точний розв’язок оберненої задачі (відновлення) та розв’язок, отриманий у результаті обчислювального експерименту. Обчислювальний експеримент здійснювався при відомому значенні в першій точці дискретизації.



а) б)

Рис. 6. Графіки результатів відновлення сигналу на вході лінійного динамічного об’єкта: а) графік сигналу на вході розподіленого об’єкту з накладанням 1% завади; б) графіки точного (…..) та обчисленого (———) розв’язку задачі відновлення сигналу

У розв’язуванні обернених задач динаміки нелінійних об’єктів на основі інтегрального підходу постає проблема розв’язування поліноміальних інтегральних рівнянь Вольтерри першого роду, для розв’язання яких немає ефективних методів та засобів. Розглянемо випадок, коли нелінійність є квадратичною. У такому разі модель матиме вигляд поліноміального інтегрального рівняння Вольтерри першого роду другого степеня (5).

Значення в точці t_0 пропонуємо отримувати аналогічно до лінійного випадку на основі диференціювання (5) по t:

$$y_t'(t)=\int_0^t \frac{\partial K_1(t,s)}{\partial t}x(s)ds+K_1(t,s)x(t)+\int_0^t\int_0^t \frac{\partial K_2(t,s_1,s_2)}{\partial t}x(s_1)x(s_2)ds_1ds_2+$$
$$+\int_0^t K_2(t,s_1,t)x(s_1)ds_1+\int_0^t K_2(t,t,s_2)x(s_2)ds_2, \tag{27}$$

звідки для $t=0$ і $K_1(0,0)\neq 0$

$$x(t_0)=\frac{y_t'(t_0)}{K_1(t_0,t_0)}. \tag{28}$$

Пряме застосування методу квадратур за наявності шумів у вхідних сигналах не дозволяє отримувати результати із необхідною точністю. Запропоновано застосовувати диференціальний регуляризаційний оператор, коли розв'язування поліноміального рівняння Вольтерри зводиться до розв'язування поліноміального інтегро-диференціального рівняння

$$\alpha\frac{dx}{dt}+\int_0^t K_1(t,s)x(s)ds+\int_0^t\int_0^t K_2(t,s_1,s_2)x(s_1)x(s_2)ds_1ds_2=y(t), \tag{29}$$

де α – параметр регуляризації.

Поставлену задачу запропоновано розв'язувати шляхом заміни інтегралів в (29) квадратурними формулами, що дозволяє отримати ряд переваг, зокрема простоту реалізації та високу стійкість обчислювальних алгоритмів за рахунок регуляризуючих властивостей вибору кроку дискретизації. Застосувавши до (29) метод трапецій та різницеву формулу першого порядку і ввівши позначення

$$A_i=\frac{1}{4}h^2K_2(t_i,t_{i,},t_i), \tag{30}$$

$$B_i=\frac{1}{4}h^2\left(K_2(t_i,t_i,t_0)+K_2(t_i,t_0,t_i)\right)x(t_0)+$$
$$+\frac{1}{2}h^2\sum_{j=1}^{i-1}\left(K_2(t_i,t_{i,},t_j)+K_2(t_i,t_{j,},t_i)\right)x(t_j)+\frac{1}{2}hK_1(t_i,t_i)+\frac{\alpha}{h}, \tag{31}$$

$$C_i=\sum_{j=1}^{i-1}hK_1(t_i,t_j)x(t_j)+\frac{1}{2}hK_1(t_i,t_0)x(t_0)+\frac{1}{4}h^2K_2(t_i,t_0,t_0)x(t_0)x(t_0)+$$
$$+\frac{1}{2}h^2\sum_{j=1}^{i-1}\left(K_2(t_i,t_{0,},t_j)+K_2(t_i,t_{j,},t_0)\right)x(t_0)x(t_j)+ \tag{32}$$
$$+h^2\sum_{j=1}^{i-1}\sum_{g=1}^{i-1}K_2(t_i,t_{j,},t_g)x(t_j)x(t_g)-\frac{\alpha}{h}x(t_i)-y(t_i),$$

отримано систему нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$A_i x_i^2 + B_i x_i + C_i = 0,\ i = 1, 2, \ldots n. \qquad (33)$$

Квадратні рівняння системи (33) розв'язуються послідовно, а для вибору одного з коренів застосовано такий алгоритм: якщо $\left|x_{i-1} - x_{i_1}\right| \geq \left|x_{i-1} - x_{i_2}\right|$, тоді $x_i = x_{i_2}$, в іншому випадку $x_i = x_{i_1}$. У застосуванні ітераційних методів за початкове наближення беремо корінь попереднього рівняння.

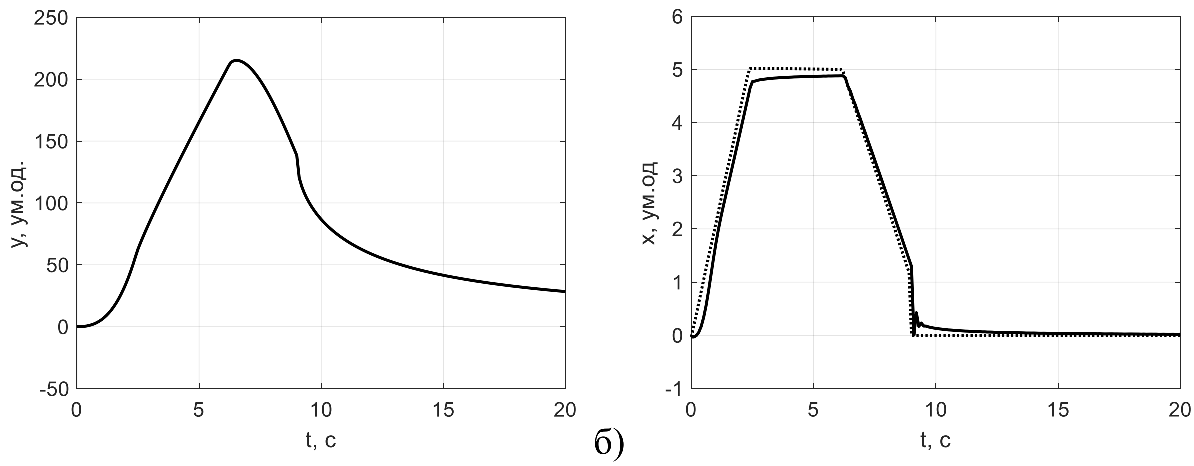
Дослідження ефективності даного підходу здійснювалось на основі методу обчислювальних експериментів, зокрема при відновленні сигналу, який проходить через систему, яка описується рівнянням

$$\int_0^t \frac{k}{\sqrt{\pi s}} x(t-s)\,ds + \int_0^t\int_0^t \frac{k^2}{\pi\sqrt{s_1 s_2}} x(t-s_1)\,x(t-s_2)\,ds_1 ds_2 = y(t). \qquad (34)$$

