

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕНЕРГЕТИЦІ
ІМ. Г.Є.ПУХОВА**

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

ГРУЦЬ ЮРІЙ МИКОЛАЙОВИЧ

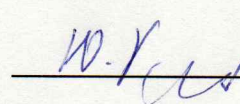
УДК 004.92

**ДИСЕРТАЦІЯ
ТЕОРІЯ І СТРУКТУРНО-АЛГОРИТМІЧНІ ОСНОВИ ПОБУДОВИ
СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ ВІДЕО-КОМП'ЮТЕРНИХ
СТЕРЕОСКОПІЧНИХ 3D СИСТЕМ**

05.13.05 – комп'ютерні системи та компоненти
Галузь знань – інформаційні технології

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

 Ю.М. Груць

Науковий консультант – Верлань Анатолій Федорович,
доктор технічних наук, професор

Київ – 2018

АНОТАЦІЯ

Груць Ю.М. Теорія і структурно-алгоритмічні основи побудови спеціалізованих відео-комп'ютерних стереоскопічних 3D систем. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.13.05 – комп'ютерні системи та компоненти. – Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України, Київ, 2018.

Дисертацію присвячено вирішенню важливої науково-прикладної проблеми – теорії і структурно-алгоритмічним основам побудови стереоскопічних комп'ютерних та відео-комп'ютерних 3D систем, з точною каркасною графікою, у яких однозначно і безперервно присутній взаємно-зворотний зв'язок між тривимірним простором і стереообластю і у яких компенсовано крайовий стереоефект для всіх запропонованих стереопроцедур. В роботі визначено коло важливих науково-технічних просторових завдань, рішення і моделювання яких призводить до аналізу каркасної інформації; і де тільки стереоскопія дає можливість досліднику швидко визначати просторову зону інтересу, зрозуміти і проаналізувати отримані результати. Розглянуто можливості сучасних стереоскопічних засобів для відображенні графічної каркасної 3D інформації. Визначено ряд задач і проблем, вирішення яких дасть можливість суттєво підвищити реалістичність, та швидкість адекватного сприйняття складних каркасних, та натурно-каркасних стереозображень. По-перше, це задача введення зворотного зв'язку по стереобазису і по стереоракурсу конкретного спостерігача в процедуру обчислення стереопар. По-друге, це проблема створення інтерактивного інструментарію реального часу для організації взаємно-зворотного зв'язку між тривимірним простором і стереообластю. По-третє, це проблема визначення кореспондентських стереоточок для синтезованого каркасного зображення. По-четверте, це проблема крайового стереоефекту. В п'ятих, це проблема побудови математичних моделей для аналізу геометричних спотворень, пов'язаних з неточністю стереобазису і стереоракурсу в різних стереосистемах. По-шосте, це проблема створення високопродуктивних спеціалізованих стереосистем для відображення натурно-комп'ютерної

стереоінформації. Ці задачі неможливо вирішити з використанням наявної теоретичної бази. Для вирішення зазначених проблем було запропоновано новий метод операторного стереоперетворення, який являє собою формальний математичний апарат для перетворення просторової графічної каркасної інформації в стереоскопічну форму і назад. Вперше запропоновано пари взаємно-зворотних стереооператорів перетворення: для постійного ракурсу спостерігача; для змінного ракурсу спостерігача; трьох поворотних ракурсів стереоспостереження; а також – для постійного ракурса спостереження для стереосистем, що містять плоске дзеркало і модифікований стереооператор постійного ракурсу для спеціалізованих стереосистем, що вимагають мінімуму машинного часу для його реалізації. Даний метод при особливій формі організації стереобаз даних каркасних зображень дозволив повністю вирішити кореспондентську задачу (задачу пов'язаних стереоточок). Особливість даного методу також полягає в тому, що в усі матриці запропонованих прямих і зворотних стереооператорів входять тривимірні координати ракурсу спостерігача і його стереобазис. Практична важливість цієї обставини полягає в тому, що дає можливість конкретному досліднику, з конкретним стереобазисом, розташовуватися перед екраном монітора саме в тому місці, яке гарантує сприйняття віртуального образу без спотворень. Крім того, зворотні стереооператори дають можливість бачити на екрані монітора в реальному часі тривимірні координати будь-якої стереоточки шуканого віртуального простору. В роботі також отримані математичні моделі розміру зони комп'ютерного стереобачення. На основі запропонованого операторного методу стереоперетворень розроблений ряд унікальних графічних стереопроцедур інтерактивного режиму, математика для більшості яких отримана вперше: 3D-стереокурсори, з постійним виведенням на екран тривимірних координат центру фігури прицілювання курсорів; 3D-стереоогляд (імітація зміщення спостерігача з місця статичного стереоракурсу); 3D-стереоінтерполятор (процедура, яка дає можливість синтезувати просторову стереокриву, що проходить через три довільні точки стереообласті, які вибрані стереокурсором; причому, що важливо, крива в реальному часі постійно тягнеться за центром курсору таким чином, що похідна в цій середній точці завжди

паралельна прямій, що з'єднує дві крайні точки шуканої кривої; це дуже зручний інструментарій для оцифрування натурних відео стереозображень з криволінійними поверхнями); 3D-стереорекурсія (процедура, яка дозволяє, якщо є така необхідність, синтезувати наступне каркасне стереозображення за допомогою каркасного стереопрIMITИВУ, створеного на попередньому кроці стереорекурсії, і так кілька разів. Слід зазначити, що для всіх створених таким чином каркасних зображень, виконується і процедура 3D-стереовікно; а також задоволені умови спряженості для всіх синтезованих стереоточок); процедура 3D-стереоманіпуляція (зсув, поворот, масштабування, деформування) щодо будь-якої точки простору стереобачення, яка встановлюється за допомогою 3D-стереокурсору. На основі запропонованого методу були вперше розроблені математичні основи вирішення проблеми крайового стереоефекту для всіх каркасних графічних зображень, створених за допомогою вказаних стереопроцедур, що дозволило реалізувати процедуру 3D-стереовікно. На основі даного методу вперше були розроблені математичні моделі для аналізу геометричних спотворень, обумовлених зміною стереобазису і стереоракурсу в різних стереосистемах: модель для аналізу стереоспотворень в системі: екран – спостерігач; модель для аналізу стереоспотворень в системі: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран, при паралельному розташуванні стереокамери і стереопроєктора; загальна математична модель для аналізу стереоспотворень в системі: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран – спостерігач при паралельному розташуванні стереокамери і стереопроєктора; математична модель для аналізу спотворень в стереосистемах, що містять стереокамеру і стереопроєктор, які спрямовані під кутом в системі: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран; загальна математична модель для аналізу стереоспотворень в системі: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран – спостерігач.

На основі запропонованої теорії вперше був розроблений метод натурно (відео)-комп'ютерного графічного стереомодельювання, суть якого полягає в тому, що в спільний простір стереобачення надходить два види 3D інформації: відео (отримана за допомогою стереокамери) і комп'ютерна графічна каркасна, синтезована на базі запропонованих процедур стереографіки. Були вирішені задачі

визначення та узгодження зон стереобачення відео і комп'ютерного каналів; був розроблений алгоритм юстирування натурального каналу; вирішені задачі вимірювання тривимірних координат у відео-комп'ютерних стереосистемах. В ІПМЕ ім.Г.Є.Пухова НАН України був створений стереоскопічний телевізійно-обчислювальний комплекс (СТОК), який пройшов багаторічні експериментальні дослідження, і на якому всі особливості запропонованого методу були підтверджені. Вперше поєднання телевізійної і комп'ютерної стереоінформації здійснювалося за рахунок автоматичної схеми стереосинхронізації, яка замішувала в відеосигнал натурального каналу комп'ютерну графічну стереоскладову каркасного виду при повній відповідності кадрових і рядкових імпульсів синхронізації. Було показано, що суміщення відео і комп'ютерних складових також можливо на екранах моніторів РС, – за рахунок режиму прозорого вікна для комп'ютерної складової.

Були доопрацьовані два методи синтезу процесорів групової арифметичної операції – скалярного добутку двох дійсних векторів, працюючих в позиційному і непозиційному базисах: метод надлишкового кодування і метод детермінованого синтезу. Обидва методи дозволяють з єдиних позицій проводити синтез швидких спеціалізованих комбінаційних процесорів групових операцій.

У роботі був проведений аналіз обчислювальних процедур, що допускають ефективно застосування групових операцій: – це нелінійні системи алгебраїчних рівнянь і системи лінійних диференціальних рівнянь з постійними і змінними коефіцієнтами. Були запропоновані матриці операторів при моделюванні неоднорідних систем лінійних диференціальних рівнянь.

Була доведена можливість постановки систем лінійних диференціальних рівнянь в Т-області (за методом Г.Є. Пухова) на обчислювальних структурах зі змішаним кодуванням.

На базі запропонованого операторного методу стереоперетворень і розроблених стереопроцедур, а також з використанням структурно-алгоритмічних основ методу детермінованого синтезу були вперше в країні розроблені, виготовлені і передані Замовнику 3 версії системи ТССОЦІ – телевізійної стереоскопічної системи відображення цифрової інформації каркасного виду.

Розроблено, виготовлено та передано Замовнику (м. Прип'ять) стереоскопічну систему відображення натурної інформації (ССОНІ), яка припускає роботу в високих полях радіації, до 10^9 рентген. ССОНІ створювалася в якості об'ємного технічного зору в системі дистанційного керування монтажно-демонтажних робіт для робото-технічних комплексів.

На базі операторів стереоперетворення отримані математичні залежності та принципи побудови стереосистеми для визначення позиції спостерігача перед стереомонітором. Така система дозволить встановлювати тривимірні координати розташування спостерігача перед екраном і вводити в реальному часі ці координати в якості вектора змінного ракурсу в процесор, який реалізує формули прямого стереооператора. Це дозволить, з одного боку, спостерігачеві завжди перебувати в точці ідеального стереоракурсу, і цим виключаються спотворення за рахунок неточного ракурсу, а з іншого боку, така стереосистема набуває властивостей багаторакурсності, так як дозволяє розглядати віртуальний образ не з однієї точки, а з деякої області.

Розроблено концепцію, основні принципи функціонування і конструкцію без очкової волюметричної системи, в основі роботи якої закладено спосіб комбінованої шаруватості; частина волюметричного обсягу складається із блоку шарів прозорих рідкокристалічних матриць, а весь обсяг утворюється шляхом відображення зазначеного блоку в обертових плоских дзеркалах. Таким чином волюметричний об'єм є віртуальним. Запропоновано алгоритм і математичні залежності для багато камерної стереосистеми стеження за рухомим об'єктом. Розробка орієнтована на технічний зір роботів.

Ключові слова: Стереоскопічна графіка, каркасні (скелетні) зображення, оператори стереоперетворення, натурно (відео)-комп'ютерне стереозображення, Т-перетворення, система СОК, стереовікно, стереорекурсія, стереоінтерполяція, кореспондентська задача, крайовий стереоефект.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації:

1. Груц Ю.Н. Стереоскопическая машинная графика / Ю.Н.Груц // К: Наук. думка.– 1989.– 160с.– ISBN 5–12–001188–8.
2. Груц Ю.Н. Способ представления решения однородных систем линейных дифференциальных уравнений для моделирования их на вычислительном комплексе “ЦВМ – процессор групповой операции” / Ю.Н. Груц // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей.– К.– 1975.– Вып.13.– С.71–78.
3. Груц Ю.Н. Решение краевых задач на гибридных вычислительных комплексах со специализированными процессорами / Ю.Н. Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы.– К.– 1975.– С.34–38.
4. Груц Ю.Н. Непозиционная система счисления в специализированных процессорах групповых операций / М.В.Синьков, Ю.Н. Груц, В.Ф. Ващенко, В.П. Ануреев // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей. – К.– 1975. – Вып.13.– С.66–71.
5. Груц Ю.Н. Многопроцессорные приставки к ЦВМ для моделирования нелинейных систем / Ю.Н. Груц // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей.– К.– 1978.– Вып.16.– С.105–111.
6. Груц Ю.Н. Матрицы операторов при моделировании неоднородных систем линейных дифференциальных уравнений / Ю.Н. Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы.– К.– 1979.– Вып.1.– С.56–60.
7. Груц Ю.Н. Постановка систем линейных дифференциальных уравнений в T-области на вычислительных структурах со смешанным кодированием / Ю.Н.Груц // В кн.: Электроника и методы гибридных вычислений. Сб. научн. трудов. – К.– 1978.– С.151–159.
8. Груц Ю.Н. К вопросу введения отрицательных чисел в СОК с модулем, кратным двум / Ю.Н.Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов.– К.– 1979.– С.58–64.

9. Груц Ю.Н. Некоторые аспекты СОК с модулем, кратным двум / Ю.Н. Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов.– К.– 1984.– Вып.7.– С.97–101.
10. Груц Ю.Н. Избыточное кодирование при синтезе процессоров групповых операций / Ю.Н.Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов.– К.– 1985.– Вып.8.– С.44–50.
11. Груц Ю.Н. Отображение трехмерной машинной информации при полунатурном моделировании / Ю.Н.Груц // В кн.: Вопросы специального машиностроения.– Москва.– 1986.– Серия 4.– 14с.
12. Груц Ю.Н. К вопросу вывода трехмерной машинной информации на телевизионный экран / Ю.Н.Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов.– К.– 1987.– Вып.10.– С.76–82.
13. Груц Ю.Н. Принципы организации оперативного диалога с ЭВМ при моделировании нестационарных трехмерных нелинейных полей / Ю.Н.Груц // В кн.: Проблемы нелинейной электротехники ПНЭ-88, Ч.1.– К.– 1988.– С.168–171.
14. Груц Ю.Н. Стереоскопические системы распознавания машинной и натурной информации / Ю.Н.Груц // В кн.: Вопросы специального машиностроения.– Москва.– 1991.– Серия 4.– 16 с.
15. Груц Ю.Н. Алгоритмы определения координат подвижного объекта, ориентированные на задачи стереоскопической машинной графики / Ю.Н.Груц, Г.А.Козорез // В кн.: Вопросы специального машиностроения.– Москва.– 1991.– Серия 4.– 13с.
16. Груц Ю.Н. Система и метод натурно-компьютерного стереомоделирования / Ю.Н.Груц // В кн.: Методы и средства компьютерного моделирования.– К.– 1995.– С10–12.
17. Груц Ю.Н. Технология получения прикладных стереобаз данных для систем виртуальной реальности / Ю.Н.Груц // В кн.: Методы и средства компьютерного моделирования.– К.– 1997.– С.11–13.
18. Груц Ю.Н. Пространственное отсечение в стереографике / Ю.Н.Груц // Збірник наукових праць ІПМЕ НАН України.– Львів.– 1998.– Вип.3.– С.60–65.

19. Gruts Y.N. Stereointerpolation Procedure / Yu.N. Gruts // Engineering Simulation.– 1999.– Vol.17.– P.117-125.
20. Груц Ю.Н. Математическая модель анализа стереоизображений / Ю.Н.Груц, В.Ф. Евдокимов // Электронное моделирование.– 2001.– Т.23, №6.– С.106–112.
21. Груц Ю.Н. Многокурсовая стереоскопическая система слежения за подвижным объектом / Ю.Н.Груц // В сборнике: Моделювання та інформаційні технології.– К.– 2001.– Вип.11.– С.120–126.
22. Груц Ю.Н. Математическая модель для анализа изображений в стереосистемах, содержащих стереокамеры и стереопроекторы, направленные под углом / Ю.Н.Груц // В сборнике: Моделювання та інформаційні технології.– К.– 2001.– Вип.14.– С.85–98.
23. Груц Ю.Н. Метод анализа геометрических деформаций в стереовидении / Ю.Н.Груц, В.Ф.Евдокимов // Київ: ПІМЕ НАН України. Збірник наукових праць.– 2002.– Вип.16.– С.100–109.
24. Груц Ю.Н. Графический стереоредактор для работы с трехмерными объектами скелетного типа / В.Ф.Евдокимов, Ю.Н.Груц // Київ: ПІМЕ НАН України. Збірник наукових праць.– 2003.– Вип.20.– С.105–112.
25. Груц Ю.Н. Алгоритм повышения точности синтеза интерполяционной кривой / Р.В.Яровой, Ю.Н.Груц // Электронное моделирование.– 2010.– Т.32, №5. – С.105–111.
26. Груц Ю.Н. Процедура виртуального 3D погружения в графических стереомоделях / Ю.Н.Груц // Электронное моделирование.– 2011.– Т.33, №2.– С.119–124.
27. Груц Ю.Н. Стереоператоры для 3D-систем, содержащих зеркала / Ю.Н.Груц // Электронное моделирование.– 2014.– Т.36, №6.– С.99–109.
28. Груц Ю.Н. Математическая модель графической процедуры отсечения для скелетных стереоизображений / Ю.Н.Груц // Моделювання та інформаційні технології.– К.– 2015.– Вип.74.– С.60–69.
29. Груц Ю.Н. Волюметрическая система на основе гибридной слоистости / Ю.Н.Груц // Моделювання та інформаційні технології.– К.– 2015.– Вип.79.–

C.27–34.

30. Груц Ю.Н. Система, метод и алгоритм определения позиции наблюдателя в пространстве / Ю.Н. Груц // Моделювання та інформаційні технології.– К.– 2001.– Вип.10.– С.9–18.
31. Gruts Y.N. Method of Model-Computer Stereomodelling / Yu.N. Gruts // Engineering Simulation.– 1997.– Vol.14.– P.681–690.
32. Gruts Y.N. Stereoscopic operators and their Application / Yu.N. Gruts, Jung-Young Son, Donghoon Kong // Journal of Optical Society of Korea.–Vol. 5, No. 3.– September 2001.– P.90–92. (WoS, Scopus).
33. Gruts Y.N. Distortion Analysis in Stereoscopic Images / Jung-Young Son, Yuri Gruts, Joo-Hwan Chun, Yong-Jin Choi, Ji-Eun Bahn, Vladimir I. Bobrinev // Optical Engineering.– Vol. 41(3).– 2002.– P.680–685. (Scopus, Inspec).
34. Gruts Y.N. Stereoscopic image distortion in radial camera and projector Configurations / Jung-Young Son, Yuri N Gruts, Kae-Dal Kwack, Kyung-Hun Cha, Sung-Kyu Kim // J.OPT.Soc.Am.A.– Vol.24, N3.– March. 2007.– P.643–650. (ISSN · 1084-7529, Scopus, Web of Science).

Праці апробаційного характеру:

35. Груц Ю.Н. О выполнении деления в системе остаточных классов / Ю.Н. Груц, В.М.Синьков, В.Е.Телешев // Материалы республиканского семинара “Гибридные вычислительные машины и комплексы”.– Одесса.– 1976.– С.69.
36. Груц Ю.Н. Эффективность выполнения операций суммирования и умножения в позиционных и непозиционных системах счисления / Ю.Н. Груц // Материалы республиканского семинара “Гибридные вычислительные машины и комплексы”.– Одесса.– 1976.– С.69–70.
37. Груц Ю.Н. Вычислительные структуры смешанного кодирования на основе групповых операций / Ю.Н. Груц // В кн.: Проблемы создания и использования

высокопроизводительных информационно-вычислительных машин.– НТО РЭС им. А.С. Попова.– Кишинев.– 1979.– 0.2с.

38. Груц Ю.Н. Групповые логические операции в специализированных процессорах / Ю.Н. Груц // В кн. Теоретическая электротехника и электроника. Информ. Материалы.– К.– 1979.– С.89–90.
39. Груц Ю.Н. Постановка систем линейных дифференциальных уравнений в Т-области на вычислительных структурах со смешанным кодированием / Ю.Н. Груц // В кн. Теоретическая электротехника и электроника. Информ. Материалы.– К.– 1979.– С.102–103.
40. Груц Ю.Н. Вопросы создания средств трехмерной стереоскопической графики / Ю.Н. Груц // Диалог человек – ЭВМ: Тезисы докл. IV Всесоюзной конф. 8–12 окт.1985.– К.– ИК им. В.М.Глушкова АН УССР.– Ч.1.– С.110–111.
41. Груц Ю.Н. Применение групповых арифметических операций в процедуре организации баз данных при стереопереработке / Ю.Н. Груц // Моделирование-85: Теория, средства, применение. Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф.– К.– 1985.– ЧЗ.– С. 90–92.
42. Груц Ю.Н. Структурные и алгоритмические особенности процессора стереовекторов / Ю.Н. Груц // В кн.: Технические средства моделирования (Материалы IV отчетной конф. ИПМЭ АН УССР).– К.– 1985 г.– 0.2с.
43. Груц Ю.Н. Математические основы организации баз данных при выводе графической информации на стереодисплей / Ю.Н. Груц // В кн.: Методы моделирования и математические модели процессов (Материалы IV отчетной конф. ИПМЭ АН УССР).– К.– 1985.– 0.2с.
44. Груц Ю.Н. Система и метод натурно-компьютерного стереомоделирования / Ю.Н.Груц // В кн. Методы и средства компьютерного моделирования (Материалы конф. ИПМЭ НАН Украины).– К.– 1995.– С.10–12.
45. Груц Ю.Н. Технология получения прикладных стереобаз данных для систем виртуальной реальности / Ю.Н.Груц // В кн. Методы и средства компьютерного моделирования (Материалы конф. ИПМЭ НАН Украины).К.– 1997.– С.11–13.

46. Gruts Y.N. Stereoscopic operators and its application / Yu.N. Gruts, Jung-Young Son // Proceedings of The 6th International Workshop on 3-D Imaging Media Technology and The 5th Photonic Information Processing Conference.– 2000.– Vol.6,N1.– P.34–38.
47. Груц Ю.Н. Натурно-компьютерное стереомоделирование / Ю.Н.Груц // Сб. трудов конференции: SIMULATION-2006.– К.– С.193–197.
48. Груц Ю.Н. Технология совмещения стереопространств при 3D-моделировании / Ю.Н.Груц // Сб. трудов конференции: SIMULATION-2008, Том 2.– К.– С.416–422.
49. Груц Ю.Н. Принцип построения волюметрической 3D системы на основе комбинированной слоистости / Ю.Н.Груц // Vth International Scietific Conference SIMULATION–2016.– К.– 2016.– С.178–182.
50. Груц Ю.Н. Операторний метод стереоперетворень в комп'ютерній графіці / Ю.Н.Груц // Матеріали 6-й Міжнародної науково-технічної конференції: Інформаційні системи і технології ІСТ-2017, посвященній 80-літтю В.В. Свирідова.– 11–16 вересня 2017.– Коблево, Харків.– Україна.– С.37–38.

Праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

51. Груц Ю.Н. Групповые логические операции в специализированных процессорах, работающих в СОК / Ю.Н.Груц // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей. "Наукова думка".– К.– 1978.– Вып.16.– С.102–105.
52. Груц Ю.Н. Устройство для интегрирования в системе остаточных классов / М.В.Синьков, Ю.Н.Груц // Авт. Свидетельство №7723598 (СССР). Бюл. изобретений №11.– 1980.
53. Груц Ю.Н. Устройство для интегрирования в системе остаточных классов / М.В.Синьков, Ю.Н.Груц // Авт. Свидетельство №737961 (СССР). Бюл. изобретений №20.– 1980.
54. Груц Ю.Н. Способ кодирования информации в процессорах групповых операций/Ю.Н.Груц // В кн.: Специализированные процессоры: Препринт-224.– ИЭД АН УССР.– К.– 1980.– С.34–35.

55. Груц Ю.Н. Стереоскопическая машинная графика: Методы синтеза процессоров групповых операций / Ю.Н.Груц // Препринт-63.–АН УССР, Институт проблем моделирования в энергетике.– К.– 1986.– 48с.
56. Груц Ю.Н. Стереоскопическая машинная графика: Математические основы, алгоритмы, программы / Ю.Н.Груц, В.П.Ануреев // Препринт-55.–АН УССР, Институт проблем моделирования в энергетике.– К.– 1986.– 28с.
57. Груц Ю.Н. Телевизионно-компьютерные стереосистемы: от прошлого к будущему / Ю.Н.Груц // Видео квадрат.– 1998.– №5.– С.25–30.

ANNOTATION

Gruts Y.N. " Theory and structural-algorithmic basis for the construction of specialized video-computer stereoscopic 3D systems".– Manuscript.

Thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences in specialty 05.13.05 – Computer Systems and Components.– Pukhov Institute for Modelling in Energy Engineering, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv. 2017.

The dissertation is devoted to solving an important scientific and applied problem – the theory and structural-algorithmic bases of constructing stereoscopic computer and video-computer 3D systems with precise skeleton graphics, in which unambiguously and continuously there is a mutually inverse relationship between three dimensional space and stereo area and in which the edge stereo effect is compensated for all the proposed stereo procedures.

At the work are defined a number of important scientific and technical spatial problems, the solution and modeling of which leads to the analysis of wireframe information; and where only stereoscopic means allow the researcher to quickly determine the spatial scope of interests, understand and analyze the results obtained. The possibilities of modern stereoscopic means for displaying 3D information of skeletal graphics are considered. A number of problems are considered, the solution of which will significantly increase the realism and speed of adequate perception of complex images and 3D-video-

computer image. First, it is the task of introducing feedback on stereobase and the point of view of a particular observer into the procedure for calculating stereopairs. Secondly, it is a problem of creating an interactive real-time toolkit for organizing the mutual feedback between the three-dimensional space and the stereo space. Third, it is a problem of determining the correspondence stereoscopic points for a synthesized image. Fourth, it is a problem of the edge stereo effect. In the fifth place, this is the problem of constructing mathematical models for the analysis of geometric distortions associated with the inaccuracy of stereobase and the point of view in different stereosystems. Sixth, it's a problem to create high-performance specialized stereo systems for displaying 3D-video-computer image. These tasks can not be solved using the existing theoretical basis. To solve these problems, we proposed a new operator method of stereo transformation, which is a formal mathematical apparatus for transforming spatial graphical information into stereoscopic information and back. For the first time pairs of mutually inverse stereo transformation operators are proposed for a constant point of view of the observer, for a variable point of view of the observer, three rotational point of views of stereo observation; and also for a constant point of view for stereo systems containing a flat mirror; and also are proposed modified stereo operator for constant point of view for specialized stereo systems requiring a minimum of computer time for its implementation. This method, with a special form of organizing stereoscopic images of wireframe images, completely solved the problem of conjugated stereo points. The peculiarity of this method also lies in the fact that all the matrices of the proposed forward and reverse stereo operators include the three-dimensional coordinates of the observer's points of view and its stereo basis.

The practical importance of this circumstance is that it enables a particular researcher, with a specific stereo basis, to be placed in front of the monitor screen in exactly the place that guarantees the perception of the virtual image without distortion. In addition, reverse stereo operators allow you to see on the monitor screen in real time the three-dimensional coordinates of any stereo point of the desired virtual space. Mathematical models of the size of the computer stereo vision zone have also been obtained. On the basis of the proposed operator method of stereo transformations, a

number of new graphical stereotypes of interactive mode have been developed, mathematics for the majority of which was obtained for the first time: stereoscopic cursor, with constant display of the three-dimensional coordinates of the center of the cursor: 3D stereo review; 3D stereo interpolator; 3D stereo window; 3D stereo recursion; 3D manipulation procedures (shift, rotation, scaling, deformation) with respect to any point of the stereo space set with a 3D stereo cursor. On the basis of the proposed method, the mathematical basis for solving the problem of the edge stereo effect for all wireframe graphic images was first developed, which allowed to realize the 3D-stereoscopic window of any size and any rectangular shape, located both in the screen plane of the monitor and in the pre-screen area stereo vision. Based on this method, mathematical models were first developed for the analysis of geometric distortions caused by changes of the stereoscopic base and point of view angle in stereo systems: a model for analyzing stereo distortions in a screen-observer system; model for the analysis of stereo distortions in the system - the object - stereo camera - stereo projector - a screen, with the parallel arrangement of stereo camera and stereo projector; general mathematical model for the analysis of distortions in the system - object - stereo camera - stereo projector - screen - observer with parallel arrangement of stereo camera and stereo projector; a mathematical model for the analysis of distortions in the system, containing stereo camera and stereo projector directed at an angle in the system: an object - stereo camera - stereo projector - a screen; general mathematical model for the analysis of stereo distortions in the system: object - stereo camera - stereo projector - screen - observer. Based on the proposed theory, for the first time, a method of natural-computer graphic stereo modeling was developed, the essence of which is that two types of 3D information are output to the common space of stereo vision: the real stereo (obtained with stereo camera) and graphic wireframe information, synthesized on the basis of the proposed procedures for stereo graphics. The tasks of determining coordinates of the zones of stereo vision of the computer channels were solved; An algorithm for adjusting the natural channel was developed; solved the problem of measuring three-dimensional coordinates in natural-computer stereo systems. A stereoscopic television-computer complex (STOK) was created at the Institute of Physics and Power Engineering named after G.E. Pukhov of the National Academy of Sciences of

Ukraine, which passed many years of experimental research, and on which all the features of the proposed method were confirmed. For the first time, the combination of television and computer-based stereo information was carried out by means of an automatic stereo synchronization circuit that mixed a computer graphic wireframe stereo component with the video signal of the natural channel, with full synchronization of the frames and lines. It was shown that for realizing the procedure of combining video and computer components on the screens of PC monitors it is also possible, but for this it is necessary to use the transparent window mode for the computer component. Two methods for synthesizing processors of the group arithmetic operation- of the scalar product of two real vectors- working in the positional and non-position bases- have been refined: - the method of excessive coding and the method of deterministic synthesis. Both methods allow for the synthesis of fast specialized combinational processors of group operations with the a single position. The analysis of computational procedures allowing the effective use of group operations was carried out in the paper: these are nonlinear systems of algebraic equations and systems of linear differential equations with constant and variable coefficients. The matrix of operators was proposed for modeling nonhomogeneous systems of linear differential equations. The possibility of setting up systems of linear differential equations in the T-domain (using the method of G.E. Pukhov) on computational structures with mixed coding was proved.

Based on the proposed operator method of stereo transformations and the developed stereo procedures, as well as using structural and algorithmic features of the method of deterministic synthesis, for the first time in the country, 3 versions of the TSSOCI system - a television stereoscopic display system for digital wireframe information were developed, manufactured and handed over to the Customer.

A stereoscopic system for displaying television information (SSONI), designed to operate in high radiation fields up to 10^9 X-rays, was developed, manufactured and handed over to the Customer (PO Spetsatom, Pripyat). The SSONI was created as a 3D vision in the remote control system for erection and dismantling works for robotic technical complexes. In the Pukhov Institute for Modelling in Energy Engineering, National Academy of Sciences of Ukraine was developed and passed many years of experimental

research stereoscopic television and computer complex (STOK), the main and unique feature of which is the ability to combine in real time, and in one space of stereo vision, two types of stereo information: of the videoinformation through the channels of applied stereo vision and computer wireframe stereoinformation synthesized by the operator. Based on the stereoooperators of conversion, mathematical dependencies and the principles of constructing a stereo system for determining the observer's position in front of a stereomonitor are obtained. Such a system will accurately position the three-dimensional coordinates of the observer in front of the screen, and, in real time, enter these coordinates as a vector of the point of view into the processor that implements the formulas of the direct stereo operator. This will allow, on the one hand, the observer always be at the point of an ideal view angle, which excludes distortions due to the inaccurate foreshortening, and on the other hand, such a stereo system acquires multy view properties, since it allows to view the virtual image not from one point, but with some region. The concept, the basic principles of functioning volumetric system, is based on the method of combined stratification, is developed; part of the volumetric volume consists of their block of layers of transparent liquid crystal matrices, and the entire volume is formed by displaying the indicated block in rotating flat mirrors. Thus, the volumetric volume is virtual. An algorithm and mathematical dependencies for a multi-camera stereo system for tracking a mobile object are proposed. The development is focused on the technical vision of robots.

Keywords: Stereoscopic graphics, wireframe (skeleton) images, stereo conversion operators, natural (video)-computer stereo images, T-transforms, residual classes, stereo window, stereo recursion, stereo interpolation, correspondent task, edge stereo effect.

LIST OF PUBLICATIONS

Main publications:

1. Груц Ю.Н. Стереоскопическая машинная графика / Ю.Н.Груц // К: Наук. думка.– 1989.– 160с.– ISBN 5–12–001188–8.
2. Груц Ю.Н. Способ представления решения однородных систем линейных дифференциальных уравнений для моделирования их на вычислительном комплексе “ЦВМ – процессор групповой операции” / Ю.Н. Груц // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей.– К.– 1975.– Вып.13.– С.71–78.
3. Груц Ю.Н. Решение краевых задач на гибридных вычислительных комплексах со специализированными процессорами / Ю.Н. Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы.– К.– 1975.– С.34–38.
4. Груц Ю.Н. Непозиционная система счисления в специализированных процессорах групповых операций / М.В.Синьков, Ю.Н. Груц, В.Ф. Ващенко, В.П. Ануреев // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей. – К.– 1975. – Вып.13.– С.66–71.
5. Груц Ю.Н. Многопроцессорные приставки к ЦВМ для моделирования нелинейных систем / Ю.Н. Груц // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей.– К.– 1978.– Вып.16.– С.105–111.
6. Груц Ю.Н. Матрицы операторов при моделировании неоднородных систем линейных дифференциальных уравнений / Ю.Н. Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы.– К.– 1979.– Вып.1.– С.56–60.
7. Груц Ю.Н. Постановка систем линейных дифференциальных уравнений в T-области на вычислительных структурах со смешанным кодированием / Ю.Н.Груц // В кн.: Электроника и методы гибридных вычислений. Сб. научн. трудов. – К.– 1978.– С.151–159.
8. Груц Ю.Н. К вопросу введения отрицательных чисел в СОК с модулем, кратным двум / Ю.Н.Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов.– К.– 1979.– С.58–64.

9. Груц Ю.Н. Некоторые аспекты СОК с модулем, кратным двум / Ю.Н. Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов.– К.– 1984.– Вып.7.– С.97–101.
10. Груц Ю.Н. Избыточное кодирование при синтезе процессоров групповых операций / Ю.Н.Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов.– К.– 1985.– Вып.8.– С.44–50.
11. Груц Ю.Н. Отображение трехмерной машинной информации при полунатурном моделировании / Ю.Н.Груц // В кн.: Вопросы специального машиностроения.– Москва.– 1986.– Серия 4.– 14с.
12. Груц Ю.Н. К вопросу вывода трехмерной машинной информации на телевизионный экран / Ю.Н.Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов.– К.– 1987.– Вып.10.– С.76–82.
13. Груц Ю.Н. Принципы организации оперативного диалога с ЭВМ при моделировании нестационарных трехмерных нелинейных полей / Ю.Н.Груц // В кн.: Проблемы нелинейной электротехники ПНЭ-88, Ч.1.– К.– 1988.– С.168–171.
14. Груц Ю.Н. Стереоскопические системы распознавания машинной и натурной информации / Ю.Н.Груц // В кн.: Вопросы специального машиностроения.– Москва.– 1991.– Серия 4.– 16 с.
15. Груц Ю.Н. Алгоритмы определения координат подвижного объекта, ориентированные на задачи стереоскопической машинной графики / Ю.Н.Груц, Г.А.Козорез // В кн.: Вопросы специального машиностроения.– Москва.– 1991.– Серия 4.– 13с.
16. Груц Ю.Н. Система и метод натурно-компьютерного стереомоделирования / Ю.Н.Груц // В кн.: Методы и средства компьютерного моделирования.– К.– 1995.– С10–12.
17. Груц Ю.Н. Технология получения прикладных стереобаз данных для систем виртуальной реальности / Ю.Н.Груц // В кн.: Методы и средства компьютерного моделирования.– К.– 1997.– С.11–13.
18. Груц Ю.Н. Пространственное отсечение в стереографике / Ю.Н.Груц // Збірник наукових праць ІПМЕ НАН України.– Львів.– 1998.– Вип.3.– С.60–65.

19. Gruts Y.N. Stereointerpolation Procedure / Yu.N. Gruts // Engineering Simulation.– 1999.– Vol.17.– P.117-125.
20. Груц Ю.Н. Математическая модель анализа стереоизображений / Ю.Н.Груц, В.Ф. Евдокимов // Электронное моделирование.– 2001.– Т.23, №6.– С.106–112.
21. Груц Ю.Н. Многокурсовая стереоскопическая система слежения за подвижным объектом / Ю.Н.Груц // В сборнике: Моделювання та інформаційні технології.– К.– 2001.– Вип.11.– С.120–126.
22. Груц Ю.Н. Математическая модель для анализа изображений в стереосистемах, содержащих стереокамеры и стереопроекторы, направленные под углом / Ю.Н.Груц // В сборнике: Моделювання та інформаційні технології.– К.– 2001.– Вип.14.– С.85–98.
23. Груц Ю.Н. Метод анализа геометрических деформаций в стереовидении / Ю.Н.Груц, В.Ф.Евдокимов // Київ: ІПМЕ НАН України. Збірник наукових праць.– 2002.– Вип.16.– С.100–109.
24. Груц Ю.Н. Графический стереоредактор для работы с трехмерными объектами скелетного типа / В.Ф.Евдокимов, Ю.Н.Груц // Київ: ІПМЕ НАН України. Збірник наукових праць.– 2003.– Вип.20.– С.105–112.
25. Груц Ю.Н. Алгоритм повышения точности синтеза интерполяционной кривой / Р.В.Яровой, Ю.Н.Груц // Электронное моделирование.– 2010.– Т.32, №5. – С.105–111.
26. Груц Ю.Н. Процедура виртуального 3D погружения в графических стереомоделях / Ю.Н.Груц // Электронное моделирование.– 2011.– Т.33, №2.– С.119–124.
27. Груц Ю.Н. Стереоператоры для 3D-систем, содержащих зеркала / Ю.Н.Груц // Электронное моделирование.– 2014.– Т.36, №6.– С.99–109.
28. Груц Ю.Н. Математическая модель графической процедуры отсечения для скелетных стереоизображений / Ю.Н.Груц // Моделювання та інформаційні технології.– К.– 2015.– Вип.74.– С.60–69.
29. Груц Ю.Н. Волюметрическая система на основе гибридной слоистости / Ю.Н.Груц // Моделювання та інформаційні технології.– К.– 2015.– Вип.79.–

C.27–34.

30. Груц Ю.Н. Система, метод и алгоритм определения позиции наблюдателя в пространстве / Ю.Н. Груц // Моделювання та інформаційні технології.– К.– 2001.– Вип.10.– С.9–18.
31. Gruts Y.N. Method of Model-Computer Stereomodelling / Yu.N. Gruts // Engineering Simulation.– 1997.– Vol.14.– P.681–690.
32. Gruts Y.N. Stereoscopic operators and their Application / Yu.N. Gruts, Jung-Young Son, Donghoon Kong // Journal of Optical Society of Korea.–Vol. 5, No. 3.– September 2001.– P.90–92. (WoS, Scopus).
33. Gruts Y.N. Distortion Analysis in Stereoscopic Images / Jung-Young Son, Yuri Gruts, Joo-Hwan Chun, Yong-Jin Choi, Ji-Eun Bahn, Vladimir I. Bobrinev // Optical Engineering.– Vol. 41(3).– 2002.– P.680–685. (Scopus, Inspec).
34. Gruts Y.N. Stereoscopic image distortion in radial camera and projector Configurations / Jung-Young Son, Yuri N Gruts, Kae-Dal Kwack, Kyung-Hun Cha, Sung-Kyu Kim // J.OPT.Soc.Am.A.– Vol.24, N3.– March. 2007.– P.643–650. (ISSN • 1084-7529, Scopus, Web of Science).

Works of approbation character:

35. Груц Ю.Н. О выполнении деления в системе остаточных классов / Ю.Н. Груц, В.М.Синьков, В.Е.Телешев // Материалы республиканского семинара “Гибридные вычислительные машины и комплексы”.– Одесса.– 1976.– С.69.
36. Груц Ю.Н. Эффективность выполнения операций суммирования и умножения в позиционных и непозиционных системах счисления / Ю.Н. Груц // Материалы республиканского семинара “Гибридные вычислительные машины и комплексы”.– Одесса.– 1976.– С.69–70.
37. Груц Ю.Н. Вычислительные структуры смешанного кодирования на основе групповых операций / Ю.Н. Груц // В кн.: Проблемы создания и использования высокопроизводительных информационно-вычислительных машин.– НТО РЭС им. А.С. Попова.– Кишинев.– 1979.– 0.2с.

38. Груц Ю.Н. Групповые логические операции в специализированных процессорах / Ю.Н. Груц // В кн. Теоретическая электротехника и электроника. Информ. Материалы.– К.– 1979.– С.89–90.
39. Груц Ю.Н. Постановка систем линейных дифференциальных уравнений в T-области на вычислительных структурах со смешанным кодированием / Ю.Н. Груц // В кн. Теоретическая электротехника и электроника. Информ. Материалы.– К.– 1979.– С.102–103.
40. Груц Ю.Н. Вопросы создания средств трехмерной стереоскопической графики / Ю.Н. Груц // Диалог человек – ЭВМ: Тезисы докл. IV Всесоюзной конф. 8–12 окт.1985.– К.– ИК им. В.М.Глушкова АН УССР.– Ч.1.– С.110–111.
41. Груц Ю.Н. Применение групповых арифметических операций в процедуре организации баз данных при стереопереработке / Ю.Н. Груц // Моделирование-85: Теория, средства, применение. Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф.– К.– 1985.– ЧЗ.– С. 90–92.
42. Груц Ю.Н. Структурные и алгоритмические особенности процессора стереовекторов / Ю.Н. Груц // В кн.: Технические средства моделирования (Материалы IV отчетной конф. ИПМЭ АН УССР).– К.– 1985 г.– 0.2с.
43. Груц Ю.Н. Математические основы организации баз данных при выводе графической информации на стереодисплей / Ю.Н. Груц // В кн.: Методы моделирования и математические модели процессов (Материалы IV отчетной конф. ИПМЭ АН УССР).– К.– 1985.– 0.2с.
44. Груц Ю.Н. Система и метод натурно-компьютерного стереомоделирования / Ю.Н.Груц // В кн. Методы и средства компьютерного моделирования (Материалы конф. ИПМЭ НАН Украины).– К.– 1995.– С.10–12.
45. Груц Ю.Н. Технология получения прикладных стереобаз данных для систем виртуальной реальности / Ю.Н.Груц // В кн. Методы и средства компьютерного моделирования (Материалы конф. ИПМЭ НАН Украины).К.– 1997.– С.11–13.
46. Gruts Y.N. Stereoscopic operators and its application / Yu.N. Gruts, Jung-Young Son // Proceedings of The 6th International Workshop on 3-D Imaging Media Technology and The 5th Photonic Information Processing Conference.– 2000.– Vol.6,N1.– P.34–38.

47. Груц Ю.Н. Натурно-компьютерное стереомоделирование / Ю.Н.Груц // Сб. трудов конференции: SIMULATION-2006.– К.– С.193–197.
48. Груц Ю.Н. Технология совмещения стереопространств при 3D-моделировании / Ю.Н.Груц // Сб. трудов конференции: SIMULATION-2008, Том 2.– К.– С.416–422.
49. Груц Ю.Н. Принцип построения волюметрической 3D системы на основе комбинированной слоистости / Ю.Н.Груц // Vth International Scietific Conference SIMULATION–2016.– К.– 2016.– С.178–182.
50. Груц Ю.Н. Операторный метод стереоперетворень в комп'ютерній графіці / Ю.Н.Груц // Материалы 6-й Международной научно-технической конференции: Информационные системы и технологии ИСТ-2017, посвященной 80-летию В.В. Свиридова.– 11–16 сентября 2017.– Коблево, Харьков.– Украина.– С.37–38.

Works that additionally reflect the scientific results of the dissertation:

51. Груц Ю.Н. Групповые логические операции в специализированных процессорах, работающих в СОК / Ю.Н.Груц // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей. "Наукова думка".– К.– 1978.– Вып.16.– С.102–105.
52. Груц Ю.Н. Устройство для интегрирования в системе остаточных классов / М.В.Синьков, Ю.Н.Груц // Авт. Свидетельство №7723598 (СССР). Бюл. изобретений №11.– 1980.
53. Груц Ю.Н. Устройство для интегрирования в системе остаточных классов / М.В.Синьков, Ю.Н.Груц // Авт. Свидетельство №737961 (СССР). Бюл. изобретений №20.– 1980.
54. Груц Ю.Н. Способ кодирования информации в процессорах групповых операций/Ю.Н.Груц // В кн.: Специализированные процессоры: Препринт-224.– ИЭД АН УССР.– К.– 1980.– С.34–35.

55. Груц Ю.Н. Стереоскопическая машинная графика: Методы синтеза процессоров групповых операций / Ю.Н.Груц // Препринт-63.–АН УССР, Институт проблем моделирования в энергетике.– К.– 1986.– 48с.
56. Груц Ю.Н. Стереоскопическая машинная графика: Математические основы, алгоритмы, программы / Ю.Н.Груц, В.П.Ануреев // Препринт-55.–АН УССР, Институт проблем моделирования в энергетике.– К.– 1986.– 28с.
57. Груц Ю.Н. Телевизионно-компьютерные стереосистемы: от прошлого к будущему / Ю.Н.Груц // Видео квадрат.– 1998.– №5.– С.25–30.

ЗМІСТ

СПИСОК ТЕРМІНІВ ТА УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ.....	31
ВСТУП	32
РОЗДІЛ 1. ПРОБЛЕМИ АДЕКВАТНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ КАРКАСНИХ СТЕРЕОЗОБРАЖЕНЬ.....	44
1.1 Огляд сучасних стереоскопічних засобів	44
1.2 Каркасні комп'ютерні стереозображення.....	49
1.3 Просторові задачі, рішення яких призводить до візуалізації тривимірних зображень каркасного виду	49
1.4 Проблеми візуалізації каркасних 3D зображень.....	50
1.5 Висновок по розділу	51
РОЗДІЛ 2. ОПЕРАТОРНИЙ МЕТОД СТЕРЕОПЕРЕТВОРЕНЬ.....	52
2.1 Позначення, системи координат	53
2.2 Оператори стереоперетворення постійного ракурсу.....	56
2.2.1 Прямий стереооператор постійного ракурсу.....	56
2.2.2 Зворотний стереооператор постійного ракурсу	59
2.3 Оператори стереоперетворення змінного ракурсу.....	61
2.3.1 Прямий стереооператор змінного ракурсу	61
2.3.2 Зворотний стереооператор змінного ракурсу	66
2.4 Стереооператори поворотних ракурсів	67
2.4.1 Стереооператор поворотного ракурсу навколо осі O-X	67
2.4.2 Стереооператор поворотного ракурсу навколо осі O-Z	68
2.4.3 Стереооператор поворотного ракурсу навколо осі O-Y	70
2.4.4 Модифікація формул стереооператора постійного ракурсу	75
2.5 Стереооператори для 3D-систем, що містять дзеркало.....	77
2.6 Простір стереобачення	86
2.6.1 Визначення меж зони стереобачення	86
2.7 Висновки по розділу	89

РОЗДІЛ 3. ГРАФІЧНІ СТЕРЕОПРОЦЕДУРИ КАРКАСНИХ ЗОБРАЖЕНЬ	91
3.1 Стереокурсор	91
3.1.1 Вимоги, що пред'являються до системи управління стереокурсором.....	98
3.2 Процедура зсуву стереозображень	98
3.3 Процедура стереомасштабування і стереодеформації щодо довільної точки простору	99
3.4 Процедура стереоогляду	100
3.5 Процедури повороту стереозображень	100
3.6 Процедура стереоінтерполяції	103
3.7 Процедура стереовікно	112
3.7.1 Стереовідсікання в площині екрану.....	113
3.7.1.1 Визначення точок перетину з верхньою кромкою обмежень	114
3.7.1.2 Визначення точок перетину з нижньою кромкою обмежень	115
3.7.1.3 Визначення координат точок корекції при перетині з лівою кромкою обмежень.....	117
3.7.1.4 Визначення координат точок корекції при перетині з правою кромкою обмежень	119
3.7.2 Відсікання стереовікном, що розташовується паралельно екрану	122
3.8 Процедура стереорекурсії	130
3.9 Процедура віртуального 3D занурення в графічних стереомоделях	131
3.10 Висновки по розділу.....	136
РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ГЕОМЕТРИЧНИХ СПОТВОРЕНЬ В СТЕРЕОБАЧЕННІ	138
4.1 Математична модель для аналізу стереозображень в системі екран – спостерігач	140
4.1.1 Деформація стереоскопічних зображень при переміщенні спостерігача.....	140
4.1.2 Деформація стереоскопічних зображень, що обумовлена іншим	

стереобазисом спостерігача	143
4.1.3 Деформація стереоскопічних зображень, що обумовлена одночасною зміною стереобазису і стереоракурсу спостерігача.....	152
4.2 Математична модель для аналізу стереозображень в системі: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран, при паралельним розташуванні стереокамери і стереопроєктора.....	159
4.3 Загальна математична модель для аналізу стереозображень при паралельним розташуванні стереокамери і стереопроєктора.....	167
4.4 Математична модель для аналізу зображень в стереосистемах, що містять стереокамеру і стереопроєктор, які спрямовані під кутом	171
4.5 Загальна математична модель для аналізу зображень в стереосистемах, що містять камери і проєктори, спрямовані під кутом	190
4.6 Висновки по розділу	191
РОЗДІЛ 5. ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ПРОЦЕДУРИ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬ ГРУПОВІ ОПЕРАЦІЇ	193
5.1 Матриці операторів при моделюванні неоднорідних систем лінійних диференціальних рівнянь	194
5.2 Постановка систем лінійних диференціальних рівнянь в T-області на обчислювальних структурах зі змішаним кодуванням	202
5.2.1 Система лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, задача Коші	202
5.2.2 Система лінійних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами, задача Коші	206
5.3 Нелінійні системи	209
5.3.1 Метод Ньютона	210
5.3.1.1 Метод облямівки	212
5.3.1.2 Метод поповнення	213
5.3.2 Метод найшвидшого спуску	216
5.4 Обчислювальні процедури комп'ютерної графіки, що вимагають групової обробки	218

5.5 Висновки по розділу	221
РОЗДІЛ 6. МЕТОДИ СИНТЕЗУ ПРОЦЕСОРІВ ГРУПОВИХ АРИФМЕТИЧНИХ ОПЕРАЦІЙ	222
6.1 Метод надлишкового кодування	222
6.1.1 Пряме перетворення.	222
6.1.2 Зворотне перетворення	223
6.1.3 Арифметичні дії в області зображень	223
6.1.3.1 Операція алгебраїчного додавання	224
6.1.3.2 Операція множення	224
6.1.3.3 Групові арифметичні операції.	225
6.1.4 Алгоритм синтезу комбінаційних структур	231
6.2 Метод детермінованого синтезу	232
6.2.1 Таблиці двійкових алгебраїчних суматорів	232
6.2.2 Аналіз таблиць алгебраїчного додавання	234
6.2.3 Суматори без інверсії переносів	235
6.2.4 Модифікації включення базової схеми суматора	236
6.2.5 Суматори з інверсіями переносів.	239
6.2.6 Модифікації включення базової схеми суматора з інверсіями переносів	240
6.2.7 Синтез комбінаційного матричного помножувача, що працює в додаткових кодах	245
6.2.8. Синтез матричних комбінаційних процесорів групових операцій	249
6.3 СОК з модулем, кратним двом	251
6.3.1 Операція складання	253
6.3.2 Операція множення	253
6.3.3 Канал перетворення позиційного двійкового коду в код СОК за модулем 2^s	257
6.3.4 Суматор за модулем 2^s	257
6.3.5 Помножувач за модулем 2^s	258

6.3.6 Перетворення із СОК в поліадичне числення	259
6.4 Висновки по розділу	260
РОЗДІЛ 7. СПЕЦІАЛІЗОВАНІ СТЕРЕОСКОПІЧНІ 3D СИСТЕМИ.....	262
7.1 Телевізійна стереоскопічна система відображення цифрової інформації	262
7.2 Стереоскопічна система відображення натурної інформації	263
7.3 Стереоскопічний телевізійно-обчислювальний комплекс	264
7.3.1 Блок автосинхростереозахвату	267
7.3.2 Блок кодування, кольорової суміші та погодження рівней відеосигналів	268
7.4 Метод натурно-комп'ютерного стереомодельювання	270
7.4.1 Вимірювання в натурно - комп'ютерних стереомоделях	272
7.4.2 Визначення та узгодження зон стереобачення натурного і комп'ютерного каналів	274
7.4.3 Юстирування натурно-комп'ютерного стереоканалу	276
7.5 Система, метод і алгоритм визначення позиції спостерігача перед монітором.....	280
7.5.1 Особливості системи	280
7.5.2 Метод визначення ракурсу спостереження	285
7.5.3 Алгоритм визначення просторових координат позиції спостерігача.....	292
7.5.4 Процедура обчислення шести ступенів свободи (6DF) положення голови спостерігача	294
7.6 Багаторакурсна стереоскопічна система стеження за рухомим об'єктом	296
7.6.1 Опис системи і принципу функціонування	297
7.6.2 Алгоритм роботи системи наведення стереокамер на об'єкт	299
7.6.3 Математичні основи роботи системи наведення стереокамер	300
7.7 Висновки по розділу.....	304

РОЗДІЛ 8. ВОЛЮМЕТРИЧНА СИСТЕМА ВІДОБРАЖЕННЯ НА БАЗІ ГІБРИДНОЇ ШАРУВАТІСТІ	305
8.1 Концепція побудови волюметричного відеозображення	306
8.1.1 Принцип побудови шаруватих віртуальних 3D зображень	307
8.1.2 Принцип гібридної шаруватості	308
8.2 Види волюметричних систем гібридної шаруватості	312
8.3 Приклад розрахунку 3D об'єму на базі конкретної моделі.....	312
8.4 Спрощене креслення конструкції волюметричної системи	313
8.5 Висновки по розділу	315
ВИСНОВКИ.....	318
Список використаних джерел	320
Додаток А. Доказ формул (4.46) - (4.48)	331
Додаток В. Документи, що підтверджують впровадження дисертаційної роботи	333
Додаток С. Фотографії стереосистем ТССОЦІ, ССОНІ, комплексу СТОК і зображень з екрану	341

СПИСОК ТЕРМІНІВ ТА УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

АССЗ – блок автосинхростереозахвату

АЛП – арифметико-логічний пристрій

ГРИП – межа різкості простору

2D – двомірний

3D – тривимірний

ППГ – імпульс полів гасіння

ІРГ – імпульс рядків гасіння

ККСРП – блок кодування, кольорової суміші та погодження рівней відеосигналів

Кореспондентська задача – задача пов'язаних (парних) стереоточок

КС – комбінаційна схема

LCD- дисплей – дисплей на основі рідких кристалів.