Після регуляризації (34) отримано поліноміальне інтегро-диференціальне рівняння

$$\alpha\frac{dx(t)}{dt} + \int_0^t \frac{k}{\beta + \sqrt{\pi s}} x(t-s)\,ds + \int_0^t\int_0^t \frac{k^2}{\beta + \pi\sqrt{s_1 s_2}} x(t-s_1)\,x(t-s_2)\,ds_1 ds_2 = y(t).$$

На рис. 7.а зображено графік сигналу, який отримано на виході нелінійного динамічного об'єкта. Графіки точного вхідного сигналу та обчисленого шляхом розв'язування оберненої задачі зображено на рис. 7.б.



а) б)

Рис. 7. Графіки результатів відновлення сигналу на вході нелінійного динамічного об'єкта: а) графік сигналу на виході розподіленого об'єкта; б) графіки точного (…..) та обчисленого (——) розв'язку задачі відновлення сигналу

Отже, запропонований регуляризаційний метод розв'язування інтегральних рівнянь Вольтерри першого роду, в тому числі поліноміальних, на основі введення диференціального регуляризаційного оператора, разом із методом внутрішньої регуляризації, дозволяє відновлювати сигнали в межах інженерної похибки на вході як лінійних, так і нелінійних динамічних об'єктів із розподіленими параметрами.

У шостому розділі розглянуто питання розробки комп'ютерного моделюючого середовища та розв'язано ряд прикладних задач.

На основі розроблених методів та алгоритмів створено комплекс програмних засобів Objects with Distributed Parameters (ODP) у вигляді модулів розширень системи моделювання Matlab/Simulink. Структура програмного комплексу зображена на рис. 8. Програмні модулі розділено на чотири основні складові: еквівалентні та апроксимаційні перетворення, ідентифікація, числова реалізація, відновлення сигналів.

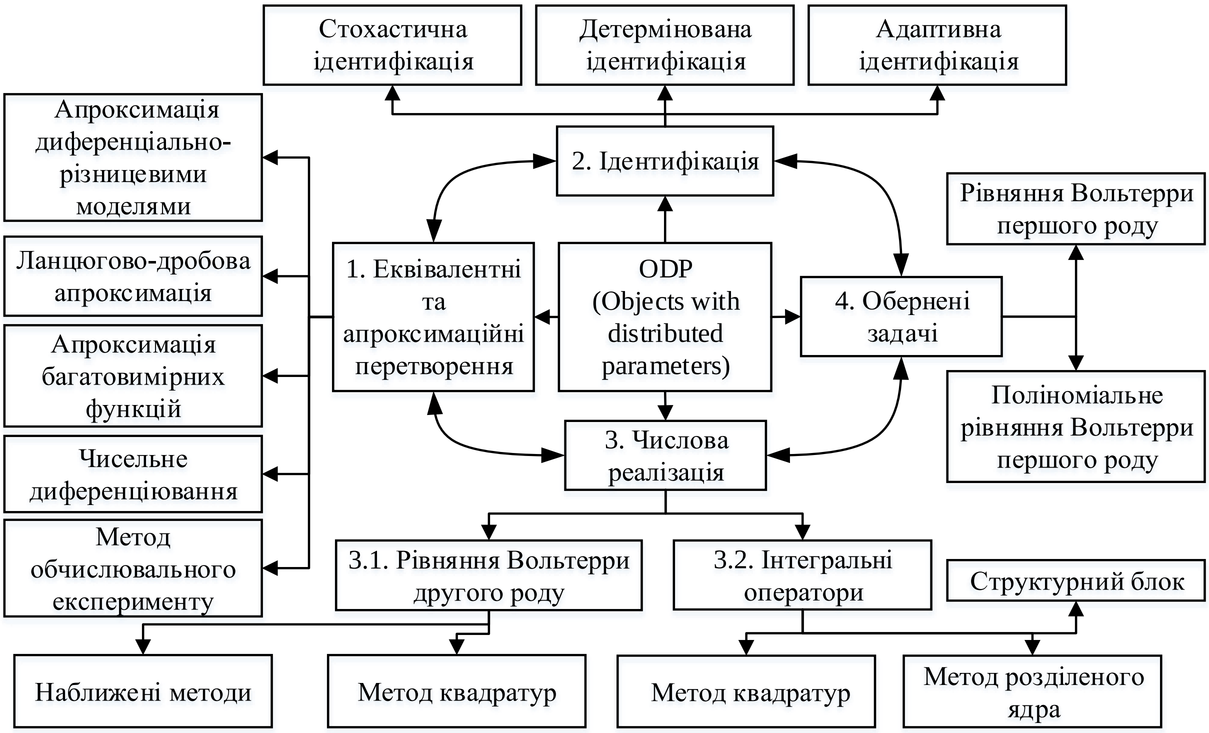


Рис. 8. Структура моделюючого середовища

Розроблений програмний комплекс побудовано із дотриманням вимог до програмних модулів у середовищі Matlab/Simulink та з використанням засобів доступних у самому середовищі та в наявних бібліотеках (Toolbox), зокрема: Control System, Symbolic, System Identification, PDE. Програмні засоби побудовані з використанням векторно-матричних операцій, що дозволяє значно збільшити швидкість виконання алгоритмів, оскільки такий підхід є основною перевагою середовища Matlab у порівнянні з іншими програмними пакетами.

Із використанням розроблених методів та засобів побудовано моделі вимірювальних перетворювачів, зокрема, для вимірювального перетворювача температури на основі базової моделі у формі диференціального рівняння із частинними похідними отримано моделі у вигляді: систем інтегральних рівнянь Вольтерри другого роду (метод теплових потенціалів); ірраціональних і трансцендентних передатних функцій та їх інтегральних представлень (метод перетворення Лапласа); дробово-раціональних передатних функцій (методи перетворення Лапласа, диференціально-різницевої апроксимації, ланцюгово-дробової апроксимації); операторів Вольтерри (метод функції Гріна, метод обчислювальних експериментів);

структурних моделей зі складовими у вигляді передатних функцій або операторів Вольтерри (метод структурно-алгоритмічного моделювання). Дані моделі виявились ефективними в розв'язуванні задач аналізу. У розв'язуванні задач відновлення сигналів найбільш ефективними виявились моделі у вигляді рівнянь Вольтерри першого роду. Отримані моделі та алгоритми їх числової реалізації є основою в розробці програмного забезпечення комп'ютеризованих систем керування, контролю та вимірювання.

Результати дослідження використано в розв'язуванні задачі оперативного контролю температурних режимів чипів магістрального та комутаційного обладнання комп'ютерних мереж. Наявне на ринку обладнання, яке використовують при побудові комп'ютерних мереж, зазвичай не містить вмонтованих датчиків контролю температури, а те, яке їх містить, має високу ціну, тому його використання не завжди є економічно доцільним. У зв'язку з цим, особливо в літній період, коли температура електронних компонент може перевищувати допустимі значення, штучно обмежується трафік через комунікаційне обладнання, що приводить до неефективного його використання. Постає завдання модернізації комунікаційного обладнання для вирішення проблеми оперативного реагування на зміну температури окремих компонент, яка суттєво залежить від поточного навантаження.

Вимірювальна система «чип – температурний сенсор» має властивість розподіленості за просторовою координатою. Це призводить до того, що при вимірюванні температури з'являється затримка між показами вимірювального перетворювача та реальним значенням температури чипу. На рис. 9 наведено графіки температури, що реєструється вимірювальним перетворювачем, який закріплений на чипі, та значення температури, що фіксується всередині чипа. Як видно із графіків, затримка при реєстрації температури становить більше 5 с, що може бути критичним для процесу оперативного контролю.

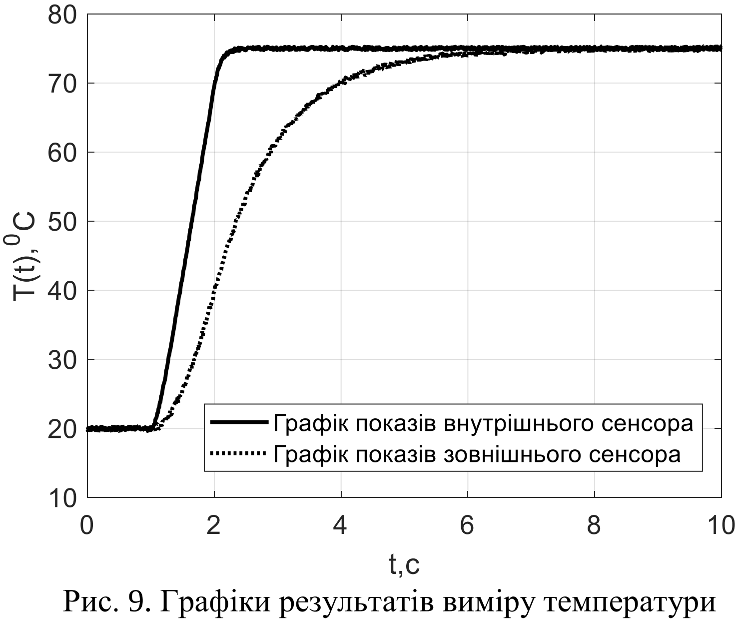


Рис. 9. Графіки результатів виміру температури

Для зменшення затримки реакції системи контролю запропоновано проводити обробку цифрової інформації, що надходить з аналогово-цифрових перетворювачів температурних датчиків комутаторів шляхом розв'язування оберненої задачі відновлення сигналу з використанням моделі вимірювальної системи «чип – температурний сенсор».

Експериментально виявлено, що вимірювальна система є нелінійною, тому модель побудовано у формі частинної суми інтегро-степеневого ряду Вольтерри. На основі експериментальних досліджень визначено, що задовільна адекватність моделі досягається у використанні поліноміального інтегрального оператора другого степеня, тобто вплив третього і вищих членів інтегрального ряду є незначним (менше 0,5 %). Побудована модель має такий вигляд:

$$R(t) = k_0 + \int_0^t K_1(s)T(t-s)ds + \int_0^t\int_0^t K_2(s_1,s_2)T(t-s_1)T(t-s_2)ds_1ds_2\,, \qquad (35)$$

де $R(t)$ – значення опору терморезистора, $T(t)$ – значення температури в чипі, k_0 – безрозмірний коефіцієнт, $K_1(s)$ – ядро першого порядку подане в табличному вигляді (вектор), $K_2(s_1,s_2)$ – ядро другого порядку подане в табличному вигляді (матриця). Для відновлення сигналу на основі моделі (35) здійснено її регуляризацію шляхом введення диференціального регуляризаційного оператора. У результаті отримано модель:

$$\alpha\frac{dT}{dt} + \int_0^t K_1(s)T(t-s)ds + \int_0^t\int_0^t K_2(s_1,s_2)T(t-s_1)T(t-s_2)ds_1ds_2 = R(t) - k_0\,, \qquad (36)$$

де α – параметр регуляризації.