OLED – органічний світлодіод

ПК – персональний комп'ютер

ППЗП – програмований постійний запам'ятовуючий пристрій

РК-матриця – рідко кристалічна матриця

СОК – система числення в остаточних (залишкових) класах

CRT – катодно променева трубка

ССОНІ – стереоскопічна система відображення натурної інформації

СТЕРЕО – програма синтезу та моделювання каркасної стереоскопічної інформації

СТОК – стереоскопічний телевізійно-обчислювальний комплекс

ТССОЦІ – телевізійна стереоскопічна система відображення цифрової інформації

ВСТУП

Актуальність теми. У 1962 році американський математик Річард Хемминг сформулював свій знаменитий афоризм: «The purpose of computing is insight, not numbers», тобто: «Метою обчислень не є числа, а розуміння (осягнення, інсайт).

Цей девіз актуальний сьогодні ще більшою мірою. Конкретні форми комп'ютерної візуалізації неодноразово змінювалися, слідуючи, як за розвитком технічних засобів, так і за зростаючими потребами користувачів. Засоби відображення пройшли шлях від індикаторних лампочок і цифро-буквених дисплеїв – до сучасних LCD моніторів, шоломів віртуальної реальності, голографічних систем, лабораторних зразків волюметричних систем. Висока роздільна здатність LCD (OLED) дозволили суттєво розширити функціональні можливості об'єктів і процесів. Широке поширення отримали засоби півтонової кольорової машинної 3D графіки, яка забезпечує формування графічних сцен з фотореалістичною якістю. Відомі імена вчених України та країн СНГ, які працюють в цій галузі, створюючи все більш реалістичні тривимірні зображення, розробляючи нові методи і алгоритми, нові графічні станції, нові процесори, нові структури і комплекси – Башков Є. О., Баяковський Ю. М. Бобринев В.И. Боюн В. П., Васюхін М. І., Вельтмандер П. В., Вяткін С.І., Галактіонов В. А., Гусятин В. М., Долговесов Б. С., Зорі С.А., Калютов А. В., Михайленко В. Є., Петух А. М., Полташев Т. Т, Романюк О. Н., Тормишев Ю. І., Хомченко А. Н., Шикін Є. В. Шлезінгер М.І. Серед науковців далекого зарубіжжя найвідомішими є роботи Бішопа Г., Бліна Д., Гілой В., Гуро Г., Дафа Т., Каутса Ж., Олано М., Роджерса Д., Сона Я., Хаста А., Фоли В.,Фонга Б., Форсайта Д.

На жаль, в системах з такою графікою не враховується особливість бінокулярного зору людини, при якому, завдяки двом двомірним зображенням створюється один тривимірний образ із глибиною, об'ємом, рельєфом, взаєморозташуванням і точною локалізацією предметів у просторі. Тому розробляються системи на нових, часом унікальних принципах візуалізації [87,89,91-97,106,107,109,110,112,120]. Поки що ці системи являють собою в кращому випадку демонстраційні моделі, і вимагають великих витрат.

Тому стереоскопічні 3D системи і дисплеї, незважаючи на свої обмеження і недоліки, як і раніше залишаються доступним засобом, які використовують бінокулярну модель людського зору для роботи з об'ємною інформацією. Багато вчених в Україні і країнах СНД проводять дослідження в області стереобачення і стереографіки –Ануреев В.П., Белостоцкий Е.М., Валюс Н.А. , Джакония В.Е., Дунев Г.В., Евдокимов В.Ф., Ежов В.А., Кауман А., Катис Г.П., Колин К.Т., Копилов П.М., Кривков С.В., Мамчев Г.В., Петров В.Д., Рожкова Г.И., Русин Б.П., Шмаков П.В., а також, в далекому зарубіжжі – Адамс Дж., Алан С., Ньюмен У., Фоли Дж., Вен Ден А. Гурд Дж.Р., Дроник Е.А., Уокер Б.С., Спрул Р.,Jung-Young Son, Donghoon Kang, Kae-Dulkwack, Kyung-Hun Cha, Sung-Kyu-Kim, Joo-Hwan Chun, Docherty Tom, Koch Rolf, та інш.

Людина народжується і живе в тривимірному світі, і еволюція розвитку його кори головного мозку і бінокулярного (двома очима) зору привела до того, що він досконало опанував просторовим образним мисленням. Саме бачення двома очима є головним інструментом людини для відчуття просторових взаємозв'язків і саме тому стереоскопічна 3D візуалізація використовується для візуалізації тих просторових задач, коли півтонова 3D графіка безсила. Це – так звані, каркасні (точково-скелетні) задачі: траєкторні, польові, фізико-хімічні, контурні, задачі розподілу, навчання, задачі натурно-комп'ютерного каркасного стереокопіювання.

Спроби науково обґрунтувати стереоскопічне сприйняття робилися ще Евклидом. З XV ст. відомі роботи Леонардо да Вінчі. У 1692 р французький художник Буа-Клер застосував принцип селективного відображення двох плоских зображень [77]. Принцип селективного відображення двох плоских зображень транспарантів і створення необхідних паралактичних зсувів ідентичних точок були використані в першому приладі штучного 3D відображення – стереоскопі Ч. Вітстоуна. З тих пір було придумано і досліджено безліч способів і засобів для реалізації стереоефекту, але доступні сучасні стереомонітори з'явилися на ринку тільки на початку 21 століття після того, як була досягнута частота зміни кадрів для LCD-матриць 100 Гц. і більше. Такі стереомонітори спрямовані на візуалізацію 3D фото/кіно або ігрового контенту. Програмний продукт (наприклад, від компанії

nVidia 3D Vision, яка є одна з кращих на ринку в цій галузі) теж спрямований на створення стереофайлів для вже готової стереопари фотографій, або відео. Стереопроцедури цієї компанії, дозволяють перетворювати стереопари в стереофайли для різних сучасних систем стереовізуалізації (дзеркальних, анагліфічних, обтюраторних і інш.) Є процедури, які виконують функції вирівнювання і повороту стереопар, процедури масштабування і взаємної заміни складових стереопар. Але, на жаль, немає процедур інтерактивної взаємодії з віртуальним стереозображенням. Окремий спостерігач, який має свій стереобазис і знаходиться в конкретному ракурсі перед монітором через стереоокуляри бачить «своє» стереоскопічне віртуальне зображення. Відомо, що не збігання стереобазису та стереоракурсу з розрахунковими параметрами призводить при спостереженні до артефактів (геометричних спотворень), що не дає адекватного уявлення про всі особливості об'єкта. Для науково-дослідницьких і проектно-конструкторських робіт, пов'язаних з синтезом, аналізом, моделюванням складних видів каркасних комп'ютерних або натурно-комп'ютерних стереозображень, реалістичність і швидкість адекватного сприйняття віртуального зображення при визначенні просторової зони інтересу дослідника є принциповим і важливим питанням.

Існує ряд задач і проблем, вирішення яких дасть можливість суттєво підвищити реалістичність, та швидкість адекватного сприйняття складних каркасних, та натурно-каркасних стереозображень. По-перше, це задача введення зворотного зв'язку по стереобазису і по стереоракурсу конкретного спостерігача в процедуру обчислення стереопар. По-друге, це проблема створення інтерактивного інструментарію реального часу для організації взаємно-зворотного зв'язку між тривимірним простором і стереообластю. По-третє, це проблема визначення кореспондентських стереоточок для синтезованого каркасного зображення. По-четверте, це проблема крайового стереоефекту. В п'ятих, це проблема побудови математичних моделей для аналізу геометричних спотворень, пов'язаних з неточністю стереобазису і стереоракурсу в різних стереосистемах. По-шосте, це проблема створення високопродуктивних спеціалізованих стереосистем для

відображення натурно-комп'ютерної стереоінформації. Ці задачі неможливо вирішити з використанням наявної теоретичної бази.

Оскільки для багатьох галузей застосування тривимірної комп'ютерної графіки традиційні методи та засоби формування стереоскопічних тривимірних зображень не задовольняють вимогам по адекватності, реалістичності та продуктивності – то існує важлива науково-прикладна проблема побудови спеціалізованих стереосистем з комбінованою формою представлення інформації, для розв'язку якої необхідна розробка теоретичних основ формування і аналізу тривимірних каркасних і натурно-каркасних стереозображень.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. У ІПМЕ ім. Г.Є.Пухова НАН України дослідження по стереоскопічним 3D системам були розпочаті в 1981 р. в рамках спільної Постанови-Указу Президії НАН України і Міністерства машинобудування тема: "Розробка систем обробки і відображення інформації з використанням стереоскопічних пристроїв» була записана окремим рядком в рамках проблеми: «Розробка багатопроцесорних комплексів, що забезпечують напівнатурне моделювання». В подальшому дисертація виконувалася в рамках відомчих науково-дослідних тем НАН України, а саме: "Дослідження і розробка програмно-апаратних засобів моделювання і відображення натурно-машинної стереоінформації (шифр СТЕРЕО)" (номер держ. Реєстрації 01.9.10030582) – дослідження спрямовані на розробку теорії, методів і програмних засобів підтримки нових процедур стереопереробки, таких як «стереоінтерполятор», «стереовікно» і включення їх в загальний пакет стереоперетворення; а також – на розробку методики визначення зон стереобачення для натурної частини СТОК. "Розробка та дослідження теплотелевізійного обчислювального стереокомплексу для задач просторової дистанційної діагностики, управління, та візуального контролю об'єктів ядерної енергетики (шифр ГРАФИТ)" (номер держ. Реєстрації 0193U034695) – розроблено методику конструювання, а також принципіві схеми натурального каналу стереобачення видимого діапазону для робіт у високих полях радіації на базі промислової апаратури "Телар-32", проводилося стереомоделювання особливостей стереобачення в інфрачервоному діапазоні; "Розробка комп'ютерних

технологій побудови моделей різної фізичної природи (шифр ПРОСТІР-2)" (номер держ. Реєстрації 0101U000828) – дослідження були спрямовані, з одного боку, на розробку і аналіз обчислювальних процесів, що допускають ефективне застосування групових арифметичних операцій в лінійних і нелінійних задачах алгебри, аналізу і 3D графіці, з іншого боку, – на розробку нових способів кодування двійкової інформації в позиційному і непозиційному базисах і – на розробку нових методів синтезу швидких процесорів групових операцій;

"Дослідження і розробка методів розпізнавання, які будуються на використанні спектральних перетворень, для інформаційного забезпечення безпеки енергетичних об'єктів (шифр ModA)" (номер держ. Реєстрації 0105U001296) – запропоновано і досліджено метод і технологія натурно-комп'ютерного стереомоделювання на сучасній електронній базі; перевірено основні процедури програми "СТЕРЕО" в оболонці C ++ Builder. "Розробка комп'ютерних технологій побудови, аналізу і візуалізації просторових моделей (шифр ПРОСТІР-3)" (номер держ. Реєстрації 01040000059) – дослідження спрямовані, з одного боку, – на розробку теорії формального перетворення з тривимірного простору в стереопростір і назад для комп'ютерних образів, з іншого боку, – на розробку моделей, алгоритмів і графічних стереопроцедур для каркасних зображень; також були розроблені моделі аналізу геометричних деформацій в стереобаченні, як для системи: стереоекран – спостерігач, так і для системи: стереокамера – стереопроектор – стереоекран – спостерігач. "Розвиток теорії, розробка методів та засобів реалізації гібридних експертно моделюючих комп'ютерних систем в задачах комплексного управління перетворенням енергії (шифр ГІБРИД)" (номер держ. Реєстрації 012U0000050) – запропонована технологія використання принципу натурно-комп'ютерного графічного 3D моделювання для польових задач; а також – запропонована концепція, принцип функціонування і конструкційні особливості волюметричної 3D системи на основі принципу комбінованої шаруватості.

Мета і завдання дослідження. Метою досліджень є підвищення рівня продуктивності, реалістичності та адекватності сприйняття складних комбінованих стереозображень при побудові спеціалізованих відео-комп'ютерних 3D систем за

рахунок створення теорії і структурно-алгоритмічних основ формування і аналізу каркасних і натурно-каркасних стереозображень.

Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити такі завдання:

- розробити математичний апарат операторного перетворення з просторової форми представлення графічної інформації в стереоскопічну форму і назад для різних ракурсів стереоспостереження (статичного, змінного, поворотного), а також – для систем, що містять плоске дзеркало;
- розробити математичні моделі для нових графічних 3D стереопроцедур інтерактивного режиму: курсор; огляд; інтерполятор; вікно; рекурсія; маніпуляція, щодо будь-якої точки простору стереобачення, яка встановлюється за допомогою курсору;
- розробити теорію вирішення задачі пов'язаних (кореспондуючих) стереоточек для всіх графічних стереопроцедур каркасного виду, розроблених і реалізованих на основі даного апарату;
- розробити математичні основи вирішення проблеми крайового стереоефекту для комп'ютерних графічних каркасних стереозображень;
- розробити математичні моделі аналізу геометричних спотворень в комп'ютерних, відео та відео-комп'ютерних стереосистемах в різній конфігурації;
- розробити метод натурно-комп'ютерного графічного стереомодельовання;
- розробити методи синтезу швидких процесорів групової арифметичної операції, що працюють в позиційному і непозиційному базисах;
- розширити спектр задач, що вимагають використання групових арифметичних операцій;
- розробити структурно-алгоритмічні основи побудови стереоскопічних систем відображення цифрової, відео та відео-комп'ютерної інформації;
- розробити математичні залежності та структурно-алгоритмічні основи побудови стереосистеми визначення ракурсу і положення голови спостерігача перед монітором.

Крім того, необхідно було розробити: концепцію і основні принципи конструювання волюметричної системи на основі гібридної шаруватості; структуру та алгоритмічні основи побудови стереоскопічної багаторакурсної системи стеження за рухомим об'єктом; стереосистему відображення натурної інформації, що працює в полях високої радіації.

Об'єктом дослідження є процеси стереоскопічної обробки відео-комп'ютерної 3D інформації.

Предметом дослідження є спеціалізовані стереоскопічні відео-комп'ютерні 3D систем з каркасною графікою.

Методи дослідження. У процесі дослідження застосовувалися: методи аналітичної геометрії, теорії матриць, лінійної алгебри, перспективної геометрії, стереоскопії, машинної графіки – для розробки операторного методу стереоперетворень, теоретичних основ синтезу процедур каркасної стереографіки та аналізу геометричних деформацій у стереосистемах; теорія чисел і чисельних методів, методи диференціального й інтегрального числення, теорія систем алгебраїчних рівнянь, тейлоровські перетворення Г.Є. Пухова – для розробки процедур застосовування групової арифметичної операції; булева алгебра, машинна арифметика в залишкових класах – для синтезу спеціалізованих процесорів; теорія телебачення, теорія обчислювальних машин – для синтезу структур спеціалізованих стереосистем; комп'ютерне моделювання та стеремоделювання – для аналізу та перевірки достовірності отриманих теоретичних положень.

Перевірка теоретичних положень і принципів побудови проводилась на розроблених і створених в ІПМЕ ім.Г.Є.ПУХОВА НАН України стереосистемах: ТССОЦ, ССОНІ, комплексі СТОК. Результати виявилися позитивні, про що свідчать підтвердженій Міністерством економічний ефект від впровадження системи ТССОЦ; а також акт випробування системи ССОНІ на майданчику Спецатом, м. Прип'ять. Всі нові графічні стереопроцедури, моделювалися за допомогою створеною в інституті програми СТЕРЕО на системі ТССОЦ і на комплексі СТОК. На комплексі СТОК було успішно доведена можливість нового методу відео-комп'ютерного графічного стереомоделювання.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у розвитку теорії і структурно-алгоритмічних основ побудови спеціалізованих високопродуктивних реалістичних відео-комп'ютерних стереоскопічних 3D систем, що володіють можливостями для підвищення рівня і швидкості адекватного сприйняття складних каркасних і натурно-каркасних стереозображень. Наукова новизна визначається наступними положеннями.

Вперше:

- Розроблено «операторний метод стереопертворень» для постійного, змінного та 3х поворотних стереоракурсів спостереження, а також – для постійного ракурсу спостереження в стереосистемах, що містять плоске дзеркало, який встановлює взаємно-зворотний зв'язок між 3D координатами і стереокоординатами, що дозволило вирішити кореспондентську задачу для каркасних графічних стереозображень.

- Розроблено математичні моделі графічних стереопроцедур для каркасних конструкцій: 3D-огляд; 3D-інтерполятор; 3D-вікно; 3D-рекурсія; 3D-маніпуляції, 3D-курсор, відмінною рисою яких є врахування крайового стереоефекту і задоволення вимозі кореспондентської задачі.;

- Розроблено математичні основи вирішення проблеми крайового ефекту для каркасних графічних стереозображень, синтезованих за допомогою стереопроцедур, зазначених вище та інших.

- На базі теорії стереопертворень поставлена і вирішена проблема аналізу геометричних спотворень в різних системах: розроблено математичні моделі аналізу геометричних деформацій за рахунок іншого базису і/або ракурсу спостереження в системах: стереоекран – спостерігач; об'єкт – стереокамера – стереопроектор – стереоекран; об'єкт – стереокамера – стереопроектор – стереоекран – спостерігач для двох випадків розташування стереокамер і стереопроекторів: паралельно один одному або під кутом..

- Розроблено метод натурно-комп'ютерного графічного стереомодельювання з каркасною графікою, відмінною рисою якого є можливість вимірювати тривимірні

координати будь-якого натурального 3D зображення, представленого в стереоскопічному вигляді, а також виконувати каркасні копії натурних 3D фрагментів.

- Розроблено структурно-алгоритмічні основи конструювання телевізійної стереоскопічної системи відображення цифрової інформації (ТССОЦ).

- Розроблено структурно-алгоритмічні основи конструювання стереоскопічного телевізійно-обчислювального комплексу (СТОК), відмінною рисою якого є можливість в одному просторі стереобачення поєднувати два види стереоінформації: натурної, яка надходить по каналах прикладного відео і – комп'ютерної каркасної, синтезованої дослідником.

- Розроблено математичні залежності та структурно-алгоритмічні основи побудови стереосистеми визначення положення голови спостерігача перед монітором на базі операторного методу стереоперетворень.

Вдосконалені:

- Принципи конструювання стереоскопічної системи відображення натурної інформації (ССОНІ), що працює в полях високої радіації.

- Концепцію та основні принципи конструювання волюметричної системи на основі гібридної шаруватості.

Отримали подальший розвиток:

- Методи синтезу процесорів групової операції, відмінною рисою яких є орієнтація їх роботи на комбінаційні схеми двійковій логіки, що працюють як в позиційному, так і в не позиційному базисі.

- Обчислювальні процедури, що використовують групові арифметичні операції.

- Принцип побудови багаторакурсної стереосистеми стеження за рухомим об'єктом.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що застосування запропонованої теорії та принципів конструювання дозволило спроектувати і створити ряд високопродуктивних стереоскопічних спеціалізованих 3D систем, що володіють високим рівнем реалістичності і адекватності сприйняття

складної каркасної і натурно-каркасної інформації, включаючи стереоскопічний 3D комплекс відображення натурно-комп'ютерної інформації і систему відображення натурної інформації, для роботи в високих полях радіації.

На основі запропонованої теорії були розроблені математичні моделі аналізу геометричних деформацій, обумовлених неточністю реального стереобазису і ракурсу при спостереженні, в різних конфігураціях стереосистем. Для усунення частини таких геометричних спотворень була запропонована система реального часу визначення ракурсу спостерігача і положення його голови в просторі, що дає можливість проектувати стереосистеми і комплекси з мінімальними спотвореннями.

Нові графічні 3D процедури для стереозображень каркасного типу, реалізовані на основі запропонованої теорії, розширили спектр маніпуляцій такими зображеннями, при неодмінному виконанні умов однозначного рішення задачі кореспондуючих точок, і – вирішення задачі крайового ефекту.

Запропоновані система і метод натурно-комп'ютерного графічного стереомодельювання можуть послужити основою створення систем розпізнавання об'єктів і систем стереоприцілювання пасивного типу, на базі комп'ютерної 3D скелетизації натурних підстилаючих поверхонь.

Можливість швидкого адекватного сприйняття каркасних стереозображень буде затребувана при візуалізації реальної траєкторної повітряної, космічної або підводної обстановки, в задачах виявлення зони інтересу, аналізу, управління при великій кількості об'єктів, що рухаються по своїх траєкторіях. Крім того, можливість швидкого адекватного сприйняття складних натурно-каркасних зображень, можуть бути затребувані при візуалізації в ході мікрохірургічних операцій з великим скупченням дрібних судин і нервів.

Результати дисертаційної роботи були впроваджені на підприємстві Замовника, куди було передано в рамках спільних робіт 3 версії системи ТССОЦІ. Річний економічний ефект, затверджений вищестоящою організацією від розробки і впровадження на підприємстві одного пристрою стереоскопічного відображення тривимірної траєкторної інформації, що надходить з напівнатурних моделюючих

комплексів, склав 433, 6 тис. руб. (Акти впровадження системи ТССОЦІ наведені в додатку В).

Експонат ТССОЦІ на ВДНГ України г. Київ завоював диплом II ст.

За завданням ВО «Спецатом» м. Прип'ять, Чорнобильської обл. була розроблена і пройшла випробування на майданчику Замовника система ССОНІ, призначена в якості системи дистанційного об'ємного зору для робототехнічних комплексів, що виконують монтажні-демонтажні роботи при розбиранні активних зон ядерних реакторів. ССОНІ була спроектована і реалізована на базі апаратури «Телар-32» для роботи в високих полях радіації (10^9 рентген).

Особистий внесок здобувача. Всі основні положення і результати дисертаційної роботи, що виносяться на захист, отримані автором самостійно. У роботах, опублікованих у співавторстві, здобувачеві належать наступні результати: [4] синтез спецпроцесора групової операції в СОК; [13] математичні основи стереоскопічної машинної графіки; [17] спосіб стереовізуалізації координат рухомого об'єкта; [26,36] математична модель аналізу спотворень; [27] структура і можливості графічного стереоредактора; [28] метод стереоінтерполяції; [35] операторний метод стереоперетворень; [37] метод аналізу геометричних деформацій в системі – екран – спостерігач; [38] метод аналізу спотворень в стереосистемі з камерами і проекторами спрямованими під кутом; [39] структура пристрою для ділення в СОК; [55,56] схема інтегрування в СОК.

Апробація результатів дослідження. Основні теоретичні та прикладні положення і висновки дисертаційного дослідження доповідалися на міжнародних та всеукраїнських науково-практичних конференціях і семінарах, серед яких:

- республіканський семінар «Гібридні обчислювальні машини і комплекси». г. Київ, 1976 р;
- всесоюзна конференція НТТ РЕЗ ім. А. С. Попова. Кішінев.1979 р .;
- IV всесоюзної конференція «Діалог людина- ЕОМ» г. Київ 8-12 жовт. 1985г.-ІК ім. В.М.Глушкова АН УРСР;
- всесоюзна науково-технічна конференція «Моделювання-85: Теорія, кошти, застосування.» м.Київ, 1985р .;

- IV звітна конференція ІПМЕ АН УРСР «Технічні засоби моделювання» м. Київ, 1985 р .;
- III всесоюзна науково-технічної конференція «Проблеми нелінійної електротехніки ПНЕ-88» м. Київ, 1988 р .;
- конференція ІПМЕ НАН України «Методи і засоби комп'ютерного моделювання» м. Київ, 1995-1997 рр .;
- the 6th International Workshop on 3-D Imaging Media Technology, Korea, 2000;
- the 5th Photonic Information Processing Conference, Seoul, 2000;
- міжнародна науково-технічна конференція «МОДЕЛЮВАННЯ», ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова НАН України, м. Київ, 2006, 2008 рр .;
- Vth International Scietific Conference SIMULATION-. Kiev, 2016 р.;
- міжнародна конференція «ICT 2017» Коблево, вересень 2017р.;
- 8 міжнародна наукова конференція « Сучасні проблеми математичного моделювання , прогнозування та оптимізації» Кам'янець – Подільський, 18-20 квітня, 2018.

Публікації. Основні результати досліджень опубліковано в 57 наукових працях, з яких: 34 – відповідають вимогам до опублікування результатів дисертацій, у тому числі 1 монографія, 18 – у наукових журналах що індексуються міжнародними наукометричними базами даних (3 – у базі Scopus); 16 – у матеріалах конференцій; 7 – в інших виданнях, з яких 2 – авторських свідоцтва, 2 – препринта.

Структура і загальний обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, 8 розділів, висновків, списку використаних джерел, 3 додатків. Загальний обсяг дисертації 359 сторінок. Дисертація містить 329 сторінок основного тексту, 12 таблиць, 84 малюнка. Список використаних джерел налічує 121 наіменування.

РОЗДІЛ 1

ПРОБЛЕМИ АДЕКВАТНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ КАРКАСНИХ СТЕРЕОЗОБРАЖЕНЬ

1.1 Огляд сучасних стереоскопічних засобів

За способом візуалізації сучасні 3D дисплеї ділять на кілька типів [58,116]: стереоскопічні, голографічні та волюметричні (воксельні). Останні два типи поки не набули масового поширення і являють собою в основному лабораторні або демонстраційні зразки. Стереоскопічні дисплеї, діляться на автостереоскопічні (які не потребують окулярів) і інші.

У автостереоскопічних дисплеях використаний ефект паралакс бар'єру. Хоча сам ефект був відомий і раніше, значного розвитку він отримав після винаходу LCD-дисплеїв. Ефект паралакс бар'єру досягається за рахунок додатково вбудованого LCD-екрану. В режимі моно цей екран прозорий, а при активації стереорежиму є сіткою з вертикальних непрозорих смуг, які затінюють світло від лампи на тих чи інших пікселях в залежності від кута зору. Фірми: Sharp (Японія), SeeReal (ФРН), Dimension Technologies Inc (USA), Ravonine (Корея) в районі 2010 років вже встановили на ряд своїх моделей тривимірну автостереовізуалізацію.

Автостереодисплеї не розглядаються як професійні, оскільки їм притаманні суттєві недоліки. По-перше, стереоефект може бути видно тільки в певних зонах перед монітором, відхилення від яких призводить до втрати стерео або перескакування ракурсів. По-друге, відбувається втрата горизонтальної роздільної здатності екрану, оскільки кожне око бачить тільки половину стовпців.

Автостереоскопічні моделі, у яких є система відстеження положення спостерігача перед монітором і зміни апертури в залежності від точки зору, частково розширюють ширину зони стереосприйняття, але не вирішують проблему повністю. Зазвичай такі моделі використовують для демонстраційних цілей, тому що вони не вимагають очок.

Поряд з апертурно-растровими стереодисплеями існують і лінзо-растрові (моделі фірм ELSA, Philips, SeeReal Technologies), які працюють тільки в 3D-режимі, також практично не використовуються в професійних додатках.

Екліпсні LCD дисплеї. З CRT-дисплеями даний метод використовується вже понад 25 років. В останнє десятиліття з'явилися також LCD-дисплеї, здатні оновлювати зображення з потрібною частотою. Першою моделлю 120 Гц LCD-дисплея став Samsung SyncMaster 2233RZ.

Подібні дисплеї з діагоналлю від 22 "до 24" пізніше випустили також фірми LG, ViewSonic, Acer і інш. 3D параметри даних дисплеїв близькі, тому що використовується загальна елементна база: на сьогодні основними виробниками РК-матриць для 120 Гц дисплеїв і телевізорів є Samsung і LG.

Екліпсний метод зараз також використовується в ноутбуках з 120 Гц РК-екранами (випускаються MSI і Asus) і в 3D РК і плазмових телевізорах (доступні моделі з розмірами діагоналі від 50 " до 65 " від Samsung, Sony, Panasonic і інш.). Для комп'ютерних 3D LCD дисплеїв, в основним, використовується комплект (окуляри + USB-передавач) 3D Vision від фірми Nvidia (USA). Недолік методу – мерехтіння зображення через послідовний метод показу стереопар на одному екрані. Для зниження мерехтіння підвищують частоту кадрів: прийнято, що при частоті кадрів 120 Гц, мерехтіння практично не видно. Проте для LCD 3D дисплеїв проблема посилюється малою скважністю показу зображення: через низьку швидкість РК-матриці, відповідний затвор очок відкривається не відразу по зміні кадрів, а тільки після закінчення перемикання матриці дисплея. В результаті, при частоті кадрів 120 Гц з робочого періоду 16 мсек кожне зображення показується тільки 2 мсек (тобто скважність 1:8, для порівняння – у CRT-дисплеїв – 1:2), що значно збільшує загальне мерехтіння зображення. Другий недолік – значне зниження яскравості зображення: типове пропускання РК-затворів у відкритому стані становить 20-35%, тому, при скважності відкриття затвора 1:8, результуюча яскравість стереозображення не перевищить 5% від яскравості екрану в монорежиме, що створює додаткове навантаження на зір оператора і значно погіршує якість стереоефекту, особливо на динамічних сценах.

Интерлейсні стереодисплеї. У інтерлейсних стереодисплеях використовують відомий принцип розгортки в телебаченні. У таких дисплеях, завдяки LCD-технології став можливим одночасний, а не послідовний вивід на екран двох складових стереопари. Одна половина стереопари виводиться на парних рядках, інша – на непарних, вони мають різну поляризацію (ортогональну при лінійної і протилежну – при кругової поляризації), завдяки чому відбувається поділ зображень для лівого і правого очей при перегляді через пасивні поляризаційні окуляри. Корейська компанія Zalman, освоїла виробництво таких стереодисплеїв. У березні 2007 року дві моделі ZM-M190 і ZM-M220W, з розміром екрану 19 "і 22" відповідно, були вперше представлені на міжнародній виставці. Стереодисплей того ж класу, що і Zalman випускають корейські фірми Pavonine і Hyundai IT Corp. Корейська компанія Pavonine Korea, Inc., пропонує серію стереодисплів Miracube с розмірами екрану 17 ", 24" і 32 ". Hyundai представляє дві моделі з діагоналями 24 "і 46": Hyundai P240W / XpolW і Hyundai P460W / XpolW. Переваги цього виду сепарації: – відсутнє мерехтіння, яке властиве екліпсному методу; – можливість змінювати нахил голови оператора без втрати стереозображення при кругової поляризації; – поляризаційні окуляри набагато дешевші і легші, ніж затворні. Недоліки: – використання тільки половини рядків призводить до втрати вертикальної роздільної здатності (тому при проведенні вимірювань і промальовуванні дрібних об'єктів необхідно працювати в збільшеному масштабі); – даний стереорежим пристосований в основному для повноекранного перегляду: у віконному режимі стає нечитабельним текст; – обмежена підтримка на рівні відеодрайверів і графічних стандартів.

Поляризаційно-фазові стереодисплеї. Поляризаційно-фазові дисплеї використовують метод, який заснований на поданні стереопари як суми 2 ортогонально-орієнтованих поляризованих зображень. Технічно це реалізується установкою другої РК-панелі без поляризаційних фільтрів, який переломлює в залежності від співвідношення яскравості пікселя на лівій і правій половині стереопари. На першій панелі в кожному пікселі задається сумарна інтенсивність, а на другий – орієнтація площини поляризації світла, що проходить. На

поляризаційних фільтрах очок відбувається зворотне перетворення сигналу і зображення для лівого і правого ока знову розділяються. Переваги поляризаційно-фазових дисплеїв: – застосування легких пасивних поляризаційних окулярів;

–збереження вихідної здатності РК-матриць; – відсутнє мерехтіння, властиве екліпсному методу. Недоліки поляризаційно-фазових дисплеїв: – невисокий стереоконтраст (тобто неповний поділ ракурсів стереопари); спотворення зображення через похибки повороту кута поляризації РК-матрицею і неточного суміщення пікселів, особливо ближче до країв екрану.

Стереодисплей Perceiva DSD190 з діагоналлю 19" мають 2 незалежних видеовхода для лівого і правого зображення, подальше перетворення вхідних зображень проводиться спеціальним вбудованим відеопроцесором. Висока яскравість і контрастність зображення досягається завдяки використанню в якості джерела світла пристроя, аналогічного використовуваному в проекційному телебаченні.

Дзеркальні стереодисплеї. Дзеркальні стереодисплеї засновані на поєднанні двох ортогонально поляризованих зображень з двома дисплеями за допомогою напівпрозорого дзеркала і наступному поділі лівого і правого ракурсів стереопари за допомогою пасивних поляризаційних окулярів. Істотною відмінністю сучасних стереодисплеїв є використання LCD-панелей. Переваги: – висока якість зображення; – легкі поляризаційні окуляри; – можливість прямого, без комп'ютера, підключення стереовідеокамер. Недоліки: – обмежене дзеркалом поле зору, що ускладнює спільну роботу декількох користувачів; – великі габарити.

Компанія PLANAR (США) випускає стереодисплеї, що складаються з двох LCD дисплеїв, між якими знаходиться напівпрозоре дзеркало. В даний час доступні моделі від 17 "до 26".

Корейська компанія TRUE3Di з 2004 року спеціалізується на виробництві стереодисплеїв на основі LCD-панелей. Hitachi і Samsung пропонує чотири моделі 8", 19", 24" і 40". В цілому, дані моделі є аналогами стереодисплеїв Planar.

Основною відмінністю стереодисплеїв StereoPixel (Росія) від дисплеїв Planar і TRUE3Di є компоновка панелей: другий дисплей знаходиться знизу, а не зверху.

Також відрізняється і конструкція корпусу: більш жорстка, ніж у Planar, але на відміну від TRUE3Di – є дзеркалом, що опускається, і можливістю регулювання кута нахилу панелей. В даний час серійно виробляються 2 моделі: 17`` і 20``.

Анагліфний метод, який заснований на властивостях світлофільтрів пропускати одні і затримувати інші промені в залежності від їх кольору. Як правило, використовуються червоний і додатковий до нього синьо-зелений (ціан) світлофільтр, а на екран дисплея виводиться зображення, отримане колірним накладенням двох зображень стереопари [17,20,23].

При перегляді сумарного зображення через кольорові фільтри (червоний і синьо-зелений), які пропускають світлові пучки червоного і синьо-зеленого кольорів до різних очей, формується стереоефект. Недоліком є те, що при перегляді через такі окуляри деформується колір зображення. Крім того, для отримання якісного стереозображення необхідна точна відповідність кольорової гами очок і колірному спектру дисплея, інакше в кожне око проникає і паразитне зображення від протилежної складової стереопари, що ускладнює їх сприйняття. Також спостерігаються проблеми з зображенням об'єктів, що мають колір, близький до червоного або ціанового.

Таким чином, якщо мова йде про завдання, що вимагають тривалої обробки зображень в режимі стерео (фотограмметричні вимірювання в картографії, монтаж стереоскопічних відеофільмів, порівняння стереопар в криміналістиці), то дисплей повинен мінімізувати навантаження на оператора при роботі. З цієї точки зору, серед відомих типів 3D дисплеїв виділяють екліпсні і дзеркальні. Екліпсні стереодисплеї будуть оптимальним вибором при невеликому обсязі робіт в режимі стерео: вони компактні, мають відносно невисоку ціну, прийнятні параметри і хорошу програмну і апаратну підтримку. Для регулярної та тривалої (впродовж кількох годин) роботи в режимі стерео, а також при підвищених вимогах до якості стереозображення, оптимальним вибором будуть дзеркальні стереодисплеї. Хоча вони громіздкі і приблизно в рази дорожче екліпсних, але дають яскраве, без мерехтіння, зображення, що значно зменшує навантаження на зір оператора. Анагліфічні стереозображення представляються ідеальним засобом для

демонстраційних цілей, саме завдяки простоті і низької вартості анагліфічних очок і відсутності додаткових обмежень на конфігурацію комп'ютера. Саме тому регулярні демонстрації в інтернеті знімків з космосу (поверхні планети Марс, астероїдів і інш.) на каналі НАСА представлені в анагліфічній формі.

1.2 Каркасні комп'ютерні стереозображення

На екрані стереодісплея такі стереозображення представлені набором стереоточок і / або стереовекторів. Основною особливістю каркасних зображень є істотно менша поверхня екрану, на якій представлено 3D стереозображення в порівнянні, наприклад, з стереофотографією. Ця особливість робить істотний вплив на вибір способу сепарації, а отже і типу стереодісплея. Якщо нам потрібно, наприклад, візуалізувати до сотні тривимірних траєкторій білого або іншого певного кольору на чорному фоні і стоїть завдання швидко визначити зону інтересу, то немає сенсу купувати дорогі 3D дисплеї і окуляри, а можна просто скористатися звичайним 2D монітором PC і анагліфічним методом сепарації. Саме тому, в роботі для цілей стереомодельовання і демонстрації запропонованих і розроблених графічних каркасних 3D процедур використаний анагліфічний спосіб, як самий простий і доступний. Це перше. По-друге, при відео-комп'ютерному графічному стереомодельованні виявилось, що каркасні комп'ютерні стереоконструкції, які представлені в анагліфічному вигляді, добре видно на фоні підстилаючої поверхні, представленої натурним стереовідеозображенням, при цьому абсолютно не затінюючи і не закриваючи останнє, що дуже важливо, так як дозволяє оцифровувати і скелетезувати 3D відео зображення не затінюючи останнє.

1.3 Просторові задачі, рішення яких призводить до візуалізації тривимірних зображень каркасного виду

- Траєкторні задачі. Візуалізація результатів натурних випробувань, комп'ютерного або напівнатурного модельовання поведінки рухомих об'єктів в різних середовищах (атмосфера, космос, підводне середовище); завдання локації;

- Польові задачі. Силові лінії поля (електромагнітного, теплового і інш.);
- Фізико-хімічні задачі. Тривимірні моделі атомних ядер, кристалевих решіток, органічних молекул;
- Контурні задачі. Задачі, які вимагають візуалізації контурів перетину тривимірних об'єктів площинами на різних рівнях по третій координаті (картографія, розділи технічної та медичної томографії, завдання підготовки контурів для волнометричних систем);
- Задачі розподілу. Розташування в просторі об'єктів порівняно невеликої величини в порівнянні з займаним обсягом (моделі зоряного неба, домішок в розчинах і розплавах, карт підводних мінних полів і інш.);
- Задачі навчання. Стереометрія, накреслювальна геометрія, креслення;
- Задачі дизайну і проектування (як основа для подальшого доопрацювання проекту засобами напівтонової графіки). Архітектура, будівництво, машинобудування;
- Задачі натурно-комп'ютерного графічного стерео моделювання та задачі каркасного копіювання з натурних відео стереозображень;

1.4 Проблеми адекватної візуалізації каркасних 3D зображень

Засоби напівтонової 3D графіки не дають можливості ефективно працювати з тими каркасними зображеннями, які не уявляють собою закінчені впізнавані форми (типу каркас будівлі і тому подібні). Для каркасних 3D зображень (типу пучка траєкторій) на даному етапі тільки стереоскопічні 3D системи дають можливість працювати з такими каркасними зображеннями. Аналіз можливостей сучасних стереоскопічних засобів для відображенні графічної каркасної 3D інформації визначив ряд проблем, вирішення яких дозволить істотно збільшити реалістичність і швидкість адекватного сприйняття каркасного віртуального стереозображення.

По-перше, це задача введення зворотного зв'язку по стереобазису і по стереоракурсу конкретного спостерігача в процедуру обчислення стереопар. По-друге, це проблема створення інтерактивного інструментарію реального часу для

організації взаємно-зворотного зв'язку між тривимірним простором і стереообластю. По-третє, це проблема визначення кореспондентських стереоточок для синтезованого каркасного зображення, який піддався 3D стереоманіпуляціям (зсув, поворот, масштабування, деформація, огляд, інтерполяція, рекурсія і інші). По-четверте, це проблема крайового стереоефекту, яка полягає в тому, що при маніпуляціях, коли одна зі складових (ліва або права) стереопари підходить до краю екрану або вікна, і виходить за його край, друга складова не має парних точок і тим самим, – не тільки викликає у спостерігача дискомфорт, але і втрачається можливість встановлення тривимірних координат шуканих стереоточок, тобто вирішувати кореспондентську задачу. В п'ятих, це проблема побудови математичних моделей для аналізу геометричних спотворень, пов'язаних з неточністю стереобазису і стереоракурсу в стереосистемах: монітор – спостерігач; об'єкт – стереокамера – стереопроектор – монітор – спостерігач. По-шосте, це проблема створення високопродуктивних спеціалізованих стереосистем для одночасного відображення стереоінформації двох видів: відеонатурної напівтонової і каркасної комп'ютерної.

1.5 Висновок по розділу

Таким чином, каркасні графічні 3D стереозображення є важливим класом в спектрі інших завдань просторової візуалізації. Аналіз різних способів сепарації стереопар і сучасних промислових стереодисплеїв показав, що для цілей комп'ютерного та відео-комп'ютерного 3D стереомодельовання з каркасною графікою оптимальним методом сепарації стереопар є анагліфічний. Аналіз можливостей сучасних стереоскопічних засобів для відображенні графічної каркасної 3D інформації визначив ряд задач і проблем, вирішення яких дасть можливість суттєво підвищити реалістичність, та швидкість адекватного сприйняття складних каркасних, та натурно-каркасних стереозображень певного типу. Для вирішення зазначених проблем був запропонований новий метод операторного стереоперетворення.

РОЗДІЛ 2

ОПЕРАТОРНИЙ МЕТОД СТЕРЕОПЕРЕТВОРЕНЬ

Принцип побудови стереоскопічних проєкцій для графічних тривимірних зображень добре відомий [4,6,77]. Такі проєкції дають можливість спостерігачеві, що має той чи інший засіб сепарації стереопар, за рахунок свого бінокулярного зору бачити з плоского носія інформації, на який виведена шукана стереопара, об'ємне віртуальне зображення об'єкта.

В ІММЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України був запропонований і розроблений операторний метод стереоперетворення [22-25,46,102], суть якого полягає в тому, що формально встановлюється взаємно-однозначна відповідність між тривимірними координатами довільної точки шуканого об'єкта, заданими в світовій системі координат, і стереокоординатами цієї точки, заданими в екранній системі координат. Такий підхід дав можливість, на відміну від простих стереопроєкцій, вирішити проблему пов'язаних (кореспондуючих) точок для графічних зображень на комп'ютері. Метод узагальнено за допомогою матричного математичного апарату; що дозволило надалі ставити і вирішувати нові завдання, в тому числі і завдання, пов'язані з деформацією стереозображень, про що піде мова в 4 розділі. Перехід з просторової області в стереообласть виконується за допомогою, так званого, прямого оператора стереоперетворення: $S \{ \vec{V} \} \Rightarrow \vec{s}$; зворотний перехід здійснюється за допомогою зворотного оператора стереоперетворення: $S^{-1} \{ \vec{s} \} \Rightarrow \vec{V}$, рис.2.1.

Постановка завдання: потрібно створити формальний математичний апарат перетворень з просторової форми подання інформації в стереоскопічну і назад. При цьому в формулах перетворення повинні бути враховані базис стереобачення, ракурс стереобачення і взаємне положення двох систем координат: правою світової, в якій зазвичай представлений довільний тривимірний об'єкт, і лівої екранної системи, яка безпосередньо пов'язана з екранною (картинною) площиною

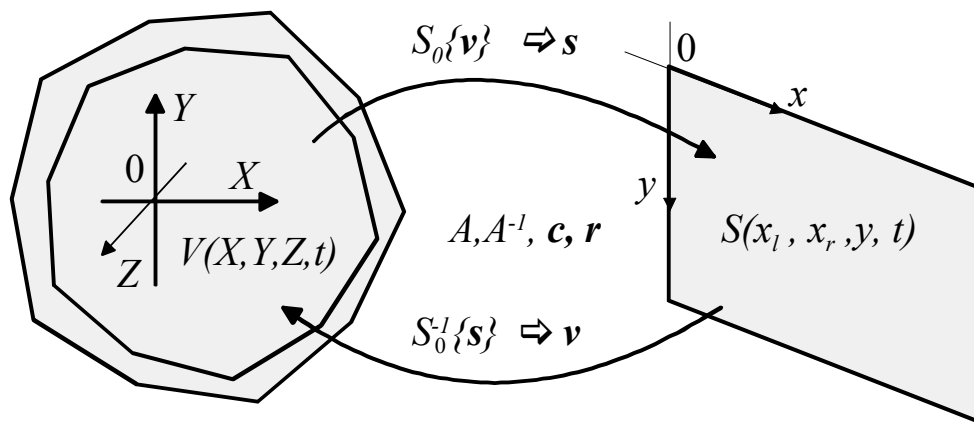


Рисунок 2.1. Операторний зв'язок між 3D простором і стереообластю

стереовідображення. Крім того, ракурс стереобачення (положення перенісся спостерігача в просторі) в формулах перетворення повинен бути присутнім у вигляді окремого вектора. Остання вимога пов'язана з подальшою розробкою і аналізом нових комплексів стереобачення, що мають системи зворотного зв'язку по позиції спостерігача, для забезпечення режимів багато ракурсів в реальному часі.

2.1 Позначення, системи координат

Нехай в правій світовій тривимірній системі координат OXYZ задана точка M, відповідна перенісці спостерігача, з якої він розглядає будь-якої просторовий образ $F(X, Y, Z, f) = 0$. Точку M зручно задавати вектором

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \\ \hat{Z} \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

При зміні компонентів вектора змінюється просторове положення точки M, а отже, і ракурс стереобачення. Домовимося точку M_i називати точкою M_i-ракурсу, якій відповідає вектор $\vec{\hat{R}}$ в системі OX Y Z.

Надалі будемо розглядати випадки як з постійним ракурсом, коли спостерігач дивиться на тривимірний об'єкт з однієї точки простору, так і зі змінним, коли

позиція спостерігача (реального або віртуального) безперервно або дискретно змінюється.

У першому випадку для задання точки M_0 вводиться поняття вектора постійного (статичного) ракурсу

$$\vec{\hat{R}}_0 = \begin{bmatrix} \hat{X}_0 \\ \hat{Y}_0 \\ \hat{Z}_0 \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

а в другому випадку, вводиться поняття вектора змінного (динамічного) ракурсу $\vec{\hat{R}}_i$ (при цьому відрізок L-R, відповідний лінії, що з'єднує зіниці спостерігача, залишається паралельним осі OX).

$$\vec{\hat{R}}_i = \begin{bmatrix} \hat{X}_i \\ \hat{Y}_i \\ \hat{Z}_i \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Як видно з рис.2.2 початок екранної системи координат $oxyz$ вибрано в лівому

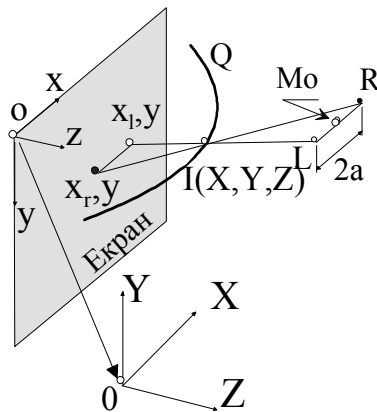


Рисунок 2.2. Розташування систем-координат і спостерігача відносно екрану

верхньому кутку екранної площини з напрямками осей вправо, вниз, на спостерігача. Такий вибір розташування системи $oxyz$ і напрямки осей обумовлений, по-перше, тим, що стереосистема спочатку була орієнтована на CRT монітори персональних комп'ютерів або екрани стандартних телевізійних приймачів, у яких розгортка спрямована зліва направо і зверху вниз; по-друге, забезпеченням

необхідних умов, при яких область позитивних значень екранної координати z відповідає передекранній зоні стереобачення.

Тут, і в подальшому, прописними літерами будуть позначатися просторові змінні, представлені в світовій системі координат, а строчними – змінні, що відносяться до екранної системи координат, як правило, це стереокоординати.

Без обмеження спільності міркувань, прийmemo, що картинна площина хоу паралельна площині XOY просторової системи координат. В іншому випадку досить виконати відповідні операції повороту.

Зсув початку системи координат $OXYZ$ по відношенню до початку екранної системи координат $охуз$ задається вектором зміщення, записаним в екранній системі:

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

де $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ – зміщення вздовж відповідних осей.

Ці величини знакомзінні. В екранній системі координат вектор ракурсу спостерігача позначений \vec{r} , при цьому для постійного ракурсу це \vec{r}_0 , для змінного – \vec{r}_i ,

$$\vec{r}_0 = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ \hat{y}_0 \\ \hat{z}_0 \end{bmatrix}, \quad \vec{r}_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{z}_i \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Легко перевірити, що вектор \vec{r} пов'язаний з вектором \vec{R} наступним співвідношенням

$$\vec{r} = D\vec{R} + \vec{c}, \quad (2.6)$$

де матриця D має вигляд

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Як видно з рис.2.2, будь-яка точка просторового образу Q, наприклад, точка I, яка задана координатами X, Y, Z в світовій системі координат OXYZ, на основі законів стереоскопічного проектування [5], може бути замінена двома точками на екранній площині, кожна з яких має тільки дві координати x_l, y (ліва складова стереопари) і x_r, y (права складова). В даному випадку, так як очі спостерігача розташовані паралельно осі $o-x$ ордината y для лівої і правої точок є спільною. Уявімо стереокоординати точки I у вигляді вектора \vec{s} :

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} x_l \\ x_r \\ y \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Аналогічно представимо тривимірні координати точки I у вигляді вектора \vec{V} :

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

2.2 Оператори стереоперетворення постійного ракурсу

Назвемо перетворення з просторової форми подання інформації в стереоскопічну – прямим стереоперетворенням, а перетворення з стереоскопічної форми в просторову – зворотним стереоперетворенням. Нашим завданням є знаходження формальних математичних операторів перетворень для випадку, коли спостерігач знаходиться в точці постійного ракурсу.

2.2.1 Прямий стереооператор постійного ракурсу. Дано: вектор зміщення \vec{c} , вектор постійного ракурсу \vec{r}_0 , вектор просторових координат \vec{V} довільної точки A, що знаходиться в зоні стереобачення. (Тут і далі приймемо, що всі розглянуті точки розташовані в зоні стереобачення). Потрібно визначити вектор \vec{s} . Оператор перетворення, який вектору \vec{V} довільної точки тривимірного простору ставить у відповідність вектор \vec{s} , для випадку постійного ракурсу, назвемо оператором стереоперетворення постійного ракурсу (або стереооператором

постійного ракурсу) і позначимо $S_0\{\}$. Процедуру перетворення з просторової форми подання інформації в стереоскопічну форму на основі даного стереооператора запишемо так: $S_0\{\vec{V}\} \Rightarrow \bar{s}$. Для виведення формул перетворення, що реалізують даний стереооператор, розглянемо дві проекції: вид зверху і зліва (рис. 2.3), де точка M_0 – точка статичного ракурсу; L – ліве око спостерігача; R – праве око; 1 – проекції площини екрану монітора.

Вид зліва: ΔPM_0K подібний ΔNM_0A , звідки

$$PM_0 / NM_0 = PK / NA \quad (2.9)$$

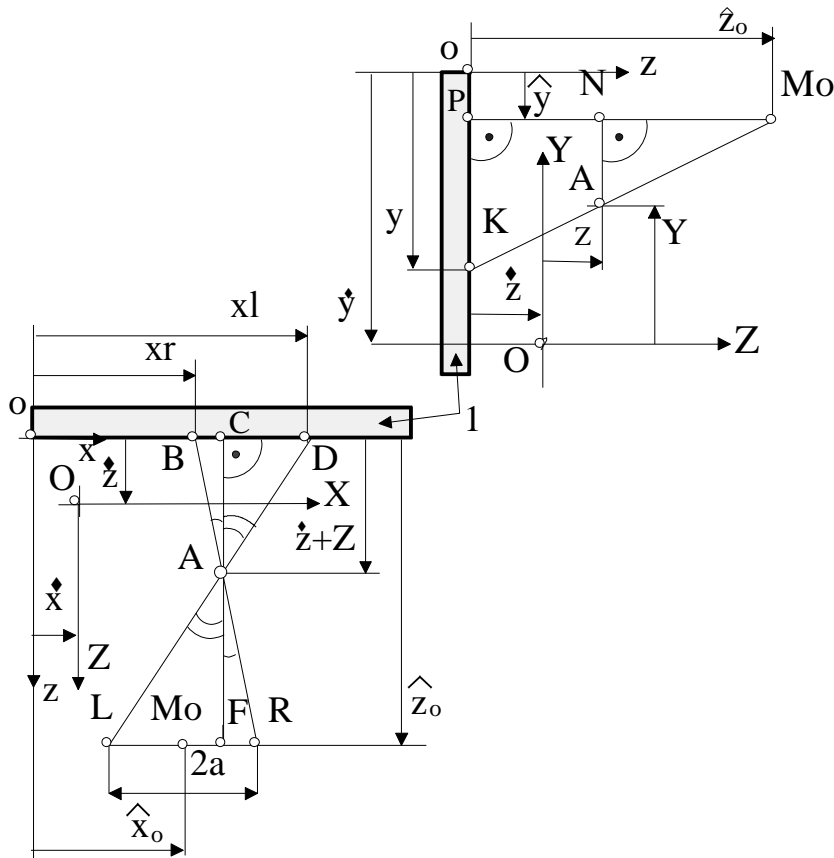


Рисунок 2.3. Горизонтальна і фронтальна проекції

Підставляючи

$$\left\{ \begin{array}{l} PM_0 = \hat{z}_0, \\ NM_0 = \hat{z}_0 - \hat{z} - Z, \\ PK = y - \hat{y}_0, \\ NA = \hat{y} - Y - \hat{y}_0 \end{array} \right\}$$

в (2.19) і перетворюючи, отримуємо:

$$y = \frac{\hat{z}_0(\dot{y} - Y) - \hat{y}_0(Z + \dot{z})}{\hat{z}_0 - Z - \dot{z}}. \quad (2.10)$$

Вид згори: $\triangle ABC$ подібний $\triangle FAR$, звідки

$$AF / AC = FR / BC. \quad (2.11)$$

Підставляючи

$$\left\{ \begin{array}{l} AF = \hat{z}_0 - Z - \dot{z}, \\ AC = \dot{z} + Z, \\ FR = \hat{x}_0 + a - X - \dot{x}, \\ BC = X + \dot{x} - x_r \end{array} \right\}$$

в (2.11) і перетворюючи, отримуємо:

$$x_r = \frac{X\hat{z}_0 - (Z + \dot{z})(\hat{x}_0 + a) + \hat{z}_0\dot{x}}{\hat{z}_0 - Z - \dot{z}}. \quad (2.12)$$

$\triangle ACD$ подібний $\triangle LAF$, звідки

$$AF / AC = LF / CD. \quad (2.13)$$

Підставляючи

$$\left\{ \begin{array}{l} AF = \hat{z}_0 - Z - \dot{z}, \\ AC = \dot{z} + Z, \\ LF = X + \dot{x} - \hat{x}_0 + a, \\ CD = x_l - X - \dot{x} \end{array} \right\}$$

в (2.13) і перетворюючи, отримуємо:

$$x_l = \frac{X\hat{z}_0 - (Z + \dot{z})(\hat{x}_0 - a) + \hat{z}_0\dot{x}}{\hat{z}_0 - Z - \dot{z}}. \quad (2.14)$$

Представимо формули (2.10), (2.12), (2.14) в матричній формі:

$$\vec{s} = A(\vec{V} + \vec{c})/(\hat{z}_0 - Z - \dot{z}), \quad (2.15)$$

де A – квадратна матриця, виду

$$A = \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & 0 & a - \hat{x}_0 \\ \hat{z}_0 & 0 & -a - \hat{x}_0 \\ 0 & -\hat{z}_0 & -\hat{y}_0 \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Таким чином, реалізація стереооператора постійного ракурсу зводиться до визначення компонентів вектора \vec{s} при заданому векторі \vec{V} відповідно до матричного виразу (2.15). Як видно з формули (2.16) компоненти матриці A – це константи, що визначають базис і ракурс стереобачення.

2.2.2 Зворотний стереооператор постійного ракурсу Зворотним стереооператором постійного ракурсу $S_0^{-1}\{\}$ будемо називати такий оператор, реалізація якого дозволяє визначати вектор \vec{V} по вектору \vec{s} .

Процедуру перетворення з стереоскопічної форми подання інформації в просторову форму на основі даного стереооператора запишемо так: $S_0^{-1}\{\vec{s}\} \Rightarrow \vec{V}$. Для вирішення поставленого завдання перетворимо вираз (2.15):

$$(\hat{z}_0 - Z - \dot{z})\vec{s} = A(\vec{V} + \vec{c}).$$

Помножимо ліву і праву частини отриманої рівності зліва на обернену матрицю A^{-1} :

$$(\hat{z}_0 - Z - \dot{z})A^{-1}\vec{s} = A^{-1}A(\vec{V} + \vec{c}) = E(\vec{V} + \vec{c}) = \vec{V} + \vec{c},$$

де E - одинична матриця, і отримаємо:

$$\vec{V} = (\hat{z}_0 - Z - \dot{z})A^{-1}\vec{s} - \vec{c}. \quad (2.17)$$

Таким чином, реалізація зворотного стереооператора постійного ракурсу $S_0^{-1}\{ \}$ пов'язана зі знаходженням вектора \vec{V} відповідно до виразу (2.17). Обернену матрицю можна визначити відповідно до відомої процедури [5,70]:

$$A^{-1} = \dot{A} / \det A, \quad (2.18)$$

де \dot{A} – союзна матриця; $\det A$ – визначник матриці A ,

$$\det A = -\hat{z}_0^2(a - \hat{x}_0) - \hat{z}_0^2(a + \hat{x}_0) = -2a\hat{z}_0^2. \quad (2.19)$$

Щоб визначити елементи союзної матриці \dot{A} , спочатку знаходять транспоновану матрицю A' :

$$A' = \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & \hat{z}_0 & 0 \\ 0 & 0 & -\hat{z}_0 \\ a - \hat{x}_0 & -a - \hat{x}_0 & -\hat{y}_0 \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

а потім кожен її елемент замінюють його алгебраїчним доповненням (2.21):

$$\dot{A} = \begin{bmatrix} \det \begin{bmatrix} 0 & -\hat{z}_0 \\ a - \hat{x}_0 & -\hat{y}_0 \end{bmatrix} & -\det \begin{bmatrix} 0 & -\hat{z}_0 \\ a - \hat{x}_0 & -\hat{y}_0 \end{bmatrix} & \det \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a - \hat{x}_0 & -a - \hat{x}_0 \end{bmatrix} \\ -\det \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & 0 \\ -a - \hat{x}_0 & -\hat{y}_0 \end{bmatrix} & \det \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & 0 \\ a - \hat{x}_0 & -\hat{y}_0 \end{bmatrix} & -\det \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & \hat{z}_0 \\ a - \hat{x}_0 & -a - \hat{x}_0 \end{bmatrix} \\ \det \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & 0 \\ 0 & -\hat{z}_0 \end{bmatrix} & -\det \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & 0 \\ 0 & -\hat{z}_0 \end{bmatrix} & \det \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & \hat{z}_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Обчисливши (2.21) і підставивши в (2.18), маємо:

$$A^{-1} = \frac{-1}{2a\hat{z}_0^2} \begin{bmatrix} -\hat{z}_0(a + \hat{x}_0) & -\hat{z}_0(a - \hat{x}_0) & 0 \\ \hat{z}_0\hat{y}_0 & -\hat{z}_0\hat{y}_0 & 2a\hat{z}_0 \\ -\hat{z}_0^2 & \hat{z}_0^2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Після спрощення,

$$A^{-1} = \frac{1}{2a\hat{z}_0} \begin{bmatrix} (a + \hat{x}_0) & (a - \hat{x}_0) & 0 \\ -\hat{y}_0 & \hat{y}_0 & -2a \\ \hat{z}_0 & -\hat{z}_0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Підставивши (2.22) в (2.17) і зробивши необхідні перетворення, отримаємо компоненти вектора \vec{V} :

$$X = \frac{2a(x_l - \dot{x}) + (x_l - x_r)(\hat{x}_0 - a - \dot{x})}{2a + x_l - x_r}, \quad (2.23)$$

$$Y = \frac{2a(\dot{y} - y) + (x_l - x_r)(\dot{y} - \hat{y}_0)}{2a + x_l - x_r}, \quad (2.24)$$

$$Z = \frac{(\hat{z}_0 - \dot{z})(x_l - x_r) - 2a\dot{z}}{2a + x_l - x_r}. \quad (2.25)$$

2.3 Оператори стереоперетворення змінного ракурсу

Задача ставиться так. Спостерігач, перебуваючи перед монітором стереосистеми в точці постійного ракурсу M_0 (заданий вектор \vec{r}_0), повинен бачити те, що бачив би гіпотетичний (віртуальний) спостерігач, що переміщається в просторі щодо шуканого об'єкту. Позиція гіпотетичного спостерігача в просторі в кожен момент часу задається координатами вектора \vec{R}_i . Потрібно знайти формули, що реалізують оператори перетворення з просторової форми подання інформації в стереоскопічну форму і назад.

2.3.1 Прямий стереооператор змінного ракурсу. Тут і надалі при виведенні формул стереоперетворення пропонується використовувати наступний принцип еквівалентності: в будь-який момент часу процесу візуалізації напрямки променів зору в просторі окремо для кожного з очей у реального і віртуального спостерігачів повинні бути однакові.

Оператор перетворення, який вектору \vec{V} довільної точки тривимірного

простору ставить у відповідність вектор \vec{s} , для випадку змінного ракурсу, назовемо стереооператором змінного ракурсу і позначимо $S_i\{ \}$. Процедуру перетворення з просторової форми подання інформації в стереоскопічну форму на основі даного стереооператора запишемо так: $S_i\{\vec{V}\} \Rightarrow \vec{s}$. Нехай в один з моментів часу переміщення віртуального спостерігача останній виявився в точці змінного ракурсу M_1 (рис. 2.4), де 1 – проекції екрана монітора; погляд спостерігача був зосереджений на одній з точок просторового об'єкта – точці A_1 . На основі запропонованого принципу еквівалентності визначимо умови, при яких оператор, що знаходиться перед монітором стереоскопічної системи в точці статичного ракурсу M_0 , бачив би точку A_0 так само, як і гіпотетичний спостерігач точку A_1 . На рис.2.4 геометрично показано, яким чином,

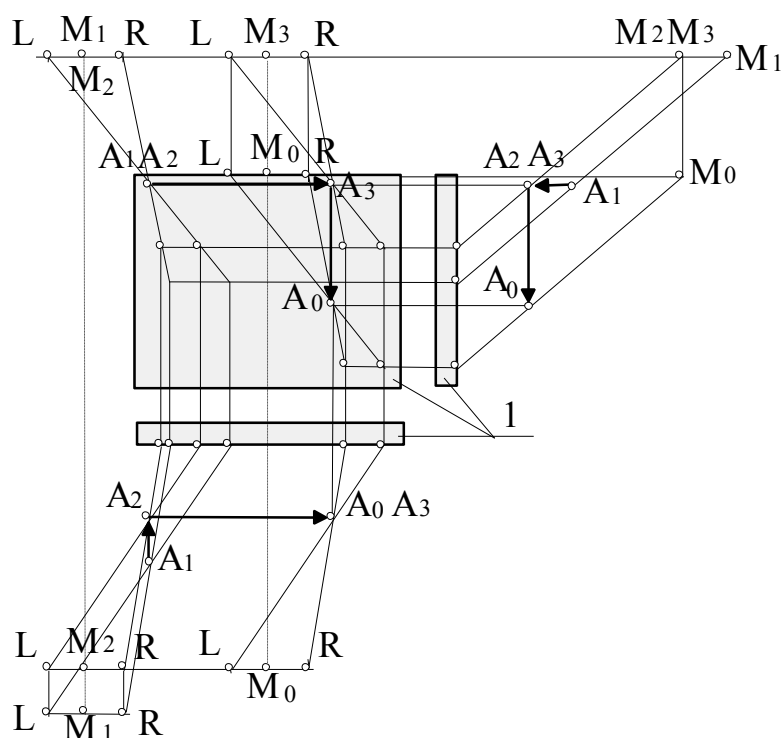


Рисунок 2.4. Три проекції положення спостерігача в просторі щодо екрану

переміщуючи точку змінного ракурсу M_i послідовно з позиції M_1 в M_2, M_3, M_0 (при неодмінному виконанні умов паралельності променів зору для кожного ока

по всім проєкціям в натурі і моделі при зазначеному переміщенні), можна потрапити в точку статичного ракурсу M_0 . Просторова точка A_1 при зазначеній процедурі послідовно переміщується в просторі і в кінці кінців приходить в шукане місце простору – точку A_0 .

Переміщення позиції віртуального спостерігача на кресленні виконано поетапно, по взаємно перпендикулярним напрямкам, шляхом послідовного суміщення однією з координат вектора змінного ракурсу з однойменною координатою вектора статичного ракурсу.

Отже, задані: вектор статичного ракурсу \vec{r}_0 (2.5), вектор змінного ракурсу \vec{R}_i (2.2), точка $A_1(X_1, Y_1, Z_1)$. Використовуючи (2.6), отримуємо вектор \vec{r}_1 для точки M_1 (рис. 2.3):

$$\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{y}_1 \\ \hat{z}_1 \end{bmatrix}.$$

Після першого етапу суміщення уздовж осі oz , дивись рис. 2.5, 2.6, зрівнюються компоненти \hat{z}_0 і \hat{z}_2 векторів \vec{r}_0 і \vec{r}_i , в результаті:

$$\vec{r}_2 = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{y}_1 \\ \hat{z}_0 \end{bmatrix}$$

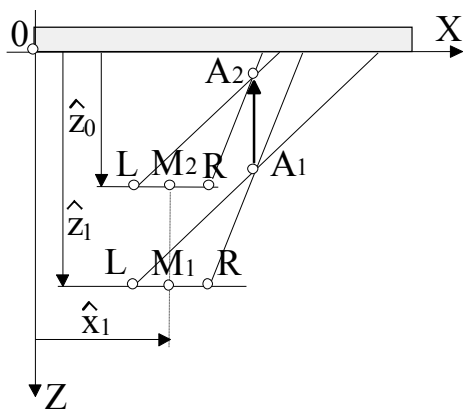


Рисунок 2.5. Геометрія суміщення уздовж осі OZ , вид зверху

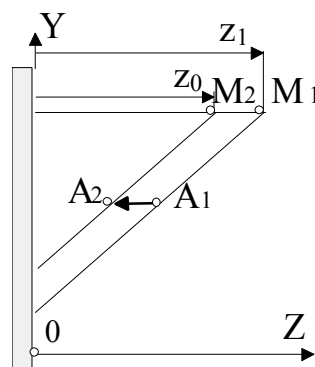


Рисунок 2.6. Геометрія суміщення уздовж осі OZ , вид збоку

Точка переміщується в точку A_2 , координати якої X_1, Y_1, Z_2 , де

$$\begin{aligned} Z_2 &= Z_1 - \Delta\hat{z}_1, \\ \Delta\hat{z}_1 &= \hat{z}_1 - \hat{z}_0. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Після другого етапу суміщення уздовж осі ox , дивись рис.2.7, відбувається зрівнювання компонентів \hat{x}_0 і \hat{x}_1 векторів \vec{r}_0 і \vec{r}_i .

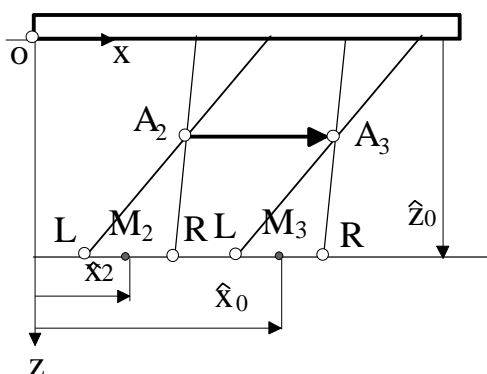


Рисунок 2.7. Геометрія суміщення уздовж осі OX

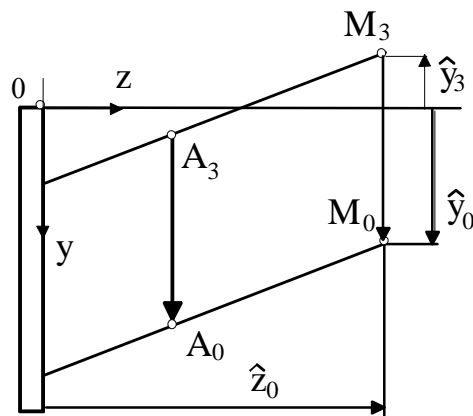


Рисунок 2.8. Суміщення уздовж осі OY

В результаті:

$$\vec{r}_3 = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ \hat{y}_1 \\ \hat{z}_0 \end{bmatrix}.$$

При цьому точка A_2 переміщується в точку A_3 , координати якої, як впливає з геометричних побудов: X_3, Y_1, Z_2 , при цьому:

$$\begin{aligned} X_3 &= X_1 - \Delta\hat{x}_1, \\ \Delta\hat{x}_1 &= \hat{x}_1 - \hat{x}_0. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Після аналогічного етапу суміщення уздовж осі oy (рис. 2.8) вектор змінного ракурсу \vec{r}_4 стає рівним вектору статичного ракурсу \vec{r}_0 , при цьому точка A_2 переміщується в потрібну точку A_0 , координати якої такі :

$$\vec{V}_0 = \begin{bmatrix} X_0 = X_1 - \Delta\hat{x}_1 \\ Y_0 = Y_1 + \Delta\hat{y}_1 \\ Z_0 = Z_1 - \Delta\hat{z}_1 \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

де

$$\Delta\hat{y}_1 = \hat{y}_1 - \hat{y}_0.$$

Слід зауважити, що послідовність зрівнювання координат векторів \vec{r}_0 , \vec{r}_i , тобто черговість перерахованих вище трьох етапів, може бути довільною.

Щоб отримати тепер стереопару шуканої точки, досить застосувати прямий стереооператор постійного ракурсу $S_0 \{ \}$ до точки A_0 . Вводячи вектор

$$\Delta\vec{r}_i = \begin{bmatrix} \Delta\hat{x}_i = \hat{x}_i - \hat{x}_0 \\ \Delta\hat{y}_i = \hat{y}_i - \hat{y}_0 \\ \Delta\hat{z}_i = \hat{z}_i - \hat{z}_0 \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

і з огляду на рівності (2.26) – (2.28), запишемо матричний вираз для $S_0 \{ \vec{V}_0 \}$ використовуючи формулу (2.15):

$$\vec{s} = A(\vec{V} + \vec{c} - \Delta\vec{r}_i) / (\hat{z}_0 - Z - \hat{z} + \Delta\hat{z}_i).$$

Після спрощення отримуємо:

$$\vec{s} = A(\vec{V} + \vec{c} - \Delta\vec{r}_i) / (\hat{z}_i - Z - \hat{z}). \quad (2.30)$$

де матриця A і вектор \vec{c} ті ж самі, що і в виразі (2.15).

Таким чином, реалізація прямого стереооператора змінного ракурсу $S_i \{ \vec{V}_1 \}$ для точки A_1 передбачає визначення вектора \vec{s}_i відповідно до вираження (2.30) для кожного поточного значення індексу i , якому відповідає «свій» вектор $\Delta\vec{r}_i$.

Слід звернути увагу на те, що швидкість зміни вектора \vec{r}_i не пов'язана зі швидкістю

зображуваного об'єкта. Ці швидкості можуть перебувати між собою в самих різних співвідношеннях. Наприклад, реалізація зазначеного стереооператора дасть можливість візуалізувати ситуацію, при якій дослідник, перебуваючи перед екраном монітора стереосистеми в точці постійного ракурсу, може спостерігати тривимірну картину, яку він бачив би, перебуваючи на будь-якому рухомому об'єкті при його зближенні (частковому обльоті) з іншим рухомим об'єктом.

2.3.2 Зворотний стереооператор змінного ракурсу. Під зворотним стереооператором змінного ракурсу будемо розуміти такий оператор (позначення: $S_0^{-1}\{ \}$), реалізація якого передбачає визначення вектора \vec{V} за відомими векторами $(\vec{s}, \vec{c}, \Delta\hat{r}_i)$ і матриці A . Процедуру перетворення з стереоскопічної форми подання інформації в просторову форму на основі даного стереооператора запишемо так: $S_i^{-1}\{\vec{s}\} \Rightarrow \vec{V}$. Для отримання шуканих формул реалізації стереооператора необхідно ліву і праву частини виразу (2.30) помножити зліва на обернену матрицю A^{-1} , яка визначається з виразу (2.22). Після перетворення отримаємо:

$$\vec{V} = (\hat{z}_i - Z - \dot{z})A^{-1}s - \vec{c} + \Delta\hat{r}_i. \quad (2.31)$$

Розкривши (2.31) і виконавши спрощення, остаточно будемо мати формули для визначення компонентів вектора \vec{V} :

$$X = \frac{2a(x_l - \dot{x} - \Delta\hat{x}_i) + (x_l - x_r)(\hat{x}_i - a - \dot{x})}{2a + x_l - x_r}, \quad (2.32)$$

$$Y = \frac{2a(\dot{y} - y - \Delta\hat{y}_i) + (x_l - x_r)(\dot{y} - \hat{y}_i)}{2a + x_l - x_r}, \quad (2.33)$$

$$Z = \frac{2a(\Delta\hat{z}_i - \dot{z}) + (x_l - x_r)(\hat{z}_i - \dot{z})}{2a + x_l - x_r}. \quad (2.34)$$

2.4 Стереоператори поворотних ракурсів

Формули, що реалізують оператори стереоперетворення, розглянуті вище, справедливі за умови, що лінія, що з'єднує зіниці очей спостерігача, що знаходиться перед екраном стереодисплея і лінія, що з'єднує зіниці очей уявного спостерігача, були паралельні один одному і осі ox , і, крім того, базис стереобачення не змінювався. Однак, в ряді випадків, наприклад, при моделюванні процесів огляду об'єктів в ближній зоні стереобачення, пов'язаних з нахилами і поворотами голови уявного спостерігача або робота, зазначені вище умови не виконуються. Це може призводити до порушення принципу еквівалентності при візуалізації [3,63], а значить – до некоректності застосування розглянутих вище стереоператорів. Тому, в таких випадках для побудови адекватної стереомоделі необхідно, беручи до уваги фактор зміни ракурсу стереобачення, врахувати фактор обертання лінії, що з'єднує зіниці спостерігача, навколо осей, паралельних координатним осям. Для цього будуть розглянуті стереоператори, які названі стереоператорами поворотних ракурсів, які позначимо $\dot{S}_x\{\}$, $\dot{S}_y\{\}$, $\dot{S}_z\{\}$, відповідно при обертанні навколо осей, паралельних координатним осям O-X, O-Y, O-Z.

2.4.1 Стереоператор поворотного ракурсу навколо осі O-X. Як приклад розглянемо випадок повороту голови уявного спостерігача вниз або вгору, наведений на рис.2.9. Як видно з малюнка, при такому русі лінія, що з'єднує зіниці

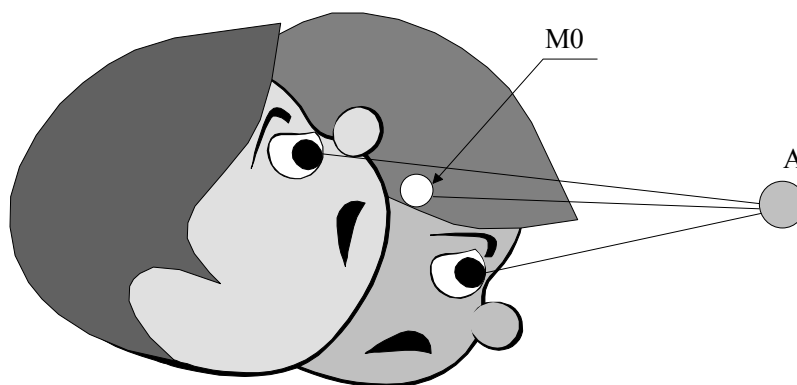


Рисунок 2.9. Поворот голови спостерігача вгору - вниз

очей уявного спостерігача, залишається паралельною осі x -ов, і, крім того, базис стереобачення в процесі руху не змінюється. Тому в цьому випадку процедура стереоперетворення зводиться до реалізації окремого випадку стереооператора змінного ракурсу, при якому координата \hat{x}_i вектора $\vec{\hat{r}}_i$ залишається без зміни.

$$\dot{S}_x \{ \} = \tilde{S}_i \{ \} |_{\hat{x}_i = const} \cdot \quad (2.35)$$

Зворотний стереооператор поворотного ракурсу навколо осі $O-X$ буде відповідно:

$$\dot{S}_x^{-1} \{ \} = \tilde{S}_i^{-1} \{ \} |_{\hat{x}_i = const} \cdot$$

2.4.2 Стереооператор поворотного ракурсу навколо осі $O-Z$.

Необхідно знайти оператор стереоперетворення, що задовольняє умовам еквівалентності для випадку, коли оператор-дослідник знаходиться перед екраном стереоскопічної обчислювальної системи в природному положенні (вісь, яка з'єднує обидва ока, паралельна нижній кромці монітора, тобто осі $o-x$) в точці статичного ракурсу і потрібно візуалізувати ситуацію, видиму віртуальним спостерігачем також з точки постійного ракурсу, але при повороті його голови навколо осі $0-z$ в площині,

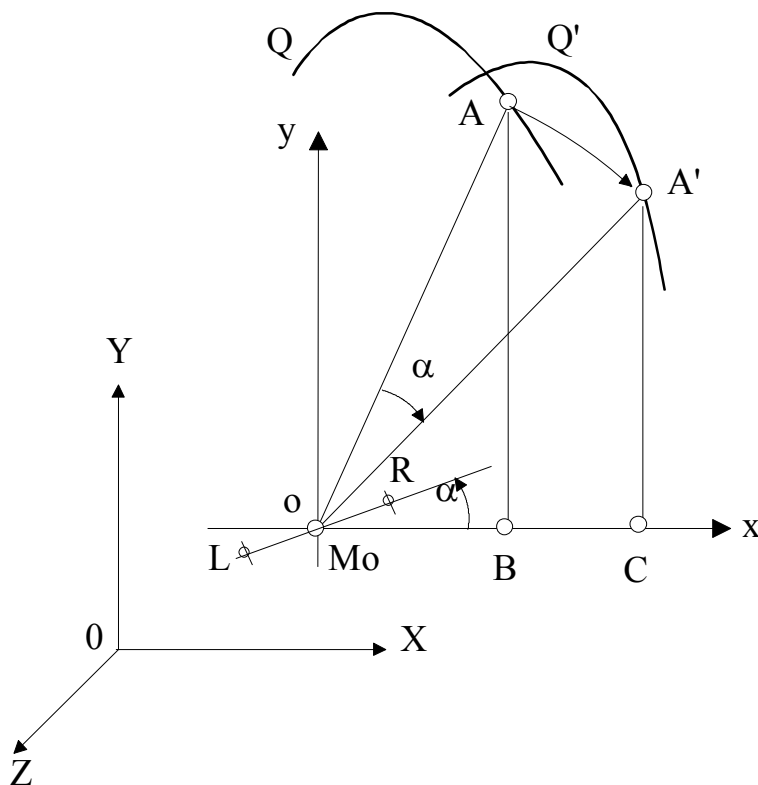


Рисунок 2.10. Поворот голови навколо осі OZ

паралельній XOY , на кут α . Зазначений поворот голови уявного спостерігача призводить до того, що лінія, що з'єднує зіниці очей стає не паралельною осі $O-x$ (рис.2.10). В силу відносності руху, результат зазначеного вище повороту голови уявного спостерігача щодо довільної точки A об'єкту рівнозначний результату повороту точки A об'єкта в протилежну сторону щодо тієї ж осі, для спостерігача, що знаходиться перед монітором стереосистеми, в точці постійного ракурсу і з нерухомою головою. Тому в даному випадку, для задоволення принципу еквівалентності, досить використовувати прямий стереооператор постійного ракурсу, але не до вихідних тривимірних координат точки об'єкта, а до нових тривимірних координат, що обумовлено результатом обертання голови.

Постановка задачі. У правій світовій системі координат $OXYZ$ задана довільна точка A об'єкта Q . Уявний спостерігач перебуваючи в точці M_0 (задані координати вектора статичного ракурсу $\vec{\hat{R}} = (\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z})$), дивиться на точку A повернувши голову на кут α проти годинникової стрілки. Потрібно визначити тривимірні координати точки A' , яка відповідає точці A після повороту об'єкта Q на кут α за годинниковою стрілкою навколо осі, паралельної осі $O-Z$ і проходить через точку M_0 . Оскільки обертання здійснюється в площині, паралельній площині XOY , то координата Z точки A залишається без зміни. І потрібно знайти тільки координати X і Y . Розмістимо в точці M_0 допоміжну праву систему координат $хоу$. Запишемо координати точки A в системі $хоу$ за відомими правилами паралельного перенесення систем координат:

$$\begin{aligned}x &= X - \hat{X}, \\y &= Y - \hat{Y}.\end{aligned}$$

Визначимо радіус повороту:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(X - \hat{X})^2 + (Y - \hat{Y})^2}.$$

Знайдемо кут $\angle AoB$:

$$\angle AoB = \arctg \frac{y}{x} = \arctg \frac{Y - \hat{Y}}{X - \hat{X}}.$$

Визначимо кут $A'oC$: $\angle A'oC = \angle AoB - \alpha$.

Знайдемо координати точки A' в системі $хоу$:

$$x' = R \cos \left(\arctg \frac{y}{x} - \alpha \right),$$

$$y' = R \sin \left(\arctg \frac{y}{x} - \alpha \right).$$

Тепер запишемо координати точки A' в системі $0XYZ$:

$$\begin{aligned} X' &= \sqrt{(X - \hat{X})^2 + (Y - \hat{Y})^2} \cos \left(\arctg \frac{Y - \hat{Y}}{X - \hat{X}} - \alpha \right) + \hat{X}, \\ Y' &= \sqrt{(X - \hat{X})^2 + (Y - \hat{Y})^2} \sin \left(\arctg \frac{Y - \hat{Y}}{X - \hat{X}} - \alpha \right) + \hat{Y}, \\ Z' &= Z. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Таким чином, процедура стереоперетворення в цьому випадку зводиться до застосування прямого стереооператора постійного ракурсу до вектору \vec{V}' , тобто, $\dot{S}_Z\{\vec{V}\} = \dot{S}_0\{\vec{V}'\}$, де \vec{V}' визначається за формулами (2.36).

Аналогічно вищевикладеному, можна показати, що зворотний стереооператор поворотного ракурсу навколо осі $O-Z$ вимагає для своєї реалізації наступних співвідношень: $\dot{S}_Z^{-1}\{\vec{s}\} = S_0^{-1}\{\vec{s}'\} + (2.37)$, де

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{(X' - \hat{X})^2 + (Y' - \hat{Y})^2} \cos \left(\arctg \frac{Y' - \hat{Y}}{X' - \hat{X}} + \alpha \right) + \hat{X}, \\ Y &= \sqrt{(X' - \hat{X})^2 + (Y' - \hat{Y})^2} \sin \left(\arctg \frac{Y' - \hat{Y}}{X' - \hat{X}} + \alpha \right) + \hat{Y}, \\ Z &= Z'. \end{aligned} \quad (2.37)$$

2.4.3 Стереооператор поворотного ракурсу навколо осі $O-Y$. Поворот голови спостерігача вліво-вправо відповідає повороту голови навколо осі $O-Y$ у світовій системі координат. На рис.2.11, 2.12 зображені проекції положення голови і

очей спостерігача при повороті вліво-вправо (вид зверху).

Дуга DR (рис.2.12) умовно зображує контур голови спостерігача. При цьому: L – ліве око спостерігача, R – праве око, M_0 – точка статичного ракурсу, відрізок LR,

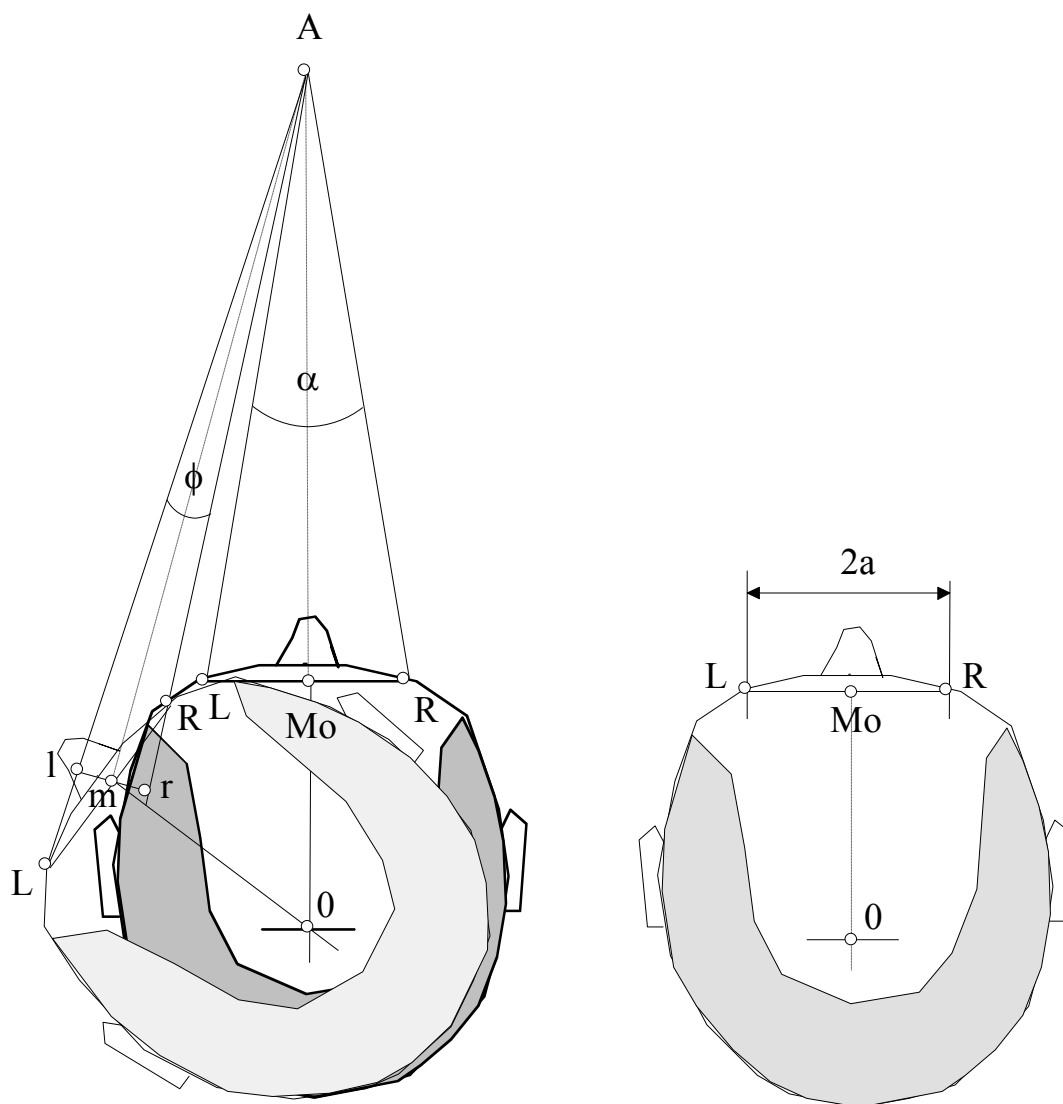


Рисунок 2.11. Поворот голови спостерігача вліво-вправо

рівний $2a$, – стереобазис, A – довільна точка об'єкту, Q – центр повороту голови спостерігача, OR – радіус повороту голови, позначимо R.

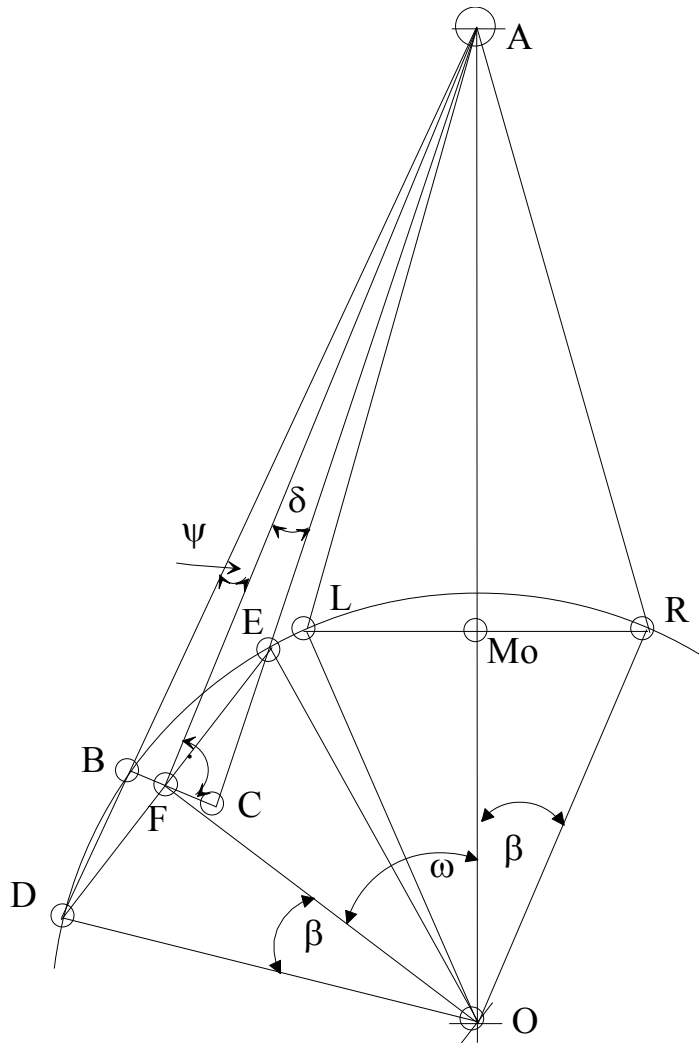


Рисунок 2.12. Геометрія повороту голови спостерігача навколо осі OY

Після повороту голови спостерігача вліво точка L перемістилася в точку D, точка Mo – в точку F, точка R – в точку E.

Дано: тривимірні координати точки $A(A_x, A_y, A_z)$, радіус повороту голови – R,

Кут повороту – ω , координати вектора статичного ракурсу:

$$\vec{r}_0 = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ \hat{y}_0 \\ \hat{z}_0 \end{bmatrix}.$$

Без обмеження спільності міркувань приймемо, що в початковому положенні (до повороту) погляд спостерігача спрямований в точку A, розташовану точно посередині очей, як показано на рис.2.11. Потрібно визначити координати нового

значення ракурсу стереобачення (тобто координати точки $F(\hat{x}_f, \hat{y}_f, \hat{z}_f)$) і нове умовне значення базису стереобачення (відрізок BC). Відрізок BC утворюється в результаті перетину лінії, перпендикулярній лінії FA (що з'єднує точку F з точкою A) і яка проходить через точку F, з лініями, що збігаються з променями зору: від лівого ока в точку A (лінія DA), від правого ока в точку A (лінія CA) після повороту голови. Нове значення координат ракурсу стереобачення в даному випадку легко визначити, зробивши додаткову побудову. Необхідно опустити перпендикуляр з точки F на лінію OA. Опускаючи очевидні викладки запишемо результат :

$$\begin{aligned}\hat{x}_f &= \hat{x}_0 \pm \sqrt{R^2 - a^2} \cos \omega, \\ \hat{y}_f &= \hat{y}_0, \\ \hat{z}_f &= \hat{z}_0 \pm \sqrt{R^2 - a^2} \sin \omega.\end{aligned}\tag{2.38}$$

Компоненти уздовж осі Y-ів рівні оскільки поворот здійснюється в площині, паралельній площині хоз. Значення умовного базису стереобачення при повороті голови визначимо як суму двох відрізків прямих FC і FB.

Знаходження відрізка FC. З трикутника OEA по теоремі косинусів визначимо відрізок EA . З трикутника OEA по теоремі косинусів визначимо відрізок EA:

$$EA = \sqrt{(OA)^2 + R^2 - 2OA \cdot R \cdot \cos(\omega - \beta)},\tag{2.39}$$

де

$$\beta = \arcsin\left(\frac{a}{R}\right).$$

Аналогічно з трикутника OFA визначимо відрізок FA:

$$EA = \sqrt{(OA)^2 + (OF)^2 - 2OA \cdot OF \cos \omega},\tag{2.40}$$

де

$$OF = \sqrt{R^2 - a^2}.$$

З трикутника FEA знайдемо косинус кута FAC (δ):

$$\cos \delta = \frac{(FA)^2 + (EA)^2 - a^2}{2FA \cdot EA}. \quad (2.41)$$

З прямокутного трикутника FAC визначимо шуканий відрізок FC:

$$FC = FA \cdot \operatorname{tg} \delta = FA \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \delta}}{\cos \delta}. \quad (2.42)$$

Підставивши (2.41) в (2.42) і перетворивши, остаточно маємо:

$$FC = FA \frac{\sqrt{(2FA)^2 - ((FA)^2 + (EA)^2 - a^2)^2}}{(FA)^2 + (EA)^2 - a^2}. \quad (2.43)$$

Аналогічним чином знайдемо відрізок DA.

Трикутник OAD:

$$DA = \sqrt{(OA)^2 + R^2 - 2OA \cdot R \cdot \cos(\omega + \beta)}. \quad (2.44)$$

Трикутник DAF:

$$\cos \psi = \frac{(DA)^2 + (EA)^2 - a^2}{2DA \cdot EA}. \quad (2.45)$$

Трикутник BFA:

$$FC = FA \cdot \operatorname{tg} \delta = FA \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \delta}}{\cos \delta}. \quad (2.46)$$

Підставивши (2.45) в (2.46) і перетворивши, отримаємо:

$$FC = FA \frac{\sqrt{(2FA)^2 - ((FA)^2 + (DA)^2 - a^2)^2}}{(FA)^2 + (DA)^2 - a^2}. \quad (2.47)$$

Складаючи (2.43) і (2.47) остаточно отримаємо вираз для обчислення величини умовного стереобазиса при повороті голови спостерігача вліво вправо:

$$BC = FA \left(\frac{\sqrt{(2FA)^2 - ((FA)^2 + (EA)^2 - a^2)^2}}{(FA)^2 + (EA)^2 - a^2} + \frac{\sqrt{(2FA)^2 - ((FA)^2 + (DA)^2 - a^2)^2}}{(FA)^2 + (DA)^2 - a^2} \right), \quad (2.48)$$

де FA визначається за формулою (2.40), EA – за формулою (2.39), DA – за формулою (2.44).

Таким чином, реалізація стереооператора поворотного ракурсу $S_Y \{ \}$ навколо осі O-Y зводиться до реалізації стереооператора змінного ракурсу $S_i \{ \}$, при змінюваному базисі стереобачення, який визначається за формулою (2.48):

$$\dot{S}_Y \{ \} = \tilde{S}_i \{ \} |_{a=\text{var}}.$$

Координати вектора змінного ракурсу визначаються за формулами (2.38).

Зворотний стереооператор поворотного ракурсу навколо осі O-Y може бути визначений так:

$$\dot{S}_Y^{-1} \{ \} = \tilde{S}_i^{-1} \{ \} |_{a=\text{var}}.$$

2.4.4 Модифікація формул стереооператора постійного ракурсу.

Мета даної модифікації формул (2.10), (2.12), (2.14), що реалізують прямий стереооператор постійного ракурсу – приведення їх до виду, який вимагає мінімальних витрат часу і апаратури на їх обчислення.

Істотне спрощення формул може бути досягнуто за рахунок особливого підбору констант, якщо прийняти $\hat{z}_0 = 2^i$, $\hat{y}_0 = 2^k$, $a = 2^6$, $\hat{x}_0 = 192$, де I – ціле позитивне число; k – ціле, то зазначені формули набудуть вигляд:

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} x_l = \frac{2^i(X - \dot{x}) - 2^7(Z + \dot{z})}{2^i - Z - \dot{z}} \\ x_l = \frac{2^i(X - \dot{x}) - 2^8(Z + \dot{z})}{2^i - Z - \dot{z}} \\ y = \frac{2^i(\dot{y} - Y) - 2^k(Z + \dot{z})}{2^i - Z - \dot{z}} \end{bmatrix}. \quad (2.49)$$

Прямий стереооператор постійного ракурсу, який відповідає формулам (2.49), позначимо як $S_0^{M1}\{ \}$.

Як відомо [55], в двійковій системі числення операція множення будь-якого числа на цілу ступінь двійки – це просто зсув цього числа вліво або вправо на постійне число двійкових розрядів, яке визначається ступенем. Тому, як видно з формул (2.49), групова арифметична операція – сума парних добутків, що стоїть в чисельниках формул (2.10), (2.12), (2.14), виродилася в операції бінарних зсувів і одну операцію алгебраїчного додавання. Знаменники формул залишилися без змін. Операцію поділу на $2^i - Z - \dot{z}$ для скорочення часу обчислень доцільно виконувати шляхом множення чисельників дробів на зворотну величину $1/(2^i - Z - \dot{z})$, яку можна реалізовувати на програмованих логічних матрицях.

Для розглянутої модифікації формул, що реалізують прямий стереооператор постійного ракурсу характерно наступне:

- базис стереобачення в формулах (2.49) штучно завищений в 2 рази в порівнянні із середнім значенням для людини і дорівнює 128;
- компоненти стереоракурсу по осі ординат \hat{y}_0 і аплікат \hat{z}_0 можуть змінюватися тільки дискретно і кратно ступеням двійки;
- компонента стереоракурсу по осі абсцис \hat{x}_0 постійна і дорівнює 192.

Слід зауважити, що асиметрія зони стереобачення по осі абсцис, при цьому може бути компенсована зміною \dot{x} компоненти вектора зсуву \vec{c} .

Виникає питання, а чи не можна отримати модифіковані формули, які були б справедливі для нормального базису. Виявляється, що можна. Якщо прийняти:

$$\hat{z}_0 = 2^i, \hat{y}_0 = 2^k, a = 2^5, \hat{x}_0 = 96,$$

i – ціле позитивне число; k – ціле число, то формули (2.10),(2.12),(2.14) придбають вид :

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} x_l = \frac{2^i(X - \dot{x}) - 2^7(Z + \dot{z})}{2^i - Z - \dot{z}} \\ x_l = \frac{2^i(X - \dot{x}) - 2^8(Z + \dot{z})}{2^i - Z - \dot{z}} \\ y = \frac{2^i(\dot{y} - Y) - 2^k(Z + \dot{z})}{2^i - Z - \dot{z}} \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

Як бачимо, модифіковані формули (2.50) справедливі для базису стереобачення, рівного 64. Прямий модифікований стереооператор постійного ракурсу, відповідний формулам (2.50), позначемо через $S_0^{M2}\{ \}$.

2.5. Стереоператори для 3D систем, що містять дзеркало [43]

Серед стереоскопічних 3D систем особливе місце займають системи, що містять в своєму складі дзеркала. У багатьох країнах ведуться розробки по створенню систем з дзеркалами різного призначення. Проектуються системи як з плоскими дзеркалами [99, 100], так і з дзеркалами особливої форми: сферичними [113], параболічними [98], еліптичними [114], гіперболічними [90].

Інтерес до систем, що містить дзеркала, обумовлений тим, що зображення в дзеркалі має унікальну властивість – воно не матеріально. Ця властивість є незамінним і вирішальним, коли мова йде про створення істинно об'ємних без очкових багаторакурсих систем візуалізації інформації [112,117].

Розглянемо застосування операторного методу стереоперетворень [25,47] до систем, що містить в своєму складі плоскі дзеркала. У таких стереосистемах, спостерігач дивиться на стереоскопічний екран не прямо, як це прийнято в традиційних системах (рис.2.13), а через його відображення в дзеркалі, (рис.2.14):

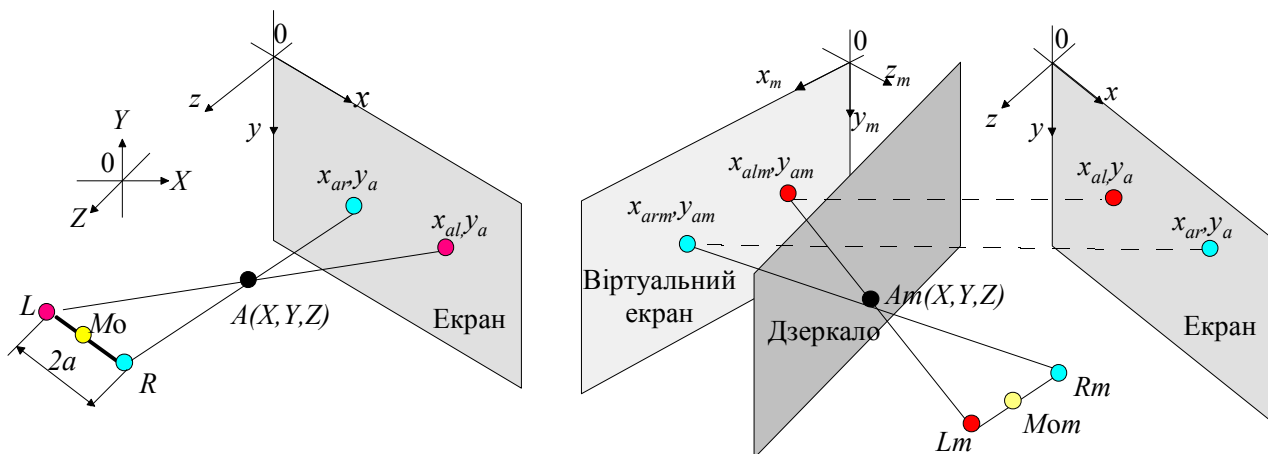


Рисунок 2.13. Звичайна стереосистема Рисунок 2.14. Стереосистема з дзеркалом

На рис.2.14, і в подальшому, прийнято: всі константи, які відносяться до системи з дзеркалом, матимуть ознаку або індекс "m". Так, L_m - позиція лівого ока спостерігача, що дивиться в дзеркало, R_m - позиція правого ока, M_{0m} - позиція перенісся спостерігача, що дивиться в дзеркало, що визначається вектором постійного ракурсу,

$$\mathbf{r}_{0m} = \begin{bmatrix} x_{0m} \\ y_{0m} \\ z_{0m} \end{bmatrix}.$$

Ставиться задача: по-перше, знайти такі умови розташування спостерігача між екраном і дзеркалом, щоб задовольнити вимогам еквівалентності стереоспостереження в системах з дзеркалом і без нього (іншими словами, спостерігач, що знаходиться в точці M_{0m} , повинен бачити шуканий стереообраз по відношенню до віртуального екрану, абсолютно так, як спостерігач, що знаходиться в точці M_0 , бачив би той же стереообраз по відношенню до реального екрану); по-друге, знайти співвідношення для визначення екранних координат вектора \mathbf{r}_{0m} ; і по-третє, знайти прямі і зворотні стереооператори постійного ракурсу для систем з дзеркалом.

Без обмеження спільності міркування, прийемо, що вектор зсуву світової системи координат і екранної дорівнює нулю, тобто $\vec{c} = 0$.

Рішення. Спочатку розглянемо випадок, коли екран розташований праворуч від спостерігача, дзеркало – зліва, а кут між екранною площиною і дзеркальною поверхнею, $\alpha = 45^\circ$. Спостерігач в дзеркалі бачить відображення екрану, як віртуальний екран, рис. 2.15.

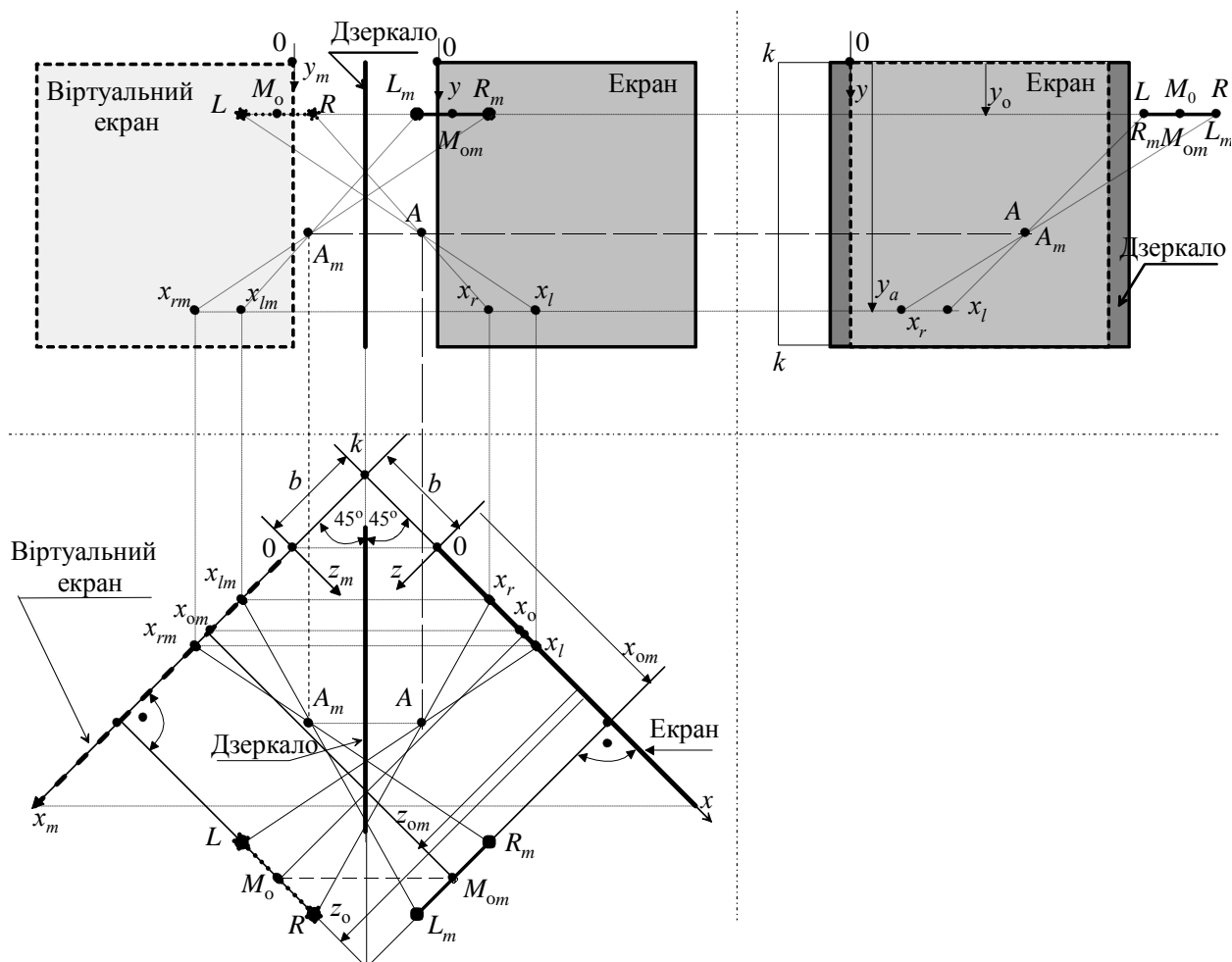


Рисунок 2.15. Три проекції стереосистеми з дзеркалом, екран праворуч

Аналіз проєкцій показує, що для задоволення умовам еквівалентності, про які говорилося вище, необхідно і достатньо виконати наступні вимоги:

позиція спостерігача в системі з дзеркалом, точка M_{0m} , повинна бути симетрично розташована по відношенню до позиції спостерігача в системі без дзеркала, точка M_0 , відносно площини дзеркала; бази стереобачення в обох випадках повинні бути однаковими; відрізок прямої, який з'єднує зіниці очей спостерігача в системі з дзеркалом, $(L_m - R_m)$, повинен бути паралельний площині віртуального екрану;

ліве око спостерігача системи з дзеркалом (L_m) має перебувати строго навпроти правого ока спостерігача в системі без дзеркала (R); і аналогічно, праве око (R_m) – навпроти лівого ока (L); ліва стереопара (x_l, y) і права стереопара (x_r, y) довільної точки стереообраза, наприклад, точки A , на рис.2.15, на екрані повинні помінятися місцями. Наслідком останньої обставини є те, що в матриці прямого стереооператора постійного ракурсу для системи з дзеркалом A_m перша і друга рядки міняються місцями, в порівнянні з матрицею A , (2.16) для системи без дзеркала. Тому вираз для прямого стереооператора постійного ракурсу для системи з дзеркалом виглядає так:

$$\vec{s}_m = A_m(\vec{V})/(\hat{z}_0 - Z), \quad (2.51)$$

де квадратна матриця має вигляд:

$$A_m = \begin{bmatrix} z_0 & 0 & -a - x_0 \\ z_0 & 0 & a - x_0 \\ 0 & -z_0 & -y_0 \end{bmatrix}, \quad (2.52)$$

(2.51) в розгорнутому вигляді:

$$\begin{aligned} x_{lm} &= (X \cdot z_0 + Z(a + x_0)) \cdot (z_0 - Z)^{-1}, \\ x_{rm} &= (X \cdot z_0 + Z(a - x_0)) \cdot (z_0 - Z)^{-1}, \\ y_m &= (Y \cdot z_0 + Z \cdot y_0) \cdot (Y \cdot z_0)^{-1}. \end{aligned}$$

Щоб знайти вираз для зворотного стереооператора, помножимо ліву і праву частину виразу (2.52) на зворотну матрицю A_m^{-1} . Після перетворення отримаємо вираз для зворотного стереооператора постійного ракурсу, для системи з дзеркалом:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= (z_0 - Z)A_m^{-1} \cdot \mathbf{s}_m, \\ A_m^{-1} &= (\det A_m)^{-1} \cdot \dot{A}_m, \end{aligned} \quad (2.53)$$

де \dot{A}_m - союзна матриця, яка визначається відомим способом [5,78]:

$$A_m = \begin{bmatrix} \det \begin{bmatrix} 0 & z_0 \\ a - x_0 & -y_0 \end{bmatrix} & -\det \begin{bmatrix} 0 & -z_0 \\ -a - x_0 & -y_0 \end{bmatrix} & \det \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -a - x_0 & a - x_0 \end{bmatrix} \\ -\det \begin{bmatrix} z_0 & 0 \\ a - x_0 & -y_0 \end{bmatrix} & \det \begin{bmatrix} z_0 & 0 \\ -a - x_0 & -y_0 \end{bmatrix} & -\det \begin{bmatrix} z_0 & z_0 \\ -a - x_0 & a - x_0 \end{bmatrix} \\ \det \begin{bmatrix} z_0 & 0 \\ 0 & -z_0 \end{bmatrix} & -\det \begin{bmatrix} z_0 & 0 \\ 0 & -z_0 \end{bmatrix} & \det \begin{bmatrix} z_0 & z_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$

Визначник матриці дорівнює: $\det A_m = 2az_0^2$.