Модель (36) є основою програмної складової комп'ютеризованої підсистеми контролю температурних режимів, яка реалізована на сервері у вигляді програмного аналогу комплексу ODP на мові Pyton. Значення температури визначається на основі розв'язування поліноміального інтегро-диференціального рівняння (36). Вхідним сигналом є сигнал, отриманий із вимірювального перетворювача. Далі в автоматичному режимі в разі перевищення граничної температури знижується навантаження на обладнання або здійснюється його виключення взагалі. У той же час повідомлення про проблему надсилається адміністратору комп'ютерної мережі.

Особливістю моделі (36) є те, що вона визначена ядрами інтегральних операторів, які задані таблично (вектор та матриця), що накладає часові обмеження у використанні моделі. Дана проблема вирішується шляхом застосування механізму повторного запуску обчислювальних процесів у двох паралельно працюючих потоках. Результуючий розв'язок є результатом об'єднання розв'язків, які отримані при виконанні обчислювальних процесів у двох потоках, причому враховано фрагменти отриманих результатів, де спостерігається стійка збіжність розв'язку. На рис. 10.а подано графіки отриманих розв'язків із використанням рестартів обчислювальних процесів, які зміщенні в часі у різних паралельних потоках. На рис. 10.б зображено графік розв'язку, який отримано в результаті об'єднання фрагментів розв'язків, отриманих у різних потоках, тобто результат відновлення значень температури.

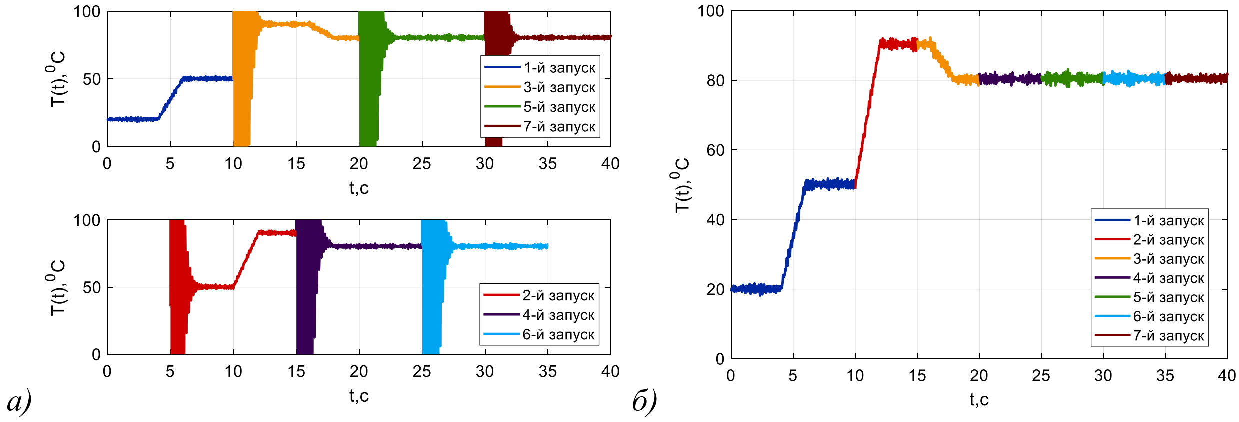


Рис. 10. Результати відновлення значень температури:
а) графіки розв'язків із використанням рестартів обчислювальних процесів;
б) результат об'єднання фрагментів розв'язків

У додатках наведено результати дослідження моделей вимірювальних перетворювачів у розв'язуванні прямих та обернених задач, синтаксис модулів розробленого програмного комплексу.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано науково-технічну проблему створення методів і засобів математичного моделювання динамічних процесів в об'єктах із розподіленими параметрами шляхом отримання і застосування спрощених динамічних моделей у вигляді одновимірних інтегральних операторів і рівнянь, що дозволяє знизити складність алгоритмічної та програмної реалізації моделей у системах керування, контролю і вимірювання із забезпеченням їх високої завадостійкості та швидкодії. Зокрема отримано такі наукові результати:

1. Проведений аналіз сучасного стану проблем математичного та комп'ютерного моделювання динамічних процесів, що відбуваються в системах керування, контролю та вимірювання, дозволив із врахуванням зростаючих вимог до їх техніко-експлуатаційних характеристик (швидкодія, завадостійкість) вибрати й обґрунтувати підхід до розвитку комп'ютеризованих керованих систем, який полягає в розширенні класу математичних моделей із залученням одновимірних інтегральних моделей Вольтерри, в тому числі поліноміальних, у вигляді інтегральних операторів та рівнянь, що дає змогу враховувати нелінійні залежності та розподіленість параметрів компонентів цих систем.

2. Проведений аналіз моделей широкого спектру динамічних процесів об'єктів із розподіленими параметрами та методів їх еквівалентних

перетворень дозволив удосконалити базовий набір моделей об’єктів із розподіленими параметрами, до яких віднесено ланки: напівінтегральну, напівінерційну, напівколивальну, запізнення та напівзапізнення. Це дозволяє, аналогічно до об’єктів із зосередженими параметрами, здійснювати синтез моделей об’єктів із розподіленими параметрами на основі структурно-алгоритмічного підходу в засобах імітаційного моделювання. Застосування методів еквівалентних перетворень динамічних моделей об’єктів із розподіленими параметрами (розщеплення, потенціалів, функції Гріна, інтегральних перетворень, дробових похідних) дозволило побудувати інтегральні моделі вимірювальних перетворювачів, зокрема температури.

3. Розроблено та досліджено ряд методів апроксимаційних перетворень динамічних моделей: метод представлення ядер поліноміальних інтегральних моделей Вольтерри у виродженому вигляді на основі апроксимації багатовимірних функцій функціональними представленнями у формі степеневих або експоненціальних апроксимаційних наближень шляхом застосування методу найменших квадратів; метод апроксимації моделей у вигляді диференціальних рівнянь із частинними похідними на основі застосування диференціально-різницевої апроксимації, перетворення Лапласа, структурно-алгоритмічного методу, методу ланцюгових дробів, що дозволяє будувати «економні» в обчислювальному сенсі моделі зі збереженням їх адекватності на рівні диференціально-різницевих моделей; метод ланцюгово-дробової апроксимації передатних функцій ірраціонального та трансцендентного типу, для якого сформульовано рекомендації щодо застосування структурної декомпозиції складних передатних функцій.

4. Досліджено методи ідентифікації параметричних динамічних моделей у формі передатних функцій на основі застосування детермінованого (застосування перетворення Лапласа та апроксимаційного представлення перехідної характеристики) та стохастичного (застосування моментів Пуассона) підходів, що дозволило отримувати апроксимаційні моделі об’єктів із розподіленими параметрами у формі дробово-раціональних передатних функцій та метод побудови моделі лінійної динамічної системи у формі непараметричного оператора Вінера-Гопфа в сфері його застосування до об’єктів із розподіленими параметрами шляхом формування рекомендацій щодо вибору типу вхідних сигналів та необхідної мінімальної кількості експериментів.

5. Набули подальшого розвитку методи ідентифікації моделей динамічних систем в інтегральній формі із застосуванням розроблених на основі методів апроксимації багатовимірних функцій стійких до шумових завад методів диференціювання експериментально отриманих функціональних залежностей, зокрема у формах оператора Вольтерри та інтегро-степеневого ряду Вольтерри; для скорочення кількості необхідних експериментів при ідентифікації моделей нелінійних динамічних систем розроблено адаптивний метод побудови моделей у формі поліноміальних

інтегральних операторів Вольтерри, що дозволило скоротити кількість необхідних експериментів на порядок у порівнянні із традиційним підходом.

6. Розроблено, вдосконалено та досліджено методи числової реалізації інтегральних операторів: метод числової реалізації поліноміальних операторів Вольтерри із застосуванням апроксимації багатовимірних ядер функціями у вигляді суми добутків незалежних змінних, що дозволяє скоротити на порядок кількість необхідних обчислювальних процедур; метод числової реалізації поліноміальних операторів Вольтерри на основі методу квадратур шляхом застосування векторно-матричного підходу до апроксимації інтегральних операторів, який орієнтований на ефективну програмну реалізацію, що дозволяє створити універсальний спосіб для програмної реалізації поліноміальних інтегральних операторів довільного порядку та створює можливості застосування паралельних алгоритмів обчислення інтегральних операторів; метод внутрішньої регуляризації сингулярних інтегральних операторів, у тому числі поліноміальних, шляхом введення регуляризаційного параметра в ядро інтегральної моделі Вольтерри, що дозволяє отримати інтегральну модель з ядрами без особливостей та застосувати квадратурні методи для числової реалізації таких моделей.

7. Розроблено метод розв’язування поліноміального інтегрального рівняння Вольтерри першого роду на основі квадратурних алгоритмів шляхом використання ітераційних методів розв’язування системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. Для підвищення завадостійкості процесу відновлення сигналів на вході динамічних об’єктів запропоновано регуляризаційний метод розв’язування поліноміальних інтегральних рівнянь Вольтерри на основі введення диференціального регуляризаційного оператора. Для розв’язання отриманих інтегро-диференціальних рівнянь запропоновано застосовувати їх апроксимаційні наближення, отримані на основі методу квадратур (кубатур) та різницевих формул.

8. Розроблено програмний комплекс для моделювання процесів у динамічних об’єктах із розподіленими параметрами, модулі якого дозволяють будувати інтегральні моделі на основі еквівалентних, апроксимаційних перетворень та методів експериментальної ідентифікації, а також розв’язувати прямі та обернені задачі динаміки на основі числової реалізації інтегральних операторів та рівнянь Вольтерри першого роду, в тому числі поліноміальних. Програмний комплекс значно розширює можливості середовища Matlab при створенні комп’ютеризованих систем керування, контролю та вимірювання.

9. На основі розроблених методів і засобів розв’язано ряд модельних та прикладних задач, зокрема розроблені методики відновлення сигналів використано в алгоритмах функціонування комплексів контролю температурних режимів чипів комутаторів доступу та агрегації. Це дозволило суттєво покращити швидкість реакції системи моніторингу температурних режимів роботи об’єктів інформаційно-обчислювальних систем, зокрема комутаційного та магістрального обладнання комп’ютерних мереж.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Верлань А. Ф., Федорчук В. А., Іванюк В. А. Комп’ютерне моделювання в задачах динаміки електромеханічних систем : монографія. Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова. Кам’янець-Подільський, 2010. 204 с. ISBN: 978-966-643-057-4
2. Божок А. М, Понеділок В. В., Іванюк В. А. Апаратно-орієнтований регуляризаційний метод диференціювання сигналів. *Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам’янець-Подільський, 2017. Вип. 16. С. 14–21. *(BASE, PKP Index, NSD)*
3. Верлань А. А., Іванюк В. А. Спрощення математичних моделей об’єктів з розподіленими параметрами на основі методу розщеплення. *Інформатика та математичні методи в моделюванні*. 2017. Т. 7, № 4. С. 285–290. *(Україніка Наукова, Російський індекс наукового цитування, Index Copernicus, Google Академія, EBSCO).*
4. Верлань А. Ф., Федорчук В. А., Іванюк В. А. Інтегральні моделі нестаціонарних задач теплопровідності на основі методу теплових потенціалів. *Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: технічні науки* : зб. наук. праць. Кам’янець-Подільський, 2019. Вип. 19. С. 24–30. *(BASE, PKP Index, NSD)*
5. Иванюк В. А., Костьян Н. Л. Способ построения динамической модели линейного объекта по реакции на входное воздействие произвольной формы. *Электронное моделирование*. Київ, 2014. Т. 36. С. 113–119. *(Index Copernicus International, CrossRef, Ulrich’s Periodicals Directory, Google Scholar, Cambridge Scientific Abstracts (CSA), Computer and Information Systems Abstracts, INIS Collection, Inspec, e-LIBRARY, BIHITI PAH)*
6. Иванюк В. А., Костьян Н. Л., Махович А. И. Способы формирования передаточных функций приемника теплового потока. *Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам’янець-Подільський, 2013. Вип. 8. С. 61–69. *(BASE, PKP Index, NSD)*
7. Іванюк В. А. Ланцюгово-дробовий метод розв’язування лінійних інтегральних рівнянь Вольтерри II роду. *Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам’янець-Подільський, 2012. Вип. 6. С. 88–97. *(BASE, PKP Index, NSD)*
8. Іванюк В. А. Моделювання процесу занурення буксируваних підводних об’єктів шляхом ланцюгово-дробової апроксимації передатних функцій. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам’янець-Подільський, 2009. Вип. 2. С. 98–107. *(BASE, PKP Index, NSD)*
9. Іванюк В. А., Дячук О. А., Понеділок В. В. Метод обернених операторів відновлення сигналів на вході лінійних динамічних систем, що задані передатними функціями. *Математичне та комп’ютерне моделювання.*