Після обчислення і підстановки отримаємо остаточний вираз для оберненої матриці:

$$A_m^{-1} = (2az_0)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} a - x_0 & a + x_0 & 0 \\ y_0 & -y_0 & -2a \\ -z_0 & -z_0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.54)$$

Таким чином, отримані формули для обчислення прямого (2.51), (2.52) і зворотного (2.53), (2.54) стереооператорів постійного ракурсу для системи, що містить дзеркало, яке розташоване під кутом 45 градусів по відношенню до площини екрану, що знаходиться праворуч від спостерігача. При цьому компоненти вектора стереоракурсу для системи з дзеркалом, \mathbf{r}_{0m} , при куті 45 градусів, легко можуть бути визначені через задані координати вектора \mathbf{r}_0 , з рис.2.15, якщо задана конструкційна константа b , яка чисельно рівна відрізку прямої, що лежить уздовж координатної осі ox , від початку координат до точки перетину з площиною дзеркала:

$$\mathbf{r}_{0m} = \begin{bmatrix} x_{0m} = z_0 - b \\ y_{0m} = y_0 \\ z_{0m} = x_0 + b \end{bmatrix}.$$

Тепер розглянемо випадок, коли стереоекран, що стоїть праворуч від спостерігача, розташований під довільним гострим кутом, рис.2.16.

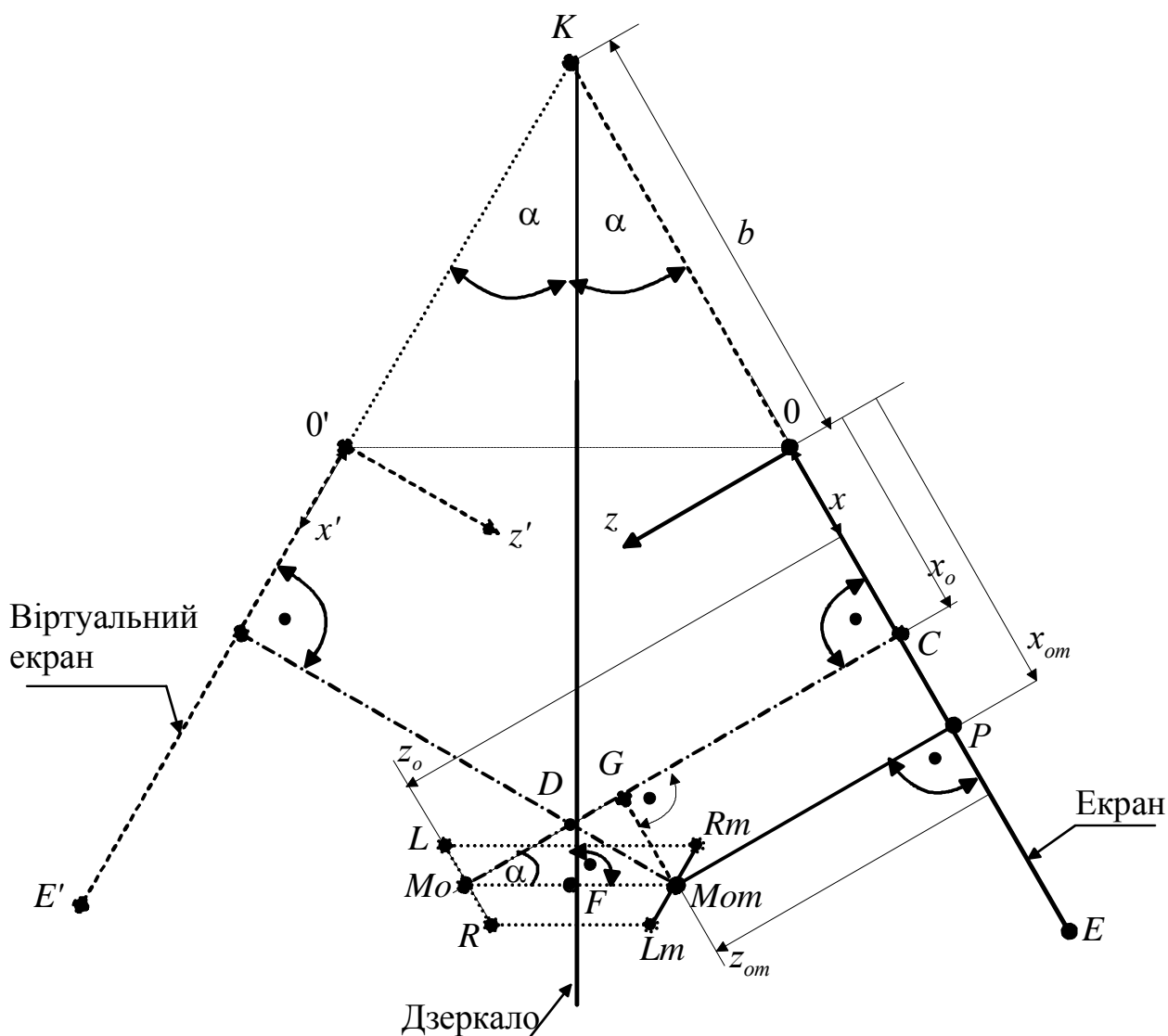


Рисунок 2.16. Довільний кут між дзеркалом і екраном, екран праворуч

При цьому слід зауважити, що вимоги до розташування спостерігача, отримані вище, залишаються тими ж; залишаються без змін і формули для обчислення прямого та зворотного стереооператорів постійного ракурсу, для системи з дзеркалом (2.51), (2.52), (2.53), (2.54).

Додаткові дослідження потрібні тільки для знаходження компонент вектора r_{om} . На рис.2.16 прийняті наступні позначення: 0-E – проекція екрану на площину xoz ;

B-N – проекція дзеркала на площину xoz ; 0'-E' – проекція віртуального екрану на площину xoz ; прямі кути позначені крапкою всередині дуги; дані координати

вектора r_0 , відповідно, відрізки $O-C$ і $C-M_0$; дан базис стереобачення, рівний 2α ; дан відрізок b і кут α ; лінія $L-R$; паралельна лінії $O-P$; лінія L_m-R_m паралельна лінії $O'-E'$; $y_{0m} = y_0$. Потрібно визначити координати, x_{0m}, z_{0m} , відповідно відрізки $O-P$ і $P-M_{0-m}$. Для вирішення задачі опустимо перпендикуляр з точки M_{0-m} на відрізок $C-M_0$, отримаємо точку G . $\angle GM_0M_{0m} = \angle CKD = \angle \alpha$, як кути із взаємно перпендикулярними сторонами. З прямокутного трикутника KCD визначаємо: $DC = KC \cdot \operatorname{tg} \alpha$. Далі, $DM_0 = CM_0 - KC \cdot \operatorname{tg} \alpha$. Розглянемо прямокутний трикутник DM_0F : $M_0F = M_0C \cdot \cos \alpha - KC \cdot \sin \alpha$.

$M_{0m} = 2(M_0C \cdot \cos \alpha - KC \cdot \sin \alpha)$, в силу симетрії при дзеркальному відображенні.

З трикутника GM_0M_{0m} знаходимо:

$$GM_{0m} = 2 \sin \alpha (M_0C \cdot \cos \alpha - KC \cdot \sin \alpha) = M_0C \cdot \sin 2\alpha - 2KC \cdot (\sin \alpha)^2.$$

$$GM_{0m} = M_0C \cdot \sin 2\alpha - 2(KO + OC) \cdot (\sin \alpha)^2.$$

$$GM_0 = 2M_0C \cdot (\cos \alpha)^2 - (KO + OC) \cdot \sin 2\alpha.$$

Переходячи до прийнятих вище позначеннях і спрощуючи, остаточно отримаємо:

$$x_{0m} = z_0 \cdot \sin 2\alpha + x_0 \cdot \cos 2\alpha - 2b \cdot (\sin \alpha)^2,$$

$$z_{0m} = (x_0 + b) \cdot \sin 2\alpha - z_0 \cdot \cos 2\alpha.$$

На рис.2.17 спрощено представлені зони стереобачення для системи з дзеркалом (зона 1) і системи без дзеркала (зона 2), екран праворуч.

Як видно з малюнка, в системі з дзеркалом, віртуальний стереобраз може розташовуватися як в перед дзеркальній області, так і в за дзеркальній області; в той час як відображення реальних предметів в дзеркалі завжди знаходяться за дзеркалом.

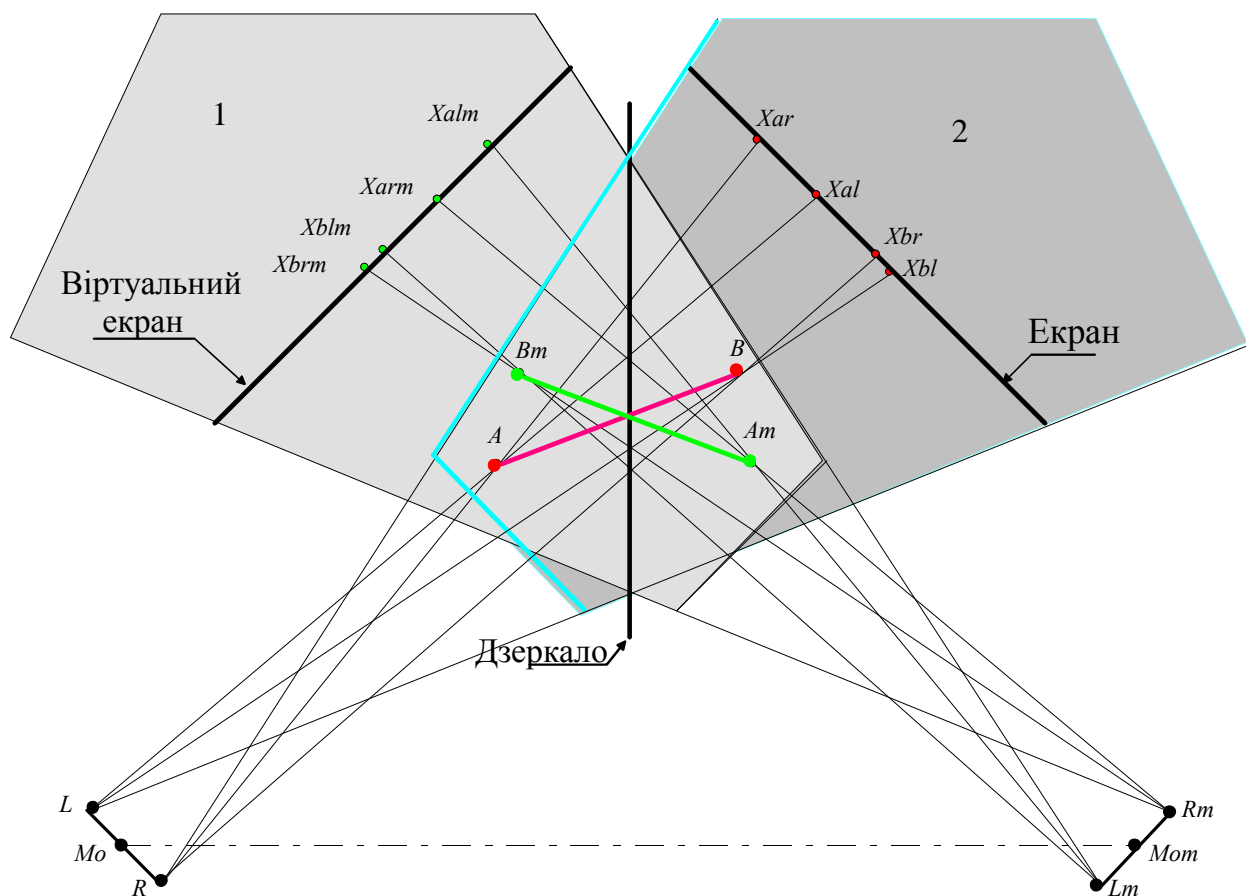


Рисунок 2.17. Зона стереобачення для 3D систем з дзеркалом

Розглянемо другий вид стереосистеми з дзеркалом, коли екран розташований вгорі, над головою спостерігача, рис.2.18. Аналіз проєкцій показує, що всі п'ять умов еквівалентності, розглянуті вище для системи з дзеркалом, що знаходяться праворуч від спостерігача, залишаються без змін. Отже, прямий і зворотний стереооператори постійного ракурсу для такого виду системи, як і раніше будуть визначатися за допомогою отриманих вище виразів (2.51), (2.52), (2.53), (2.54).

Відмінність полягає лише в компонентах вектора статичного ракурсу r_{0m} .

Для даної системи, рис.2.18, $x_{0m} = x_0$. Якщо кут між площиною екрану і площиною дзеркала дорівнює 45 градусів, останні компоненти шуканого вектора знаходяться з двох квадратів. З квадрата $KFNC$ визначається компонента $y_{0m} = z_0 - b$, з квадрата $KEDP$ компонента $z_{0m} = y_0 + b$. Таким чином, вектор постійного ракурсу для розглянутого виду стереосистеми з дзеркалом, при куті 45 градусів, знаходиться з виразу:

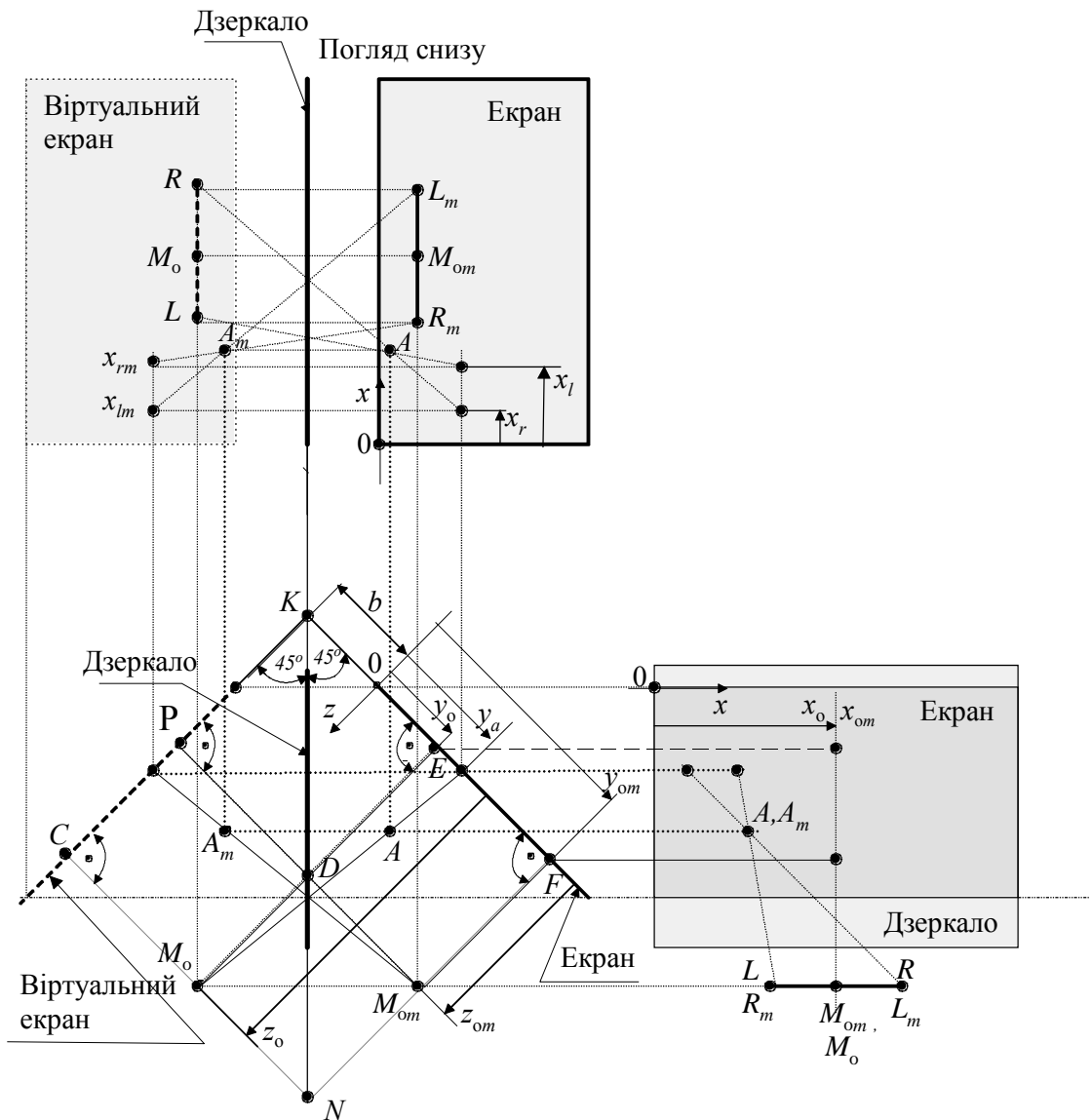


Рисунок 2.18. Три проекції стереосистеми з дзеркалом, екран зверху

$$\mathbf{r}_{0m} = \begin{bmatrix} x_{0m} = x_0 \\ y_{0m} = z_0 - b \\ z_{0m} = y_0 + b \end{bmatrix}.$$

Не повторюючи викладки, аналогічні розглянутому вище випадку, коли екран знаходиться праворуч від спостерігача, відразу запишемо вираз для вектора постійного ракурсу для стереосистеми з дзеркалом, коли екран розташований вгорі, при довільному куті α :

$$\mathbf{r}_{0m} = \begin{bmatrix} x_{0m} = x_0, \\ y_{0m} = z_0 \cdot \sin 2\alpha + y_0 \cdot \cos 2\alpha - 2b \cdot (\sin \alpha)^2, \\ z_{0m} = (y_0 + b) \cdot \sin 2\alpha - z_0 \cdot \cos 2\alpha. \end{bmatrix}$$

Таким чином, операторний метод стереоперетворення для постійного ракурсу поширений на два види 3D-систем, що містять плоскі дзеркала.

2.6. Простір стереобачення

Простір змінних X, Y, Z , для якого при обраних значеннях векторів \vec{c} (2.4) і \vec{r}_0 (2.5) компоненти вектора \vec{s} (2.7) потрапляють в область допустимих значень екранної системи координат утворює простір, який названо зоною стереобачення (Ω), яка складається з перед екранної області та за екранної. На рис. 2.19 наведено дві проекції зони стереобачення, де 1- проекції картинної площині; Ω_1, Ω_2 – перед екранна і за екранна області зони стереобачення; b – висота робочої частини екрана; c – ширина робочої частини екрана. Зону стереобачення можна представити у вигляді функції багатьох змінних:

$$\Omega = \Omega(\vec{c}, \vec{r}_0, a, b, c, \eta_1, \eta_2, \dots),$$

де a – половина базису стереобачення; η_1 – константа, що враховує специфіку сприйняття ближній межі зони стереобачення; η_2 – константа, що враховує специфіку сприйняття дальньої межі зони стереобачення. Виникає питання: в яких діапазонах можуть змінюватися координати X, Y, Z будь-якої точки розглянутого тривірного образу, щоб останній гарантовано помістився в зону стереобачення Ω ?

2.6.1 Визначення меж зони стереобачення. Визначення меж зони стереобачення буде дано для випадку статичного ракурсу. Уявімо компоненти вектора (2.15) у вигляді [26]:

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} x_l = \frac{(\vec{v}, \vec{l})}{\hat{z}_0 - Z - \dot{z}} \\ x_r = \frac{(\vec{v}, \vec{p})}{\hat{z}_0 - Z - \dot{z}} \\ y = \frac{(\vec{w}, \vec{k})}{\hat{z}_0 - Z - \dot{z}} \end{bmatrix}, \quad (2.55)$$

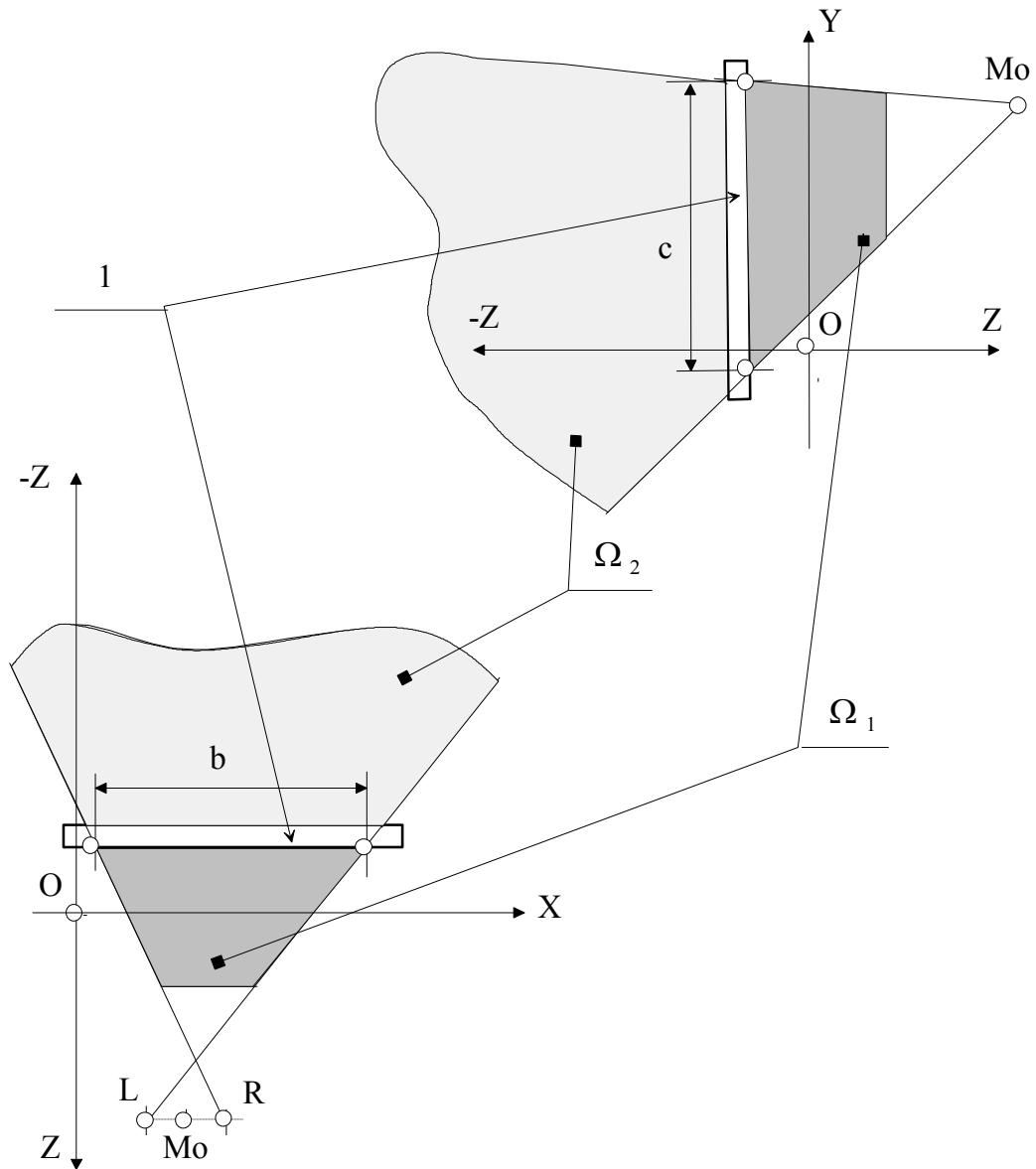


Рисунок 2.19. Дві проєкції зони стереобачення

де

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} X \\ Z \\ Z \\ \hat{z}_0 \\ \dot{z} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad \vec{l} = \begin{bmatrix} \hat{z}_0 \\ -\hat{x}_0 \\ a \\ \dot{x} \\ -\hat{x}_0 \\ a \end{bmatrix}, \quad \vec{p} = \begin{bmatrix} \hat{z}_0 \\ -\hat{x}_0 \\ -a \\ \dot{x} \\ -\hat{x}_0 \\ -a \end{bmatrix}, \quad \vec{\omega} = \begin{bmatrix} Y \\ Z \\ \hat{z}_0 \\ \hat{y}_0 \end{bmatrix}, \quad \vec{k} = \begin{bmatrix} -\hat{z} \\ -\hat{y}_0 \\ \dot{y} \\ -\dot{z} \end{bmatrix}.$$

Операція в дужках формули (2.55) позначає групову арифметичну операцію –

суму парних добутків, яка відповідає скалярному добутку двох дійсних векторів [21,44,51,71,73]. Перетворимо формули (2.55), визначивши з перших двох рядків – X, з останнього рядка – Y:

$$X = \frac{(\vec{H}, \vec{L})}{\hat{z}_0}, \quad X = \frac{(\vec{H}, \vec{P})}{\hat{z}_0}, \quad Y = \frac{(\vec{Q}, \vec{E})}{\hat{z}_0}, \quad (2.56)$$

$$\text{де} \quad \vec{H} = \begin{bmatrix} Z \\ Z \\ Z \\ \hat{z}_0 \\ \hat{z}_0 \\ \dot{z} \\ \dot{z} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad \vec{L} = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ -a \\ -x_l \\ x_l \\ -\dot{x} \\ -x_l \\ \hat{x}_0 \\ -a \end{bmatrix}, \quad \vec{P} = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ a \\ -x_r \\ x_r \\ -\dot{x} \\ -x_r \\ \hat{x}_0 \\ a \end{bmatrix}, \quad \vec{Q} = \begin{bmatrix} Z \\ Z \\ \hat{z}_0 \\ \hat{z}_0 \\ \dot{z} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad \vec{E} = \begin{bmatrix} y \\ -\hat{y}_0 \\ -y \\ \dot{y} \\ -\hat{y}_0 \\ y \end{bmatrix}.$$

Підставляючи у формули (2.56) мінімально і максимально допустимі значення екранних координат стереопар $x_{l-\min}, x_{l-\max}, x_{r-\min}, x_{r-\max}, y_{\min}, y_{\max}$ і беручи до уваги той факт, що по осі абсцис в лівій частині екрана більш жорсткі вимоги на діапазон зміни координат X, Z накладає права складова стереопари, а в правій частині екрану – ліва, отримуємо нерівності:

$$\begin{aligned} (\vec{H}, \vec{P}_{\min}) / \hat{z}_0 \leq X \leq (\vec{H}, \vec{L}_{\max}) / \hat{z}_0, \\ (\vec{Q}, \vec{E}_{\max}) / \hat{z}_0 \leq Y \leq (\vec{Q}, \vec{E}_{\min}) / \hat{z}_0. \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\text{де} \quad \vec{L}_{\max} = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ -a \\ -x_{l-\max} \\ x_{l-\max} \\ -\dot{x} \\ -x_{l-\max} \\ \hat{x}_0 \\ -a \end{bmatrix}, \quad \vec{P}_{\min} = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ a \\ -x_{r-\min} \\ x_{r-\min} \\ -\dot{x} \\ -x_{r-\min} \\ \hat{x}_0 \\ a \end{bmatrix}, \quad \vec{E}_{\min} = \begin{bmatrix} y_{\min} \\ -\hat{y}_0 \\ -y_{\min} \\ \dot{y} \\ -\hat{y}_0 \\ y_{\min} \end{bmatrix}, \quad \vec{E}_{\max} = \begin{bmatrix} y_{\max} \\ -\hat{y}_0 \\ -y_{\max} \\ \dot{y} \\ -\hat{y}_0 \\ y_{\max} \end{bmatrix}.$$

Нерівності (2.57) дозволяють при обраних константах $\vec{c}, \vec{r}_0, a, b, c$ знайти залежності $X=f(Z); Y=f(Z)$, виходячи з яких для будь-якої точки просторового образу, що знаходиться в перед або за екранній області, можна сказати, чи поміститься вона в зоні стереобачення чи ні. Вихідна база даних, перш ніж потрапити на останній етап стереоперетворення, повинна пройти перевірку відповідно до співвідношень (2.57). Якщо виявиться, що для будь-яких точок бази даних нерівності не задоволені, повинна послідувати процедура перемасштабування по простору і т.д. Після остаточної перевірки база даних йде на останній етап стереопереробки. Є й інша можливість: з огляду на специфіку просторової бази даних, вибрати конкретну зону стереобачення, наприклад куб або прямокутний паралелепіпед, і, проаналізувавши за формулами (2.57) характерні межі, обчислити заздалегідь обмежувальні значення X, Y, Z в них і ввести дану інформацію в ЕОМ для порівняння з поточною базою даних в цілях діагностики. Але такий спосіб не дозволяє в повній мірі використовувати зону стереобачення. Облік констант η_1, η_2 пов'язаних з особливостями сприйняття людиною ближніх і дальніх меж зон стереобачення, в даній роботі не розглядається. Для за екранної області діапазон допустимих значень просторових координат істотно ширше, ніж для перед екранної, але при цьому, як показують дослідження, точність відтворення за екранних образів падає у міру збільшення негативних значень координати Z .

2.7 Висновки по розділу

Запропонований операторний метод стереоперетворень є формальним інструментом для аналізу та синтезу комп'ютерних графічних 3D зображень, що враховує різні випадки розташування голови спостерігача перед монітором; а також ті випадки, коли спостерігач перед монітором бачить 3D об'єкт або сцену очима віртуального спостерігача, що переміщається в просторі. Операторний метод стереоперетворень дає можливість для каркасних зображень організувати процедури зворотного зв'язку від стереокоординат до просторових координат, і при особливій формі запису стереобаз зображень забезпечує розв'язку кореспондентської задачі.

Отримано модифікації формул прямого стереооператора постійного ракурсу, що вимагають мінімуму обчислювального навантаження і орієнтовані на синтез швидких спецпроцесорів, що реалізують перетворення з просторової області в стереообласть. Крім того, операторний метод стереоперетворення для постійного стереоракурсу поширений на два види 3D-систем, що містять плоскі дзеркала: коли екран знаходиться праворуч від спостерігача і коли екран знаходиться над головою спостерігача. Отримано матричні нерівності для розрахунку перед екранної і за екранної зон стереобачення.

РОЗДІЛ 3

ГРАФІЧНІ СТЕРЕОПРОЦЕДУРИ КАРКАСНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

В даному розділі мова піде про ті тривимірні зображення, які представлені точково-скелетними базами даних. Це обумовлено рядом причин: по-перше, такі бази даних мають важливе самостійне значення, про що говорилося в першому розділі; по-друге, каркасні конструкції є основою для подальшого синтезу поверхонь; і по-третє, як переконливо показали експерименти, проведені на стереоскопічному телевізійно-обчислювальному комплексі (СТОК), лише каркасного виду комп'ютерні конструкції, накладені на телевізійне або відео стереозображення, дозволяє ефективно спостерігати і натурне, і комп'ютерне стереозображення одночасно. Якщо вихідна база даних є тривимірною, то багато процедур синтезу і маніпулювання в комп'ютерному стереобаченні, так звані графічні стереопроцедури, можуть бути реалізовані шляхом використання відомих процедур тривимірної машинної графіки [2,77,82,84,85] з подальшим перетворенням отриманих просторових даних в стереоскопічну форму. Однак, якщо стоїть завдання швидкого адекватного сприйняття каркасного стереозображення і інтерактивного діалогу з ним у віртуальному просторі, то саме операторний метод стереоперетворення дозволяє задовольнити вказаним вимогам. Чому? По-перше, даний метод встановлює однозначний взаємно-зворотний зв'язок між тривимірним простором і стереопростором; по-друге, в його матрицях стереоперетворень завжди присутні і ідеальний стереобазис, і ідеальний стереракурс для даного зображення; по-третє, як буде показано нижче, на його основі реалізована процедура «стереовікно», яка вирішує проблему крайового стереоефекту для всіх процедур; і по-четверте, на його основі реалізована технологія рішення кореспондентської задачі для всіх запропонованих графічних стереопроцедур, про які піде мова нижче.

3.1 Стереокурсор

Стереокурсором (стереолокатором, стереоприцілом) названа інтерактивна комп'ютерна процедура, призначена для наведення в будь-яку точку зони

стереобачення (як перед екрану так і за екрану) стереоскопічної фігури прицілювання, з безперервним виведенням на термінал тривимірних координат центру стереокурсора [38].

Модельні експерименти, проведені на стереокомпексі СТОК з оцифрування за допомогою стереокурсора натурних стереозображень, дали можливість визначити на першому етапі досліджень цієї проблеми ряд вимог, що пред'являються як до самих фігур прицілювання, так і до систем їх управління. В залежності від характеру натурної стереосцени (форми, фоктури, освітленості самого об'єкта і навколишнього середовища) точність наведення стереокурсора в потрібну точку стереоскопічного натурального об'єкта суттєво відрізняється при різних формах фігур прицілювання. Тому постало завдання розробки математичних моделей різних видів фігур стереокурсорів. Основними об'єктами точково-скелетних зображень є поле незалежних точок і поле незалежних і/або пов'язаних відрізків прямих, тому спочатку визначимо поняття стереоточки і стереовектора. В даному розділі, якщо не буде особливих застережень при розгляді стереопроцедур буде матися на увазі випадок з постійним стереокурсором. У разд.2 було показано, що довільній точці (і), що задається в світовому просторі вектором просторових координат \vec{V}_i , відповідає стереоточка s_T , яка однозначно визначається в екранній системі координат вектором стерео координат \vec{s}_i , що обчислюється відповідно до вираження (2.15). Довільний вектор А-С в світовій системі координат може задаватися різним способом; ми зупинимося на разі, коли він задається тривимірними координатами початкової А і кінцевої С точок. Нехай початковій точці А відповідає вектор тривимірних координат \vec{V}_1 , а кінцевій точці С – вектор \vec{V}_2 . Тоді стереовектором s_V назовемо стереоперетворення $S_0 \{ \}$ (2.15), застосоване до початкової і кінцевої точки довільного тривимірного вектора, заданого координатами його кінців (3.1)

$$s_V \propto S_0 \{ \vec{V}_1; \vec{V}_2 \} = \vec{s}_1; \vec{s}_2, \quad (3.1)$$

де

$$\vec{s}_1 = \begin{bmatrix} x_l^1 \\ x_r^1 \\ y^1 \end{bmatrix}, \quad \vec{s}_2 = \begin{bmatrix} x_l^2 \\ x_r^2 \\ y^2 \end{bmatrix}.$$

Стереокурсор можна визначити як спеціальну базу стереоданих конкретної фігури прицілювання, яка утворюється в результаті застосування прямого стереооператора постійного ракурсу до кожної граничної точки векторного опису курсора в світовій системі координат. Таким чином, реалізація різних видів стереокурсорів пов'язана з однотипною процедурою стереопереробки (відмінність лише в числі процедур). Відрізняються також і процедури обчислення кінцевих точок усіх векторів, які формують обраний вид курсора в тривимірній системі координат відповідно до його математичної моделі. Нижче, без особливих коментарів, наведені математичні моделі п'яти характерних видів курсорів, які, як неважко бачити, в залежності від поєднання параметрів, можуть мати ще ряд додаткових модифікацій.

Курсор А. На рис. 3.1 наведено зображення курсора А. Параметри курсору А: – координати центру курсору $0i$ збігаються з початком системи координат $0XYZ$, і

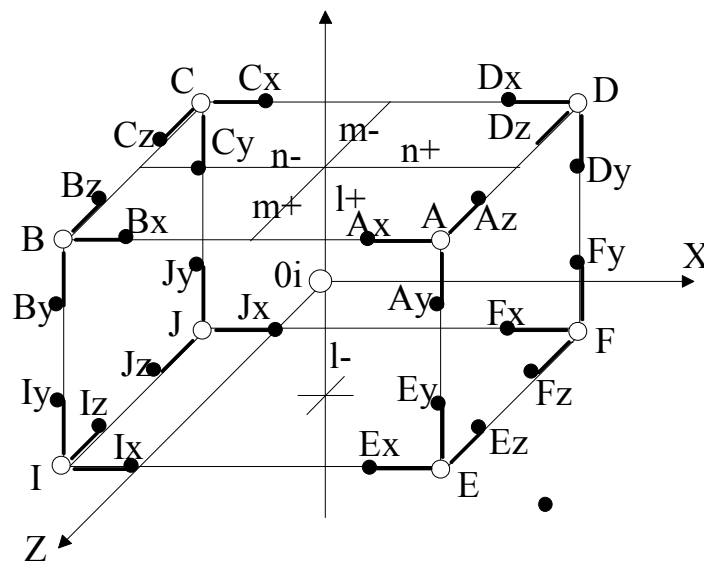


Рис.3.1. Курсор А

позначені (X_i, Y_i, Z_i) ; довжина векторів, що виходять з вершин прямокутного паралелепіпеда – L ; довжина одного ребра прямокутного паралелепіпеда дорівнює

довжині другого ребра і дорівнює M ; довжина третього ребра дорівнює N . У табл. 3.1 представлені координати початкових точок векторів, які збігаються з вершинами прямокутного паралелепіпеда. У табл. 3.2 представлені координати кінцевих точок векторів, що утворюють курсор. Стовпці таблиць вказують на точку, відповідну вершин паралелепіпеда; рядок 1 таблиць визначає координату X , рядок 2 - координату Y , рядок 3 координату Z .

Таблиця 3.1

Координати початкових точок векторів курсору А

Точка	J	F	E	I	A	B	C	D
Координата								
X	X_{i-n}	X_{i+n}	X_{i+n}	X_{i-n}	X_{i+n}	X_{i-n}	X_{i-n}	X_{i+n}
Y	Y_{i-m}	Y_{i-m}	Y_{i-m}	Y_{i-m}	Y_{i+m}	Y_{i+m}	Y_{i+m}	Y_{i+m}
Z	Z_{i-m}	Z_{i-m}	Z_{i+m}	Z_{i+m}	Z_{i+m}	Z_{i+m}	Z_{i-m}	Z_{i-m}

Таблиця 3.2

Координати кінцевих точок векторів курсору А

Точка	Jx	Jy	Jz	Fx	Fy	Fz	Ex	Ey
Коорд.								
X	X_{i-n+1}	X_{i-n}	X_{i-n}	X_{i+n-1}	X_{i+n}	X_{i+n}	X_{i+n-1}	X_{i+n}
Y	Y_{i-m}	Y_{i-m+1}	Y_{i-m}	Y_{i-m}	Y_{i-m+1}	Y_{o-m}	Y_{i-m}	Y_{i-m+1}
Z	Z_{i-m}	Z_{i-m}	Z_{i-m+1}	Z_{i-m}	Z_{i-m}	Z_{i-m+1}	Z_{i+m}	Z_{i+m}

Таблиця 3.2, продовження

Точка	E_z	I_x	I_y	I_z	A_x	A_y	A_z	B_x
Коорд.								
X	X_{i+n}	X_{i-n+1}	X_{i-n}	X_{i-n}	X_{i+n-1}	X_{i+n}	X_{i+n}	X_{i-n+1}
Y	Y_{i-m}	Y_{i-m}	Y_{i-m+1}	Y_{i-m}	Y_{i+m}	Y_{i+m-1}	Y_{i+m}	Y_{i+m}
Z	Z_{i+m-1}	Z_{i+m}	Z_{i+m}	Z_{i+m-1}	Z_{i+m}	Z_{i+m}	Z_{i+m-1}	Z_{i+m}

Таблиця 3.2, закінчення

Точка	By	Bz	Cx	Cy	Cz	Dx	Dy	Dz
Коорд.								
X	X_{i-n}	X_{i-n}	X_{i-n+1}	X_{i-n}	X_{i-n}	X_{i+n-1}	X_{i+n}	X_{i+n}
Y	Y_{i+m-1}	Y_{i+m}	Y_{i+m}	Y_{i+m-1}	Y_{i+m}	Y_{i+m}	Y_{i+m-1}	Y_{i+m}
Z	Z_{i+m}	Z_{i+m-1}	Z_{i-m}	Z_{i-m}	Z_{i-m+1}	Z_{i-m}	Z_{i-m}	Z_{i-m+1}

Курсор В. На рис. 3.2 наведено зображення курсора В. Параметри курсору В: координати центру курсору В – $0_i (X_i, Y_i, Z_i)$; радіус 1 – a ; радіус 2 – b .

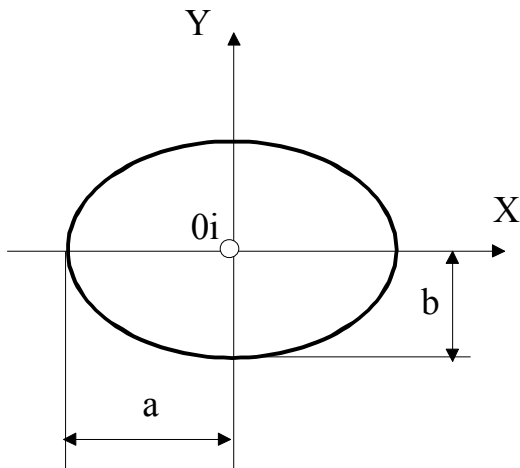


Рисунок 3.2. Курсор В

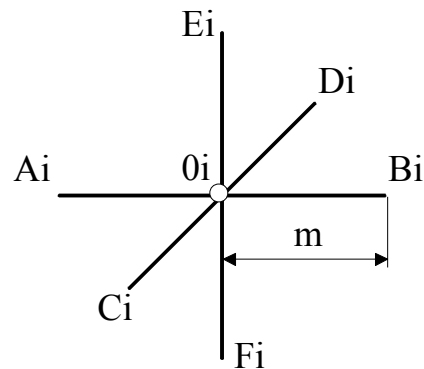


Рисунок 3.3. Курсор С

$$\begin{cases} \frac{(X - X_i)^2}{a^2} + \frac{(Y - Y_i)^2}{b^2} = 1, & \text{якщо } a=b=R, \\ Z = Z_i. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2 = R^2, \\ Z = Z_i. \end{cases}$$

Курсор С. Зображення курсора С наведено на рис. 3.3. Параметри курсору С: координати центра курсору С - $0_i (X_i, Y_i, Z_i)$; довжина вектора курсору С - $(2m)$. У табл. 3.3 наведені координати початкових і кінцевих точок векторів, що утворюють курсор С. Стовпці таблиці визначають точку, рядки таблиці визначають координати цієї точки (X, Y, Z) .

Таблиця 3.3

Координати початкових і кінцевих точок векторів курсора С

Точка	A_i	B_i	C_i	D_i	E_i	F_i
Координата						
X	X_{i-m}	X_{i+m}	X_i	X_i	X_i	X_i
Y	Y_i	Y_i	Y_i	Y_i	Y_{i+m}	Y_{i-m}
Z	Z_i	Z_i	Z_{i+m}	Z_{i-m}	Z_i	Z_i

Курсор D. Зображення курсора D наведено на рис. 3.4. Параметри курсору D: координати центру курсору D – O_i (X_i , Y_i , Z_i); відстань від центра курсора D до початку вектора – l ; довжина вектора – R .

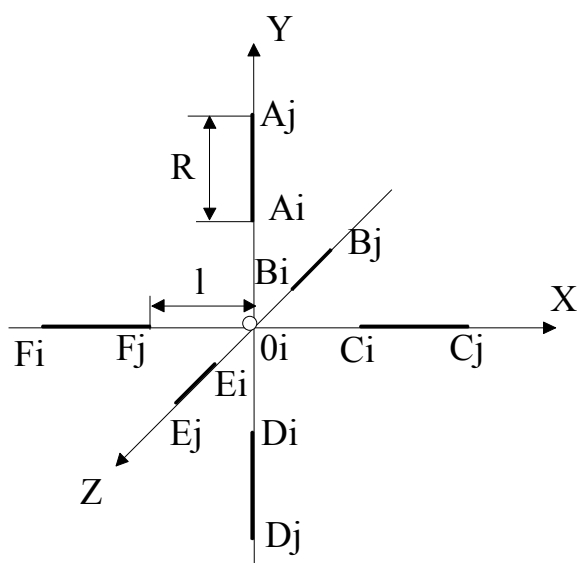


Рисунок 3.4. Курсор D

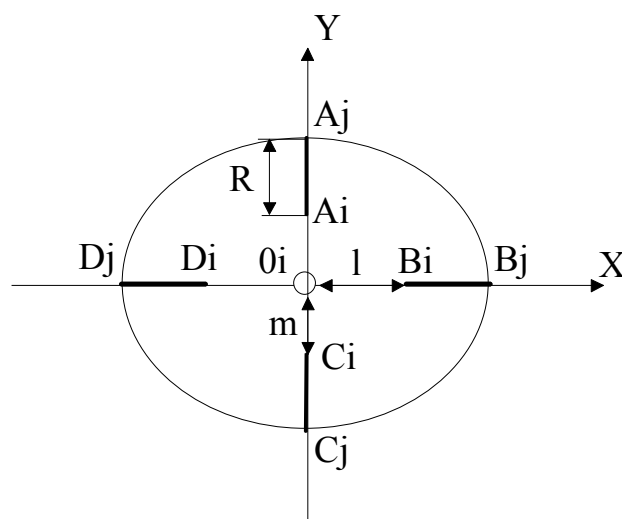


Рисунок 3.5. Курсор E

У табл. 3.4 наведені координати початкових точок векторів, що утворюють курсор D, у табл. 3.5 наведені координати кінцевих точок векторів, що утворюють курсор D.

Таблиця 3.4

Координати початкових точок векторів курсора D

Точка	A _i	B _i	C _i	D _i	E _i	F _i
Координата						
X	X _i	X _i	X _{i+1}	X _i	X _i	X _{i-1}
Y	Y _{i+1}	Y _i	Y _i	Y _{i-1}	Y _i	Y _i
Z	Z _i	Z _{i-1}	Z _i	Z _i	Z _{i+1}	Z _i

Таблиця 3.5

Координати кінцевих точок векторів курсора D

Точка	A _j	B _j	C _j	D _j	E _j	F _j
Координата						
X	X _i	X _i	X _{i+R}	X _i	X _i	X _{i-1}
Y	Y _{i+R}	Y _i	Y _i	Y _{i-1}	Y _i	Y _i
Z	Z _i	Z _{i-R}	Z _i	Z _i	Z _{i+1}	Z _i

Курсор E. Зображення курсора E наведено рис. 3.5. Параметри курсору E: координати центра курсора – 0_i (X_i, Y_i, Z_i); радіуси курсора – a, b; відстань від центру курсора до точки A і точки C – m; відстань від центру курсора до точки B і точки D – l; R – довжина вектора. Курсор E створений за допомогою еліпса

$$\frac{(X - X_i)^2}{a^2} + \frac{(Y - Y_i)^2}{b^2} = 1,$$

координати Z = Z_i і векторів, координати початків і кінців яких представлені в табл. 3.6. Стівці таблиці визначають точку, рядки - визначають координати цієї точки (X, Y, Z).

Таблиця 3.6

Координати початків і кінців векторів курсора E

Точка	A _i	B _i	C _i	D _i	A _j	B _j	C _j	D _j
Координата								
X	X _i	X _{i+1}	X _i	X _{i-1}	X _i	X _{i+R}	X _i	X _{i-R}
Y	Y _{i-1}	Y _i	Y _{i-1}	Y _i	Y _{i+R}	Y _i	Y _{i-R}	Y _i
Z	Z _i	Z _i	Z _i	Z _i	Z _i	Z _i	Z _i	Z _i

3.1.1 Вимоги, що пред'являються до системи управління стереокурсором. Програмно-апаратний блок управління стереокурсором повинен забезпечити виконання наступних інтерактивних процедур:

- вибір типу курсора з наявного меню;
- установку і зміну кроку руху курсора незалежно по кожній з трьох координат з будь-якою дискретністю;
- зміна форми і розмірів курсора;
- переміщення курсору з заданим дискретним кроком по простору стереобачення по шести напрямках (вгору-вниз, вліво-вправо, вперед-назад);
- вивід на термінал поточних тривимірних координат центру стереокурсора;
- повернення курсору в вихідну позицію;
- гасіння курсору, при необхідності, продовжуючи його переміщення, а потім, якщо потрібно, його висвітлення;
- вивід курсору в інверсному вигляді;
- управління курсором в режимі кнопочного Джойстика;
- управління курсором в режимі 3D миша.

3.2 Процедура зсуву стереозображень

Зсув (перенесення) стереозображень в прийнятій нами системі можна здійснювати двояким способом, це: – або зрушення зображення в тривимірній системі координат з подальшим застосуванням стереооператора $S_0 \{ \}$,

$$S_0 \{ \vec{V}_i + \overrightarrow{\Delta V}_i \} \Rightarrow \vec{s}_i + \overrightarrow{\Delta s}_i,$$

де

$$\overrightarrow{\Delta V}_i = \begin{bmatrix} \pm \Delta X_i \\ \pm \Delta Y_i \\ \pm \Delta Z_i \end{bmatrix}, \quad \overrightarrow{\Delta s}_i = \begin{bmatrix} \pm \Delta x_l^i \\ \pm \Delta x_r^i \\ \pm \Delta y^i \end{bmatrix};$$

– або зміна вектора зміщення двох систем координат \vec{c} : $\vec{c}_{\text{смети}} = \vec{c} + \overrightarrow{\Delta c}$,

де

$$\overrightarrow{\Delta c} = \begin{bmatrix} \pm \Delta \dot{x} \\ \pm \Delta \dot{y} \\ \pm \Delta \dot{z} \end{bmatrix}.$$

3.3 Процедура стереомасштабування і стереодеформації щодо довільної точки простору

Йдеться про масштабування довільної точки А щодо будь-якої точки простору стереобачення, яка встановлюється в інтерактивному режимі за допомогою стереокурсора. В результаті застосування даної процедури шукане стереозображення або зменшується в напрямку точки, обраної стереокурсором, або збільшується в протилежному напрямку. У загальному випадку формули масштабування наступні:

$$\vec{V}_A = M \bullet \vec{V}_B,$$

де \vec{V}_A – вектор просторових координат довільної точки А до масштабування;

\vec{V}_B – вектор просторових координат точки В, утвореної після масштабування точки

А; М – матриця масштабування або деформації :

$$M = \begin{bmatrix} M_X & 0 & 0 \\ 0 & M_Y & 0 \\ 0 & 0 & M_Z \end{bmatrix}.$$

Щоб виконувалася процедура масштабування щодо обраної точки стереопростору, причому однаково по всіх координатах, необхідно масштабні коефіцієнти вибрати так,

$$\text{при стисненні:} \quad \begin{cases} M_X = ((M - 1) + X_o) / M, \\ M_Y = ((M - 1) + Y_o) / M, \\ M_Z = ((M - 1) + Z_o) / M, \end{cases}$$

$$\text{при розтягуванні:} \quad \begin{cases} M_X = ((M + 1) - X_o) / M, \\ M_Y = ((M + 1) - Y_o) / M, \\ M_Z = ((M + 1) - Z_o) / M, \end{cases}$$

де X_o, Y_o, Z_o – координати точки O , що встановлюються стереокурсором, M – коефіцієнт масштабування. Якщо масштабні коефіцієнти відрізняються один від одного, будуть реалізовуватися різні випадки деформації зображень щодо обраної точки. Після виконання вищевказаних обчислень відбувається процедура стереоперетворення і стереовізуалізації.

3.4 Процедура стереоогляду

Стереоогляд зображень зводиться до процедури застосування нового ракурсу спостереження. Як було показано в розд.2, якщо відбувається моделювання процесу стереоогляду без урахування обертання голови віртуального спостерігача, то досить в стереоперетвореннях використовувати прямий стереооператор змінного ракурсу $S_i\{\}$. Якщо необхідно включити в процес стереомоделювання врахування обертання голови, то для цих цілей використовуються стереооператори поворотних ракурсів $\dot{S}_x\{\}$, $\dot{S}_y\{\}$, $\dot{S}_z\{\}$.

3.5 Процедури повороту стереозображень

В даному пункті мова піде про поворот на довільний кут стереозображень навколо координатних осей, позиція яких в просторі встановлюється в діалозі з допомогою стереокурсора.