Серія: Технічні науки : зб. наук. праць. Кам'янець- Подільський, 2017. Вип. 15. С. 62–67. *(BASE, PKP Index, NSD)*

10. Іванюк В. А., Корнєєв О. М. Розв'язування інтегральних рівнянь типу згортки за допомогою інтегральних перетворень. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2010. Вип. 4. С. 91–97. *(BASE, PKP Index, NSD)*
11. Іванюк В. А., Костьян Н. Л. Інтегральний метод розв'язування диференціальних рівнянь при моделюванні об'єктів із розподіленими параметрами. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2018. Вип. 18. С. 78–85.
12. Іванюк В. А., Понеділок В. В. Аналітичне подання рядів Вольтерри на основі експериментальних даних. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2014. Вип. 11. С. 43-50. *(BASE, PKP Index, NSD)*
13. Іванюк В. А., Понеділок В. В. Побудова ядер інтегрального ряду Вольтерри методом апроксимації фігурою обертання. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2015. Вип. 12. С. 36–42. *(BASE, PKP Index, NSD)*
14. Іванюк В. А., Понеділок В. В., Грищук В. А. Комп'ютерна реалізація детермінованого способу ідентифікації інтегральних моделей нелінійних динамічних об'єктів. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2014. Вип. 10. С. 59–67. *(BASE, PKP Index, NSD)*
15. Іванюк В. А., Ситник О. О., Стертен Ю. Дослідження еквівалентних форм представлення динамічних моделей вимірювальних перетворювачів методом обчислювальних експериментів. *Вісник Черкаського державного технологічного університету. Серія: технічні науки*. Черкаси, 2018. № 1. С. 27–34. *(Index Copernicus International, Citefactor, Google Академія, Academic Recource Index, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat)*
16. Іванюк В. А., Тихоход В. О., Протасов С. О. Інтегральні моделі ірраціональних та трансцендентних ланок. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2011. Вип. 5. С. 101–109. *(BASE, PKP Index, NSD)*
17. Іванюк В. А., Федорчук В. А. Адаптивний метод ідентифікації моделей нелінійних динамічних систем інтегральними рядами Вольтерри. *Електронне моделювання*, 2019. Т. 41, № 3. С. 33–42. *(Index Copernicus International, CrossRef, Ulrich's Periodicals Directory, Google Scholar, Cambridge Scientific Abstracts (CSA), Computer and Information Systems Abstracts, INIS Collection, Inspec, e-LIBRARY, ВІНІТІ РАН)*
18. Ivaniuk V., Fedorchuk V. Application of correlation method for identification of models of the linear dynamic systems with distributed. *Danish Scientific Journal*. 2019. № 28 (3). P. 45–53.

19. Ivaniuk V., Ponedilok V. Method of restoration of input signals of nonlinear dynamic object with destributed parameters. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2018. Вип. 18. С. 65–73. *(BASE, PKP Index, NSD)*
20. Ivanyuk V., Ponedilok V., Sterten Jo. Solving inverse problems of dynamics of non linear objects based on the Volterra series. *Computational problems of electrical engineering*, Vol. 6, No. 1. Lviv, 2016. P. 9–16.
21. Ivanyuk V. A. Method of inverse operator for the recover input signal. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2018. Вип. 17. С. 63–70. *(BASE, PKP Index, NSD)*
22. Ivanyuk V. A., Fedorchuk V. A. Vector-matrix method of numerical implementation of the polynomial integral Volterra operators. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: технічні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2019. Вип. 20. С. 40–50. *(BASE, PKP Index, NSD)*
23. Ivanyuk V. A., Halmuhamedova F. A. Recovering dynamic distortions on output of channel transmitted continuous signals. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки* : зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський, 2012. Вип. 7. С. 55–60. *(BASE, PKP Index, NSD)*

Праці апробаційного характеру:

24. Верлань А. Ф., Федорчук В. А., Іванюк В. А. Реалізація ланцюгово-дробових наближень передатних функцій структурним методом. *Моделювання в електротехніці, електроніці і світлотехніці* : матеріали міжнародної науково-технічної конференції МЕЕС'10. Київ. 2010. С. 45–46.
25. Іванюк В. А. Метод відновлення сигналів на вході нелінійних динамічних об'єктів з розподіленими параметрами. *Моделювання-2018.* Київ, 2018. С. 154–157.
26. Іванюк В. А., Грищук В. А. Побудова апроксимаційних інтегральних моделей нелінійних динамічних об'єктів. *Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації* : тези доповідей V міжнародної наукової конференції. Кам'янець-Подільський, 2012. С. 34–35.
27. Іванюк В. А., Корнєєв О. М. Використання ланцюгових дробів при розв'язанні інтегральних рівнянь типу згортки операційним методом. *Интегральные уравнения – 2009 – Integral equations – 2009* : сб. тезисов конф. Київ, 2009. С. 83–85.
28. Іванюк В. А., Понеділок В. В. Алгоритм розв'язування обернених задач динаміки нелінійних об'єктів на основі рядів Вольтерри. *Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації* : тези доповідей. Кам'янець-Подільський, 2016. С. 81–83.
29. Іванюк В. А., Понеділок В. В. Алгоритми моделювання нелінійних систем керування на основі інтегральних рівнянь. *Зб. тез науково-технічної*

конференції молодих вчених та спеціалістів Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова. Київ, 2016. С. 28.