Розглянемо поворот системи координат в декартовій площині навколо центру обертання, що збігається з початком координат. Позначимо повернену систему координат на кут α проти годинникової стрілки, якщо дивитися з боку позитивного напрямку осі z , через $OX'Y'$,

тоді:

$$\begin{cases} X' = X \cos \alpha + Y \sin \alpha, \\ Y' = -X \sin \alpha + Y \cos \alpha. \end{cases}$$

Поворот в площині $OX'Y'$ можна розглядати як окремий випадок повороту в просторі $OX'Y'Z'$, тобто поворот навколо осі OZ' . Використовуючи відомі співвідношення [51], можна записати формули для координат X', Y', Z' довільної точки $P(X, Y, Z)$, після її повороту на кут α в позитивному напрямку в матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}.$$

Запишемо аналогічні співвідношення для нових координат точки після її повороту навколо осі OY' на кут: β :

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix},$$

і навколо осі OX' на кут γ :

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}.$$

Якщо дана довільна точка P , вектор \vec{c} , кут повороту за один i -ий крок $\Delta\varphi$, то алгоритм повороту довільної точки P можна представити таким чином: при повороті

навколо початку системи координат, початкові координати точки $P(X, Y, Z)$ і координати вектора зміщення \vec{c} залишаються колишні;

якщо за допомогою стереокурсора центр обертання перенесений в точку з координатами X_0, Y_0, Z_0 , то вихідними координатами для розрахунку будуть:

$X_1 = X - X_0, Y_1 = Y - Y_0, Z_1 = Z - Z_0$, компоненти вектора зміщення при цьому будуть:
 $\dot{X}_1 = \dot{X} + X_0, \dot{Y}_1 = \dot{Y} - Y_0, \dot{Z}_1 = \dot{Z} + Z_0$; обчислення початкового кута φ_c в

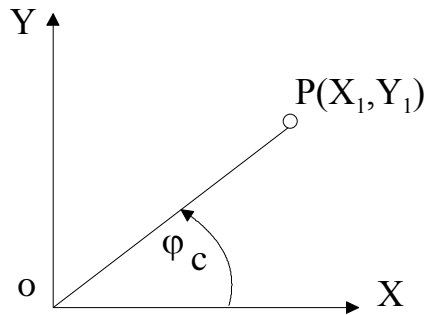


Рисунок 3.6. Початковий кут повороту в площині XOY

площині повороту, наприклад в площині XOY – рис.3.6:

якщо $Y \neq 0, X \neq 0$, то $\varphi_c = \text{arctg}(Y / X)$;

якщо $Y < 0, X < 0$, то $\varphi_1 = \varphi_c + \pi$;

якщо $Y \neq 0, X \neq 0, Y > 0, X > 0$, то $\varphi_1 = \varphi_c$;

якщо $Y \neq 0, X = 0, Y < 0$, то $\varphi_1 = 1,5\pi$;

якщо $Y \neq 0, X \neq 0, Y < 0, X > 0$, то $\varphi_1 = 2\pi - \varphi_c$;

якщо $Y \neq 0, X \neq 0, Y > 0, X < 0$, то $\varphi_1 = \pi - \varphi_c$;

якщо $Y \neq 0, X = 0, Y > 0$, то $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$; якщо $Y = 0, X < 0$, то $\varphi_1 = \pi$;

якщо $Y = 0, X = 0$, то $\varphi_1 = 0$;

Обчислюється радіус обертання точки навколо обраного центру $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$.

Обчислюються нові координати точки, повернені на кут $\Delta\varphi$; величина δ визначає

напрямок обертання, $\delta = \pm 1$:

$$\begin{cases} \varphi_{(i+1)} = \varphi_i + \Delta\varphi \cdot \delta, \\ X_{(i+1)} = R \cos(\varphi_{(i+1)}), \\ Y_{(i+1)} = R \sin(\varphi_{(i+1)}). \end{cases}$$

3.6 Процедура стереоінтерполяції

Процедура стереоінтерполяції призначена для забезпечення режиму швидкої тривимірної оцифровки і/або скелетизації натурних стереозображень зі складними нелінійними поверхнями, які погано піддаються математичному опису. Така процедура буде ефективна при синтезі оптимальних тривимірних кривих і поверхонь, представлених в стереоскопічному вигляді при відео-комп'ютерному стереомодельюванні [33]. Процедура стереоінтерполяції орієнтована на ті сучасні обчислювальні системи і комплекси, які в своєму складі містять програмні або програмно-апаратні засоби обробки і відображення комп'ютерної, відео або відео-комп'ютерної тривимірної інформації, представленої в стереоскопічному вигляді.

Постановка задачі. У зоні комп'ютерного стереобачення обрані дві довільні точки $M_1 (X_1, Y_1, Z_1)$ і $M_3 (X_3, Y_3, Z_3)$, де $OXYZ$ світова права система координат, рис.3.7. У будь-якому місці простору, обмеженого, з одного боку, зоною стереобачення, а з іншого – простором, розташованим між двома площинами, проведеними перпендикулярно відріжку прямої M_1-M_3 через точки M_1 і M_3 ,

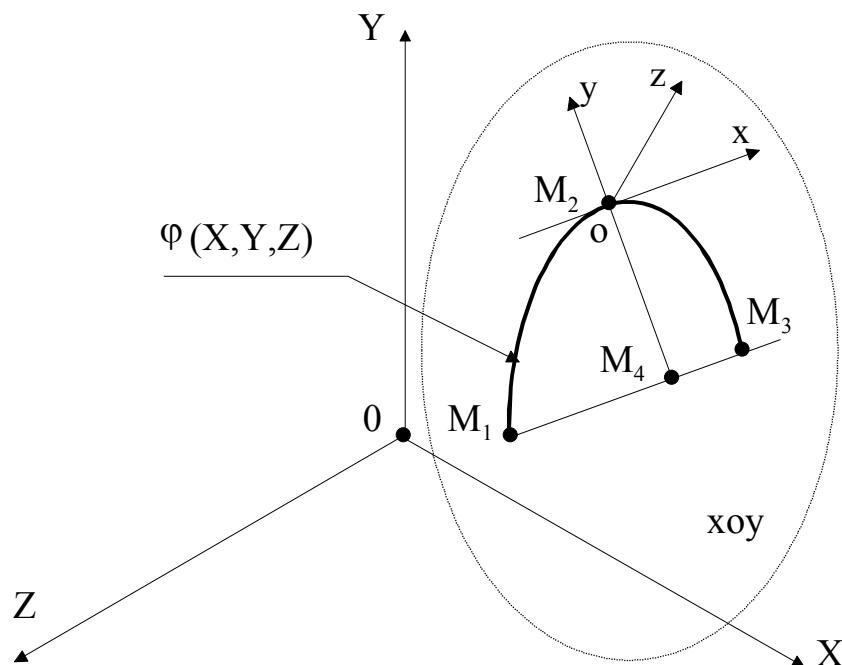


Рисунок 3.7. Розташування інтерполяційної кривої і систем координат

задається довільна точка $M_2 (X_2, Y_2, Z_2)$.

Потрібно синтезувати безперервну інтерполяційну криву $\varphi(X, Y, Z)$, що проходить через точки M1, M2, M3. Всі інші точки цієї кривої повинні лежати в одній площині і, крім того, кут нахилу похідною в точці M2 повинен бути рівний куту нахилу прямої M1-M3.

Остання вимога є дуже важливою і пов'язана з тим, щоб забезпечити користувачеві, який конструює шукану криву, відчуття, що синтезована крива своєї середньої точкою M2 як би 'тягнеться' в просторі за центром фігури прицілювання стереокурсора; що підвищує ефективність синтезу оптимальних інтерполяційних кривих. З огляду на те, що реалізація шуканої кривої орієнтована на процедуру стереовектор [38], крива буде синтезована методом кусочно-лінійної апроксимації, тому по суті стоїть завдання визначення тривимірних і стереокоординат точок апроксимації інтерполяційної кривої. Рішення завдання розбивається на кілька етапів.

Етап 1. Визначення напрямних косинусів нової системи координат.

Нова права система координат $oxuz$ розташовується в такий спосіб: вісь $o-x$ – паралельна відрітку M1-M3; площина $хоу$ збігається з площиною, що проходить через точки M1, M2, M3; початок координат (o) системи $oxuz$ збігається з точкою M2.

Направляючі косинуси осі $o-x$ (t_{11}, t_{21}, t_{31}) наступні:

$$t_{11} = (X_3 - X_1)/d, \quad t_{21} = (Y_3 - Y_1)/d, \quad t_{31} = (Z_3 - Z_1)/d,$$

де
$$d = \sqrt{(X_3 - X_1)^2 + (Y_3 - Y_1)^2 + (Z_3 - Z_1)^2}.$$

Для визначення напрямних косинусів осі $o-y$ (t_{12}, t_{22}, t_{32}) розглянемо трикутник M1M2M3. Опустимо перпендикуляр з точки M2 на відрізок M1M3, отримаємо точку M4, визначимо її координати.

Для цього знайдемо відстані:

$$M_1M_2 = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2},$$

$$M_2M_3 = \sqrt{(X_3 - X_2)^2 + (Y_3 - Y_2)^2 + (Z_3 - Z_2)^2}.$$

З прямокутних трикутників $M_1M_2M_4$ і $M_2M_3M_4$ відповідно отримуємо рівняння:

$$(M_2M_4)^2 = (M_1M_2)^2 - (M_1M_4)^2,$$

$$(M_2M_4)^2 = (M_2M_3)^2 - (d - M_1M_4)^2.$$

Спільно вирішуючи, маємо:

$$M_1M_4 = \frac{(M_1M_2)^2 - (M_2M_3)^2 + d^2}{2d}.$$

Складемо співвідношення:

$$\frac{d}{M_1M_4} = \frac{X_3 - X_4}{X_4 - X_1} = \frac{Y_3 - Y_1}{Y_4 - Y_1} = \frac{Z_3 - Z_1}{Z_4 - Z_1},$$

з яких отримаємо вирази для визначення координат X_4, Y_4, Z_4 :

$$X_4 = \frac{d \cdot X_1 + (M_1M_4) \cdot (X_3 - X_1)}{d},$$

$$Y_4 = \frac{d \cdot Y_1 + (M_1M_4) \cdot (Y_3 - Y_1)}{d},$$

$$Z_4 = \frac{d \cdot Z_1 + (M_1M_4) \cdot (Z_3 - Z_1)}{d}.$$

Знаючи координати точки M_4 (X_4, Y_4, Z_4), запишемо співвідношення для напрямних косинусів осі $o-u$:

$$t_{12} = \frac{X_4 - X_2}{M_2 M_4}, \quad t_{22} = \frac{Y_4 - Y_2}{M_2 M_4}, \quad t_{32} = \frac{Z_4 - Z_2}{M_2 M_4},$$

де
$$M_2 M_4 = \sqrt{(M_1 M_2)^2 - (M_1 M_4)^2}.$$

Немає необхідності визначати напрямні косинуси осі o-z (t_{13}, t_{23}, t_{33}), так як координата z тотожно дорівнює нулю для всіх точок кривої за умовою побудови.

Етап 2. Визначення координат точок M_1 і M_2 в новому базисі oхуз.

Щоб визначити координати точок M_1 і M_2 в базисі oхуз скористаємося відомими формулами [61,70]:

$$\text{точка } M_1, \quad \begin{cases} x_1 = t_{11}(X_1 - X_2) + t_{21}(Y_1 - Y_2) + t_{31}(Z_1 - Z_2), \\ y_1 = t_{12}(X_1 - X_2) + t_{22}(Y_1 - Y_2) + t_{32}(Z_1 - Z_2), \\ z_1 \equiv 0, \end{cases}$$

$$\text{точка } M_3, \quad \begin{cases} x_3 = t_{11}(X_3 - X_2) + t_{21}(Y_3 - Y_2) + t_{31}(Z_3 - Z_2), \\ y_3 = t_{12}(X_3 - X_2) + t_{22}(Y_3 - Y_2) + t_{32}(Z_3 - Z_2), \\ z_3 \equiv 0, \end{cases}$$

або в матричному вигляді:

$$\text{точка } M_1, \quad \vec{v}_1 = T \bullet (\vec{V}_1 - \vec{V}_2),$$

$$\text{точка } M_3, \quad \vec{v}_3 = T \bullet (\vec{V}_3 - \vec{V}_2),$$

де

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{21} & t_{31} \\ t_{12} & t_{22} & t_{32} \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

матриця напрямних косинусів осей координат нової системи охуз,

\vec{v}_1, \vec{v}_3 – вектора координат відповідно точок M_1 і M_3 в новому базисі:

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix}.$$

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$ – вектора координат відповідно точок M_1, M_2, M_3 в старому базисі:

$$\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix}, \quad \vec{V}_2 = \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}, \quad \vec{V}_3 = \begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{bmatrix}.$$

Етап 3. Синтез інтерполяційної кривої в базисі $oxuz$.

Оскільки в системі $oxuz$ координата $z = 0$ для всіх точок інтерполяційної кривої, далі розгляд йде на площині $хоу$.

Шукану інтерполяційну криву $\varphi(x, y)$ пропонується шукати у вигляді двох квадратичних парабол: – однієї $\varphi_1(x, y)$, яка проходить через точки M_1 і M_2 (ділянка 1-2), – другий $\varphi_2(x, y)$, яка проходить через точки M_2 і M_3 (ділянка 2-3), рис. 3.8. Вершини обох парабол повинні знаходитися в спільній точці M_2 . Такий

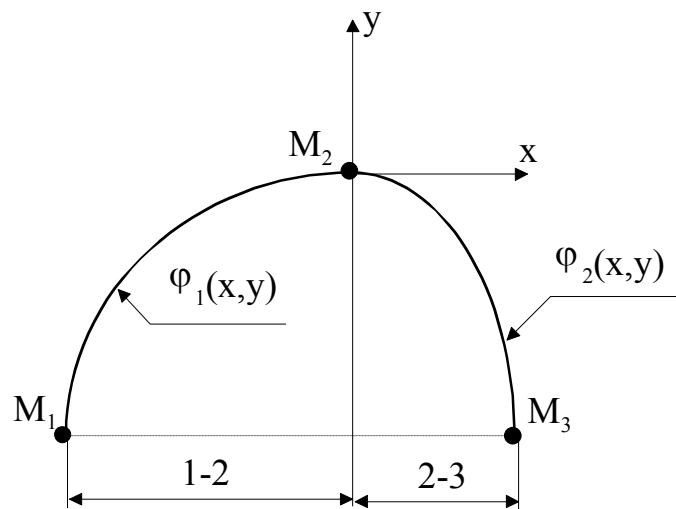


Рисунок 3.8. Інтерполяційна крива

вибір обумовлений тим, що в точці стику парабол (точка M_2) обидві параболи мають однакові координати, а також однакові похідні, рівні нулю в системі $oxuz$. Тому шукана інтерполяційна крива буде неперервна, буде проходити через задані три точки M_1, M_2, M_3 і буде задовольняти іншим вимогам. Синтез парабол на ділянках 1-2 і 2-3 здійснюється за однаковими алгоритмами, тому далі буде розглянуто синтез тільки однієї параболи, на ділянці 1-2.

За побудовою точка M_2 розташована на початку системи координат oxy .

Точка M_1 щодо початку координат може перебувати в одному з восьми октантів, рис.3.9. З метою збільшення точності шуканої параболі методом кусочно-

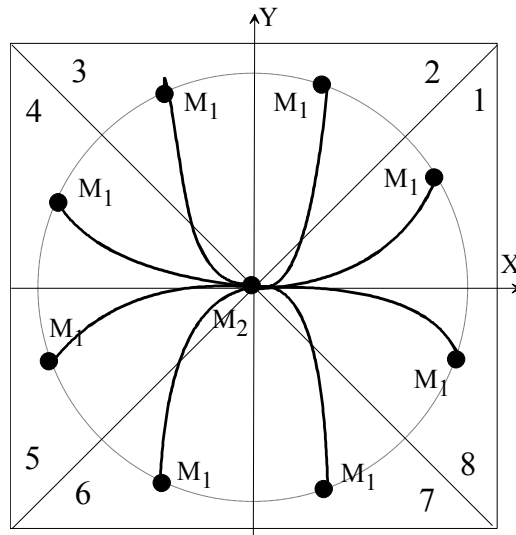


Рисунок 3.9 Нумерація октантів

лінійної апроксимації, формули синтезу визначаються виходячи з того, в якому октанті перебуває точка M_1 .

Для октантів 1,4,5,8 – формула синтезу:

$$y = \frac{y_1}{(x_1)^2} \cdot x^2, \quad (3.3)$$

де x – незалежна змінна.

Для октантів 2,3,6,7 – незалежна змінна y , а формули синтезу (3.4) і (3.5):

$$x = \sqrt{\frac{(x_1)^2 \cdot y}{y_1}}, \quad (3.4)$$

$$x = -\sqrt{\frac{(x_1)^2 \cdot y}{y_1}}. \quad (3.5)$$

Для автоматичного визначення необхідної формули синтезу передбачений наступний алгоритм.

1. Обчислюються модулі $|x_1|$ і $|y_1|$.

2. Визначається знак x_1 .

3. Виконується порівняння $|x_1| \leq |y_1|$.

4. Якщо $|x_1| > |y_1|$, то парабола синтезується за формулою (3.3).

5. Величина дискрети незалежної змінної x визначається так: $\Delta x_1 = x_1 / k$,

де k – ціле позитивне число; при цьому ряд дискрет незалежної змінної виглядає наступним чином: $0, \Delta x_1, 2\Delta x_1, 3\Delta x_1, \dots, (k-1)\Delta x_1, x_1$.

Дискрети незалежної змінної x_1 підставляються в формулу (3.3), утворюючи значення дискрет змінної y_1 . Отримані пари дискрет, (x_1^i, y_1^i) де $i=0-k$, заносяться в пам'ять ЕОМ.

6. Якщо $|x_1| \leq |y_1|$, а, то парабола синтезується за формулою (3.4), при цьому:

$\Delta y_1 = y_1 / k$, де k – ціле позитивне число, ряд дискрет незалежної змінної наступний:

$$0, \Delta y_1, 2\Delta y_1, 3\Delta y_1, \dots, (k-1)\Delta y_1, y_1.$$

7. Якщо $|x_1| < |y_1|$, а $x_1 < 0$, то парабола синтезується за формулою (3.5), при цьому ряд дискрет незалежної змінної такий як у пункті 6.

Отримані в пунктах 6,7 пари відповідних значень дискрет незалежної змінної і функції заносяться в пам'ять ЕОМ.

Пункти 1-7 зазначеного алгоритму слід виконати і для точки M_3 (ділянка 2-3), тобто для другої параболи $\varphi_2(x, y)$. При різних експериментах на діючих зразках систем, було помічено, що при малому ступені дискретизації спостерігається вигин інтерполяційної кривої в районі точки M_2 , де відбувається стикування двох парабол. Надалі був запропонований поліпшений алгоритм синтезу інтерполяційної кривої [41]. Щоб повністю виключити вигин кривої у всіх випадках, синтез кривої слід завжди починати з боку точки M_2 , тобто з боку вершин парабол. При цьому, в зоні вершин парабол завжди в якості незалежної змінної слід вибирати змінну x , і синтезувати ділянку шуканої кривої за формулою (3.3).

Якщо точка M_1 знаходиться в октантах 1,4,5,8, то дана процедура синтезу повинна бути продовжена до кінця, до точки M_1 . Якщо ж точка інтерполяції M_1 розташована в октантах 2,3,6,7, то зазначена процедура повинна тривати лише до моменту, поки модуль поточного синтезованого значення незалежної змінної x буде менше модуля змінної y . Після того, як

$$|x_i| \geq |y_i|,$$

синтез решти ділянки інтерполяційної кривої слід виконувати за формулами (3.4) або (3.5).

Метод кусково-лінійної апроксимації інтерполяційної кривої обраний в якості прикладу як найпростіший і наочний. Цілком зрозуміло, що на цьому етапі синтезу можуть бути використані інші методи апроксимації.

Етап 4. Повернення до старого базису. Щоб повернутися у вихідну систему координат oxy , необхідно для всіх k -пар чисел ділянки 1-2 і m -пар чисел ділянки 2-3 виконати наступні процедури переходу:

$$\vec{V}_1^i = T' \cdot \vec{v}_1^i + \vec{V}_2, \quad (3.6)$$

$i=0-k,$

$$\vec{V}_3^j = T' \cdot \vec{v}_3^j + \vec{V}_2, \quad (3.7)$$

$j=0-m,$ де m – ціле, >0 ;

T' – транспонована матриця;

\vec{V}_1^i – набір векторів тривимірних координат шуканої кривої, ділянки 1-2, в базисі $OXYZ$;

\vec{V}_3^j – набір векторів тривимірних координат шуканої кривої, ділянки 2-3, в базисі $OXYZ$;

\vec{v}_1^i – набір векторів координат кривої $\varphi_1(x, y)$, системи oxy , ділянка 1-2;

\vec{v}_3^j – набір векторів координат кривої $\varphi_3(x, y)$, системи oxy , ділянка 2-3,

$$\vec{v}_1^i = \begin{bmatrix} x_1^i \\ y_1^i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_3^j = \begin{bmatrix} x_3^j \\ y_3^j \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{V}_1^i = \begin{bmatrix} X_1^i \\ Y_1^i \\ Z_1^i \end{bmatrix}, \quad \vec{V}_3^j = \begin{bmatrix} X_3^j \\ Y_3^j \\ Z_3^j \end{bmatrix}.$$

Розкривши (3.6), (3.7), приходимо до співвідношень:

$$\begin{cases} X_1^i = t_{11}x_1^i + t_{12}y_1^i + X_2, \\ Y_1^i = t_{21}x_1^i + t_{22}y_1^i + Y_2, \\ Z_1^i = t_{31}x_1^i + t_{32}y_1^i + Z_2, \end{cases}$$

$i=0-k$,

$$\begin{cases} X_3^j = t_{11}x_1^j + t_{12}y_1^j + X_2, \\ Y_3^j = t_{21}x_1^j + t_{22}y_1^j + Y_2, \\ Z_3^j = t_{31}x_1^j + t_{32}y_1^j + Z_2, \end{cases}$$

$j=0-m$.

Отримані шукані значення дискрет інтерполяційної кривої $\varphi(X, Y, Z)$, $X_1^i, Y_1^i, Z_1^i, i=0 \div k$; $X_3^j, Y_3^j, Z_3^j, j=0 \div m$, з одного боку, заносяться в пам'ять ЕОМ, а з іншого – надходять на процедуру стереоперетворення з метою подальшої стереовізуалізації і аналізу результатів синтезу.

Етап 5. Знаходження точок стереоінтерполяції. Щоб отримати точки стереоінтерполяції, необхідно виконати процедуру стереоперетворення, тобто застосувати стереооператор постійного ракурсу $S_0\{\}$ до всіх значень дискрет інтерполяційної кривої, знайдених на етапі 4, тобто:

$$S_0\{V_1^i\}_{i=0 \div k}; S_0\{V_3^j\}_{j=0 \div m}.$$

Застосування стереооператора $S_0\{\}$ до векторів V_1^i, V_3^j вимагає реалізації наступних залежностей :

$$\vec{s}_1^i = A \bullet (\vec{V}_1^i + \vec{c}) / (\hat{z}_0 - Z_1^i - \dot{z})|_{i=0 \div k},$$

$$\vec{s}_3^j = A \bullet (\vec{V}_3^j + \vec{c}) / (\hat{z}_0 - Z_3^j - \dot{z})|_{j=0 \div m},$$

де \vec{s}_1^i , \vec{s}_3^j – вектора стереопар точок інтерполяційної кривої.

Отримані в результаті останніх перетворень стереопари всіх точок інтерполяційної кривої далі надходять на апаратний або програмний блок синтезу стереовекторів для реалізації методу кусково-лінійної апроксимації та подальшої стереовізуалізації.

3.7 Процедура стереовікно

Процедура відсікання в стереографіці (стереовікно) є процедурою, еквівалентом якої в тривимірній напівтонової графіці немає [32]. Ця процедура покликана вирішувати так званий крайовий ефект в стереобаченні. Всі, хто спостерігав стереозображення, в стереокінотеатрах або на моніторах комп'ютерів або телевізорів, звернули увагу на те, що в районі лівої і правої крайок екранів, при спостереженні стереоскопічних зображень, відчувався дискомфорт.

Пов'язано це з тим, що у крайок екрану часто відсутні компоненти всіх стереопар зображуваних сцен. В одному випадку, є праві складові стереопар, але не повністю присутні ліві, в іншому випадку, навпаки, є ліві складові, але немає правих, або те й інше одночасно. При спостереженні стереозображень в стереокінотеатрах глядач менше відчуває даний дискомфорт через великий екран, оскільки головні події, як правило, зосереджені в центрі екрана, і глядач не відволікається на бічні кромки.

У комп'ютерному стереобаченні, де кожен квадратний сантиметр екрану являє собою надзвичайно корисну площу, дискомфорт крайового ефекту призводить до швидкої стомлюваності очей спостерігача. Тому постало завдання розробки процедури «стереовікно» покликаної не тільки виконувати відсікання при виході частини стереопар зображень за межі екрану або вікна, але, і це найголовніше, – одночасно коригувати ті частини стереопар, що залишилися, щоб не втратити зв'язані точки стереопар (необхідна умова вирішення кореспондентської задачі) і як наслідок, – щоб спостерігач не втратив адекватності сприйняття стереозображення. Проблема відсікання [66] виникає не тільки у зв'язку з перетворенням зі світової області в екранну, але, природно, і в тих випадках, коли геометричні перетворення

застосовуються до об'єктів, які вже є в екранній області. Це відбувається кожного разу, коли в результаті застосування процедур повороту, перенесення, масштабування частина об'єкта або він весь виявляється за межами екрану.

Проблема реалізації процедури «вікно» в стереографіці істотно ускладнена, тому, що замість однієї піраміди видимості необхідно враховувати дві – для лівого і правого ока відповідно. На екрані дисплея графічний образ представлений двома стереографічними проекціями, співпадаючими один з одним тільки в площині екрану. В інших випадках (в перед екранної і / або за екранної областях стереобачення) стереопари не збігаються і потрібна розробка спеціальних процедур, які враховують особливість стереографічних проекцій. Надалі будемо називати процедуру «вікно», застосовану до стереографічних проекцій – стереовікном.

Стереовікно визначимо як область екрану прямокутної форми, в якому задоволені умови існування стереозображення при заданому базисі стереобачення і при заданих положеннях в просторі об'єкта, спостерігача і екранної площині.

Постановка задачі. Необхідно розробити процедуру стереовікно, що забезпечує відсікання частини комп'ютерних стереозображень прямокутною областю, при цьому не повинні бути порушені умови існування стереографічних проекцій.

3.7.1 Стеревідсікання в площині екрану. Для каркасних графічних конструкцій, стереозображення, які складаються з стереовекторів, будемо вважати завдання виконаним, якщо отримані стереокоординати кінцевих точок довільного вектора, що задовольняють стереовікну. Нехай стереовектор має вигляд (3.1). Вікно в площині екрану визначимо як прямокутну частину екрану, обмежену прямими:

$$x = x_0, x = x_m, y = y_0, y = y_m,$$

заданими в екранній системі координат. Без обмеження спільності міркувань приймемо, що початок екранної системи координат збігається з лівим верхнім кутом області обмежень, це відповідає тому випадку, коли лівий верхній кут стереовікна збігається з лівим верхнім кутом екрану дисплея.

На рис.3.10-3.16 наведені різні випадки перетину довільного стереовектора з прямокутною областю екрану і необхідна корекція стереовекторів, відповідна процедурі стереовідсікання:

- рис.3.10 - перетин з верхньою кромкою екрану;
- рис.3.11 - перетин з нижньою кромкою;
- рис. 3.12 - 3.13 - з лівою кромкою;
- рис.3.14 - 3.15 - з правою кромкою;
- рис.3.16 - комбінований випадок.

На всіх малюнках суцільними лініями показані стереопари векторів, які задовольняють процедурі стереовікно; пунктирними лініями, що лежать на одній прямій із суцільними лініями, показані ті ділянки стереовекторів, які повинні бути відсічені в процедурі стереовікно. Решта пунктирних ліній вказує на послідовність обчислень при відсіканні і корекції для різних випадків.

3.7.1.1 Визначення точок перетину з верхньою кромкою обмежень.

З огляду на (3.1) і прийняті допущення, запишемо рівняння стереопари вектора А-С у вигляді прямих ліній, що проходять через задані точки [91].

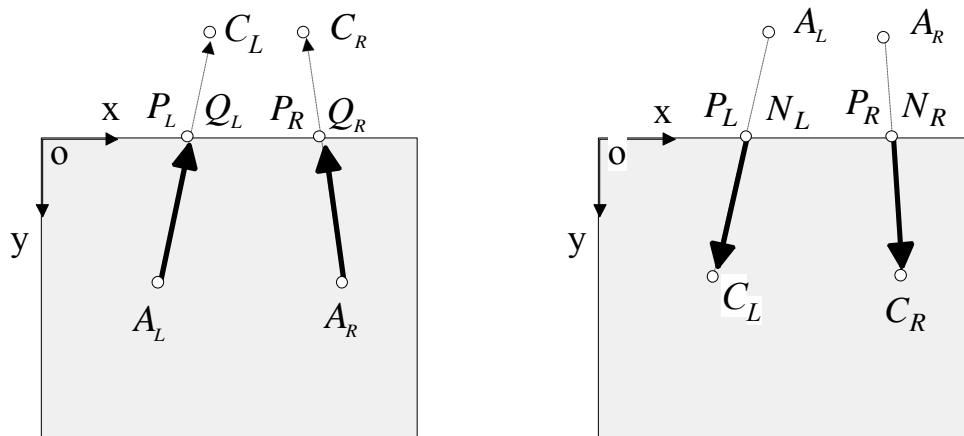


Рисунок 3.10. Перетин стереовектора з верхньою кромкою вікна

Для лівой стереопари:

$$\frac{x - x_l^1}{x_l^2 - x_l^1} = \frac{y - y_l^1}{y_l^2 - y_l^1}. \quad (3.8)$$

Для правої стереопари:

$$\frac{x - x_r^1}{x_r^2 - x_r^1} = \frac{y - y_r^1}{y_r^2 - y_r^1}. \quad (3.9)$$

Вирішимо разом (3.8) і рівняння $y = y_0$:

$$\frac{x_l^p - x_l^1}{x_l^2 - x_l^1} = \frac{y_0 - y_l^1}{y_l^2 - y_l^1}.$$

Після перетворення отримаємо координати точки перетину $P_L(x_l^p, y_l^p)$ лівої стереопари з верхньою кромкою :

$$\begin{cases} x_l^p = x_l^1 + \frac{x_l^2 - x_l^1}{y_l^2 - y_l^1} (y_0 - y_l^1), \\ y_l^p = y_0. \end{cases} \quad (3.10)$$

Аналогічно вищевикладеному, отримаємо координати точки перетину $P_R(x_r^p, y_r^p)$ правої стереопари вектора А-С з верхньою кромкою (3.11):

$$\begin{cases} x_r^p = x_r^1 + \frac{x_r^2 - x_r^1}{y_r^2 - y_r^1} (y_0 - y_r^1), \\ y_r^p = y_0. \end{cases} \quad (3.11)$$

Таким чином, координати точок перетину стереопар сектора А-С з верхньою кромкою наступні (3.12) :

$$\begin{cases} x_l^p = x_l^1 + \frac{x_l^2 - x_l^1}{y_l^2 - y_l^1} (y_0 - y_l^1), \\ x_r^p = x_r^1 + \frac{x_r^2 - x_r^1}{y_r^2 - y_r^1} (y_0 - y_r^1), \\ y^p = y_0. \end{cases} \quad (3.12)$$

3.7.1.2 Визначення точок перетину з нижньою крайкою обмежень.

Вирішуючи спільно (3.8) і рівняння $y = y_m$, отримаємо координати точки перетину $P_L'(x_l^{p'}, y_l^{p'})$ лівої стереопари вектора з нижньою крайкою.

Вирішуючи спільно (3.9) і рівняння $y = y_m$, отримаємо координати точки перетину $P'_R(x_r^{p'}, y_r^{p'})$ правою частиною стереопари вектора з нижньою крайкою. В

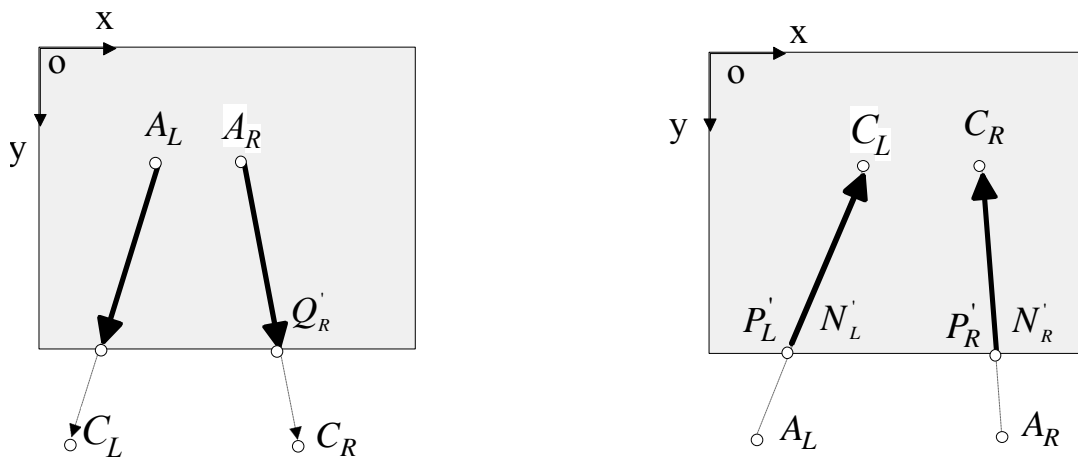


Рисунок 3.11. Перетин стерео вектора з нижньою крайкою вікна

результаті, координати точок перетину стереопар вектора А-С з нижньою крайкою обмежень будуть визначатися наступними формулами (3.13):

$$\begin{cases} x_l^{p'} = x_l^1 + \frac{x_l^2 - x_l^1}{y_l^2 - y_l^1} (y_m - y_l^1), \\ x_r^{p'} = x_r^1 + \frac{x_r^2 - x_r^1}{y_r^2 - y_r^1} (y_m - y_r^1), \\ y^{p'} = y_m. \end{cases} \quad (3.13)$$

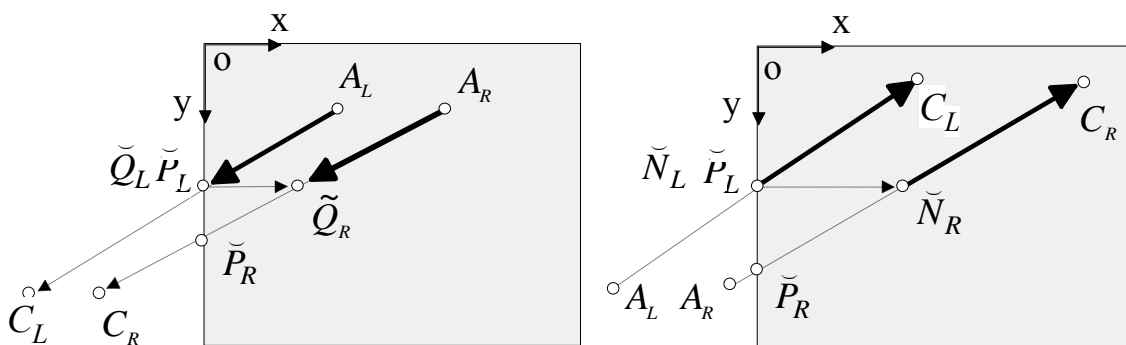


Рисунок 3.12. Перетин стереовектора з лівою крайкою вікна

3.7.1.3 Визначення координат точок корекції при перетині з лівою кромкою обмежень, рис.3.12, 3.13.

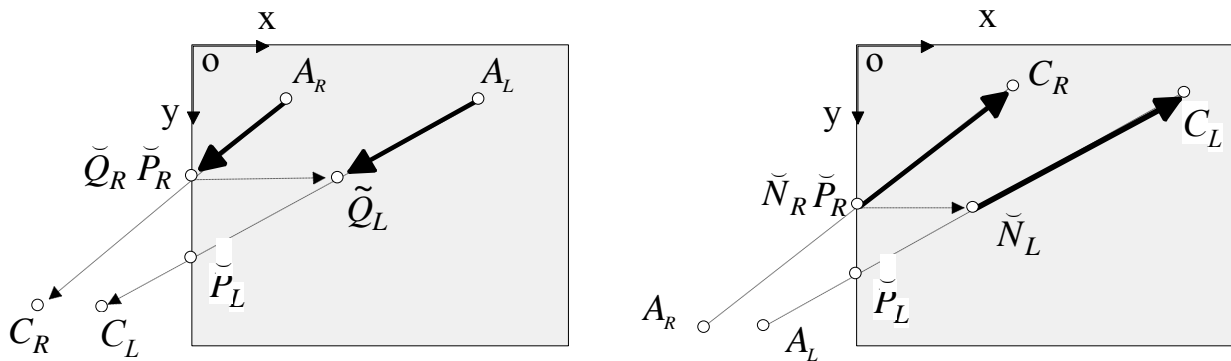


Рисунок 3.13. Перетин стереовектора з лівою кромкою вікна

Вирішуючи спільно,

$$\begin{cases} \frac{x - x_l^1}{x_l^2 - x_l^1} = \frac{y - y_l^1}{y_l^2 - y_l^1}, \\ x = x_0. \end{cases}$$

і підставляючи $y = \tilde{y}_l^p$, отримуємо вираз:

$$\frac{x_0 - x_l^1}{x_l^2 - x_l^1} = \frac{\tilde{y}_l^p - y_l^1}{y_l^2 - y_l^1},$$

з якого визначимо координати точки перетину $\tilde{P}_L(\tilde{x}_l^p, \tilde{y}_l^p)$ лівою частиною стереопари вектора А-С з лівою кромкою обмежень:

$$\begin{cases} \tilde{y}_l^p = \frac{(x_0 - x_l^1)(y_l^2 - y_l^1) + y_l^1(x_l^2 - x_l^1)}{x_l^2 - x_l^1}, \\ \tilde{x}_l^p = x_0. \end{cases} \quad (3.14)$$

Аналогічно, вирішуючи спільно,

$$\begin{cases} \frac{x - x_r^1}{x_r^2 - x_r^1} = \frac{y - y_r^1}{y_r^2 - y_r^1}, \\ x = x_0. \end{cases}$$

і підставляючи $y = \tilde{y}_l^p$, отримаємо координати точки перетину $\tilde{P}_R(\tilde{x}_r^p, \tilde{y}_r^p)$ правою частиною стереопари вектора А-С з лівої кромкою обмежень:

$$\begin{cases} \tilde{y}_r^p = \frac{(x_0 - x_r^1)(y_r^2 - y_r^1) + y_r^1(x_r^2 - x_r^1)}{x_r^2 - x_r^1}, \\ \tilde{x}_r^p = x_0. \end{cases} \quad (3.15)$$

Для визначення координат точок корекції стереопар $\tilde{Q}_L(\tilde{x}_l^q, \tilde{y}_l^q)$, $\tilde{Q}_R(\tilde{x}_r^q, \tilde{y}_r^q)$ (див. рис.3.12, 3.13) потрібен додатковий аналіз. Спочатку необхідно виконати порівняння \tilde{y}_l^p з \tilde{y}_r^p .

Менше з цих двох величин і буде ординатою стереопари точки корекції, тобто:

якщо $\tilde{y}_l^p \leq \tilde{y}_r^p$, то $\tilde{y}_l^q = \tilde{y}_r^q = \tilde{y}_l^p$, або $\tilde{y}_l^q = \tilde{y}_r^q = \tilde{y}_r^p$;

$\tilde{y}_l^q = \tilde{y}_r^q = \tilde{y}_l^p$, або $\tilde{y}_l^q = \tilde{y}_r^q = \tilde{y}_r^p$;

якщо $\tilde{y}_l^p > \tilde{y}_r^p$, то $\tilde{y}_l^q = \tilde{y}_r^q = \tilde{y}_r^p$, або $\tilde{y}_l^q = \tilde{y}_r^q = \tilde{y}_l^p$;

якщо $\tilde{y}_l^p \leq \tilde{y}_r^p$, то підставляючи \tilde{y}_l^p в (3.9); або

якщо $\tilde{y}_l^p > \tilde{y}_r^p$, то підставляючи \tilde{y}_r^p в (3.8) остаточно визначимо координати

точок корекції, тобто стереокоординати нових значень кінцевих точок стереовектора (початкових або кінцевих). Нехай: $\tilde{y}_l^p \leq \tilde{y}_r^p$ (рис.3.12, лівий).

Підставляючи \tilde{y}_l^p в (3.9), отримаємо:

$$\frac{\tilde{x}_r^q - x_r^1}{x_r^2 - x_r^1} = \frac{\tilde{y}_l^p - y_r^1}{y_r^2 - y_r^1},$$

Звідки

$$\tilde{x}_r^q = \frac{(\tilde{y}_l^p - y_r^1)(x_r^2 - x_r^1) + x_r^1(y_r^2 - y_r^1)}{y_r^2 - y_r^1}.$$

Таким чином, стереокоординати нової точки стереовектора, за умови $\tilde{y}_l^p \leq \tilde{y}_r^p$, рис.3.12 для точки Q будуть:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{x}_r^q = \frac{(\tilde{y}_l^p - y_r^1)(x_r^2 - x_r^1) + x_r^1(y_r^2 - y_r^1)}{y_r^2 - y_r^1}, \\ \tilde{y}_l^q = \tilde{y}_r^q = \tilde{y}_l^p = \frac{(x_0 - x_l^1)(y_l^2 - y_l^1) + y_l^1(x_l^2 - x_l^1)}{x_l^2 - x_l^1}. \end{array} \right.$$

Нехай: $\tilde{y}_l^p > \tilde{y}_r^p$ (рис.3.13). Підставляючи величину \tilde{y}_r^p в (3.8) і спрощуючи, отримаємо:

$$\tilde{x}_l^q = \frac{(\tilde{y}_r^p - y_l^1)(x_l^2 - x_l^1) + x_l^1(y_l^2 - y_l^1)}{y_l^2 - y_l^1}.$$

Таким чином, стереокоординати нової точки стереовектора, за умови $\tilde{y}_l^p > \tilde{y}_r^p$ будуть (3.16):

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{x}_l^q = \frac{(\tilde{y}_r^p - y_l^1)(x_l^2 - x_l^1) + x_l^1(y_l^2 - y_l^1)}{y_l^2 - y_l^1}, \\ \tilde{y}_r^p = \frac{(x_0 - x_r^1)(y_r^2 - y_r^1) + y_r^1(x_r^2 - x_r^1)}{x_r^2 - x_r^1}. \end{array} \right. \quad (3.16)$$

3.7.1.4 Визначення координат точок корекції при перетині з правою кромкою обмежень. Розглянемо корекцію координат кінцевих точок стереопар вектора А-С для випадків, наведених на рис.3.14, 3.15.

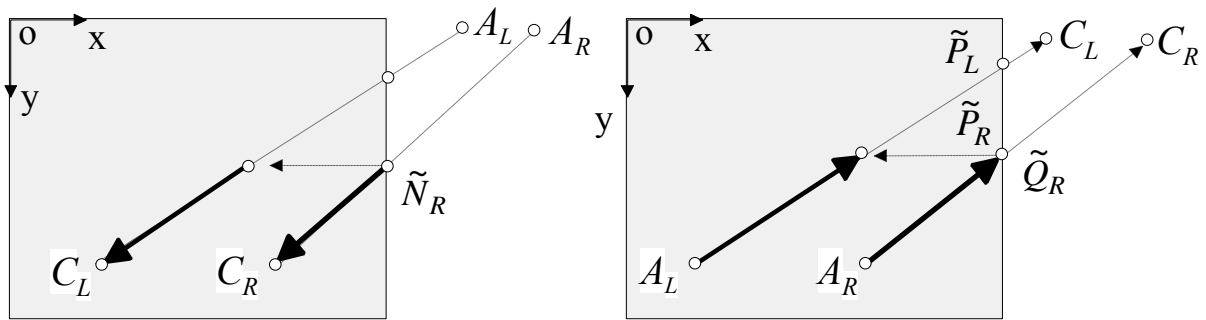


Рисунок 3.14. Перетин стерео вектора з правою кромкою вікна

Аналогічно вищевикладеному, п.3.7.1.3, вирішуючи спільно (3.8) і рівняння $x = x_m$, спочатку отримаємо координати точки перетину $\tilde{P}_L(\tilde{x}_l^p, \tilde{y}_l^p)$ лівою частиною стереопари вектора А-С з правої кромкою обмежень. Опускаючи проміжні викладення, запишемо результат, (3.17):

$$\begin{cases} \tilde{y}_l^p = \frac{(x_m - x_l^1)(y_l^2 - y_l^1) + y_l^1(x_l^2 - x_l^1)}{x_l^2 - x_l^1}, \\ \tilde{x}_l^p = x_m. \end{cases} \quad (3.17)$$

Вирішуючи спільно (3.9) і рівняння $x = x_m$, отримаємо координати точки перетину $\tilde{P}_R(\tilde{x}_r^p, \tilde{y}_r^p)$ правою частиною стереопари вектора А-С з правої кромкою обмежень, (3.18):

$$\begin{cases} \tilde{y}_r^p = \frac{(x_m - x_r^1)(y_r^2 - y_r^1) + y_r^1(x_r^2 - x_r^1)}{x_r^2 - x_r^1}, \\ \tilde{x}_r^p = x_m. \end{cases} \quad (3.18)$$

Для визначення координат точок корекції стереопар $\tilde{Q}_L(\tilde{x}_l^q, \tilde{y}_l^q)$, $\tilde{Q}_R(\tilde{x}_r^q, \tilde{y}_r^q)$ потрібно додатковий аналіз. Наприклад, для випадків, наведених на рис.3.14. 3.15, спочатку необхідно виконати порівняння \tilde{y}_l^p з \tilde{y}_r^p . Більша з цих величин буде ординатою стереопари точок корекції, тобто:

якщо $\tilde{y}_l^p \leq \tilde{y}_r^p$, то $\tilde{y}_l^q = \tilde{y}_r^q = \tilde{y}_r^p$;

якщо $\tilde{y}_l^p > \tilde{y}_r^p$, то $\tilde{y}_l^q = \tilde{y}_r^q = \tilde{y}_l^p$.

Далі, якщо $\tilde{y}_l^p > \tilde{y}_r^p$, то підставляючи значення \tilde{y}_l^p в (3.9) або, якщо $\tilde{y}_l^p \leq \tilde{y}_r^p$, то підставляючи значення \tilde{y}_r^p в (3.8), остаточно визначимо координати точок корекції. Для випадку $\tilde{y}_l^p \leq \tilde{y}_r^p$, рис.3.14:

$$\begin{cases} \tilde{x}_l^q = \frac{(\tilde{y}_r^p - y_l^1)(x_l^2 - x_l^1) + x_l^1(y_l^2 - y_l^1)}{y_r^2 - y_r^1}, \\ \tilde{x}_r^q = x_m, \\ \tilde{y}_r^q = \frac{(x_m - x_r^1)(y_r^2 - y_r^1) + y_r^1(x_r^2 - x_r^1)}{x_r^2 - x_r^1}. \end{cases} \quad (3.19)$$

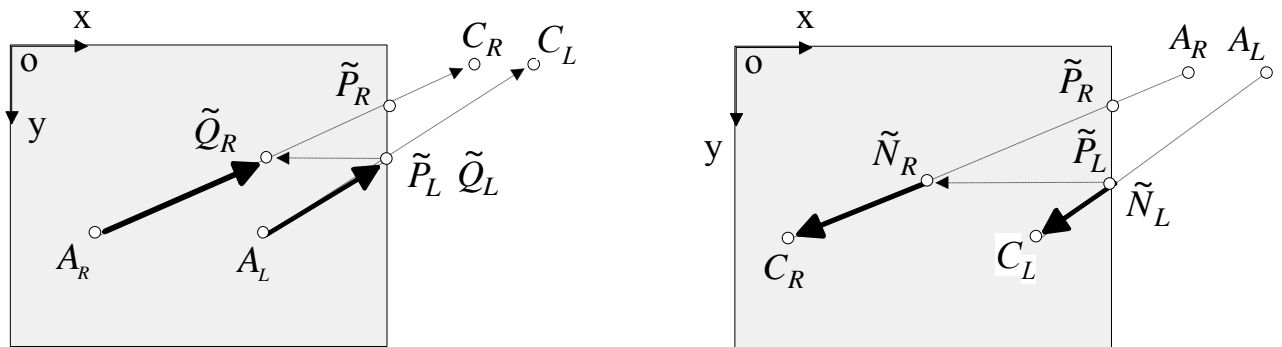


Рисунок 3.15. Перетин стереовектора з правою кромкою вікна

Для випадку $\tilde{y}_l^p > \tilde{y}_r^p$, рис.3.15:

$$\begin{cases} \tilde{x}_l^q = \frac{(\tilde{y}_l^p - y_r^1)(x_r^2 - x_r^1) + x_r^1(y_r^2 - y_r^1)}{y_r^2 - y_r^1}, \\ \tilde{x}_r^q = x_m, \\ \tilde{y}_l^q = \tilde{y}_r^q = \tilde{y}_l^p = \frac{(x_m - x_l^1)(y_l^2 - y_l^1) + y_l^1(x_l^2 - x_l^1)}{x_l^2 - x_l^1}. \end{cases} \quad (3.20)$$

Отримані вище співвідношення дають можливість визначати точки перетину стереопар довільного вектора з будь-яким краєм обмежень стереовікна. На ряді характерних прикладів показані підходи до вирішення завдання корекції геометричних каркасних конструкцій з урахуванням обмежень стереовікна. Можна переконатися, що більш складні випадки перетину з вікном, наприклад, рис.3.16, зводяться до розглянутих вище випадків.

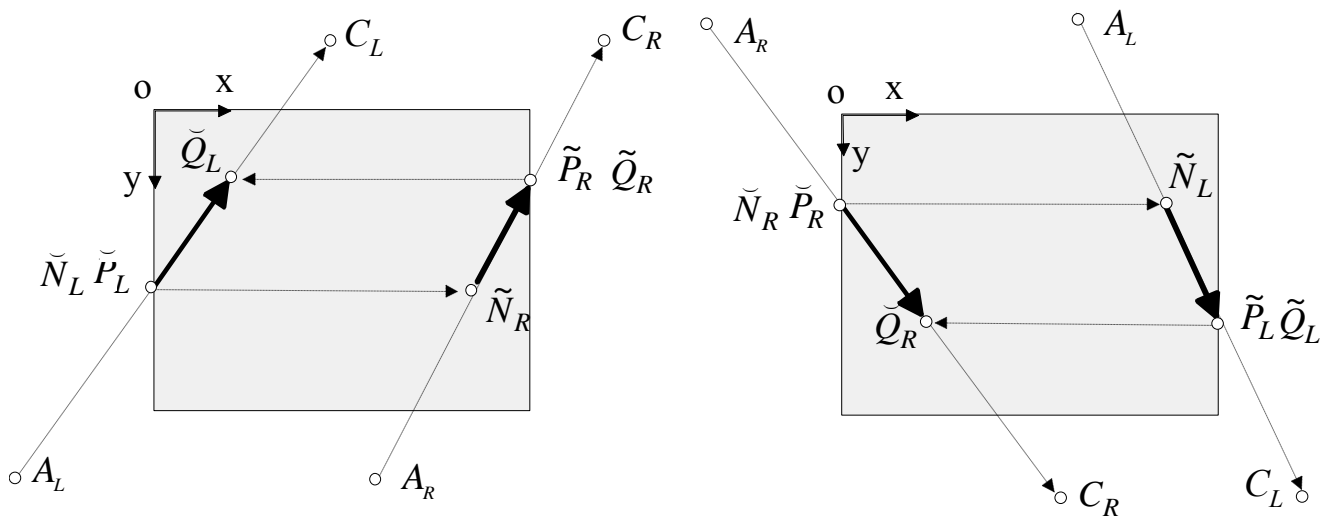


Рисунок 3.16. Комбінований випадок перетину стереовектора з вікном

Підпрограма, яка враховує всю можливу різноманітність перетину стереовекторів зі стереовікном прямокутної форми будь-якого розміру, наявного в площині екрану (в тому числі і випадки збігу однією зі складових стереопар з будь-якої кромкою стереовікна) була реалізована на діючому комплексі СТОК. В результаті запропонованих підходів були побудовані ефективні алгоритм і програма, що допускають комп'ютерну процедуру стереовідсікання. Контур прямокутного стереовікна любого розміру був розташований в екранній площині.

3.7.2 Відсікання стереовікном, що розташовується паралельно екрану. У попередньому пункті було розглянуто випадок, коли контур стереовікна розташований в площині екрану. Зараз завдання ставиться ширше: потрібно знайти математичні залежності, що дозволяють побудувати відповідні алгоритм і програму для реалізації процедури просторового стереовідсікання по прямокутному контуру з

довільним розміром сторін, але при цьому – контур стереовікна може бути розташований паралельно екрану і на будь-якому віддаленні від екранної площини в межах областей зони стереобачення [44]. На рис.3.17 наведено три проекції контуру стереовікна, розташованого в перед екранній області, при цьому:

ABCD – контур відсікання стереовікна;

АЛВЛСЛДЛ – ліва складова стереопари контуру відсікання;

АПВПСЛДП – права складова стереопари контуру відсікання;

L – позиція лівого ока спостерігача;

R – позиція правого ока спостерігача;

хуz – екранна система координат;

2a – базис стереобачення;

z_A – координата, що визначає положення стереовікна по глибині.

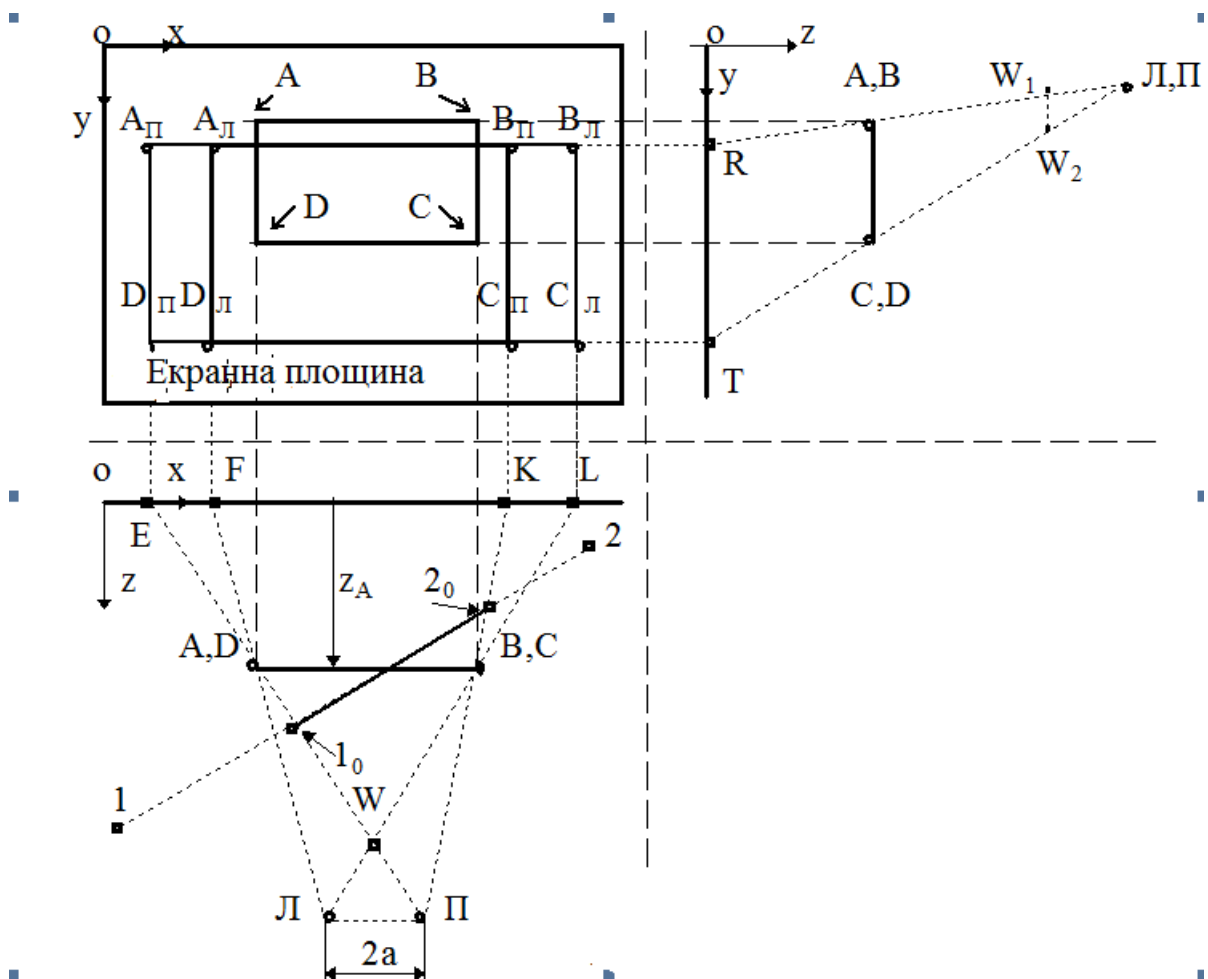


Рисунок 3.17. Розташування контуру стереовікна в перед екранній області

У зв'язку з тим, що пропонується процедура стереовідсікання насамперед орієнтована на ті обчислювальні системи, які в своєму складі мають засоби побудови каркасних стереозображень, що складаються з кінцевого числа довільних відрізків прямих (стереовекторів), поставлена задача зводиться до задачі просторового відсікання стереовікном довільного відрізка прямої.

Для вирішення поставленої задачі на першому етапі необхідно визначити просторові координати точок перетину прямої, що проходить через розглянутий відрізок з усіма гранями зони стереобачення, якщо такі, звичайно, є. Це:

- Перетин з правою бічною гранню в перед віконній зоні (проекція грані в плані, рис.3.17 – лінія L-N, ділянка W-B).
- Перетин з лівою бічною гранню в перед віконній зоні (проекція грані в плані – лінія R-E, ділянка W-A).
- Перетин з правою бічною гранню в за віконній зоні стереобачення (проекція грані в плані – лінія R-K, ділянка B- ∞).
- Перетин з лівою бічною гранню в за віконній зоні (проекція грані в плані – лінія L-F, ділянка A - ∞).
- Перетин з верхньою межею (проекція грані на фронтальну площину – лінія L-P, ділянка W₁- ∞).
- Перетин з нижньою гранню (проекція грані на фронтальну площину – лінія L-T, ділянка W₂- ∞).

На другому етапі вирішення поставленого завдання треба знайти відповідь на питання про те, з якого боку від кожної з перерахованих вище граней перебуває початкова (1,3,5, ...) і кінцева (відповідно 2,4,6, ...) точки поточного відрізка досліджуваного стереообразу.

Третім етапом у вирішенні поставленого завдання є створення алгоритму відсікання, який дасть можливість за даними, отриманими на перших двох етапах виконання завдання реалізувати процедуру стереовідсікання, тобто провести корекцію поточного відрізка, наприклад 1-2 – в відрізок 1₀-2₀, рис.3.17, видимий в заданому стереовікні ABCD. Інша частина відрізка 1-2 відсікається, тобто

відкидається при візуалізації; при цьому в пам'яті комп'ютера продовжує зберігатися весь відрізок 1-2, так як в наступний момент часу досліджуваний стереобраз може поміняти своє положення в просторі і поточний відрізок виявиться в зоні стереобачення вже цілком або іншою своєю частиною і т.д. Така процедура повинна виконуватися з кожним відрізком досліджуваного і візуалізованого каркасного стереозображення. Алгоритм повинен враховувати також і всі критичні випадки, які можуть зустрітися на практиці, наприклад, коли який-небудь з відрізків виражається в точку, або коли він збігається з однією з проєкцій граней зони стереобачення і інш. Алгоритм відсікання тут не розглядається. На рис.3.18 наведені перетини проєкцій відрізків прямих 1-2, 3-4, 5-6, 7-8 з проєкціями бічних граней зони стереобачення в перед віконній (ABW) та за віконній (AFKB) областях (вид зверху).

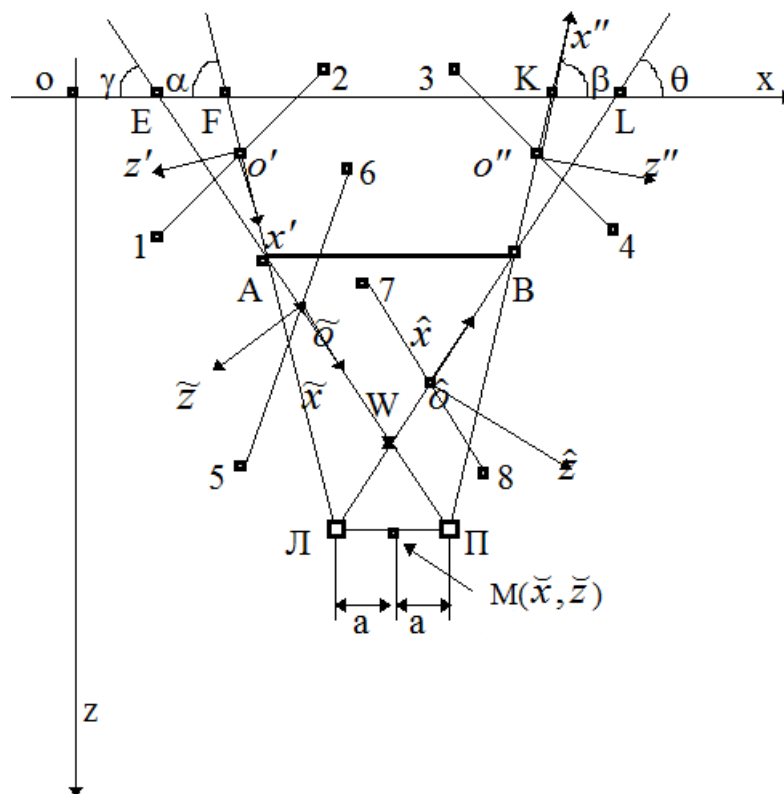


Рисунок 3.18. Проекції перетин відрізків з проєкціями бічних граней

Нас цікавлять точки перетину: $o', o'', \hat{o}, \tilde{o}$. Ракурс стереобачення заданий тривимірними координатами точки $M_0(\hat{x}_0, \hat{y}_0, \hat{z}_0)$. Довільний відрізок в просторі заданий координатами його кінців: початковою точкою (x_H, y_H, z_H) і кінцевою точкою (x_K, y_K, z_K) . Для знаходження координат точок перетину запишемо наступні рівняння: рівняння прямої, що проходить через дві довільні точки (3.21); рівняння прямої L-A (3.22); рівняння прямої R-B (3.23), – прямої R-A (3.24), – прямої L-B (3.25):

$$(x - x_H)(z_K - z_H) = (x_K - x_H)(z - z_H), \quad (3.21)$$

$$(x - \hat{x}_0 + a)(z_A - \hat{z}_0) = (x_A - \hat{x}_0 + a)(z - \hat{z}_0), \quad (3.22)$$

$$(x - \hat{x}_0 - a)(z_B - \hat{z}_0) = (x_B - \hat{x}_0 - a)(z - \hat{z}_0), \quad (3.23)$$

$$(x - \hat{x}_0 - a)(z_A - \hat{z}_0) = (x_A - \hat{x}_0 - a)(z - \hat{z}_0), \quad (3.24)$$

$$(x - \hat{x}_0 + a)(z_B - \hat{z}_0) = (x_B - \hat{x}_0 + a)(z - \hat{z}_0). \quad (3.25)$$

Для знаходження координат точки перетину o' необхідно спільно вирішити рівняння (3.21) і (3.22); точки перетину o'' – рівняння (3.21) і (3.23); точки \tilde{o} – рівняння (3.21) і (3.24); точки \hat{o} – рівняння (3.21) і (3.25).

Після перетворення до матричного виду маємо: точка $o'(x', z')$ – система рівнянь (3.26), точка $o''(x'', z'')$ – система рівнянь (3.27), точка $\tilde{o}(\tilde{x}, \tilde{z})$ – система (3.28), точка $\hat{o}(\hat{x}, \hat{z})$ – система (3.29):

$$A_1 \vec{x}_1 = \vec{f}_1, \quad (3.26)$$

$$A_2 \vec{x}_2 = \vec{f}_2, \quad (3.27)$$

$$A_3 \vec{x}_3 = \vec{f}_3, \quad (3.28)$$

$$A_4 \vec{x}_4 = \vec{f}_4, \quad (3.29)$$

де

A_1, A_2, A_3, A_4 - квадратні матриці другого порядку,

вектора $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4, \vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3, \vec{f}_4$ - розмірності два:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} z_k - z_H & x_H - x_k \\ z_A - \hat{z}_0 & \hat{x}_0 - a - x_A \end{bmatrix}, & A_2 &= \begin{bmatrix} z_k - z_H & x_H - x_k \\ z_B - \hat{z}_0 & \hat{x}_0 + a - x_B \end{bmatrix}, \\
 A_3 &= \begin{bmatrix} z_k - z_H & x_H - x_k \\ z_A - \hat{z}_0 & \hat{x}_0 + a - x_A \end{bmatrix}, & A_4 &= \begin{bmatrix} z_k - z_H & z_H - x_k \\ z_B - \hat{z}_0 & \hat{x}_0 - a - x_B \end{bmatrix}, \\
 \vec{f}_1 &= \begin{bmatrix} x_H z_k - z_H x_k \\ z_A (\hat{x}_0 - a) - \hat{z}_0 x_A \end{bmatrix}, & \vec{f}_2 &= \begin{bmatrix} x_H z_k - z_H x_k \\ z_B (\hat{x}_0 + a) - \hat{z}_0 x_B \end{bmatrix}, \\
 \vec{f}_3 &= \begin{bmatrix} x_H z_k - z_H x_k \\ z_A (\hat{x}_0 + a) - \hat{z}_0 x_A \end{bmatrix}, & \vec{f}_4 &= \begin{bmatrix} x_H z_k - z_H x_k \\ z_B (\hat{x}_0 - a) - \hat{z}_0 x_B \end{bmatrix}, \\
 \vec{x}_1 &= \begin{bmatrix} x' \\ z' \end{bmatrix}, & \vec{x}_2 &= \begin{bmatrix} x'' \\ z'' \end{bmatrix}, & \vec{x}_3 &= \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{bmatrix}, & \vec{x}_4 &= \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Рішенням лінійних систем рівнянь (3.26) - (3.29) є координати x, z шуканих точок перетину. Для визначення третьої координати (y) необхідно скористатися рівнянням (3.30), підставивши в нього отримані значення координат x або z :

$$\frac{x - x_H}{x_k - x_H} = \frac{y - y_H}{y_k - y_H} = \frac{z - z_H}{z_k - z_H}. \quad (3.30)$$

Для визначення координат точок перетину з верхньою і нижньою гранями зони стереобачення можна вчинити аналогічно вищевикладеному. На рис.3.19 наведені проекції перетину відрізка прямої 9-10 з проекціями верхньої і нижньої гранями на фронтальну площину.

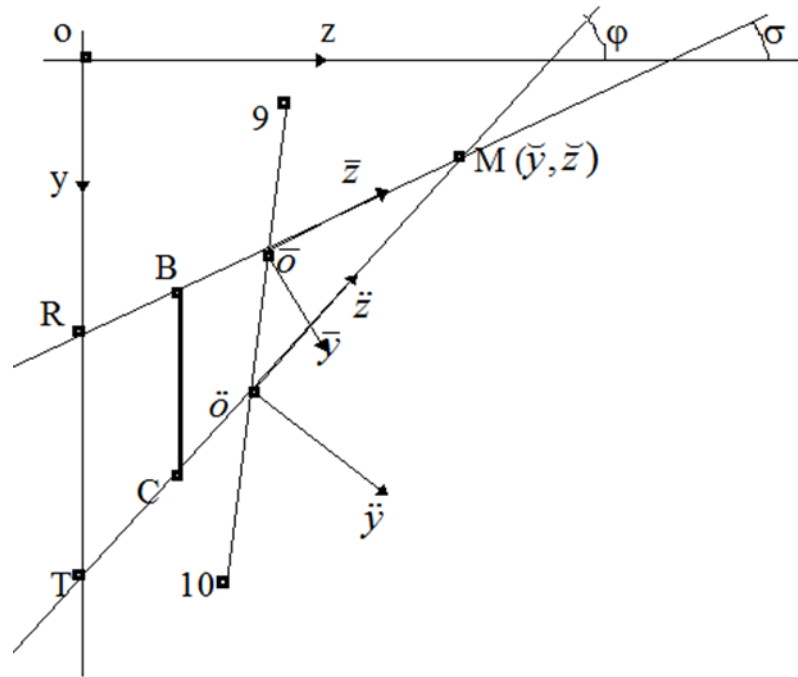


Рисунок 3.19. Перетин відрізка прямої з нижньою і верхньою гранями стереозони

Точка перетину з верхньою межею позначена $\bar{O}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, з нижньої – $\tilde{O}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$. Завдання зводиться до вирішення двох систем рівнянь, відповідно (3.31) і (3.32):

$$A_5 \mathbf{x}_5 = \mathbf{f}_5, \quad (3.31)$$

$$A_6 \mathbf{x}_6 = \mathbf{f}_6, \quad (3.32)$$

де

$$A_5 = \begin{bmatrix} z_k - z_n & y_n - y_k \\ z_k - \hat{z}_0 & \hat{y}_0 - y_B \end{bmatrix}, \quad A_6 = \begin{bmatrix} z_k - z_n & y_n - y_k \\ z_C - z_n & \hat{y}_0 - y_C \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_5 = \begin{pmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_6 = \begin{pmatrix} \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{f}_5 = \begin{pmatrix} y_n \cdot z_k - z_n \cdot y_k \\ \tilde{y} \cdot z_B - \tilde{z} \cdot y_B \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_6 = \begin{pmatrix} y_n \cdot z_k - z_n \cdot y_k \\ z_n (\tilde{y} - y_C) + y_n (z_C - z_n) \end{pmatrix}.$$

Підставивши знайдені значення координат y або z в рівняння (3.30), отримуємо відсутні координати x точок перетину. На цьому перший етап рішення задачі закінчується.

На наступному кроці необхідно з'ясувати по який бік від відповідної межі перебуває початкова і кінцева точки поточного відрізка. Для цього пропонується: визначити знаки координат z початкової і кінцевої точок відрізка, записаних в нових системах координат, які утворюються в такий спосіб: система $x'o'z'$ – шляхом перенесення центру системи xoz в знайдену точку o' і повороту її за годинниковою стрілкою на кут α ; система $x''o''z''$ – шляхом перенесення центру системи xoz в точку o'' і повороту проти годинникової стрілки на кут β ; з рис.3.18, 3.19 видно, як утворюються і інші системи координат. Можна показати, що кути повороту при цьому будуть наступні:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_0 - z_A}{\hat{x}_0 - a - x_A}\right), \quad \beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_0 - z_A}{\hat{x}_0 + a - x_B}\right), \quad \gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_0 - z_A}{\hat{x}_0 + a - x_A}\right),$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_0 - z_A}{\hat{x}_0 - a - x_B}\right), \quad \sigma = \left(\frac{y_C - \hat{y}_0}{\hat{z}_0 - z_B}\right), \quad \varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{y_C - \hat{y}_0}{\hat{z}_0 - z_B}\right).$$

Тепер можна записати рівняння, з яких можуть бути визначені знаки координат, що нас цікавлять: для рис.3.18 – це знаки координати z_i :

$$z'_i = (x' - x) \cdot \sin \alpha + (z - z') \cdot \cos \alpha,$$

$$z''_i = (x'' - x) \cdot \sin \beta + (z - z'') \cdot \cos \beta,$$

$$\tilde{z}_i = (\tilde{x} - x) \cdot \sin \gamma + (z - \tilde{z}) \cdot \cos \gamma,$$

$$\hat{z}_i = (\hat{x} - x) \cdot \sin \theta + (z - \hat{z}) \cdot \cos \theta,$$

для рис.3.19 – це знаки координат y_i :

$$\bar{y}_i = (\bar{z} - z) \cdot \sin \sigma + (y - \bar{y}) \cdot \cos \sigma,$$

$$\ddot{y}_i = (\ddot{z} - z) \cdot \sin \varphi + (y - \ddot{y}) \cdot \cos \varphi.$$

Підставляючи в наведені рівняння відповідні координати кінців шуканого відрізка і визначаючи знаки зазначених координат, отримуємо відповідь на питання по який бік від розглянутої межі знаходиться початкова або кінцева точки розглянутого відрізка.

Таким чином, отримані математичні співвідношення дають можливість отримати всі необхідні дані для побудови алгоритму відсікання стереовікном прямокутної форми, що розташовуються в області стереобачення паралельно екранної площини, на будь-якому видаленні від останньої.

3.8 Процедура стереорекурсії

Дана процедура дозволяє істотно розширити можливості синтезу каркасних стереозображень. Суть її полягає в тому, що вона дає можливість на кожному наступному кроці стереорекурсії використовувати в якості примітиву синтезу той каркасний стереообраз, який був отриманий на попередньому кроці рекурсії. Важливим моментом при цьому є спосіб організації записи каркасного стереофайлу в пам'ять [16,38]. Зауважимо, що для задоволення поставленим вище вимогам по точності візуалізації каркасних зображень (в сенсі кореспондентських точок для всіх стереопроцедур, включаючи стереорекурсію) повинна, по-перше, працювати процедура стереовікно; по-друге, структура стереофайлу будь-якого каркасного стереозображення повинна мати наступний вигляд:

$$b_i \quad a \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad \hat{x}_0 \hat{y}_0 \hat{z}_0 \quad X_1^1 Y_1^1 Z_1^1 \quad X_2^1 Y_2^1 Z_2^1 \quad X_1^2 Y_1^2 Z_1^2 \quad X_2^2 Y_2^2 Z_2^2 \\ X_1^3 Y_1^3 Z_1^3 \quad X_2^3 Y_2^3 Z_2^3 \quad X_1^4 Y_1^4 Z_1^4 \quad X_2^4 Y_2^4 Z_2^4 \quad \dots \quad X_1^i Y_1^i Z_1^i \quad X_2^i Y_2^i Z_2^i$$

де

i – число об'єктів візуалізації (кількість тривимірних відрізків) на кожному кроці рекурсії;

a – половина величини базису стереобачення;

$\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}$ – координати вектора зміщення правої світової системи координат і лівої екранної системи координат, виражені в екранній системі;

$\hat{x}_0 \hat{y}_0 \hat{z}_0$ – координати постійного ракурсу стереобачення, виражені в екранній системі координат;

$X_1^j Y_1^j Z_1^j X_2^j Y_2^j Z_2^j$ – тривимірні координати кінцевих точок довільного відрізка в просторі, які виражені в світовій системі координат ($j = 1 \div i$). Приклад використання процедури стереорекурсії, поряд з деякими іншими стереопроцедурами, наведений у Додатку С.

3.9 Процедура віртуального 3D занурення в графічних стереомоделях

При тривимірному графічному стереомодельованні реалізація можливості занурення віртуального спостерігача всередину тривимірної сцени є однією з найважливіших, оскільки дає досліднику унікальну можливість в повній мірі відчувати переваги бінокулярного зору при синтезі і аналізі 3D об'єктів і сцен [42]. У всіх, хто працював з графічними стереомоделями, виникало бажання не тільки спостерігати глибинні співвідношення досліджуваної стереомоделі, з одного ракурсу, а й природне бажання зануритися вглиб досліджуваного простору, щоб більш детально дослідити тривимірну зону інтересу. По суті, така процедура глибинного занурення зводиться до перерахунку стереоскопічної сцени для нового положення спостерігача.

Пропонується розглянути реалізацію даної процедури на базі теорії стереооператорів, розглянутих вище, де розташування спостерігача в просторі задається тривимірним вектором ракурсу спостереження \vec{R} , і, отже, перерахунок стереосцени повинен виконуватися з новою глибинною координатою \hat{Z} в цьому векторі. Тут відразу слід застерегти, що зміна координати \hat{z}_0 в стереоракурсі \vec{r}_0 для прямого стереооператора постійного ракурсу $S_0 \{ \}$ поставлене завдання не вирішує, як це бачиться на перший погляд. Компоненти вектора постійного стереоракурсу \vec{r}_0 визначають позицію перенісся дослідника перед екранною площиною стереомонітора. Відмінність цих значень координат від розрахункових (для яких синтезована графічна стереосцена) призводить лише до деформації сприйняття

стереоскопічних зображень, тобто до геометричних спотворень, як буде показано в наступному розділі дисертації. Моделювати процедуру занурення в глибину стереосцени за рахунок зміни глибинної координати \hat{z}_0 в формулах, що реалізують прямий стереооператор постійного ракурсу $S_0\{ \}$, не уявляється можливим. Переконаємося в цьому на простому прикладі, нехай $\vec{c}=0$, довільна просторова точка К знаходиться на екрані, тобто $Z_K = 0$. Розкриємо вираження (2.15):

$$x_l = \frac{X\hat{z}_0 - (Z + \dot{z})(\hat{x}_0 - a) + \hat{z}_0\dot{x}}{\hat{z}_0 - Z - \dot{z}},$$

$$x_r = \frac{X\hat{z}_0 - (Z + \dot{z})(\hat{x}_0 + a) + \hat{z}_0\dot{x}}{\hat{z}_0 - Z - \dot{z}},$$

Підставивши вибрані параметри в ці формули, отримуємо:

$$y = \frac{\hat{z}_0(\dot{y} - Y) - \hat{y}_0(Z + \dot{z})}{\hat{z}_0 - Z - \dot{z}}, \quad x_{l-k} = X_K, \quad x_{r-k} = X_K, \quad y_k = -Y_K.$$

Як бачимо, значення стереокоординат точки К, що знаходиться на екрані, не залежать від глибинної координати вектора ракурсу спостереження.

Для вирішення поставленої задачі віртуального занурення вглиб графічної стереосцени пропонується використовувати прямий стереооператор змінного ракурсу $S_i\{ \}$ [42].

Стереооператор $S_i\{ \}$ запропонований для випадку, коли дослідник, перебуваючи перед монітором стереосистеми в точці постійного ракурсу (заданий вектор \vec{r}_0), може бачити те, що бачив би віртуальний спостерігач, що переміщається в просторі щодо шуканого об'єкта.

Прямий стереооператор змінного ракурсу реалізується за допомогою залежностей (2.30):

$$\vec{s} = A(\vec{V} + \vec{c} - \Delta\vec{r}_i) / (\hat{z}_i - Z - \dot{z}).$$

Для реалізації процедури занурення уявного спостерігача в глибину тривимірної сцени і назад, необхідно і достатньо мати можливість програмним шляхом

змінювати глибинну координату $\pm \hat{Z}_i$ в світовій системі координат, або – її еквівалент в екранній системі координат $\pm \hat{z}_i$.

Переконаємося в цьому на тому ж прикладі. Нехай, довільна точка К стереоскопічної сцени знаходиться в площині стереоекрана, $Z_K = 0$, а вектор зсуву систем координат $\vec{c} = 0$. Запишемо (2.30) в координатах:

$$x_l = \frac{X_K \cdot \hat{z}_0 + Z_K \cdot (a - \hat{x}_0) + \hat{x}_0 (\hat{z}_i - \dot{z}) + \hat{z}_0 (\dot{x} - \hat{x}_i) + a (\dot{z} + \hat{z}_0 - \hat{z}_i)}{\hat{z}_i - Z_K - \dot{z}},$$

$$x_r = \frac{X_K \cdot \hat{z}_0 - Z_K \cdot (\hat{x}_0 + a) + \hat{x}_0 (\hat{z}_i - \dot{z}) + \hat{z}_0 (\dot{x} - \hat{x}_i) - a (\dot{z} + \hat{z}_0 - \hat{z}_i)}{\hat{z}_i - Z_K - \dot{z}},$$

$$y = \frac{Y_K \cdot \hat{z}_0 + Z_K \cdot \hat{y}_0 + \hat{y}_0 (2\hat{z}_0 + \dot{z} - \hat{z}_i) + \hat{z}_0 (\dot{y} - \hat{y}_i)}{Z_K + \dot{z} - \hat{z}_i}.$$

З огляду на $Z_K = 0$, $\vec{c} = 0$, отримаємо

$$x_l = \frac{X_K \cdot \hat{z}_0 + \hat{x}_0 \cdot \hat{z}_i + \hat{z}_0 (\dot{x} - \hat{x}_i) + a (\hat{z}_0 - \hat{z}_i)}{\hat{z}_i},$$

$$x_r = \frac{X_K \cdot \hat{z}_0 + \hat{x}_0 \cdot \hat{z}_i + \hat{z}_0 (\dot{x} - \hat{x}_i) - a (\hat{z}_0 - \hat{z}_i)}{\hat{z}_i},$$

$$y = \frac{Y_K \cdot \hat{z}_0 + \hat{y}_0 (2\hat{z}_0 - \hat{z}_i) - \hat{z}_0 \hat{y}_i}{-\hat{z}_i}.$$

Аналізуючи формули, ми бачимо, що складові стереопари шуканої точки мають різне значення в залежності від глибинної координати вектора стереоракурсу уявного спостерігача $\pm \hat{z}_i$. Спочатку розглянемо випадок, коли ракурс стереобачення уявного спостерігача і ракурс оператора перед екраном стереосистеми збігаються, $\vec{r}_i = \vec{r}_0$. Підставивши вихідні дані, отримаємо ті ж значення, що і в прикладі з прямим стереооператором постійного ракурсу $x_{l-k} = X_K$, $x_{r-k} = X_K$, $y_k = -Y_K$, тобто ліва складова стереопари дорівнює правій складовій, значить точка знаходиться на екранній площині. Тепер виконаємо процедуру

занурення в глибину, при тих же умовах, зменшуючи координату \hat{z}_i .
Нехай $\hat{z}_i = 0,5\hat{z}_0$, тоді стереокоординати шуканого вектора \vec{s} будуть:

$$x_{l-k} = 2X_K + a - \hat{x}_0, \quad x_{r-k} = 2X_K - a - \hat{x}_0, \quad y_k = -2Y_K + \hat{y}_0.$$

Розглянемо проекцію в плані, рис.3.19. Переконаємося за допомогою графіка в тому, що промені зору на одну і ту ж просторову точку К у віртуального спостерігача при зануренні збігаються з променями зору оператора перед стереомонітором, якщо використаний стереооператор змінного ракурсу.

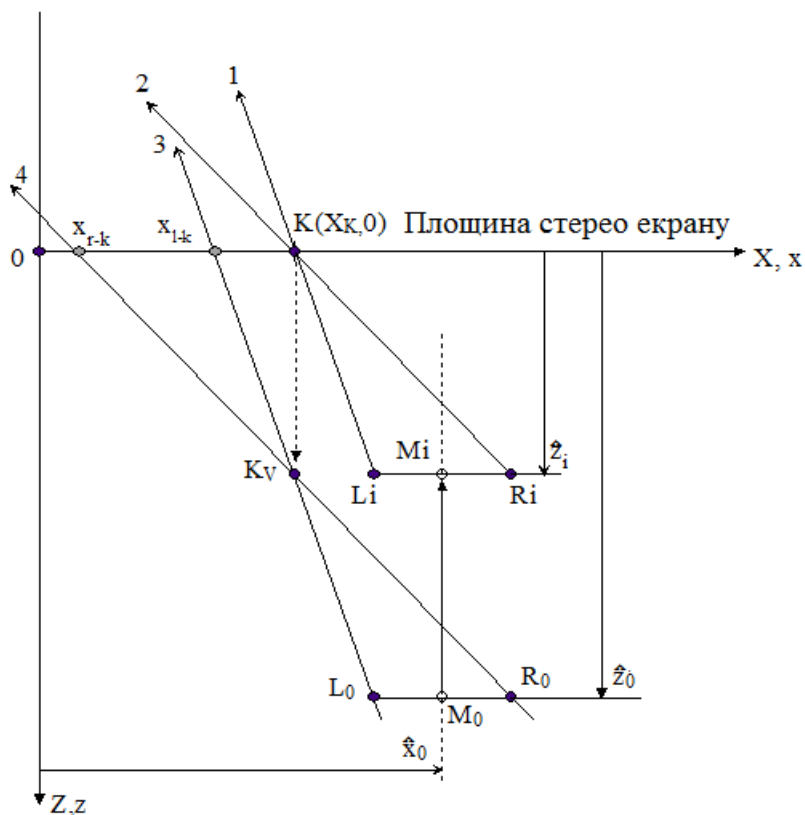


Рисунок 3.19. Проекція в плані

У початковому стані позиції віртуального спостерігача і оператора перед стереоекраном збігалися, і, отже, напрямок променів зору для лівих очей (L) і правих очей (R) на точку К у них були однаковими (на рис.3.19 ці промені не показані, щоб не ускладнювати малюнок для сприйняття). Після віртуального занурення в глиб стереосцени точка, відповідна переніссі віртуального спостерігача,

перемістилася паралельно осі 0-Z на величину $0,5\hat{z}_0$. При цьому промінь зору на точку К для лівого ока віртуального спостерігача став L_i1 , а для правого ока $-R_i2$. Відкладемо на осі 0-x, підраховані значення x_{l-k} і x_{r-k} .

Щоб визначити напрямок променів зору для кожного з очей оператора перед стереоекраном, з'єднаємо точку x_{l-k} з L_03 , а точку x_{r-k} з R_04 . Для лівого ока це промінь L_03 , для правого ока – промінь R_04 . Як видно з рисунку, промінь L_i1 паралельний променю L_03 , а промінь R_i2 паралельний променю R_04 . Тобто відповідні промені зору віртуального спостерігача і оператора перед екраном спрямовані на потрібну точку йдуть під однаковими кутами. Отже, застосування прямого стереооператора змінного ракурсу $S_i\{ \}$ для реалізації процедури глибинного віртуального занурення всередину графічної стереосцени є обґрунтованим.

Крім того, як видно з рисунку, з точки зору оператора, що знаходиться перед екраном стереомонітора, в результаті розглянутої процедури, точка К перемістилася в позицію K_v , причому це переміщення відбулося точно уздовж осі 0-Z і, як випливає з рисунку, на величину $0,5\hat{z}_0$. Це говорить про те, що той же самий ефект занурення вглиб модельної стереосцени може бути досягнутий і за допомогою прямого стереооператора постійного ракурсу, при цьому сама тривимірна стереосцена повинна бути зрушена в просторі вздовж координати Z, але в протилежному напрямку. Для отримання аналітичного підтвердження даного факту, скористаємося формулами зворотного стереооператора постійного ракурсу $S^{-1}_0\{ \}$ для зазначених вище параметрів. Зворотний стереооператор постійного ракурсу $S^{-1}_0\{ \}$ реалізується за допомогою формул (2.23) – (2.25):

$$X = \frac{2a(x_l - \dot{x}) + (x_l - x_r)(\hat{x}_0 - a - \dot{x})}{2a + x_l - x_r},$$

$$Y = \frac{2a(\dot{y} - y) + (x_l - x_r)(\dot{y} - \hat{y}_0)}{2a + x_l - x_r},$$

$$Z = \frac{(\hat{z}_0 - z)(x_l - x_r) - 2az}{2a + x_l - x_r}.$$

Підставивши отримані значення $x_{l-k} = 2X_K + a - \hat{x}_0$, $x_{r-k} = 2X_K - a - \hat{x}_0$, при $\bar{c} = 0$ в ці формули, маємо: $X = X_K$, $Z = 0,5\hat{z}_0$. Як бачимо, координата X для точки K_V залишилася тією ж, що і для точки K , а координата Z для точки K_V збільшилася рівно на $0,5\hat{z}_0$, тобто точно на таку величину, на яку зменшилася глибинна координата \hat{z}_i в векторі стереоракурса віртуального спостерігача.

3.10 Висновки по розділу

Отримані результати являють собою математичну основу для реалізації різних графічних стереопроцедур каркасного виду. Деякі з цих процедур традиційні: зсув, масштабування поворот, малювання, інші поставлені і вирішені вперше. Навіть традиційні стереопроцедури мають відмінну рису: масштабування і деформація може бути виконана щодо будь-якої точки стереопростору, яка встановлюється за допомогою тривимірного стереокурсора. Аналогічно може бути обрана будь-яка точка, навколо якої проводиться обертання. Тривимірні координати центру стереокурсора постійно виводяться на екран монітора. Нові стереопроцедури, такі як стереорекурсія, стереоінтерполяція, стереовікно, стереоогляд, стереозанурення істотно розширили можливості каркасної стереографіки; а також дозволили вирішити кореспондентську задачу і проблему крайового ефекта для каркасних стереозображень, реалізованих на основі запропонованого операторного методу стереоперетворень. Процедура стереоінтерполяції розглянутого виду дає можливість здійснювати швидкий і наочний пошук оптимальних кривих з безперервним процесом стереовізуалізації. Особливістю процедури є те, що в процесі синтезу стереоінтерполяційна крива, що проходить через три довільні точки в просторі, завжди тягнеться своїм екстремумом в середній точці за центром фігури прицілювання стереокурсора. Модельні стереоексперименти повністю підтвердили

правильність закладених принципів синтезу просторових інтерполяційних кривих зазначеного виду.

Отримані математичні співвідношення дають можливість отримувати всі необхідні дані для побудови алгоритму стереовідсікання стереовікном, що розташовуються як в площині екранної площині, так і в області стереобачення паралельно екранної площині. Відсікання виконується по контуру прямокутної області з довільним розміром сторін. Контур стереовікна може бути поміщений в будь-яку область в діалоговому режимі. В результаті реалізації запропонованих підходів були побудовані ефективні алгоритм і програма, що допускають комп'ютерну процедуру стереовідсікання для всіх режимів графічних стереоперетворень (стереокурсор, стереорисувальник, стереоінтерполятор, стереоманіпулятор (зміщення, огляд, поворот, деформація), і інш.). Таким чином, повністю вирішена проблема крайового стереоефекту для будь-яких каркасних зображень, синтезованих за допомогою графічних процедур, створених на основі операторного методу стереоперетворення.

Процедура глибинного занурення віртуального спостерігача в стереопростір може бути реалізована двома способами: або за рахунок зміни координати Z вектора стереоракурсу в прямому стереооператорі змінного ракурсу $S_i\{ \}$; або за рахунок переміщення шуканої графічної стереосцени уздовж координати Z в протилежному напрямку при реалізації прямого стереооператора постійного ракурсу $S_0\{ \}$, при постійному векторі \vec{r}_0 . Остання обставина служить підставою до того, що процедура глибинного занурення в стереопростір, утворене на базі натурних стереосцен (стереофото, стереовідео), може бути реалізована на базі процедур наїзду.

РОЗДІЛ 4

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ГЕОМЕТРИЧНИХ СПОТВОРЕНЬ В СТЕРЕОБАЧЕННІ

У зв'язку з тим, що останнім часом засоби отримання, переробки і відображення тривимірної інформації вийшли зі стін лабораторій і все частіше застосовуються в нових технологіях дистанційного контролю і управління, важливим стає питання, про адекватність уявлення просторової інформації.

Ту чи тривимірну сцену або об'єкт (які спочатку були задумані дизайнером або отримані оператором) бачить конкретний спостерігач, який використовує який-небудь засіб візуалізації тривимірної інформації?

Відповідь на поставлене запитання набуває особливої важливості в тих випадках, коли системи об'ємного бачення використовуються в критичних технологіях просторового управління реального часу з людиною в контурі управління.

Це перш за все енергетичні галузі:

- Дистанційне управління роботами і маніпуляторами, працюючими в шкідливих зонах високого рівня радіації або електрики, де людина перебувати не може (монтажно-демонтажні, вантажно-розвантажувальні, ремонтні або профілактичні роботи);
- Дистанційний просторовий моніторинг бункерів і зон захоронення радіоактивних і інших відходів;
- Дистанційне управління роботами і маніпуляторами, працюючими на підводному шельфі морів і океанів в системах розвідки і видобутку енергоресурсів.

Оператор систем дистанційного керування приймає рішення на той чи інший рух виконавчого механізму виходячи з інформації, що надходить по системам тривимірного бачення; і будь-яка помилка в цьому контурі призводить, в кінцевому рахунку, до помилки в управлінні, що в ряді випадків не допустимо.

Можна привести багато прикладів і з інших областей науки, де ефект застосування систем тривимірного бачення в сучасних технологіях в першу чергу пов'язаний з точністю і достовірністю систем візуалізації інформації (космонавтика, медицина, хімія, біологія і т.д.).

Нашою метою є створення загальної математичної моделі аналізу стереоскопічних зображень по всьому каналу проходження інформації: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран – спостерігач.

Така модель дасть можливість аналізувати геометричні деформації по всьому каналу проходження сигналу і природно буде ефективним інструментом при проектуванні стереосистем, що володіють мінімальними спотвореннями.

При цьому математична модель повинна:

- давати можливість враховувати різні значення базисів стереобачення стереокамери, стереопроєктора, спостерігача;
- давати можливість враховувати різні значення стереоракурсів для камери, проєктора, спостерігача;
- давати можливість аналізувати деформації і в тому випадку, коли еквівалентний стереобазис у проєктора дорівнює нулю;
- давати можливість враховувати оптичний коефіцієнт масштабування (збільшення або зменшення) у стереопроєктора;
- давати можливість аналізувати стереозображення як по всьому каналу проходження інформації (в зазначеному вище сенсі) так і по окремих його частинах (наприклад, можна аналізувати спотворення в системі: екран – спостерігач і в системі: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор);
- давати можливість аналізувати стереоскопічні зображення при різних поєднаннях перерахованих вище можливостей.

Спочатку ми знайдемо математичну модель аналізу деформацій в системі: екран – спостерігач, потім в системі: об'єкт – стереокамера – стереопроектор для різних випадків і в кінці отримаємо загальні математичні моделі для аналізу геометричних спотворень.

4.1 Математична модель для аналізу стереозображень в системі: екран – спостерігач

Стереосистема: екран – спостерігач[37,102,103] являє собою самостійну систему, що охоплює розділ комп'ютерного, віртуального стереобачення, де стереозображення синтезуються людиною за допомогою комп'ютера і стереопроцедур.

4.1.1 Деформація стереоскопічного зображення при переміщенні спостерігача. Кожен, хто спостерігав на екрані дисплея стереоскопічні комп'ютерні зображення, звернув увагу на те, що при зміщенні від точки статичного ракурсу вліво або вправо, вгору або вниз, вперед або назад стереоскопічні образи змінюються, наближаючись, віддаляючись, зміщуючись, спотворюючись. Природно, виникає питання про те, у відповідності з якими закономірностями відбувається деформація зображень в розглянутих ситуаціях.

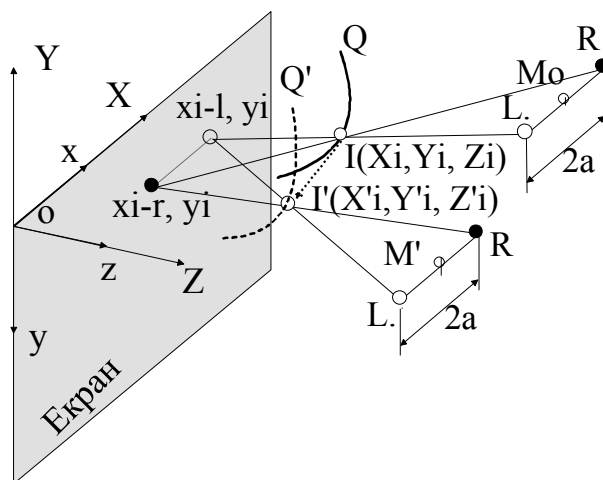


Рисунок.4.1. Деформація при іншому ракурсі

Якщо прийняти, що лінія L-R, що з'єднує ліве і праве око оператора, при всіх переміщеннях останнього залишається паралельною до осі OX, то всі випадки переміщення оператора можуть бути розглянуті з позиції неточного завдання вектора статичного ракурсу. Розглянемо різні види деформацій стереоскопічних зображень при переміщенні оператора окремо уздовж кожної з координатних осей.

На екран виведена стереопара точки I просторового об'єкта Q для випадку, коли перенісся спостерігача знаходиться в точці M_0 (рис.4.1). Спостерігач з якихось причин перемістився з розрахункової точки M_0 в точку M' (вектор позиції спостерігача при цьому дорівнює \vec{r}'_1).

При цьому лінія, що з'єднує очі спостерігача залишилася паралельною осі o-x. Як видно з рис.4.1, в цьому випадку точка $I(X_i, Y_i, Z_i)$ перемістилася в точку $I'(X'_i, Y'_i, Z'_i)$. Виникає питання, як зміняться координати точки I при такій трансформації. Для відповіді на поставлене питання скористаємося формулами прямого і зворотного стереооператора постійного ракурсу (2.15), (2.17), при $\vec{c} = 0$.

Спочатку знайдемо стереовектор для точки I, відповідний стереоракурсу \vec{r}'_0 , далі визначимо вектор \vec{v}'_i за формулою зворотного стереооператора для нового стереоракурсу \vec{r}'_1 .

$$\begin{aligned}\vec{s}_i &= A \bullet \vec{v}_i / (\hat{z}_0 - Z_i), & \vec{v}'_i &= (\hat{z}_1 - Z'_i) \cdot A_1^{-1} \bullet \vec{s}_i, \\ \vec{v}'_i &= \frac{(\hat{z}_1 - Z'_i)}{(\hat{z}_0 - Z_i)} \cdot P \bullet \vec{v}_i,\end{aligned}$$

де

$P = A_1^{-1} \bullet A$ квадратна матриця,

$$A_1^{-1} = \frac{1}{2a\hat{z}_1} \cdot \begin{bmatrix} a + \hat{x}_1 & a - \hat{x}_1 & 0 \\ -\hat{y}_1 & \hat{y}_1 & -2a \\ \hat{z}_1 & -\hat{z}_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{r}'_1 = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{y}_1 \\ \hat{z}_1 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} \hat{z}_0 / \hat{z}_1 & 0 & (\hat{x}_1 - \hat{x}_0) / \hat{z}_1 \\ 0 & \hat{z}_0 / \hat{z}_1 & (\hat{y}_0 - \hat{y}_1) / \hat{z}_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Після розкриття матричного виразу отримаємо:

$$X'_i = \frac{\hat{z}_0 X_i + (\hat{x}_1 - \hat{x}_0) Z_i}{\hat{z}_0}; \quad Y'_i = \frac{\hat{z}_0 Y_i + (\hat{y}_0 - \hat{y}_1) Z_i}{\hat{z}_0}; \quad Z'_i = \frac{\hat{z}_1}{\hat{z}_0} \cdot Z_i.$$

Якщо новий вектор статичного ракурсу виразити через вихідний вектор статичного ракурсу, то останні формули можна уявити в більш зручному вигляді, у вигляді похибок.

$$\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{y}_1 \\ \hat{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 \pm m \\ \hat{y}_0 \pm l \\ \hat{z}_0 \pm k \end{bmatrix}. \quad \Delta \vec{v} = \vec{v}'_i - \vec{v}_i;$$

$$\Delta X = \frac{\pm m(x_{i-l} - x_{i-r})}{2a + x_{i-l} - x_{i-r}}, \quad \Delta Y = \frac{\mp l(x_{i-l} - x_{i-r})}{2a + x_{i-l} - x_{i-r}}, \quad \Delta Z = \frac{\pm k(x_{i-l} - x_{i-r})}{2a + x_{i-l} - x_{i-r}}.$$

Аналізуючи останні формули можна зробити наступний висновок: деформація будь-якого тривимірного об'єкту, обумовлена паралельним зміщенням спостерігача щодо розрахункової точки постійного ракурсу, прямо пропорційна величині зсуву позиції спостерігача, прямо пропорційна паралаксу і обернено пропорційна величині, що дорівнює сумі паралакса і базису стереобачення.

Або в іншому вигляді:

$$\Delta \vec{v} = \frac{Z_i}{\hat{z}_0} \cdot \begin{bmatrix} \pm m \\ \mp l \\ \pm k \end{bmatrix}.$$

Іншими словами, в цьому випадку деформація пропорційна величині зсуву позиції спостерігача, прямо пропорційна відстані від об'єкту до екранної площини

і обернено пропорційна відстані від екранної площини до розрахункової точки постійного ракурсу.

На рис.4.2 наведено приклад деформації куба, пов'язаної з новим положенням спостерігача, приведено три проекції.

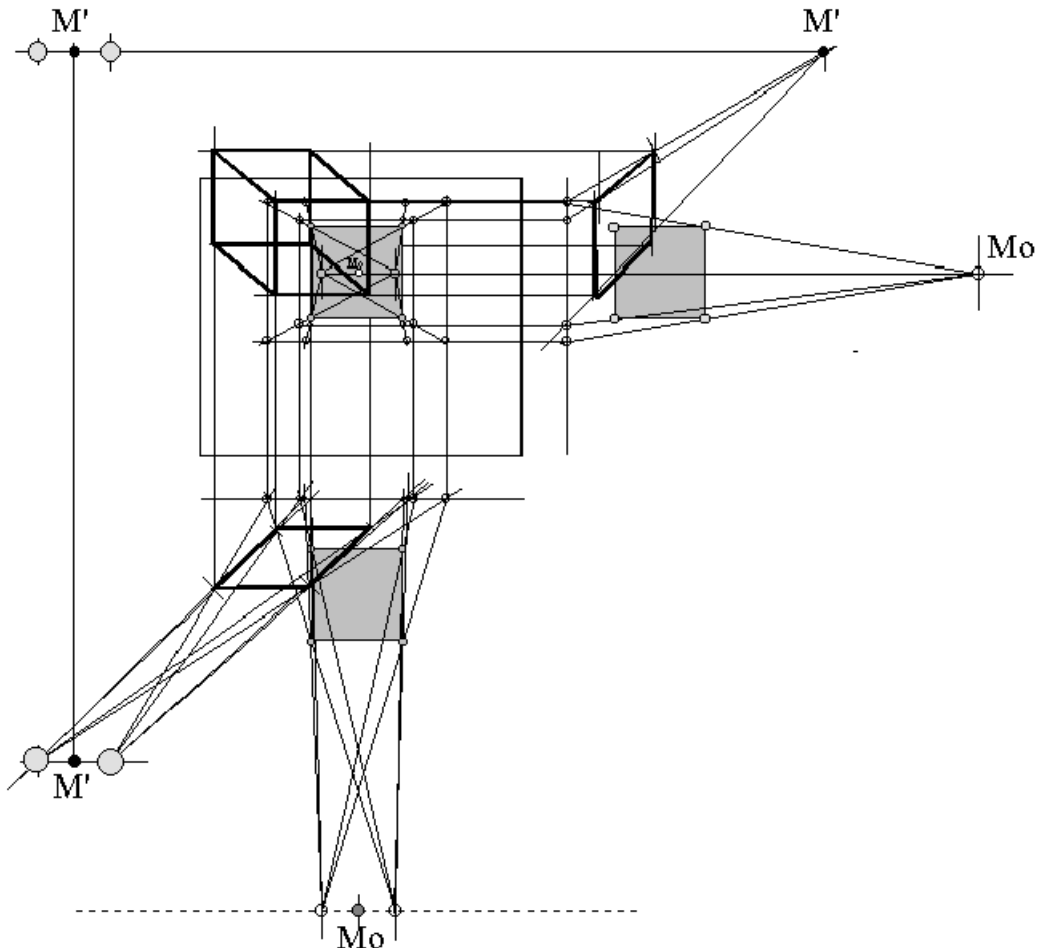


Рисунок 4.2. Приклад деформації куба при іншому стерео ракурсі

4.1.2 Деформація стереоскопічних зображень, що обумовлена іншим стереобазисом спостерігача. А) *Деформація точки*. На рис.4.3 наведено інший випадок деформації стереоскопічного зображення, викликаний тим, що стереозображення спостерігається при іншому базисі стереобачення. Стереопара отримана для базису 2a при ракурсі \tilde{r}_0 , а спостерігається при базисі 2b, при тому ж стереоракурсі. З рис. 4.3 видно, що в даному випадку спостерігач замість точки I буде бачити іншу точку – I'. Для визначення просторових координат точки I' можна

вчинити аналогічно вищевикладеному. Спочатку прямий стереооператор застосувати до просторової точки I при

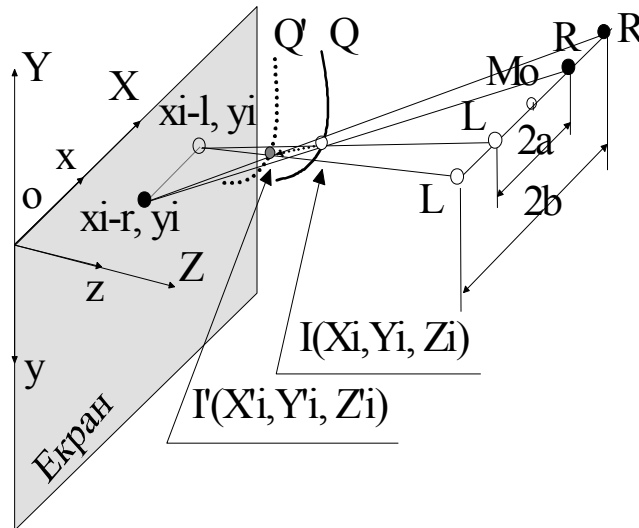


Рисунок 4.3. Деформація при іншому базисі стереобачення.

стереобазисі $2a$, а потім до отриманого стереовектору застосувати зворотний стереооператор при стереобазисі $2b$. Аналіз ведеться для випадку $\vec{c} = 0$.

$$\vec{s}_i = A_a \cdot \vec{v}_i / (\hat{z}_0 - Z_i), \quad \vec{v}'_i = (\hat{z}_0 - Z'_i) \cdot A_b^{-1} \cdot \vec{s}_i,$$

$$\vec{v}'_i = \frac{(\hat{z}_0 - Z'_i)}{(\hat{z}_0 - Z_i)} \cdot T \cdot \vec{v}_i,$$

де

$$T = A_b^{-1} \cdot A_a \quad \text{- квадратна матриця.}$$

$$A_a = \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & 0 & a - \hat{x}_0 \\ \hat{z}_0 & 0 & -a - \hat{x}_0 \\ 0 & -\hat{z}_0 & -\hat{y}_0 \end{bmatrix}, \quad A_b^{-1} = \frac{1}{2b\hat{z}_0} \cdot \begin{bmatrix} b + \hat{x}_0 & b - \hat{x}_0 & 0 \\ -\hat{y}_0 & \hat{y}_0 & -2b \\ \hat{z}_0 & -\hat{z}_0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\hat{x}_0(a-b)}{b \cdot \hat{z}_0} \\ 0 & 1 & \frac{\hat{y}_0(b-a)}{b \cdot \hat{z}_0} \\ 0 & 0 & \frac{a}{b} \end{bmatrix}.$$

Після розкриття матричного виразу і спрощення маємо:

$$X'_i = \frac{X_i \cdot b \cdot \hat{z}_0 + Z_i \cdot \hat{x}_0(a-b)}{b\hat{z}_0 + Z_i(a-b)}, \quad (4.1)$$

$$Y'_i = \frac{Y_i \cdot b \cdot \hat{z}_0 + Z_i \cdot \hat{y}_0(b-a)}{b\hat{z}_0 + Z_i(a-b)}, \quad (4.2)$$

$$Z'_i = \frac{Z_i \cdot a \cdot \hat{z}_0}{b\hat{z}_0 + Z_i(a-b)}. \quad (4.3)$$

Формули (4.1)–(4.3) отримані для довільної точки простору стереобачення і тому носять загальний характер. Наведемо ці формули в матричному вигляді (4.4),

$$\vec{V}'_i = Q \bullet \vec{V}_i / [a \cdot \hat{z}_0 + Z_i(b-a)], \quad (4.4)$$

де

\vec{V}_i - вектор координат будь-якої точки і об'єкта, розташованого в просторі стереобачення,

\vec{V}'_i - вектор тривимірних координат точки і'-точки, що зазнала деформації за рахунок зміни ракурсу стереобачення спостерігача,

Q - квадратна матриця деформації (4.5),

$$Q = \begin{bmatrix} a \cdot \hat{z}_0 & 0 & \hat{x}_0(b-a) \\ 0 & a \cdot \hat{z}_0 & \hat{y}_0(a-b) \\ 0 & 0 & b \cdot \hat{z}_0 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Знаючи вектора \vec{V}_i і \vec{V}_i' можна знайти компоненти вектора похибок для даного виду деформації.

$$\Delta X_i = \frac{Z_i(X_i - \hat{x}_0) \cdot (a-b)}{b\hat{z}_0 + Z_i(a-b)}, \quad \Delta Y_i = \frac{Z_i(Y_i + \hat{y}_0) \cdot (a-b)}{b\hat{z}_0 + Z_i(a-b)}, \quad \Delta Z_i = \frac{Z_i(\hat{z}_0 - Z_i) \cdot (b-a)}{b\hat{z}_0 + Z_i(a-b)}.$$

В. Деформація відрізка прямої. Подивимося тепер як поведе довільний відрізок прямої будь-якого об'єкта при даному виді деформації. На рис.4.4, 4.5 наведені дві ортогональні проекції. На стереоекран виведена стереопара відрізка прямої лінії А-В, довільного об'єкта, наявного в перед екранної і за екранної зонах стереобачення. Стереопари отримані для стереобазису 2b. Спостерігач знаходиться в тому ж ракурсі, при якому було отримано зображення, але має інший стереобазис, 2a. Як видно з геометричних побудов, в результаті зміни базису спостерігач бачить замість відрізка А-В відрізок А'-В'. При цьому всі точки відрізка прямої, що знаходяться в перед екранної області відрізок (А- ω) наблизилися в напрямку точки M_0 , а всі точки відрізка прямої в за екранної області, відрізок (ω -В) віддалилися в напрямку від точки M_0 . В результаті відрізок довільної прямої, який перетинав екран в плані під кутом α і під кутом β у фронтальній проекції, повернувся на кут γ в плані і на кут φ у фронтальній проекції. Поворот стався навколо точки ω .