30. Іванюк В. А., Понеділок В. В. Ідентифікація нелінійних динамічних систем у вигляді інтегральних рядів Вольтерри на основі детермінованих моделей. *Моделювання* : тези XXXIII науково-технічної конференції. Київ, 2014. С. 14–15.
31. Іванюк В. А., Понеділок В. В. Побудова ядер інтегрально ряду Вольтерри на основі методу апроксимації фігурою обертання. *Матеріали Міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів».* Рівне, 2015. С.79.
32. Іванюк В. А., Понеділок В. В. Чисельна реалізація інтегральних рядів Вольтерри. *Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації* : тези доповідей. Кам'янець-Подільський, 2014. С. 64–65.
33. Іванюк В. А., Стертен Ю. Дослідження обчислювальних особливостей форм динамічних моделей вимірювальних перетворювачів. *Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації* : тези доповідей. Кам'янець-Подільський, 2018. С. 30–31.
34. Іванюк В. А., Федорчук В. А. Адаптивний метод ідентифікації моделей у вигляді інтегральних рядів Вольтерри. *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання 2019*. Івано-Франківськ, 2019. С. 103–106.
35. Понеділок В. В., Іванюк В. А. Чисельне диференціювання таблично заданих функцій. *Праці V Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негаусівських процесів», присвяченої пам'яті професора Ю.П. Кунченка* : тези доповідей. Черкаси, 2015. С. 196.
36. Федорчук В. А., Іванюк В. А., Понеділок В. В. Ідентифікація моделей нелінійних елементів інфокомунікаційних систем у формі функціональних рядів Вольтерри. *НІСТ`2019. Міжнародна науково-практична конференція «Наукоємні технології в інфокомунікаціях»*. Харків, 2019. С. 132–133.
37. Ivanyuk V., Ponedilok V. The identification of nonlinear dynamical systems as integrated Volterra series based on deterministic signals. *Proceedings of the 5 th international conference on application of information and communication technology and statistics in economy and education ICAICTSEE-2015.* Sofia, Bulgaria : University of national and world economy, 2016. P. 230–238. *(ProQuest, EBSCOhost, Google Scholar).*
38. Ivanyuk V., Ponedilok V., Sterten Jo. Regularization methods for differentiating noise signals. *Proceedings of 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)*, Lviv-Slavske, Ukraine, February 20–24, 2018. Lviv, 2018. P. 295–300. *(Scopus, Web Of Science, Google Академія).*

Праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

39. Іванюк В. А. Математичні пакети прикладних програм : навчальний посібник. Кам'янець-Подільський, 2015. 160 с.
40. Федорчук В. А., Іванюк В. А., Верлань Д. А. Інтегральні рівняння в задачах математичного моделювання : навчальний посібник. Кам'янець-Подільський, 2014. 144 с.
41. Іванюк В. А. Розв'язування лінійних інтегральних рівнянь Вольтерри II роду на основі методу ланцюгових дробів. *Наукові праці Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка* : зб. за підсумками звітної наукової конференції викладачів, докторантів і аспірантів : вип. 11, у 3 т. Кам'янець-Подільський, 2012. Т. 2. С. 30–31.
42. Іванюк В. А. Непараметрична ідентифікація передатних функцій теплових потоків. *Збірник наукових праць молодих вчених Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка*. Кам'янець-Подільський, 2016. Вип. 7. С. 131–132.
43. Іванюк В. А., Понеділок В. В. Апроксимація функцій багатьох змінних методом найменших квадратів. *Наукові праці Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка* : зб. за підсумками звітної наукової конференції викладачів, докторантів і аспірантів : вип. 13, у 3 т. Кам'янець-Подільський, 2014. Т. 2. С. 48–49.
44. Іванюк В. А., Понеділок В. В. Побудова моделей нелінійних динамічних систем заданих структурними схемами у випадку послідовних з'єднань на основі ряду Вольтерри. *Наукові праці Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка* : зб. за підсумками звітної наукової конференції викладачів, докторантів і аспірантів : вип. 15, у 3 т. Кам'янець-Подільський, 2016. Т. 2. С. 39–40.
45. Іванюк В. А., Понеділок В. В. Регуляризаційні динамічні оператори диференціювання зашумлених сигналів. *Наукові праці Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка* : вип. 16, у 3 т. Кам'янець-Подільський, 2018. Т. 2. С. 52-53.
46. Іванюк В. А., Понеділок В. В., Іванюк Т. М. Способи відновлення сигналів на вході лінійних динамічних систем заданих моделями у вигляді передатних функцій методом обернених операторів. *Наукові праці Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка* : зб. за підсумками звітної наукової, конференції викладачів, докторантів і аспірантів : вип. 16, у 3 т. Кам'янець-Подільський, 2017. Т. 2. С. 38–40.

АНОТАЦІЯ

Іванюк В. А. Методи та засоби математичного моделювання динамічних процесів в об’єктах із розподіленими параметрами на основі одновимірних інтегральних моделей. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. Київ, 2020.

Дисертаційна робота присвячена створенню методів і засобів математичного моделювання динамічних процесів в об’єктах із розподіленими параметрами при розв’язуванні задач керування, контролю та вимірювання на основі одновимірних інтегральних моделей.

Для зниження складності алгоритмічної та програмної реалізації моделей і забезпечення вимог щодо завадостійкості та швидкодії в системах керування, контролю і вимірювання розроблено такі методи та засоби: побудови спрощених динамічних моделей у вигляді одновимірних інтегральних операторів і рівнянь на основі еквівалентних та апроксимаційних перетворень базових моделей, а також шляхом їх ідентифікації на основі серії експериментів; числової реалізації одновимірних поліноміальних інтегральних операторів Вольтерри на основі застосування векторно-матричного підходу та методу розділених ядер; розв’язування обернених задач динаміки лінійних та нелінійних динамічних систем шляхом застосування регуляризаційних підходів до розв’язування поліноміальних інтегральних рівнянь Вольтерри першого роду.