Треба визначити деформаційні кути повороту будь-якого відрізка прямої. Зробимо додаткові побудови. З точок А (X,Z), А' (X',Z') опустимо перпендикуляри на вісь ОХ (рис.4.4). Отримаємо відповідно точки В, С.

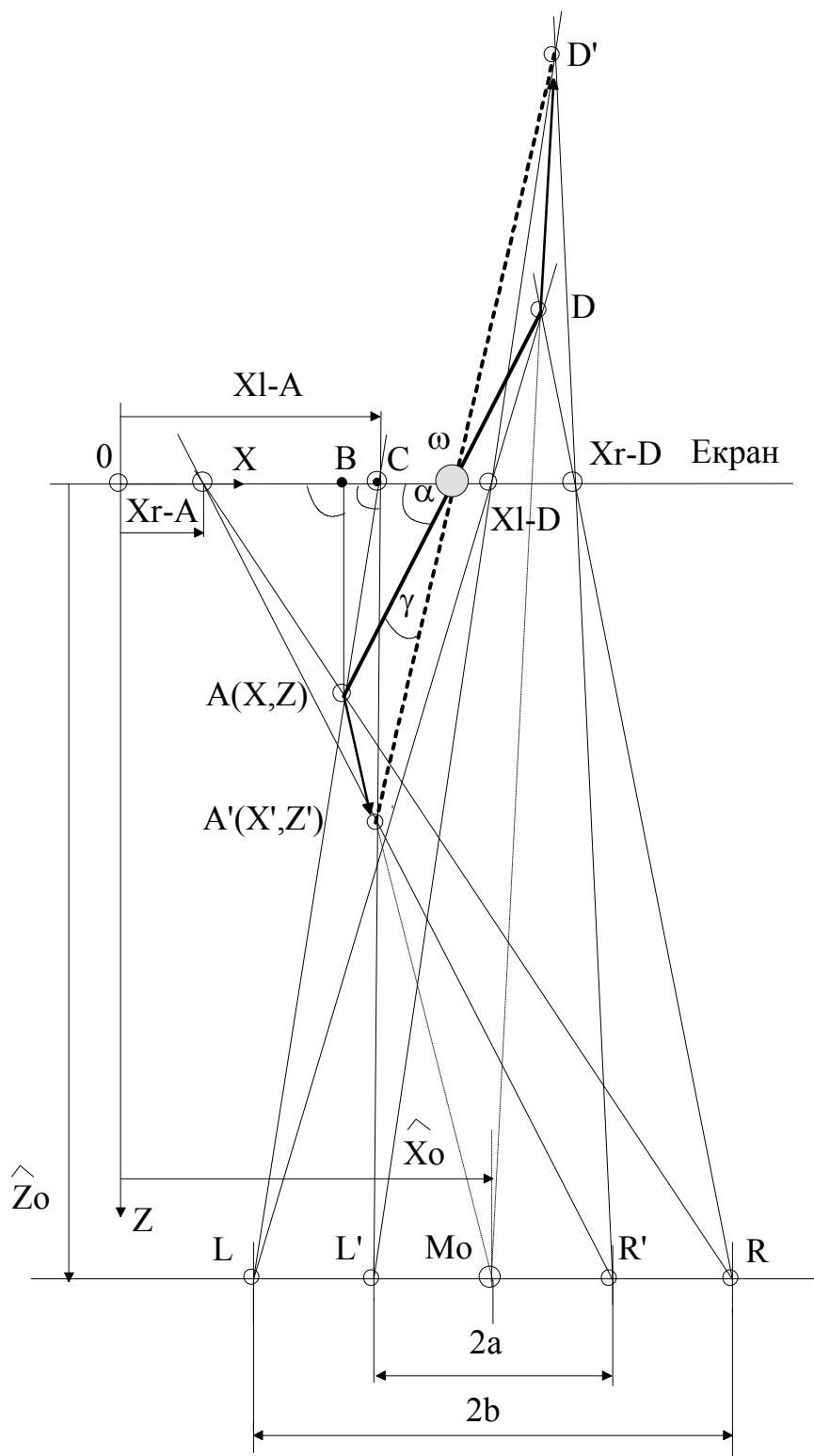


Рисунок 4.4. Деформація відрезка прямої, вид зверху

Опустимо перпендикуляри їх точок $A'(Y',Z')$, $A(Y,Z)$ на вісь OY (рис.4.5).
отримаємо, відповідно, точки F , E . Розглянемо проекцію в плані.

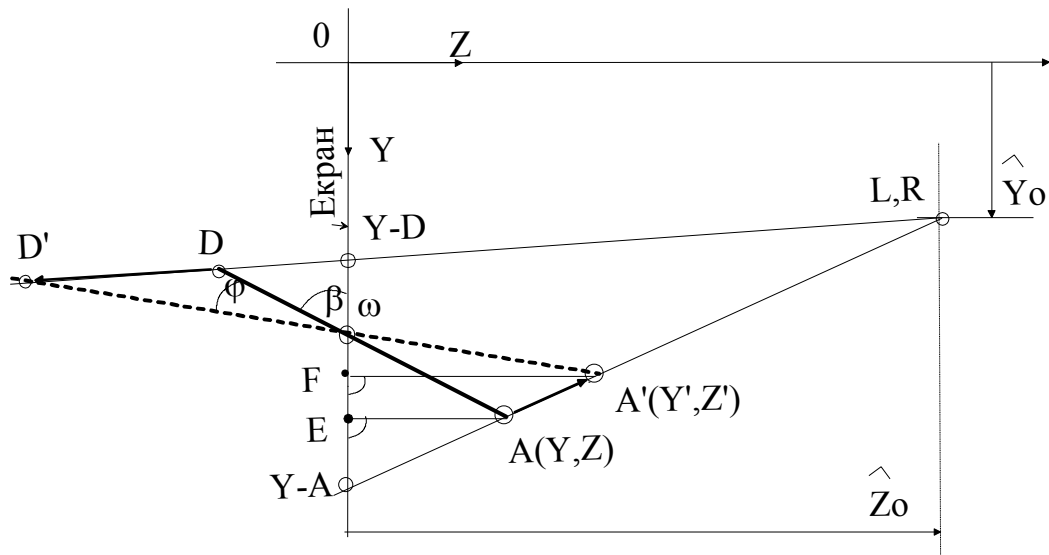


Рисунок 4.5. Деформація відрізка прямої, вид збоку

Наша задача, знаючи кут α довільного відрізка прямої і координати будь-якої точки, що лежить на даному відрізку, наприклад, точки $A(X,Y,Z)$, визначити деформаційний кут повороту даного відрізка через неточності базису стереобачення при спостереженні. Запишемо результат для кута γ без пояснення:

$$B\omega = Z \cdot \operatorname{ctg} \alpha, \quad O\omega = OB + B\omega = X + Z \cdot \operatorname{ctg} \alpha,$$

$$C\omega = O\omega - X' = X + Z \cdot \operatorname{ctg} \alpha - X',$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \gamma) = Z' / C\omega = \frac{Z'}{X + Z \cdot \operatorname{ctg} \alpha - X'},$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left(\frac{Z'}{X + Z \cdot \operatorname{ctg} \alpha - X'} \right) - \alpha. \quad (4.6)$$

Підставляючи (4.1), (4.3) в (4.6) і спрощуючи, отримаємо:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left[\frac{b \cdot \hat{z}_0}{a \cdot \hat{z}_0 \cdot \operatorname{ctg} \alpha + (X + Z \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \hat{x}_0)(b - a)} \right] - \alpha. \quad (4.7)$$

Тепер розглянемо фронтальну проекцію. Потрібно визначити деформаційний кут φ .

$$\begin{aligned} E\omega &= Z \cdot \operatorname{ctg} \beta, \\ O\omega &= OE - E\omega = Y - Z \cdot \operatorname{ctg} \beta, \\ F\omega &= Y' - O\omega' = Y' - Y + Z \cdot \operatorname{ctg} \beta, \\ \operatorname{tg}(\varphi + \beta) &= Z' / F\omega = \frac{Z'}{Y' - Y + Z \cdot \operatorname{ctg} \beta}, \\ \varphi &= \operatorname{arctg} \left(\frac{Z'}{Y' - Y + Z \cdot \operatorname{ctg} \beta} \right) - \beta. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Підставляючи (4.2), (4.3) в (4.8) і спрощуючи, отримаємо:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left[\frac{b \cdot \hat{z}_0}{a \cdot \hat{z}_0 \cdot \operatorname{ctg} \beta + (Z \cdot \operatorname{ctg} \beta - Y - \hat{y}_0)(b - a)} \right] - \beta. \quad (4.9)$$

Неважко помітити, що в силу геометричної симетрії, якщо стереообраз створений для меншого базису, а розглядається з більшого базису, то на противагу розглянутому вище, всі точки зображення, що знаходяться в перед екранної області будуть віддалятися від глядача в напрямку від точки M_0 , а всі точки заекранного зображення будуть наближатися до глядача в напрямку точки M_0 . Кількісні співвідношення можуть бути отримані за допомогою вищевикладених формул, якщо в них відповідно поміняти місцями значення базисів "a" і "b". На рис.4.6 в якості ілюстрації наведений випадок деформації квадрата ABCD, розташованого в перед екранної області стереобачення (проекція в плані).

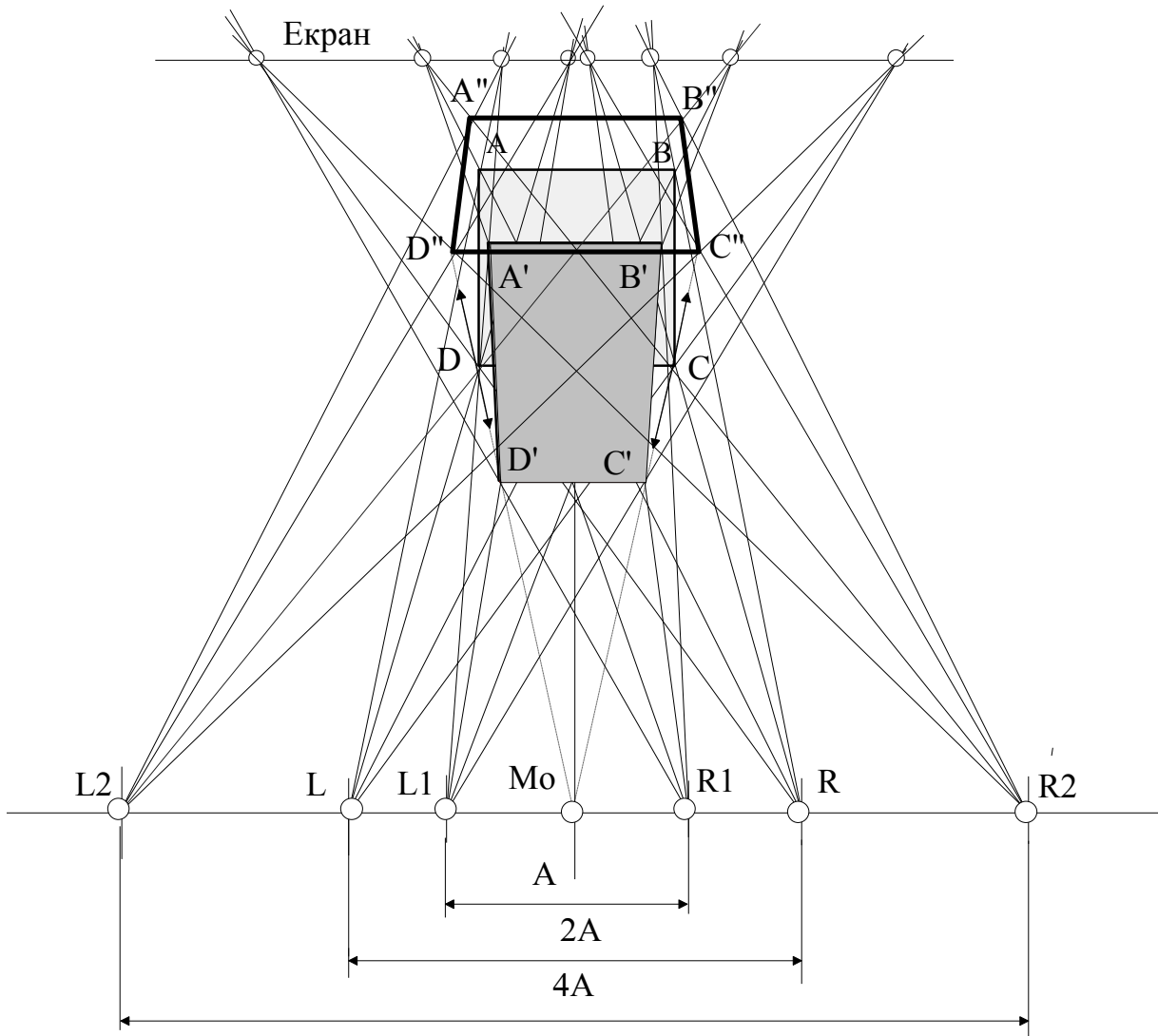


Рисунок 4.6. Приклад деформації квадрата при іншому базисі стереобачення, перед екранна область

На рис.4.7 наведено випадок деформації квадрата $ABCD$, розташованого в за екранної зоні стереобачення (проекція в плані). Стереопара квадрата отримана для базису стереобачення, рівного $2A$. Якщо дана стереопара квадрата спостерігається при базисі A , глядач бачить фігуру $A'B'C'D'$. Якщо дана стереопара квадрата спостерігається при базисі $4A$, глядач бачить фігуру $A''B''C''D''$.

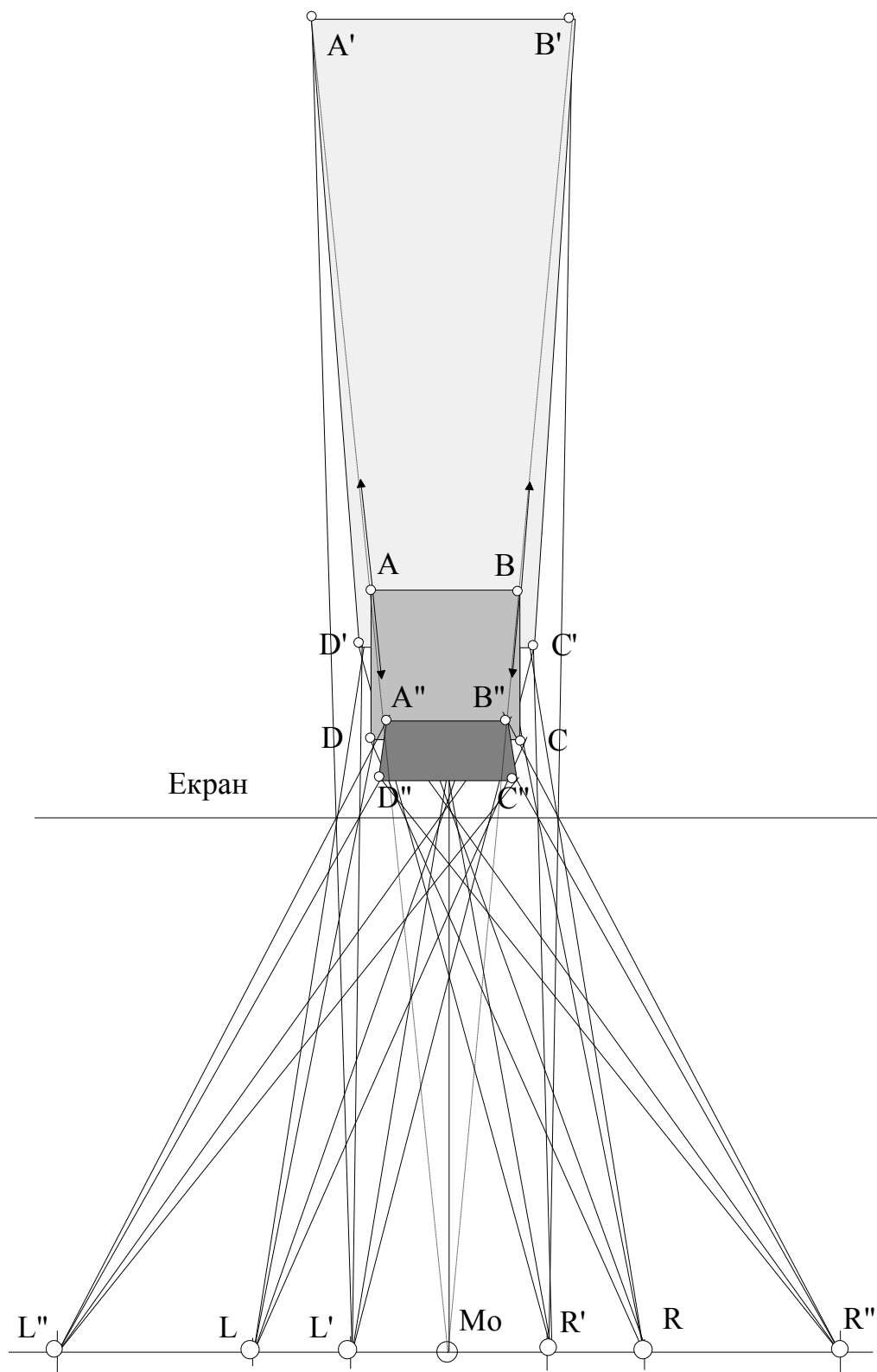


Рисунок 4.7. Приклад деформації квадрата при іншому базисі стереобачення, за екранна область

4.1.3 Деформація стереоскопічних зображень, що обумовлена одночасною зміною стереобазиса і стереоракурса. Вище були отримані математичні моделі для аналізу геометричних спотворень при зміні ракурсу і базису стереобачення окремо. В даному пункті будуть досліджені характер і величина деформації стереоскопічних зображень коли і базис, і ракурс стереобачення при спостереженні не відповідають тому базису і ракурсу, для яких дане стереозображення було створено. На рис.4.8, 4.9 наведені дві ортогональні проекції при наступній постановці задачі. На стереоекран виведена стереопара відрізка A-D прямої лінії довільного просторового об'єкта, розташованого в перед екранної і за екранної областях стереобачення. На рисунках позначені стереопари тільки кінцевих точок відрізка A-D (Xl-A, Xr-A, Y-A, Xl-D, Xr-D, Y-D). Стереопари отримані для стереобазиса, рівного $2b$ і для стереоракурса, заданого вектором \vec{r}_0 в екранній системі координат (точка M_0). Стереозображення спостерігається з нового ракурсу (точка M_i), яка задається вектором \vec{r}_i в екранній системі координат. Спостереження ведеться при новому базисі стереобачення, $2a$. Як видно з геометричних побудов, спостерігач замість відрізка прямої A-D бачить відрізок прямої A'-D', який змінився в розмірі і повернувся в горизонтальній площині на кут γ і у фронтальній площині на кут φ . Спочатку відрізок A-D перетинав площину екрану в точці ω під кутом α , в плані і під кутом β , у фронтальній площині.

Ставиться задача: знаючи тривимірні координати будь-якої довільної точки об'єкта з області стереобачення, наприклад точки A (X, Y, Z) визначити тривимірні координати деформованої точки A'(X',Y',Z') одержуваної в результаті спостереження стереозображення з нового ракурсу стереобачення і при новому базисі. Також ставиться задача, визначити деформаційні кути повороту довільного відрізка прямої об'єкта, наприклад відрізка A-D. Для вирішення поставленої задачі в першій її частині скористаємося формулами, які реалізують прямий і зворотний стереооператори постійного ракурсу. При цьому не обмежуючи спільності міркувань, приймемо $\vec{c} = 0$.

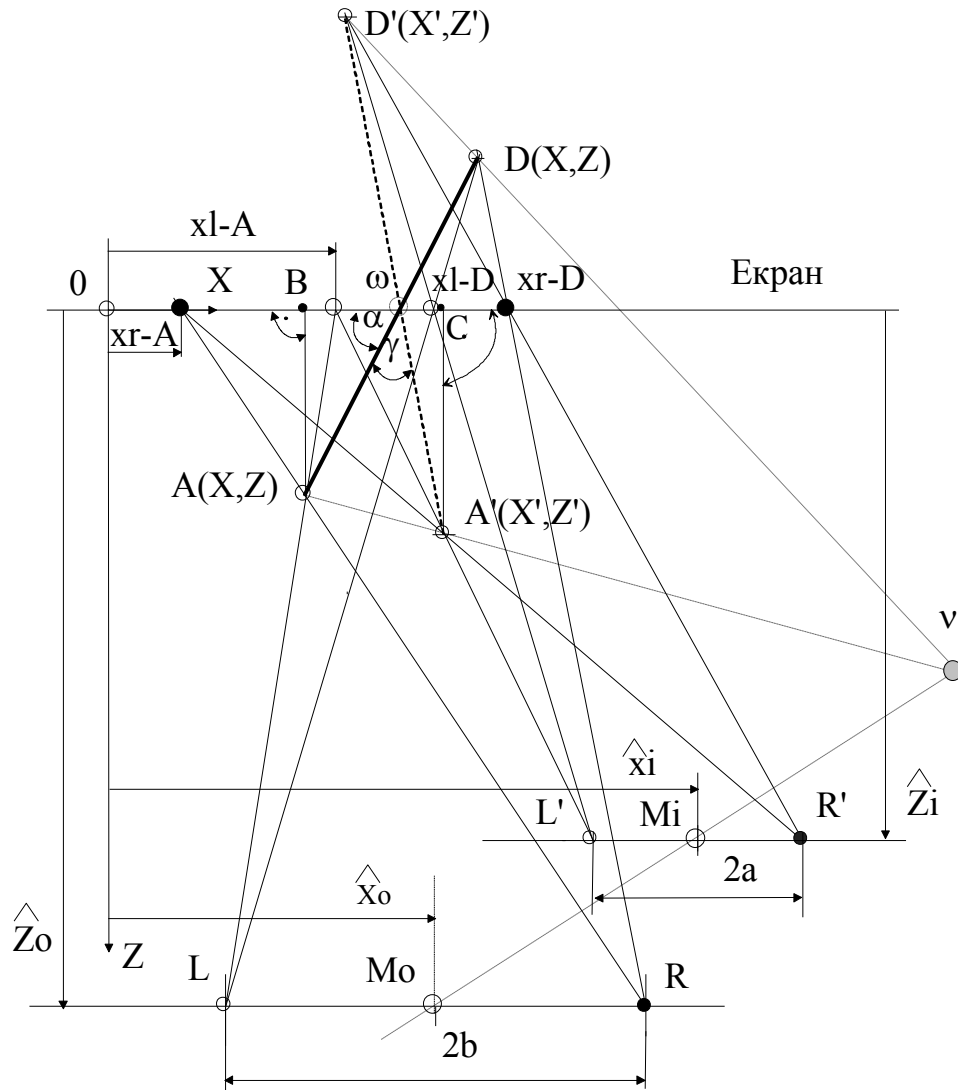


Рисунок 4.8. Деформація при одночасній зміні базису і ракурсу стереобачення, вид спереду

В результаті початок світової системи координат співпадає з початком екранної системи координат; напрямки осей ou і OY , будуть протилежні одна одній. При зроблених припущеннях реалізація прямого стереооператора постійного ракурсу буде визначена виразом:

$$\vec{s} = A_b \bullet \vec{v} / (\hat{z}_0 - Z), \quad (4.10)$$

де

$$A_b = \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & 0 & b - \hat{x}_0 \\ \hat{z}_0 & 0 & -b - \hat{x}_0 \\ 0 & -\hat{z}_0 & -\hat{y}_0 \end{bmatrix}.$$

Щоб визначити шуканий вектор координат точки, що зазнала деформації, застосуємо формулу, що реалізує зворотний стереооператор постійного ракурсу.

$$\bar{v}' = (\hat{z}_i - Z') \cdot A_a^{-1} \cdot \bar{s}, \quad (4.11)$$

де

$$A_a^{-1} = \frac{1}{2a\hat{z}_i} \cdot \begin{bmatrix} a + \hat{x}_{i1} & a - \hat{x}_i & 0 \\ -\hat{y}_i & \hat{y}_i & -2a \\ \hat{z}_i & -\hat{z}_i & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{v}' = \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}.$$

Підставляючи (4.10) в (4.11), маємо:

$$\bar{v}' = \frac{(\hat{z}_i - Z')}{(\hat{z}_0 - Z)} \cdot A_a^{-1} \cdot A_b \cdot \bar{v}. \quad (4.12)$$

Позначимо $A_a^{-1} \cdot A_b = H$.

Виконавши процедуру множення матриць, отримаємо елементи матриці H:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\hat{z}_0}{\hat{z}_i} & 0 & \frac{\hat{x}_i \cdot b - \hat{x}_0 \cdot a}{a \cdot \hat{z}_i} \\ 0 & \frac{\hat{z}_0}{\hat{z}_i} & \frac{a \cdot \hat{y}_0 - b \cdot \hat{y}_i}{a \cdot \hat{z}_i} \\ 0 & 0 & \frac{b}{a} \end{bmatrix}.$$

Тепер можемо знайти компоненти вектора \bar{v}' , розкривши матричне рівняння і спростивши його.

$$X' = \frac{(\hat{z}_i - Z') \cdot [X \cdot a \cdot \hat{z}_0 + Z(b \cdot \hat{x}_i - a \cdot \hat{x}_0)]}{(\hat{z}_0 - Z) \cdot a \cdot \hat{z}_i}, \quad (4.13)$$

$$Y' = \frac{(\hat{z}_i - Z') \cdot [Y \cdot a \cdot \hat{z}_0 + Z(a \cdot \hat{y}_0 - b \cdot \hat{y}_i)]}{(\hat{z}_0 - Z) \cdot a \cdot \hat{z}_i}, \quad (4.14)$$

$$Z' = \frac{(\hat{z}_i - Z') \cdot Z \cdot b}{(\hat{z}_0 - Z) \cdot a}. \quad (4.15)$$

Визначимо з (4.15) величину Z'

$$Z' = \frac{Z \cdot b \cdot \hat{z}_i}{Z(b - a) + a \cdot \hat{z}_0}. \quad (4.16)$$

Підставимо (4.16) в (4.13)

$$X' = \frac{X \cdot a \cdot \hat{z}_0 + Z(b \cdot \hat{x}_i - a \cdot \hat{x}_0)}{Z(b - a) + a \cdot \hat{z}_0}. \quad (4.17)$$

Підставимо (4.16) в (4.14),

$$Y' = \frac{Y \cdot a \cdot \hat{z}_0 + Z(a \cdot \hat{y}_0 - b \cdot \hat{y}_i)}{Z(b - a) + a \cdot \hat{z}_0}. \quad (4.18)$$

Тепер можна визначити компоненти вектора деформації, $\Delta \vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$

$$\Delta X = \frac{X \cdot Z(a - b) + Z(b \cdot \hat{x}_i - a \cdot \hat{x}_0)}{Z(b - a) + a \cdot \hat{z}_0}, \quad (4.19)$$

$$\Delta Y = \frac{Y \cdot Z(a - b) + Z(a \cdot \hat{y}_0 - b \cdot \hat{y}_i)}{Z(b - a) + a \cdot \hat{z}_0}, \quad (4.20)$$

$$\Delta Z = \frac{Z(b \cdot \hat{z}_i - a \cdot \hat{z}_0) - Z^2(b - a)}{Z(b - a) + a \cdot \hat{z}_0}. \quad (4.21)$$

Формули (4.19)–(4.21) дають можливість обчислювати компоненти вектора деформації для будь-якої точки об'єкта, якщо відомі її просторові координати.

Щоб відповісти на другу частину поставленого завдання, щодо визначення кутів повороту довільного відрізка прямої стереоскопічного зображення, зробимо додаткові побудови. Опустимо з точок A і A' на екранну площину перпендикуляри; отримаємо точки B , C – проєкція в плані, і точки E , F – фронтальна проєкція. Спочатку розглянемо проєкцію в плані, рис.4.8. Завдання полягає в тому, щоб знаючи кут α довільного відрізка прямої і тривимірні координати будь-якої точки, що лежить на даному відрізку (за винятком точки, що лежить в площині екрану) визначити деформаційний кут повороту γ , обумовлений іншим базисом і ракурсом стереоспостереження.

$$\gamma = 180^0 - \alpha - \angle C\omega A', \quad \angle C\omega A' = \arctg\left(\frac{Z'}{\omega C}\right),$$

$$\omega C = OC - O\omega = X' - O\omega, \quad O\omega = OB + B\omega = B\omega,$$

$$B\omega = Z \cdot \text{ctg} \alpha, \quad O\omega = X + Z \cdot \text{ctg} \alpha, \quad \omega C = X' - X - Z \cdot \text{ctg} \alpha,$$

$$\angle C\omega A' = \arctg\left(\frac{Z'}{X' - X - Z \cdot \text{ctg} \alpha}\right),$$

$$\gamma = 180^0 - \alpha - \arctg\left(\frac{Z'}{X' - X - Z \cdot \text{ctg} \alpha}\right). \quad (4.22)$$

Підставивши (4.16), (4.17) в (4.22), після спрощення маємо:

$$\gamma = 180^0 - \alpha - \arctg\left[\frac{\hat{z}_i \cdot b}{b \cdot \hat{x}_i - a \cdot \hat{x}_0 - a \cdot \hat{z}_0 \cdot \text{ctg} \alpha + (a - b)(X + Z \cdot \text{ctg} \beta)}\right]. \quad (4.23)$$

Тепер розглянемо фронтальну проекцію, рис.4.9. Відомий кут β координати точки А (X, Y, Z). Потрібно визначити проекцію деформаційного кута на фронтальну площину, тобто кут φ .

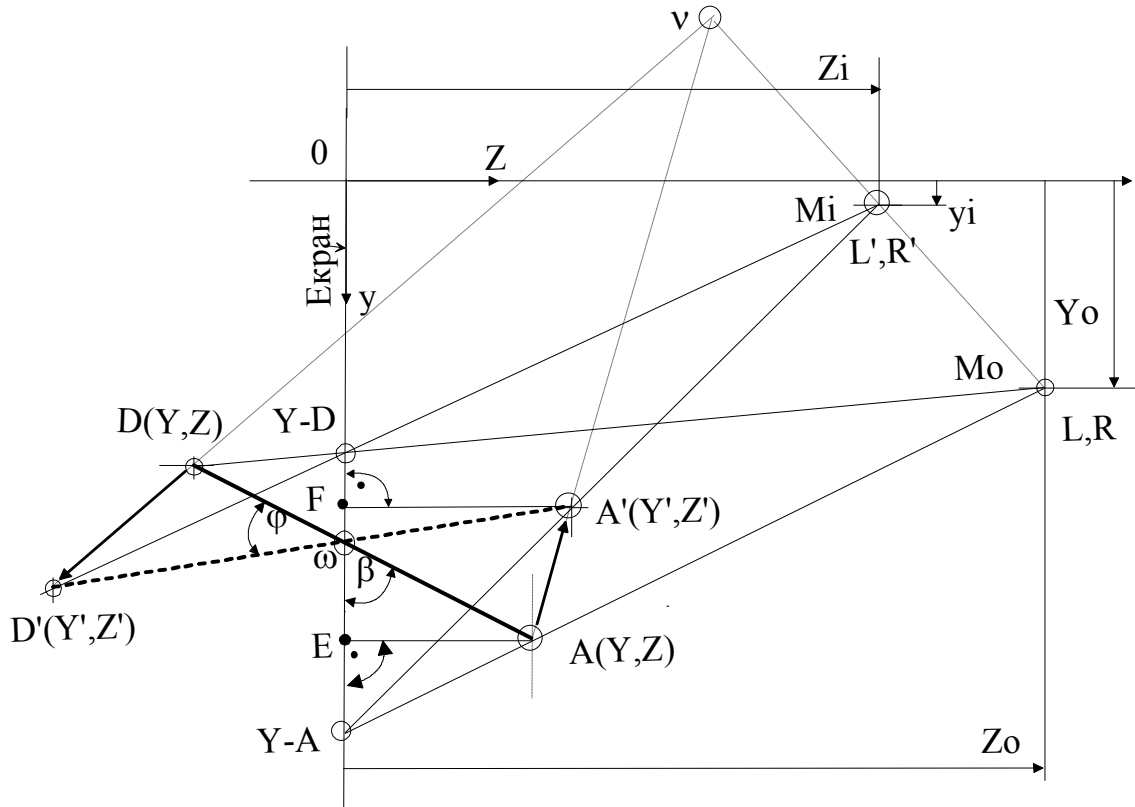


Рисунок 4.9. Деформація при одночасній зміні базиса і ракурсу стереобачення, вид збоку

$$\gamma = 180^0 - \beta - \angle F\omega A', \quad \angle F\omega A' = \arctg\left(\frac{Z'}{\omega F}\right),$$

$$\omega F = O\omega - Y', \quad O\omega = Y - \omega E, \quad \omega E = Z \cdot \text{ctg}\beta,$$

$$O\omega = Y - Z \cdot \text{ctg}\beta, \quad \omega F = Y - Y' - Z \cdot \text{ctg}\beta,$$

$$\angle F\omega A' = \arctg\left(\frac{Z'}{Y - Y' - Z \cdot \text{ctg}\beta}\right),$$

$$\varphi = 180^0 - \beta - \arctg\left(\frac{Z'}{Y - Y' - Z \cdot \text{ctg}\beta}\right). \quad (4.24)$$

Підставляючи (4.16), (4.18) в (4.24) і спрощуючи, маємо:

$$\varphi = 180^0 - \beta - \arctg \left[\frac{\hat{z}_i \cdot b}{b \cdot \hat{y}_i - a \cdot \hat{y}_0 - a \cdot \hat{z}_0 \cdot \text{ctg} \beta + (a-b)(Z \cdot \text{ctg} \beta - Y)} \right]. \quad (4.25)$$

У висновку, хочеться звернути увагу на наступний примітний з нашої точки зору факт. У разі деформації стереоскопічних зображень, обумовленої одночасною зміною базису і ракурсу стереобачення, всі крапки стереоскопічного віртуального образу (за винятком тих точок, які знаходяться в площині екрану) переміщуються в напрямку прямих ліній, які сходяться в одній точці простору (точка ν , рис.4.8, 4.9). Ця точка розташована на прямій, що з'єднує точку розрахункового ракурсу стереобачення M_0 і точку розташування ракурсу стереобачення, при якому відбувається спостереження стереозображення, точка M_i .

Причому, всі точки, що знаходяться в перед екранної області стереобачення, переміщуються уздовж зазначених ліній у напрямку до точки ν ; а всі крапки стереозображення, що знаходяться в за екранної області стереобачення, переміщуються уздовж зазначених ліній у напрямку від точки ν .

4.2 Математична модель для аналізу стереозображень в системі: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран, при паралельним розташуванні стереокамери і стереопроєктора [34,104]

В даному пункті будуть розглянуті тільки ті стереосистеми, у яких центральні оптичні осі стереокамери і стереопроєктора паралельні між собою і перпендикулярні поверхні екрану [34,104].

Будемо також вважати, що лінії, що з'єднують оптичні центри стереокамери і стереопроєктора паралельні між собою, паралельні лінії, що з'єднує зіниці спостерігача, і паралельні горизонтальній осі стереоекрану. Для зручності читання формул приймемо, що змінні і константи, що відносяться до стереокамери,

матимуть індекс "с" (camera); змінні і константи, що відносяться до проектора, матимуть індекс "р" (projector); змінні і константи, що відносяться до спостерігача, матимуть індекс "v" (viewer). Як і раніше будуть використані дві системи координат, традиційних для математичного апарату стереооператорів: ліва екранна система і права світова система. Координати екранної системи координат позначені малими буквами, координати світової системи координат позначені великими буквами.

На рис.4.10, 4.11 показаний один з варіантів розташування стереокамери, стереопроєктора, спостерігача щодо екрану і систем координат (рис.4.10 – вид зверху, рис.4.11 – вид збоку.), де:

- L_c –ліва камера,
- L_p – лівий проєктор,
- L_v – ліве око спостерігача,
- R_c – права камера,
- R_p – правий проєктор,
- R_v – праве око спостерігача,
- 2_c – базис стереобачення для камери,
- 2_p – базис стереобачення для проєктора,
- 2_v – базис стереобачення спостерігача,
- M_c – точка, що розташовується посередині відрізка прямої, що з'єднує оптичні центри стереокамери; M_c визначається в просторі за допомогою вектора \vec{r}_c ,

центри стереокамери; M_c визначається в просторі за допомогою вектора \vec{r}_c ,

- M_p – аналогічна точка для стереопроєктора, що визначається вектором \vec{r}_p ,
- M_v – точка, що лежить посередині відрізка прямої, що з'єднує зіниці спостерігача, визначається вектором \vec{r}_v .

спостерігача, визначається вектором \vec{r}_v .

$$\hat{r}_c = \begin{pmatrix} \hat{x}_c \\ \hat{y}_c \\ \hat{z}_c \end{pmatrix}; \quad \hat{r}_p = \begin{pmatrix} \hat{x}_p \\ \hat{y}_p \\ \hat{z}_p \end{pmatrix}; \quad \hat{r}_v = \begin{pmatrix} \hat{x}_v \\ \hat{y}_v \\ \hat{z}_v \end{pmatrix}.$$

Оптичний коефіцієнт масштабування для стереопроєктора буде враховуватися величиною M . Прийmemo, що точки M_c і M_p розташовані на одній лінії, перпендикулярній поверхні екрану і проходить через його центр.

Екран має прямокутну форму, розміру $(l \times h)$, тому:

$$\begin{aligned}\hat{x}_c &= \hat{x}_p = l/2, \\ \hat{y}_c &= \hat{y}_p = h/2.\end{aligned}$$

Побудуємо математичну модель, що дозволяє при прийнятих вище умовах знаходити стереопару довільної точки \mathbf{I} в екранних координатах.

Ця стереопара утворюється на екрані шляхом проєктування зображення, отриманого за допомогою стереокамери.

На рис.4.12 показаний хід променів лівої камери і лівого проєктора, спрямованих на точку \mathbf{I} , вид зверху. Якщо оптичні головки стереокамери і стереопроєктора однакові, то кут, що лежить між центральною оптичною віссю лівої камери і напрямком на точку \mathbf{I} , дорівнює відповідному куту, який лежить між центральною оптичною віссю лівого проєктора і напрямком на ту ж точку \mathbf{I} .

Природно, при цьому рівні і проєкції цих кутів на горизонтальну і вертикальну координатні площини. Аналогічне твердження стосується і правих камери і проєктора. Отже, кут $KLcB$ дорівнює куту $TLpA$ – горизонтальна проєкція, а кут $FMcC$ дорівнює куту $FMrN$ – фронтальна проєкція, рис.4.14. Прямокутні трикутники $TALp$ і $KBLC$ подібні за трьома кутами.

Звідки випливає:

$$TA = KB \cdot \frac{\hat{z}_p}{\hat{z}_c}, \quad (4.26)$$

$$KB = c + FB, \quad FB = OB - l/2,$$

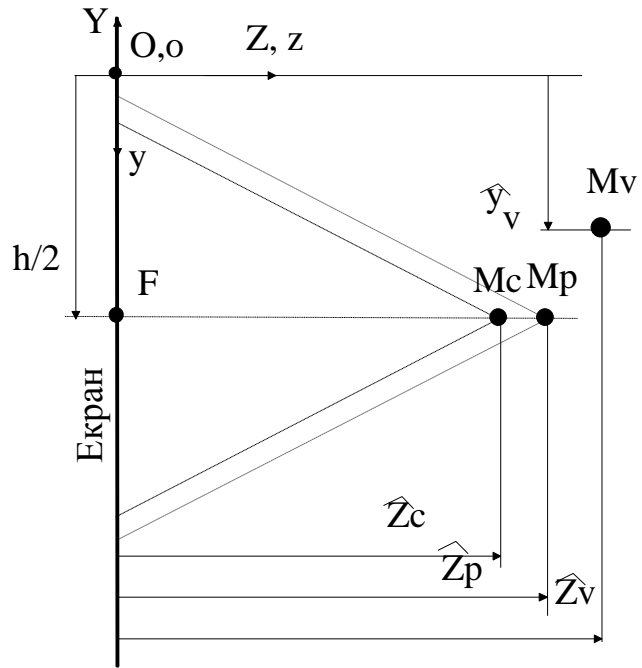


Рисунок 4.11. Розташування камери, проектора і спостерігача від збоку

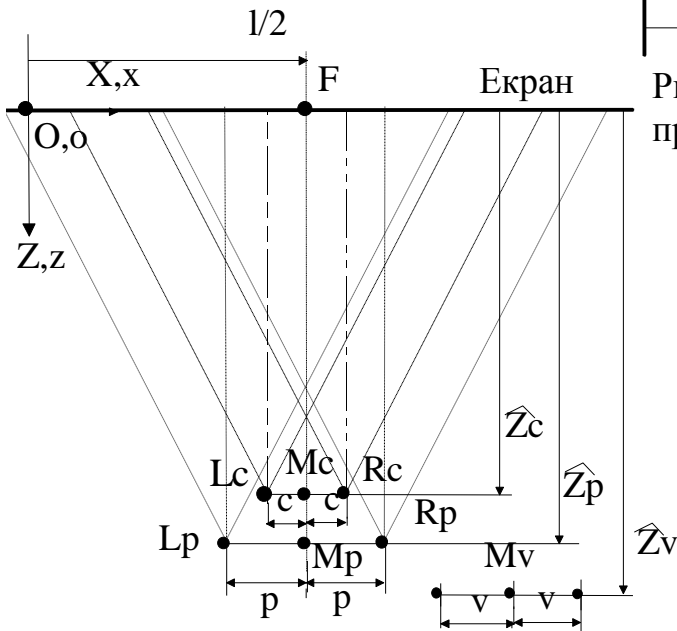


Рисунок 4.10. Розташування камери, проектора і спостерігача, вид зверху

$$KB = c + OB - l/2. \tag{4.27}$$

Відрізок OB можна розглядати як ліву складову стереопари точки \mathbf{I} , якщо в точку Lc помістити ліве око спостерігача.

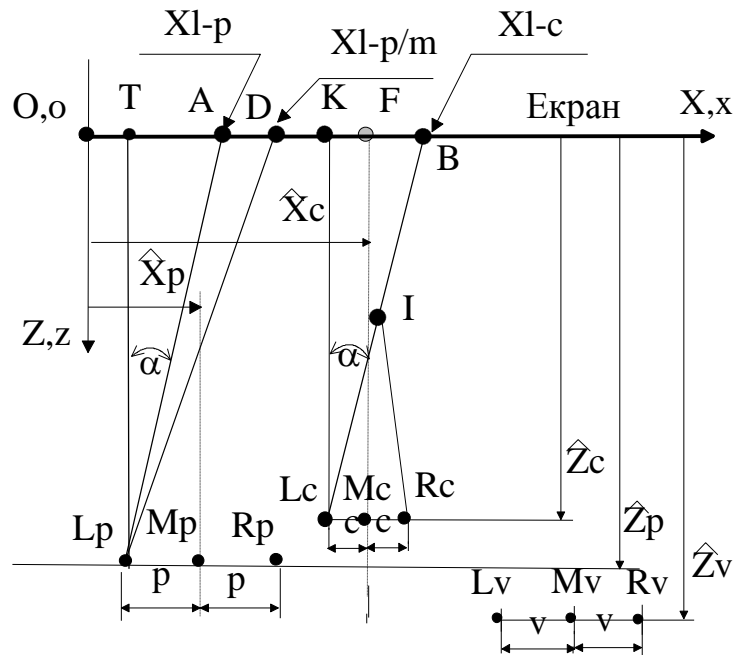


Рисунок 4.12. Хід променів для лівої камери і лівого проектора

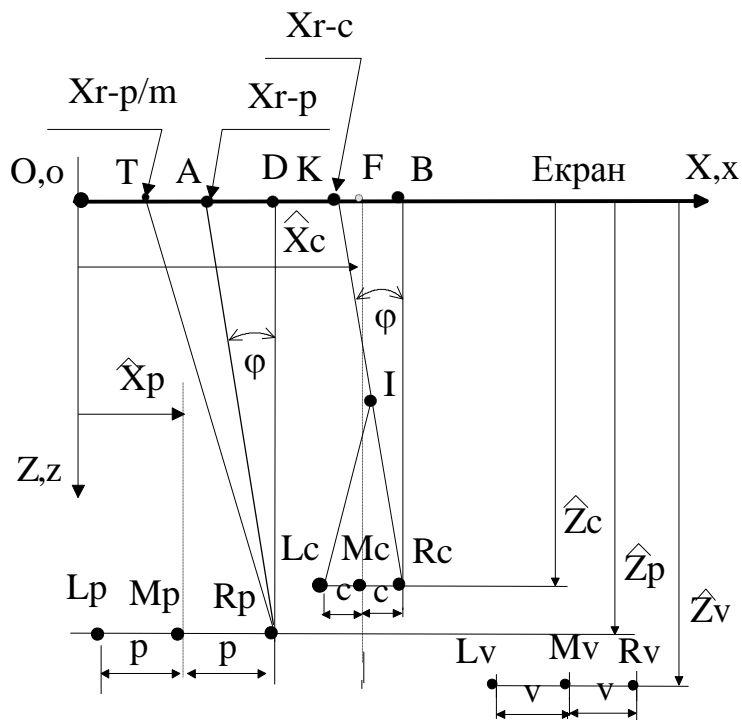


Рисунок 4.13. Хід променів для правої камери і правого проектора

Тому для знаходження величини відрізка OB використовуємо формули, що реалізують прямий стереооператор постійного ракурсу, за умови $\vec{c} = 0$, використовуючи в якості констант координати стереоракурсу і стереобазиса камер $(2c, \vec{r}_c)$:

$$\vec{s}_i = A_c \bullet \vec{V}_i / (\hat{z}_c - Z_i), \quad (4.28)$$

де

$$\vec{s}_i = \begin{bmatrix} x_{l-c}^i \\ x_{r-c}^i \\ y_c^i \end{bmatrix}, \quad \vec{V}_i = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}, \quad A_c = \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & 0 & b-l/2 \\ \hat{z}_0 & 0 & -b-l/2 \\ 0 & -\hat{z}_0 & -h/2 \end{bmatrix}.$$

Після розкриття матричного виразу (4.28) маємо,

$$x_{l-c}^i = \frac{X_i \hat{z}_c - (Z_i)(l/2 - c)}{\hat{z}_c - Z_i}, \quad (4.29)$$

$$x_{r-c}^i = \frac{X_i \hat{z}_c - (Z_i)(l/2 + c)}{\hat{z}_c - Z_i}, \quad (4.30)$$

$$y_c^i = \frac{-Y_i \hat{z}_c - (Z_i) \cdot h/2}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.31)$$

Підставляючи (4.29) в (4.27), маємо

$$KB = c - l/2 + \frac{X_i \hat{z}_c - (Z_i)(l/2 - c)}{\hat{z}_c - Z_i}.$$

Після перетворення, отримаємо

$$KB = \frac{(X_i - l/2 + c) \cdot \hat{z}_c}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.32)$$

Підставляючи (4.32) в (4.26), отримаємо

$$TA = \frac{(X_i - l/2 + c) \cdot \hat{z}_p}{\hat{z}_c - Z_i}.$$

Щоб врахувати масштабний коефіцієнт для лівого проектора, досить помножити величину відрізка ТА на М – отримаємо відрізок TD,

$$TD = \frac{M(X_i - l/2 + c) \cdot \hat{z}_p}{\hat{z}_c - Z_i}.$$

Як видно з рис.4.12, точка А – відповідає лівій складовій стереопари точки **I**, отриманої на екрані за допомогою лівого проектора без оптичного масштабування, (М = 1). Точка D – відповідає лівій складовій стереопари точки **I**, з урахуванням масштабування

$$x_{l-p/m}^i = \frac{M(X_i - l/2 + c) \cdot \hat{z}_p + (\hat{z}_c - Z_i)(l/2 - p)}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.33)$$

Аналогічно вищевикладеному отримаємо вираз для правої складовою стереопари проектора Rp для тієї ж точки **I** з урахуванням оптичного масштабування, рис.4.13.

Трикутник KRcB подібний трикутнику AgrD, тому

$$AD = \frac{\hat{z}_p}{\hat{z}_c} \cdot KB, \quad KB = l/2 + c - x_{r-c}^i, \quad AD = \frac{\hat{z}_p}{\hat{z}_c} \cdot (l/2 + c - x_{r-c}^i).$$

Якщо врахувати масштабний оптичний коефіцієнт, то:

$$TD = M \cdot \frac{\hat{z}_p}{\hat{z}_c} \cdot (l/2 + c - x_{r-c}^i).$$

Права складова стереопари точки **I** для проектора, в системі охуз, без урахування масштабного коефіцієнта буде:

$$x_{r-p}^i = \frac{\hat{z}_p}{\hat{z}_c} \cdot (l/2 + c - x_{r-c}^i) + p + l/2,$$

з урахуванням масштабного коефіцієнта:

$$x_{r-p/m}^i = M \cdot \frac{\hat{z}_p}{\hat{z}_c} \cdot (x_{r-c}^i - l/2 - c) + p + l/2. \quad (4.34)$$

Підставляючи (4.30) в (4.34), отримаємо:

$$x_{r-p/m}^i = \frac{M \cdot \hat{z}_p (X_i - l/2 - c) + (p + l/2) \cdot (\hat{z}_c - Z_i)}{\hat{z}_i - Z_i}.$$

(4.35)

Тепер розглянемо фронтальну проекцію, рис.4.14.

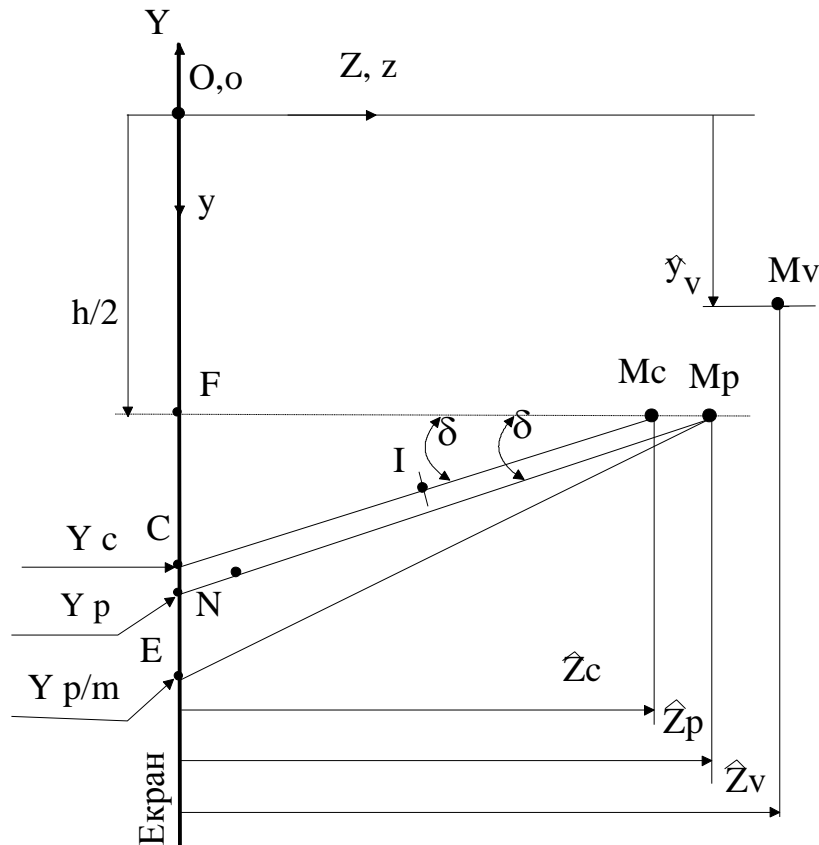


Рисунок 4.14. Хід променів для камер і проекторів, фронтальна проекція

Так як кут $FMcC$ дорівнює куту $FMrN$, то прямокутні трикутники $FMcC$ і $FMrN$ подібні за трьома кутами, тому можемо записати:

$$FN = FC \cdot \frac{\hat{z}_p}{\hat{z}_c}, \quad FC = y_c^i - h/2, \quad FN = \frac{\hat{z}_p}{\hat{z}_c} \cdot (y_c^i - h/2).$$

Точка N на екрані відповідає вертикальній координаті стереопари точки **I**, проєктованої проєктором. В системі oxy_z – це координата y_p^i .

Якщо використовувати оптичне масштабування, то це може бути, наприклад, точка E, $FE = M \cdot FN$.