Ефективність розроблених засобів проілюстровано на модельних прикладах та під час розв’язування прикладних задач.

Ключові слова: моделювання об’єктів із розподіленими параметрами, комп’ютеризовані засоби керування, контролю та вимірювання, оператор Вольтерри, рівняння Вольтерри першого роду, поліноміальний інтегральний оператор.

ABSTRACT

Ivaniuk V.A. Methods and tools for mathematical modeling of dynamic processes in objects with distributed parameters based on the one-dimensional integral models. – As the manuscript.

Thesis for a Doctor of Technical Science in Specialty 01.05.02 – Mathematical Modeling and Computational Methods. Pukhov Institute for Modelling in Energy Engineering NAS of Ukraine. Kyiv, 2020.

The thesis research is devoted to the solution of scientific and technical problem of developing methods of mathematical and computer simulation of dynamic processes in objects with distributed parameters when solving operating, control and measurement problems based on the one-dimensional integral models.

To reduce the complexity of algorithmic and software implementation of models and to ensure the requirements for noise immunity and high speed response in operating, control and measurement systems, methods and means for

constructing and applying simplified dynamic models in the form of Volterra integral operators and Volterra integral equations of the first kind, including polynomials, have been developed.

On the basis of the carried out analysis of models of dynamic objects with distributed parameters and methods of their equivalent transformations, the basic set of structural elements, which are presented in the form of transfer functions and integral operators, to which irrational links (semi-integral, semi-inertial, semicircular) have been added, that allows to synthesize models of objects with distributed parameters on the basis of structural-algorithmic approach, similarly to objects with concentrated parameters. To simplify one-dimensional integral models, including polynomials, the methods of approximating multidimensional functions have been improved by reducing them to models with separated kernels based on the application of the least-squares method.

A method of model identification in the form of Volterra integro-degree series has been developed to build models of complex technical systems, it is based on a series of deterministic input signals. The key problems that arise in identification, namely, the numerical differentiation of experimental dependencies and the necessity to conduct a large number of experiments, are solved as follows: differentiation is carried out on the analytic differentiation of approximations by polynomials and exponential functions of the experimental results, that allows to increase resistance to noise interference; a significant reduction in the number of the required experiments in comparison to the traditional approach is achieved by adapting the process of conducting a series of active experiments and replacing a number of results with interpolation data while maintaining the required level of adequacy of models of nonlinear dynamic systems.

The problems of numerical implementation of integral models related to the accumulation of number of calculations are solved by applying the separated-core method and the vector-matrix approach. The numerical implementation of Volterra polynomial integral operators using multivariate kernel approximation by functions in the form of the sum of the productions of independent variables allows decimating of number of required computational procedures. A vector-matrix method was developed for the effective numerical implementation of polynomial integral Volterra integral operators based on the quadrature method. It allows creating a universal way for software implementation of arbitrary-order polynomial integral operators and creates the possibility of applying parallel algorithms in the calculation of integral operators. For the numerical implementation of Volterra integral operators with singular kernel, it has been suggested to reduce integral models to models with kernels without singularities based on the method of internal regularization.

To solve the operating, control, and measurement problems that reduce the solvation of first-kind Volterra integral equations, including polynomials, a regularization method based on the introduction of a differential regularization operator has been developed. The obtained differential-integral equations are solved based on application of difference and quadrature methods.

Based on the developed methods and algorithms, a complex of software means *Objects with distributed parameters* have been developed, the software modules of which are divided into four main components: equivalent and approximate transformations, identification, numerical implementation, signal recovery. Using the developed methods and tools, a lot of modeling and applied problems were solved, the results of the study were used in solving the problem of operational control of the temperature regimes of the backbone and switching equipment of computer networks.

Keywords: distributed object modeling, computerized means of operation, control and measurement, Volterra operator, Volterra equation of the first kind, polynomial integral operator.

АННОТАЦИЯ

Иванюк В. А. Методы и средства математического моделирования динамических процессов в объектах с распределенными параметрами на основе одномерных интегральных моделей. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.05.02 – Математическое моделирование и вычислительные методы. Институт проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. Киев, 2020.

Диссертационная работа посвящена созданию методов и средств математического моделирования динамических процессов в объектах с распределенными параметрами при решении задач управления, контроля и измерения на основе одномерных интегральных моделей.

Для снижения сложности алгоритмической и программной реализации моделей и обеспечения требований в отношении помехоустойчивости и быстродействия в системах управления, контроля и измерения разработаны следующие методы и средства: построения упрощенных динамических моделей в форме одномерных интегральных операторов и уравнений на основе эквивалентных и аппроксимационных преобразований базовых моделей, а также путем их идентификации на основе серии экспериментов; численной реализации одномерных полиномиальных интегральных операторов Вольтерры на основе применения векторно-матричного подхода и метода раздельных ядер; решения обратных задач динамики линейных и нелинейных динамических систем путем применения регуляризационных подходов к решению полиномиальных интегральных уравнений Вольтерры первого рода.

Эффективность разработанных средств проиллюстрировано на модельных примерах и при решении прикладных задач.

Ключевые слова: моделирование объектов с распределенными параметрами, компьютеризированные средства управления, контроля и измерения, оператор Вольтерры, уравнения Вольтерры первого рода, полиномиальный интегральный оператор.

Підписано до друку 19.02.2020. Формат 60х90/16.
Папір офісний. Друк різографічний. Гарнітура Times New Roman.
Обл.-вид. арк. 1,85. Наклад 100 прим. Зам. № 888.

Надруковано в Кам'янець-Подільському
національному університеті імені Івана Огієнка,
вул. Огієнка, 61. Кам'янець-Подільський, 32300.

Свідоцтво про внесення до державного реєстру
суб'єктів видавничої справи серії ДК № 3382 від 05.02.2009 р.