Точка E відповідає вертикальній координаті стереопари точки **I** з урахуванням оптичного масштабного коефіцієнта, яка позначена $y_{p/m}^i$,

$$y_p^i = FN + h/2 = \frac{\hat{z}_p}{\hat{z}_c} \cdot (y_c^i - h/2) + h/2,$$

$$y_{p/m}^i = FE + h/2 = M \cdot \frac{\hat{z}_p}{\hat{z}_c} \cdot (y_c^i - h/2) + h/2. \quad (4.36)$$

Підставляючи (4.31) в (4.36), після спрощення отримаємо

$$y_{p/m}^i = \frac{h/2 \cdot (\hat{z}_c - Z_i) - M \cdot \hat{z}_p \cdot (Y_i + h/2)}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.37)$$

Запишемо формули (4.33), (4.35), (4.37) в матричному вигляді,

$$\vec{s}_{p/m}^i = \frac{A_p \bullet (\vec{V}_i + \vec{k}) + \vec{d}}{\hat{z}_c - Z_i}, \quad (4.38)$$

де

$$\vec{s}_{p/m}^i = \begin{bmatrix} x_{l-p/m}^i \\ x_{r-p/m}^i \\ y_{p/m}^i \end{bmatrix}, \quad A_p = \begin{bmatrix} M \cdot \hat{z}_p & 0 & p-l/2 \\ M \cdot \hat{z}_p & 0 & -p-l/2 \\ 0 & -M \cdot \hat{z}_p & -h/2 \end{bmatrix},$$

$$\vec{V}_i = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}, \quad \vec{k} = \begin{bmatrix} -l/2 \\ h/2 \\ -\hat{z}_c \end{bmatrix}, \quad \vec{d} = \begin{bmatrix} M \cdot c \cdot \hat{z}_p \\ -M \cdot c \cdot \hat{z}_p \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Вираз (4.38) є математичною моделлю для знаходження стереокоординат будь-якої точки простору стереобачення, яка утворюється на екрані при стереопроєктуванні слайдів, отриманих попередньо за допомогою стереокамери.

4.3 Загальна математична модель для аналізу стереозображень при паралельним розташуванні стереокамери і стереопроєктора

Під загальною математичною моделлю аналізу стереозображень в даному випадку будемо розуміти модель, що описує систему: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран – спостерігач з паралельним розташуванням камери і проєктора. Така модель повинна давати можливість визначати тривимірні координати тієї точки віртуального простору (вектор \vec{V}_i'), в якій конкретний спостерігач, який має стереобазис $2v$ і стереоракурс в точці Mv , побачить шукану точку **I**, яка отримана шляхом зйомки реального об'єкта за допомогою паралельно розташованих камер, що мають базис $2c$ і ракурс в точці Mc , і спроектована на екран за допомогою паралельно розташованих проєкторів, які мають базис $2p$ і ракурс в точці Mr .

Як було показано вище, підрозділ 4.1, шукана точка на екрані представлена стереопарою, яка визначається вектором $\vec{s}_{p/m}^i$ (4.38). Для вирішення поставленого завдання застосуємо зворотний стереооператор постійного ракурсу $S_0^{-1}\{ \}$ до вектора стереопар $\vec{s}_{p/m}^i$. Формули, що реалізують зворотний стереооператор постійного ракурсу $S_0^{-1}\{ \}$ з урахуванням прийнятих в розд. 4 позначень і при $\vec{c} = 0$, будуть наступними:

$$\vec{V}'_i = (\hat{z}_v - Z'_i) \cdot A_v^{-1} \bullet \vec{s}_{p/m}^i, \quad (4.39)$$

де

$$\vec{V}'_i = \begin{bmatrix} X'_i \\ Y'_i \\ Z'_i \end{bmatrix}, \quad A_v^{-1} = \frac{1}{2v \cdot \hat{z}_v} \cdot \begin{bmatrix} v + \hat{x}_v & v - \hat{x}_v & 0 \\ -\hat{y}_v & \hat{y}_v & -2v \\ \hat{z}_v & -\hat{z}_v & 0 \end{bmatrix},$$

або в розгорнутому вигляді:

$$X'_i = \frac{2v \cdot x_{l-p/m}^i + (x_{l-p/m}^i - x_{r-p/m}^i) \cdot (\hat{x}_v - v)}{2v + x_{l-p/m}^i - x_{r-p/m}^i},$$

$$Y'_i = \frac{-2v \cdot y_{p/m}^i + (x_{r-p/m}^i - x_{l-p/m}^i) \cdot \hat{y}_v}{2v + x_{l-p/m}^i - x_{r-p/m}^i}, \quad (4.40)$$

$$Z'_i = \frac{\hat{z}_v \cdot (x_{l-p/m}^i - x_{r-p/m}^i)}{2v + x_{l-p/m}^i - x_{r-p/m}^i}.$$

Підставимо матричний вираз (4.38) в матричний вираз (4.39):

$$\vec{V}'_i = (\hat{z}_v - Z'_i) \cdot A_v^{-1} \bullet \frac{A_p \bullet (\vec{V}_i + \vec{k}) + \vec{d}}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.41)$$

Запишемо (4.41) в іншому вигляді,

$$\vec{V}'_i = \frac{\hat{z}_v - Z'_i}{2 \cdot v \cdot \hat{z}_v (\hat{z}_c - Z_i)} \cdot [T \bullet (\vec{V}_i + \vec{k}) + \vec{g}], \quad (4.42)$$

де

T – добуток двох матриць

$$T = A_v^{-1} \cdot A_p,$$

\vec{g} – добуток матриці на вектор,

$$\vec{g} = A_v^{-1} \cdot \vec{d}.$$

Знайдемо компоненти матриці T і вектора \vec{g} .

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v + \hat{x}_v & v - \hat{x}_v & 0 \\ -\hat{y}_v & \hat{y}_v & -2v \\ \hat{z}_v & -\hat{z}_v & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M \cdot \hat{z}_p & 0 & p - l/2 \\ M \cdot \hat{z}_p & 0 & -p - l/2 \\ 0 & -M \cdot \hat{z}_p & -h/2 \end{bmatrix}.$$

$$T = 2 \cdot T_1 = 2 \cdot \begin{bmatrix} M \cdot v \cdot \hat{z}_p & 0 & p \cdot \hat{x}_v - v \cdot l/2 \\ 0 & M \cdot v \cdot \hat{z}_p & c \cdot h/2 - p \cdot \hat{y}_v \\ 0 & 0 & p \cdot \hat{z}_v \end{bmatrix}. \quad (4.43)$$

$$\vec{g} = \begin{bmatrix} g_{11} \\ g_{21} \\ g_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v + \hat{x}_v & v - \hat{x}_v & 0 \\ -\hat{y}_v & \hat{y}_v & -2v \\ \hat{z}_v & -\hat{z}_v & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M \cdot c \cdot \hat{z}_p \\ -M \cdot c \cdot \hat{z}_p \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\vec{g} = 2 \cdot \vec{g}_1 = 2 \cdot M \cdot \hat{z}_p \cdot \begin{bmatrix} \hat{x}_v \\ -\hat{y}_v \\ \hat{z}_v \end{bmatrix}. \quad (4.44)$$

Підставивши (4.43), (4.44) в (4.42) і спростивши, маємо:

$$\vec{V}'_i = \frac{\hat{z}_v - Z'_i}{v \cdot \hat{z}_v (\hat{z}_c - Z_i)} \cdot [T_1 \cdot (\vec{V}_i + \vec{k}) + \vec{g}_1]. \quad (4.45)$$

Розкривши (4.45) і спростивши (доведення є в Додатку А) остаточно отримаємо вирази для всіх координат (4.46):

$$X'_i = \frac{(Z_i - \hat{z}_c) \cdot (p \cdot \hat{x}_v - v \cdot l / 2) + M \cdot \hat{z}_p [v \cdot (X_i - l / 2) + c \cdot \hat{x}_v]}{(Z_i - \hat{z}_c)(p - v) + M \cdot c \cdot \hat{z}_p},$$

$$Y'_i = \frac{(Z_i - \hat{z}_c) \cdot (c \cdot h / 2 - p \cdot \hat{y}_v) + M \cdot \hat{z}_p [v \cdot (Y_i + h / 2) - c \cdot \hat{y}_v]}{(Z_i - \hat{z}_c)(p - v) + M \cdot c \cdot \hat{z}_p}, \quad (4.46)$$

$$Z'_i = \frac{\hat{z}_v [p \cdot (Z_i - \hat{z}_c) + M \cdot c \cdot \hat{z}_p]}{(Z_i - \hat{z}_c)(p - v) + M \cdot c \cdot \hat{z}_p}.$$

Таким чином, отриманий матричний вираз (4.45), (або формули (4.46)) представляють собою загальну математичну модель для аналізу стереоскопічних зображень в системі, що складається з довільного просторового об'єкта, стереокамери, стереопроєктора, стереоекрана і спостерігача для випадку, коли оптичні осі стереокамери і стереопроєктора паралельні один одному. При цьому базиси і ракурси у стереокамери, стереопроєктора і спостерігача можуть відрізнятися один від одного. Дана математична модель дозволяє враховувати оптичний масштабний коефіцієнт у стереопроєктора.

Отримана математична модель є новим інструментом для аналізу просторових зображень в складних телевізійно-комп'ютерних стереоскопічних системах, по всьому каналу проходження і отримання інформації – від об'єкта до спостерігача, даючи можливість дослідникам і конструкторам проектувати стереоскопічні системи з найменшими або заздалегідь відомими геометричними спотвореннями.

Якщо відомі тривимірні координати довільної точки **I** об'єкта в будь-якої прямокутної системі координат, то математична модель дає можливість обчислити тривимірні координати тієї віртуальної точки простору, в якій, в кінцевому підсумку, конкретний спостерігач, який використовує стереоскопічні засоби, побачить відповідну точку **I'**. Порівнюючи вихідні координати ряду характерних

точок об'єкта з отриманими координатами відповідних точок на моделі, можна буде судити про величину і характер спотворень в даній системі. Така модель дає можливість аналізувати геометричні деформації по всьому каналу проходження сигналу і є тим інструментом проектуванні стереосистем, які будуть мати мінімальні геометричні спотворення.

4.4 Математична модель для аналізу зображень в стереосистемах, що містять стереокамеру і стереопроєктор, які спрямовані під кутом [36,105]

Ліва камера, розташована в точці L , бачить точку I під кутом α_L щодо своєї центральної оптичної осі $L-F$, а права камера, відповідно, під кутом α_R (рис.4.15).

На слайді або поточному кадрі фільму лівої складової стереопроєкції точки I відповідає точка B при цьому відрізок $F-B$ дорівнює відрізку $F-C$, що лежить в площині, перпендикулярній осі $L-F$ і проходить через точку конвергенції F ; правою складової стереопари точки I відповідає точка K , при цьому $F-K = F-D$.

А. Якщо отриманий кадр відображати на моніторі дисплея або TV , то ми отримаємо спотворення, оскільки в цьому випадку точка C переходить в точку B , а не в точку P , як повинно було бути при правильному стереоскопічному проектуванні. Аналогічна ситуація виникає і для правої камери, розташованої в точці R . Точка D переходить в точку K . Якщо тепер помістити очі спостерігача в ті точки, де раніше були камери, то він, використовуючи стереоскопічні засоби, побачить точку I іншому місці, як видно з рис.4.15, в точці I' . Тобто – у наявності спотворення зображення. Тому для таких систем, з метою усунення такого виду спотворень, необхідно виконувати перерахунок стереокадрів, так щоб відрізки типу $F-B$ замінялися. Тепер подивимося, а що якщо отримані стереокадри фільму проектувати на екран за допомогою стереопроєктора. Для початку припустимо, проєктори розташовані точно в тих же місцях, де знаходилися відповідні камери. При цьому нехай оптичні системи стереопроєктора аналогічні оптичним системам стереокамери; спрямовані і сфокусовані проєктори аналогічно відповідним камерам.

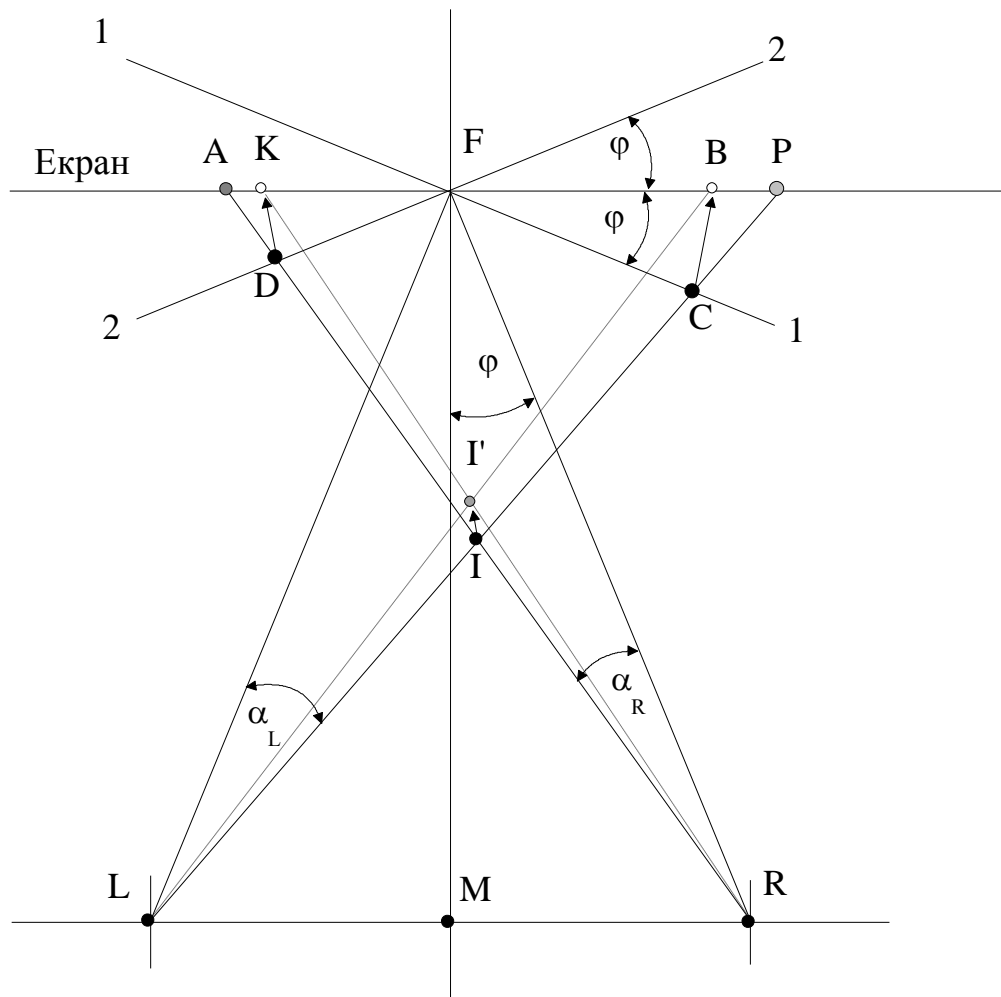


Рисунок 4.15. Хід променів в системі, яка містить камери і проєктори, спрямовані під кутом

В цьому випадку лівий промінь від проєктора L, спрямований в точку I, досягне екрану в точці P, а промінь від правого проєктора в сторону точки I, досягне екрану в точці A. Тобто якраз в тих місцях екрану, де і повинні перебувати складові стереопари точки I (якщо очі спостерігача знаходяться в тих же точках). Іншими словами з точки зору стереоскопічної проєкції все нормально, ми спотворень не маємо. Однак, оскільки площина фокусування для лівого проєктора (1-1), яка розташована перпендикулярно центральній оптичній осі L-F, і площина фокусування для правого проєктора (2-2), яка розташована перпендикулярно центральній оптичній осі R-F, не збігаються між собою і не збігаються з площиною екрану, з'явиться нечітке зображення – трапецеїдальні спотворення (keystone). Причому, чим далі від точки F, тим расфокусировка більше. Таким чином,

позбувшись в такій системі від однієї проблеми, ми отримали іншу. Якщо глибина різкості оптичних систем проєкторів така, що при даному куті конвергенції, 2φ нечіткість не суттєва, то такі системи можуть використовуватися. При аналізі деформації по всьому каналу проходження сигналу, можна брати в розгляд відрізки F-P і F-A. Якщо використовувати проєктори, які мають оптичні або електронні компенсатори трепецькоподібних спотворень (наприклад, слайд в проєкторі повертається так, що в результаті площина фокусування збігається з площиною екрану, то в цьому випадку, чіткість не порушується, але відбувається зміна положення стереоточок щодо необхідного положення. В цьому випадку необхідно враховувати цей факт при аналізі стереодеформацій. (Точка D перейде в точку K, а точка C перейде в точку B).

Створення моделі. Задані стереобазиси і стереоракурси стереокамери, стереопроектора, спостерігача. Задані дві системи координат (ліва екранна охуз, права глобальна OXYZ). Координати екранної системи координат позначені малими буквами, координати світової системи координат позначені великими буквами. Точки конвергенції для стереокамери і стереопроектора збігаються, це точка F, що знаходиться в центрі екрану. У глобальній системі координат задані координати довільної точки I. Потрібно створити математичну модель, що дозволяє обчислювати тривимірні координати тієї точки віртуального простору, в якій спостерігач, який використовує стереоскопічні засоби, побачить точку I. Цю точку позначимо I'. При цьому математична модель повинна:

- давати можливість враховувати різні значення базисів стереокамери, стереопроектора, спостерігача;
- давати можливість враховувати різні значення стереоракурсів для камери, проєктора, спостерігача;
- давати можливість аналізувати деформації в тому випадку, коли еквівалентний стереобазис у проєкторів дорівнює нулю;
- давати можливість враховувати оптичний коефіцієнт масштабування (збільшення або зменшення) у стереопроектора;

- давати можливість враховувати при аналізі наявність систем компенсації трапецеїдальних спотворень у стереопроєктора;
- давати можливість аналізувати стереозображення і в тому випадку, якщо стереопроєктор і стереокамера розташовані на різній висоті по відношенню до точки F;
- давати можливість аналізувати стереозображення як по всьому каналу проходження інформації (в зазначеному вище сенсі) так і по окремих його частинах (наприклад, можна аналізувати спотворення в системі: екран – спостерігач і в системі: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор);

Порівнюючи вихідні координати ряду характерних точок об'єкта з отриманими координатами відповідних точок на моделі, можна буде судити про величину і характер спотворень в даній системі. Тому математичну модель можна вважати не тільки засобом аналізу, але і ефективним інструментом синтезу при проектуванні стереосистем, що володіють мінімальними спотвореннями.

Позначення. Будемо вважати, що лінії, що з'єднують оптичні центри стереокамери і стереопроєктора паралельні між собою, паралельні лінії, що з'єднує зіниці спостерігача і паралельні горизонтальній осі стереоекрана. Для зручності читання формул, як раніше, приймемо, що змінні і константи, що відносяться до камер, матимуть індекс "с" (camera); змінні і константи, що відносяться до проєкторів, матимуть індекс "р" (projector); змінні і константи, що відносяться до спостерігача, будуть мати індекс "v" (viewer).

На рис.4.16, вид зверху, рис.4.17, вид збоку, показаний один з варіантів розташування камер, проєкторів, спостерігача щодо екрану і систем координат де:

- L_c – ліва камера, L_p – лівий проєктор,
- L_v – ліве око спостерігача, R_v – праве око спостерігача,
- R_c – права камера, R_p – правий проєктор,
- $2c$ – базис стереобачення для камер,
- $2p$ – базис стереобачення для проєкторів,

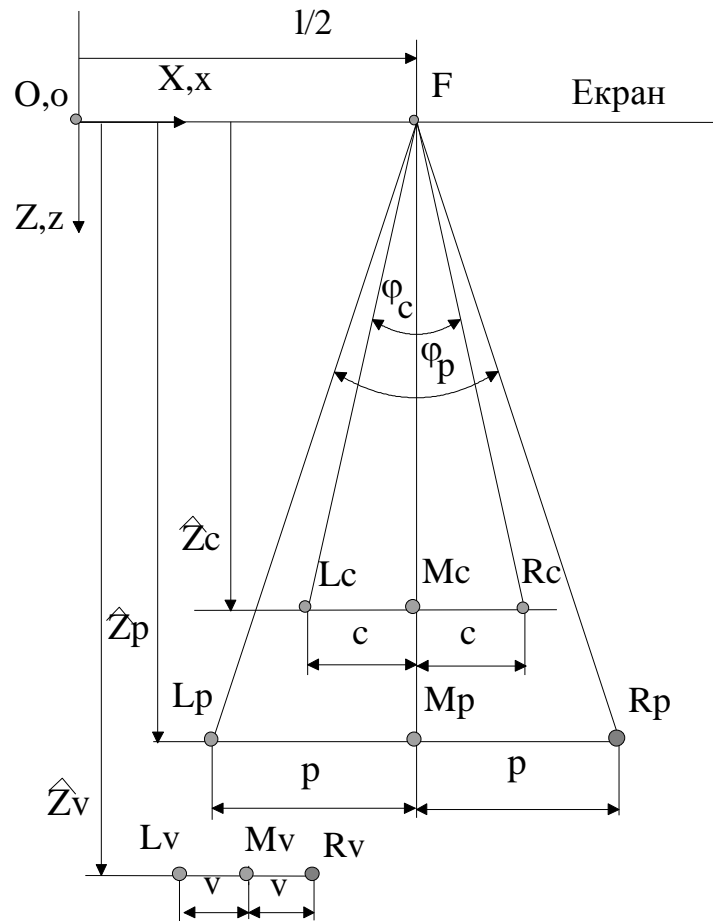


Рисунок 4.16. Варіант розташування камер, проекторів і спостерігача щодо екрану, вид зверху

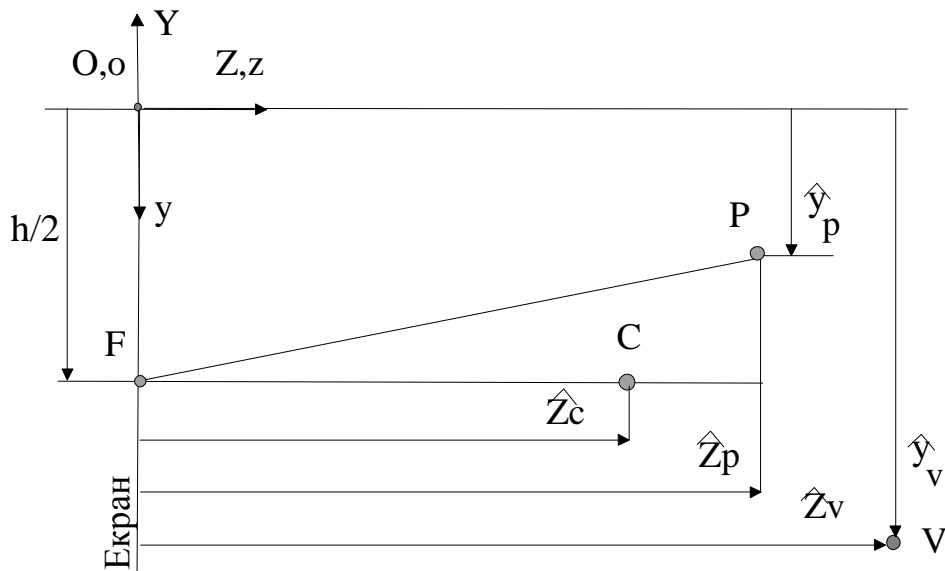


Рисунок 4.17. Варіант розташування камер, проекторів і спостерігача щодо екрану, вид збоку

- $2v$ – базис стереобачення спостерігача,
- $2\varphi_c$ – кут конвергенції для стереокамери,

- $2\varphi_p$ – кут конвергенції для стереопроєктора,
- M_c – точка, що лежить посередині відрізка прямої, що з'єднує оптичні центри стереокамери; M_c визначається в просторі за допомогою вектора \vec{r}_c ,
- M_p – аналогічна точка для стереопроєктора, визначається вектором \vec{r}_p ,
- M_v – точка, що лежить посередині відрізка прямої, що з'єднує зіниці спостерігача, визначається вектором \vec{r}_v .

$$\hat{r}_c = \begin{pmatrix} \hat{x}_c \\ \hat{y}_c \\ \hat{z}_c \end{pmatrix}; \quad \hat{r}_p = \begin{pmatrix} \hat{x}_p \\ \hat{y}_p \\ \hat{z}_p \end{pmatrix}; \quad \hat{r}_v = \begin{pmatrix} \hat{x}_v \\ \hat{y}_v \\ \hat{z}_v \end{pmatrix}.$$

- Оптичний коефіцієнт масштабування для стереопроєктора буде враховуватися величиною M . Екран має прямокутну форму, розміру $(l \times h)$, тому:

$$\begin{aligned} \hat{x}_c &= \hat{x}_p = l / 2, \\ \hat{y}_c &= \hat{y}_p = h / 2. \end{aligned}$$

Процес створення математичної моделі розділимо на кілька етапів.

Етап 1. Визначення просторових кутів для лівої і правої камери, укладених між центральними оптичними осями камер і променями, спрямованими на довільну точку **I**.

Спочатку - права камера, рис.4.18. Відомі координати довільної точки **I**. Наше завдання визначити кут α_R .

$$\alpha_r = \alpha - \angle AR_c L_c, \quad (4.47)$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right), \quad (4.48)$$

$\angle AR_c L_c = \angle DAR_c$ як кути навхрест лежачі при паралельних прямих.

$$\angle DAR_c = \arctg\left(\frac{\hat{z}_c}{AD}\right), \quad (4.49)$$

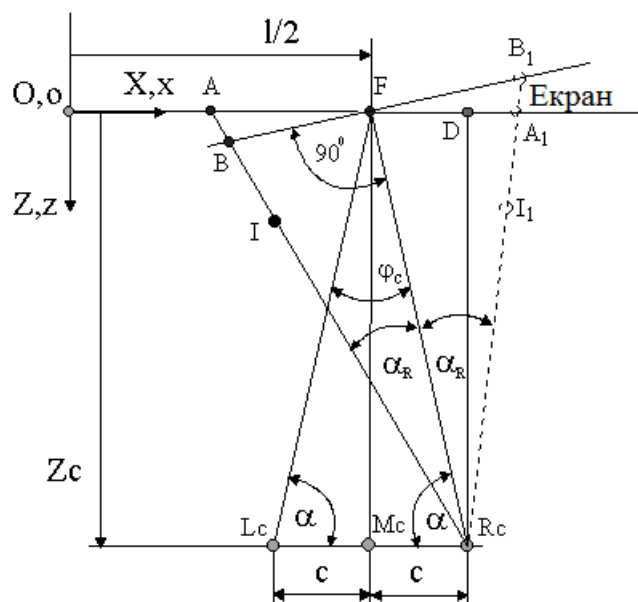


Рисунок 4.18. Хід променів для правої камери

$$AD = AF + c,$$

$$AF = l/2 - OA = l/2 - x_{r-c}^i, \quad (4.50)$$

x_{r-c}^i можна знайти з матричного рівняння (4.51) як праву складову стереопари точки, якщо очі спостерігача поміщені у відповідні точки розміщення камер, при прийнятих значеннях констант: $\vec{c} = 0, \hat{x}_0 = l/2, \hat{y}_0 = h/2, \hat{z}_0 = \hat{z}_c$.

$$\vec{s}_i = A_c \cdot \vec{V}_i / (\hat{z}_c - Z_i), \quad (4.51)$$

де

$$\vec{s}_i = \begin{bmatrix} x_{l-c}^i \\ x_{r-c}^i \\ y_c^i \end{bmatrix}, \quad \vec{V}_i = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}, \quad A_c = \begin{bmatrix} \hat{z}_0 & 0 & c - l/2 \\ \hat{z}_0 & 0 & -c - l/2 \\ 0 & -\hat{z}_0 & -h/2 \end{bmatrix}.$$

Звідки,

$$x_{r-c}^i = \frac{X_i \hat{z}_c - (Z_i)(l/2 + c)}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.52)$$

Підставляючи (4.48) – (4.52) в (4.47), отримаємо:

$$\alpha_r = \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right) - \operatorname{arctg}\left[\frac{\hat{z}_c}{c+l/2 - \frac{X_i \hat{z}_c - Z_i(l/2+c)}{\hat{z}_c - Z_i}}\right],$$

$$\alpha_r = \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right) - \operatorname{arctg}\left[\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c+l/2 - X_i}\right]. \quad (4.53)$$

Відрізок $BF = FR_c \cdot \operatorname{tg} \alpha_r$, $FR_c = \sqrt{c^2 + (\hat{z}_c)^2}$,

$$BF = \sqrt{c^2 + (\hat{z}_c)^2} \operatorname{tg} \left\{ \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right) - \operatorname{arctg}\left[\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c+l/2 - X_i}\right] \right\}. \quad (4.54)$$

Формули (4.53) і (4.54) справедливі і для випадку, коли промінь, спрямований на точку I розташований правіше центральної оптичної осі стереокамери (як показано на рис.4.18 пунктирною лінією). Відмінність полягає в тому, що в останньому випадку кут α_r і відрізок FB_1 матимуть негативні знаки. Як ми побачимо далі, знаки зазначених величин будуть враховуватися автоматично.

Тепер розглянемо ліву стереокамеру, рис.4.19.

$$\alpha_L = \alpha - \angle AL_c R_c, \quad \alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right), \quad \angle AL_c R_c = \angle DAL_c,$$

$$\angle DAR_c = \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c}{DA}\right), \quad DA = FA + c, \quad DA = c + x_{l-c}^i - l/2,$$

$$\alpha_L = \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right) - \operatorname{arctg}\left[\frac{\hat{z}_c}{c-l/2 + x_{l-c}^i}\right], \quad (4.55)$$

Підставимо в (4.55) значення для лівої складової стереопари (4.56), отримане з матричного рівняння (4.51),

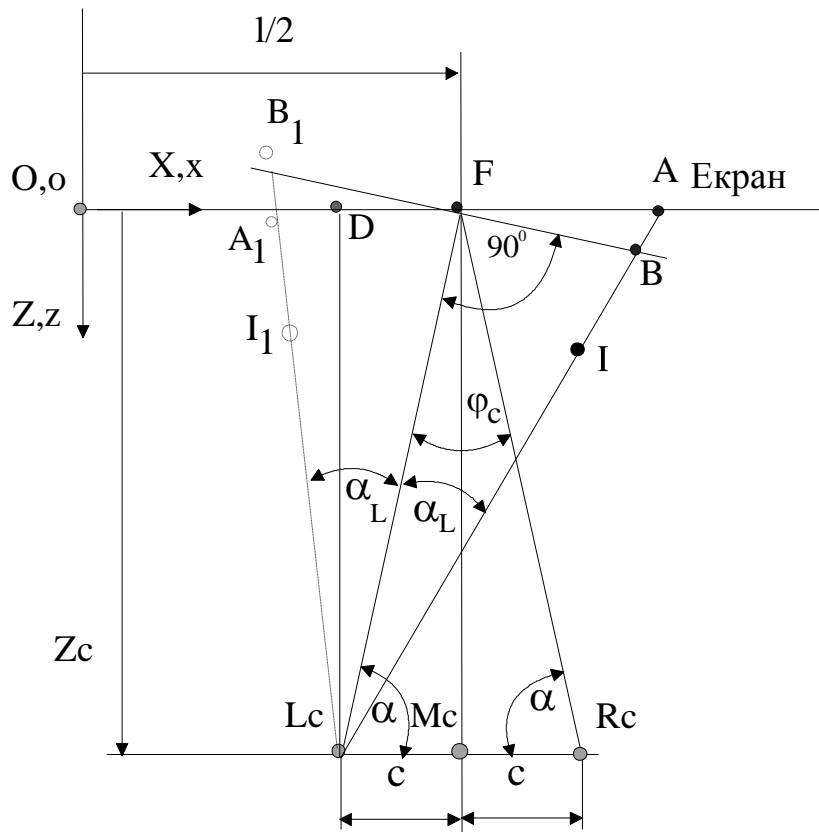


Рисунок 4.19. Хід променів для левої камери

$$x_{l-c}^i = \frac{X_i \hat{z}_c - (Z_i)(l/2 - c)}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.56)$$

Після підстановки і спрощення маємо:

$$\alpha_L = \arctg\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right) - \arctg\left[\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2}\right]. \quad (4.57)$$

Визначимо відрізок FB,

$$FB = FL_c \cdot \operatorname{tg} \alpha_L$$

$$FB = \sqrt{c^2 + (\hat{z}_c)^2} \operatorname{tg} \left\{ \arctg\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right) - \arctg\left[\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2}\right] \right\}. \quad (4.58)$$

Таким чином, перша частина завдання вирішена, ми маємо чотири формули для побудови подальшої математичної моделі: (4.53), (4.54), (4.57), (4.58).

Другий етап рішення задачі. На рис.4.20 представлений в плані хід променів

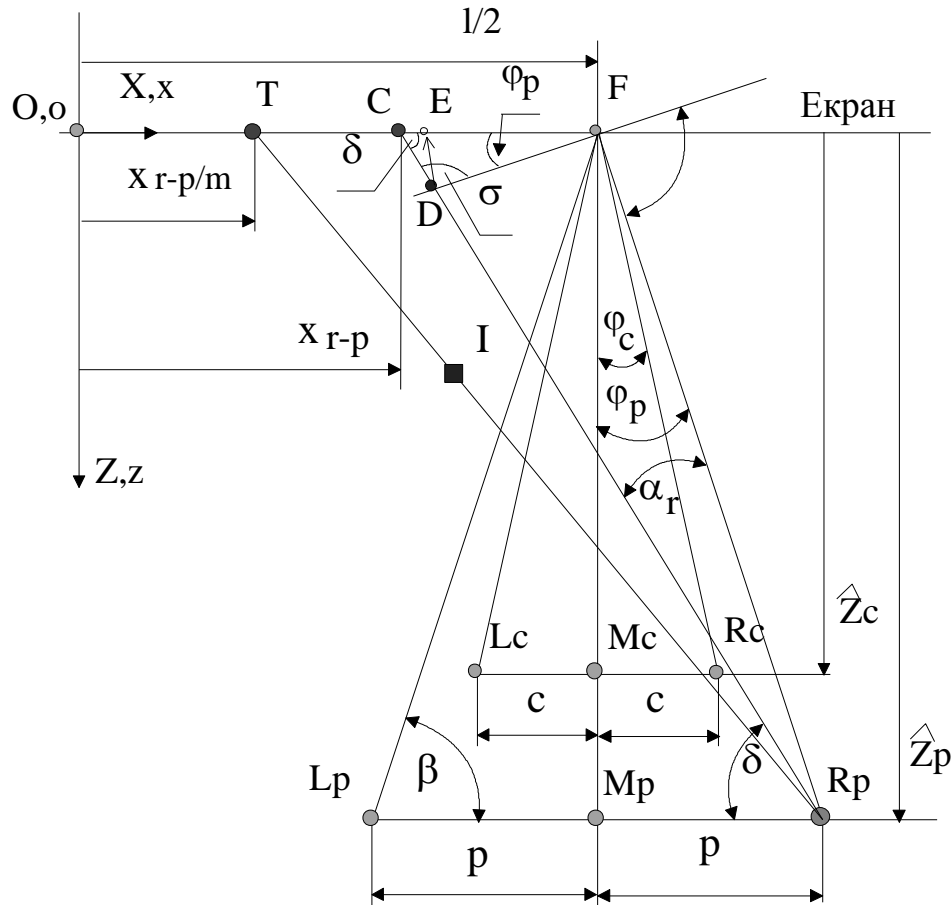


Рисунок 4.20. Хід променів для правого проектора

правого проектора. Так як кут $CFRp = \alpha_r$, рис.4.18, то прямокутні трикутники $DFRp$ (рис.4.20) і $BFRc$ (рис.4.18) подібні. Тому,

$$DF = \frac{BF \cdot FRp}{FRc}. \quad (4.59)$$

Підставляючи (4.54) в (4.59) і спрощуючи, маємо:

$$DF = \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \text{tg} \left[\arctg \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \arctg \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c + l/2 - X_i} \right) \right]. \quad (4.60)$$

Якщо стереопроєктор має систему оптичної компенсації трапецеїдальних спотворень, то в цьому випадку, точка E, що знаходиться від точки F на тій же відстані, що і точка D, буде відповідати правій складовій стереопари точки I при проектуванні на екран, $FD = FE$. При цьому, якщо використовується оптичне масштабування в проєкторі, відрізок DF буде змінений в M раз, $(M \cdot DF)$.

Щоб визначити положення правій складовій стереопари в тій системі координат (OXYZ), в якій значення цієї складової буде додатне для подальшої побудови математичної моделі, досить записати, що:

$$x_{r-p/m}^i = M \cdot DF + l/2,$$

$$x_{r-p/m}^i = M \cdot \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \text{tg} \left[\text{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \text{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c + l/2 - X_i} \right) \right] + l/2. \quad (4.61)$$

Якщо система стереопроєктора не має оптичних компенсаторів трапецеїдальних спотворень, то нам буде потрібно знайти відрізок FC (рис.4.20). Розглянемо трикутник CFD. Нам потрібно визначити всі кути цього трикутника. Кут CDF (φ_p) дорівнює куту $MpFRp$ – як кути зі взаємно-перпендикулярними сторонами.

$$\varphi_p = \text{arctg} \left(\frac{p}{\hat{z}_p} \right). \quad (4.62)$$

Крім того, $\beta + \varphi_p = 90^0$. Кут FCD (δ_r) дорівнює куту $CRpLp$ – як кути навхрест лежачі при перетині прямої паралельних прямих.

$$\delta_r = \beta - \alpha_r = \text{arctg} \left(\frac{\hat{z}_p}{p} \right) - \left[\text{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \text{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c + l/2 - X_i} \right) \right]. \quad (4.63)$$

$$\text{Кут CDF } (\sigma_r) = 180^0 - (\delta_r + \varphi_p),$$

$$\sigma_r = 180^0 - 90^0 + \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_p}{p}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_p}{p}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c + l/2 - X_i}\right),$$

$$\sigma_r = 90^0 + \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c + l/2 - X_i}\right). \quad (4.64)$$

Запишемо теорему синусів для трикутника CDF:

$$CF = DF \cdot \frac{\sin \sigma_r}{\sin \delta_r} \quad (4.65)$$

Якщо використовувати масштабний оптичний коефіцієнт, то

$$CF / m = M \cdot CF = M \cdot DF \cdot \frac{\sin \sigma_r}{\sin \delta_r}. \quad (4.66)$$

Права складова стереопари в системі OXYZ при цьому буде:

$$x_{r-p/m}^i = M \cdot DF \cdot \frac{\sin \sigma_r}{\sin \delta_r} + l/2. \quad (4.67)$$

Підставивши (4.60), (4.63), (4.64) в (4.67) і спростивши, маємо:

$$x_{r-p/m}^i = \frac{M \cdot \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \sin \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c + l/2 - X_i}\right) \right]}{\sin \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_p}{p}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c}{c}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c + l/2 - X_i}\right) \right]}. \quad (4.68)$$

Формули (4.61) і (4.68) придатні і в тому випадку, коли промінь з правого проектора, спрямований в бік точки **I**, розташований правіше центральної оптичної осі правого стереопроєктора, оскільки знак відрізка FK і знак кута α_r визначаються автоматично на першому етапі створення математичної моделі, про що говорилося вище. Тому формули (4.61) і (4.68) є остаточними для визначення правої складової

стереопари довільної точки **I** проектора R_p . Тепер розглянемо ліву складову стереопари точки **I** проектора L_p , рис.4.21. Оскільки методика отримання шуканої

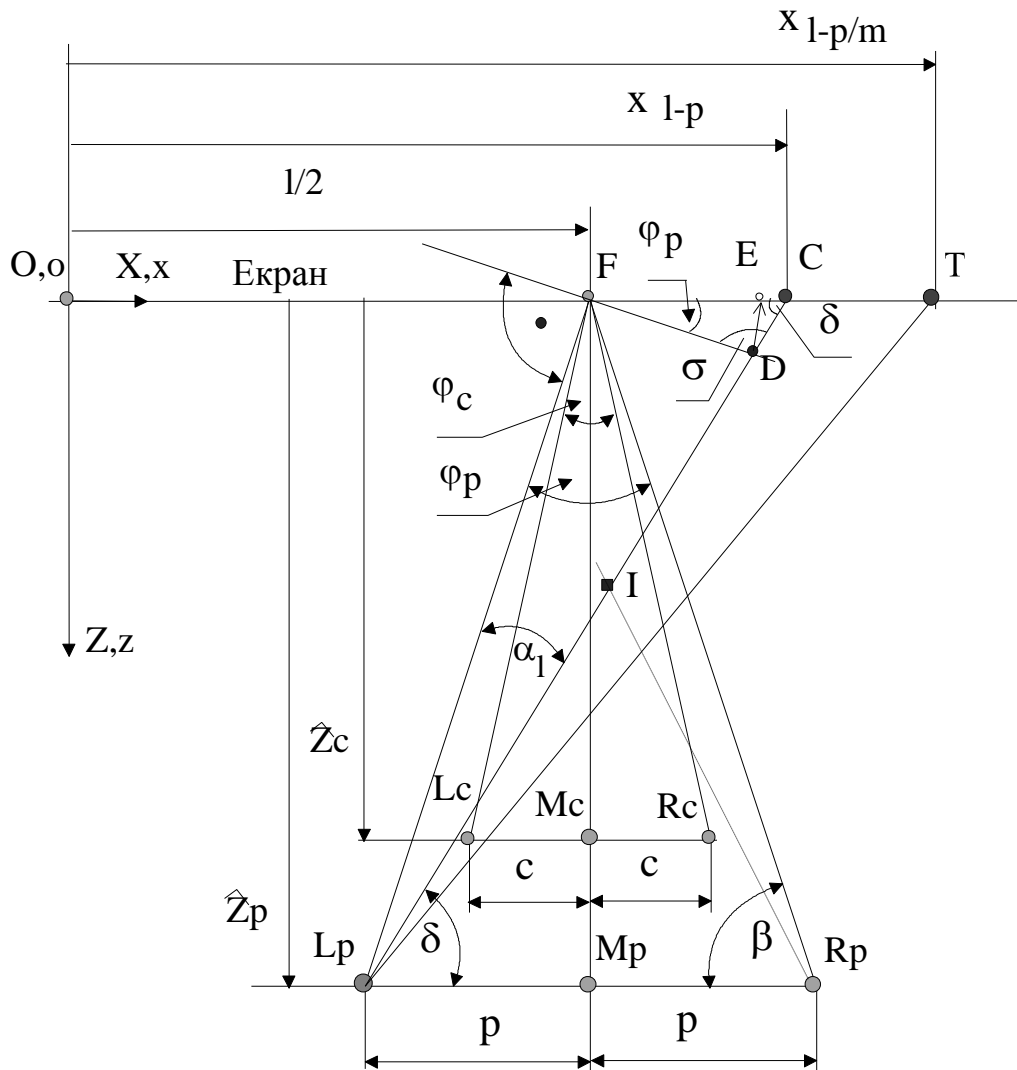


Рисунок 4.21. Хід променів для лівого проектора

формули аналогічна тій, що тільки що була використана для правої складової стереопари проектора, то ми наведемо послідовність отримання формули для лівої складової стереопари точки **I** проектора L_p без особливих пояснень.

$$\Delta FBLc \text{ (рис.4.19)} \propto \Delta FDLp \text{ (рис.4.21)}$$

$$FD = FB \cdot \frac{FLp}{FLc} \tag{4.69}$$

Підставляючи (4.58) в (4.69) і спрощуючи, отримаємо:

$$FD = \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \text{tg} \left[\arctg \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \arctg \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2} \right) \right]. \quad (4.70)$$

А. Якщо стереопроектор має систему оптичної компенсації трапецеїдальних спотворень, то в цьому випадку точка Е знаходиться від точки F на тій же відстані, що і точка D і буде відповідати лівій складовій стереопари точки I при проектуванні на екран, $FD = FE$. Якщо використовується оптичне масштабування, то в системі OXYZ:

$$x_{l-p/m}^i = M \cdot \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \text{tg} \left[\arctg \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \arctg \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2} \right) \right] + l/2. \quad (4.71)$$

В. Тепер розглянемо випадок, коли стереопроектор не має системи компенсації горизонтальних трапецеїдальних спотворень. Потрібно знайти відрізок FC з трикутника FCD (рис.4.21)

$$\beta + \varphi_p = 90^0, \quad \delta_l = \beta - \alpha_l,$$

$$\sigma_l = 180^0 - (\varphi_p + \delta_l) = 180^0 - (\varphi_p + \beta - \alpha_l) = 90^0 + \alpha_l. \quad (4.72)$$

$$\delta_l = \arctg \left(\frac{\hat{z}_p}{p} \right) - \left[\arctg \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \arctg \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2} \right) \right]. \quad (4.73)$$

$$\sigma_l = 90^0 + \arctg \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \arctg \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c + l/2} \right). \quad (4.74)$$

$$FC = FD \frac{\sin \sigma}{\sin \delta}. \quad (4.75)$$

Підставимо (4.70), (4.73):

$$FC = \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \text{tg} \left[\arctg \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \arctg \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2} \right) \right] \cdot \frac{\sin \sigma_l}{\sin \delta_l}.$$

З урахуванням оптичного масштабного коефіцієнта,

$$FC/m = M \cdot \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \operatorname{tg} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2} \right) \right] \cdot \frac{\sin \sigma_l}{\sin \delta_l}.$$

Підставляючи в останній вираз (4.73) і (4.74) і спрощуючи, отримуємо:

$$x_{l-p/m}^i = \frac{M \cdot \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2} \right) \right]}{\sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_p}{p} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2} \right) \right]} + l/2. \quad (4.76)$$

Тепер розглянемо фронтальну проекцію, рис.4.22. Відеокамери (точка С)

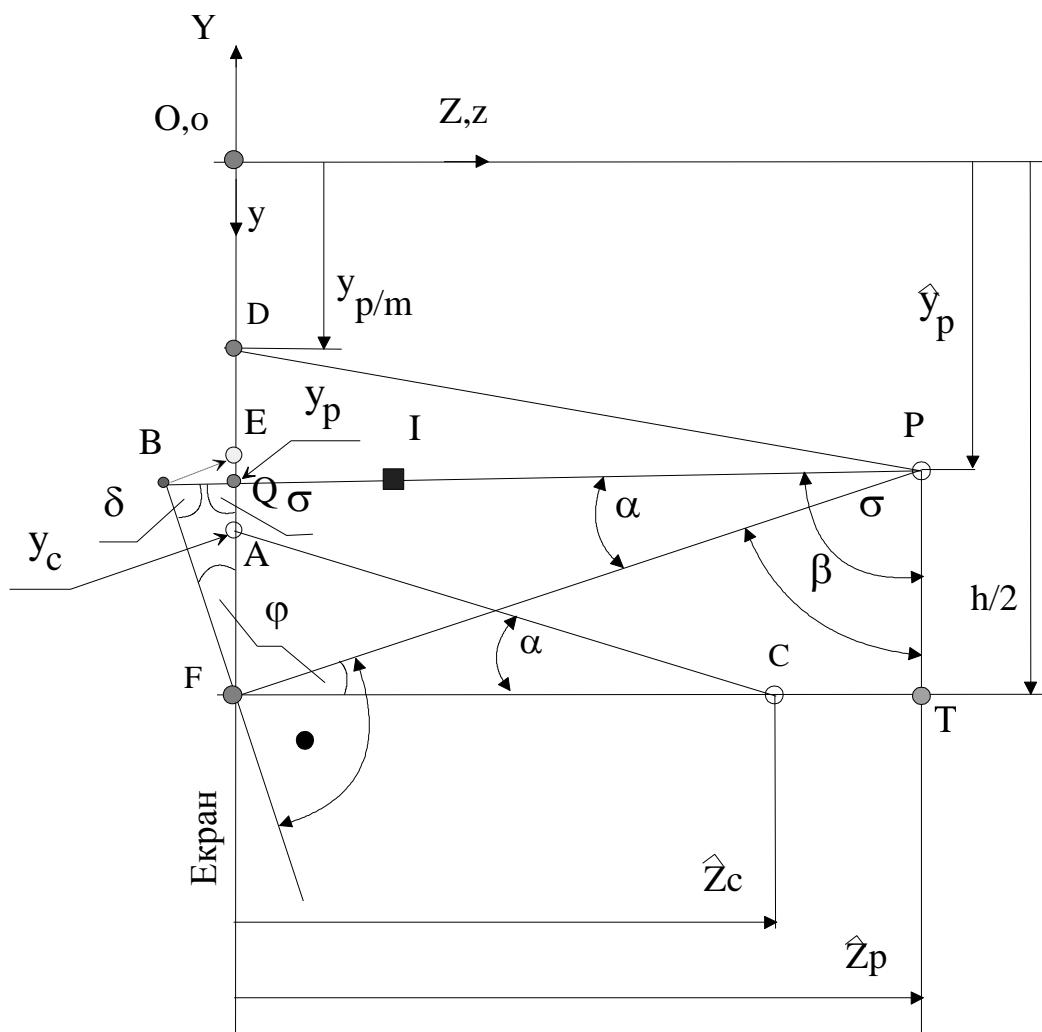


Рисунок 4.22. Фронтальна проекція ходу променів в камерах і проекторах, спрямованих під кутом

розташовані на прямій, що проходить через центр екрану і перпендикулярно до екрану. Стереопроєктор в нашому розгляді може розташовуватися навпроти центру екрану, вище або нижче останнього. Але обов'язково оптичні центральні осі проєкторів сходяться в центрі екрану. Крім того, проєктори розташовані симетрично щодо центральної вертикальної лінії екрану. Стереопроєктор на фронтальній проєкції представлений точкою Р. Спочатку за відомими координатами точки **I** в системі OXYZ, за допомогою формули, що реалізує координату "у" в прямому стереооператорі постійного ракурсу, знайдемо координату y_c^i :

$$y_c^i = \frac{\hat{z}_c Y_i + Z_i h / 2}{Z_i - \hat{z}_i}. \quad (4.77)$$

Тепер запишемо вираз для відрізка прямої FA,

$$FA = h / 2 - y_c^i = \frac{\hat{z}_c (Y_i + h / 2)}{\hat{z}_i - Z_i}. \quad (4.78)$$

Знайдемо кут α з трикутника ACF

$$\alpha = \arctg \left(\frac{h / 2 - y_c^i}{\hat{z}_c} \right). \quad (4.79)$$

Підставивши (4.77) в (4.79) і спростивши, маємо:

$$\alpha = \arctg \left(\frac{Y_i + h / 2}{\hat{z}_c - Z_i} \right). \quad (4.80)$$

Два прямокутних трикутника BPF і ACF подібні за трьома кутами, тому

$$FB = FA \frac{FP}{FC} = FA \cdot \frac{\sqrt{(\hat{z}_p)^2 + (h / 2 - \hat{y}_p)^2}}{\hat{z}_c}. \quad (4.81)$$

Підставивши (4.78) в (4.81) і спростивши, отримаємо

$$FB = \frac{(Y_i + h/2) \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + (h/2 - \hat{y}_p)^2}}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.82)$$

Якщо система містить стереопроєктор, що має оптичну систему компенсації вертикальних трапецеїдальних спотворень, то в цьому випадку точка В переходить в точку Е (FB=FE), і ми можемо записати вираз для вертикальної координати стереопари точки І в системі OXYZ:

$$y_p^i = h/2 - \frac{(Y_i + h/2) \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + (h/2 - \hat{y}_p)^2}}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.83)$$

З урахуванням масштабного оптичного коефіцієнта М, вираз для $y_{p/m}^i$ буде наступним:

$$y_{p/m}^i = h/2 - \frac{M \cdot (Y_i + h/2) \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + (h/2 - \hat{y}_p)^2}}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.84)$$

В. Стереопроєктор не має системи компенсації вертикальних трапецеїдальних спотворень. У цьому випадку вертикальна складова стереопари точки І, спроектованої на екран, буде знаходитися в точці Q. Знаючи відрізок FB, потрібно визначити відрізок FQ. Для цього можна використовувати теорему синусів для трикутника BQF, якщо попередньо знайти необхідні кути цього трикутника.

$$\angle BFQ = \angle PFT = \angle \varphi, \quad \varphi = \arctg \left(\frac{h/2 - \hat{y}_p}{\hat{z}_p} \right).$$

$$\angle BQF = \angle BPT = \angle \sigma, \quad \sigma = \angle FPT + \alpha = \beta + \alpha,$$

$$\beta = \arctg \left(\frac{\hat{z}_p}{h/2 - \hat{y}_p} \right).$$

З трикутника FPT слід,

$$\beta + \varphi = 90^0. \quad (4.85)$$

$$\Delta BQF: \quad \delta = 180^0 - (\varphi + \sigma) = 180^0 - (\varphi + \beta + \alpha),$$

враховуючи (4.85), маємо:

$$\delta = 90^0 - \alpha. \quad (4.86)$$

Застосуємо теорему синусів для трикутника BQF:

$$QF = BF \frac{\sin \delta}{\sin \sigma}. \quad (4.87)$$

Підставимо в (4.87) знайдені раніше значення δ (4.86), σ , BF (4.82):

$$QF = \frac{(Y_i + h/2) \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + (h/2 - \hat{y}_p)^2} \cdot \cos \left[\arctg \left(\frac{Y_i + h/2}{\hat{z}_c - Z_i} \right) \right]}{(\hat{z}_c - Z_i) \cdot \sin \left[\arctg \left(\frac{\hat{z}_p}{h/2 - \hat{y}_p} \right) + \arctg \left(\frac{Y_i + h/2}{\hat{z}_c - Z_i} \right) \right]}.$$

Якщо стереопроєктор має систему оптичного масштабування, то коефіцієнт M необхідно помножити на величину відрізка OF.

$$FD = OF/m = M \cdot OF.$$

Тепер точку D можна представити у вигляді вертикальної компоненти стереопари точки I при проєктуванні на екран, в системі OXYZ.

$$y_{p/m}^i = h/2 - FD.$$

$$y_{p/m}^i = h/2 - \frac{M \cdot (Y_i + h/2) \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + (h/2 - \hat{y}_p)^2} \cdot \cos \left[\arctg \left(\frac{Y_i + h/2}{\hat{z}_c - Z_i} \right) \right]}{(\hat{z}_c - Z_i) \cdot \sin \left[\arctg \left(\frac{\hat{z}_p}{h/2 - \hat{y}_p} \right) + \arctg \left(\frac{Y_i + h/2}{\hat{z}_c - Z_i} \right) \right]}. \quad (4.88)$$

Формули (4.68), (4.76), (4.88) є математичною моделлю для обчислення і аналізу стереопар будь-якій довільній точки досліджуваного об'єкта, що знаходиться в зоні стереобачення для випадку, коли камери і проектори спрямовані під кутом. Камери і проектори можуть мати різні ракурси, базиси і кути конвергенції. Проектори можуть мати систему оптичного масштабування, але не мають системи компенсації трапецеїдальних спотворень.

Формули (4.61), (4.71), (4.84) являють собою аналогічну математичну модель, для випадку, коли проектори мають систему компенсації трапецеїдальних спотворень.

4.5 Загальна математична модель для аналізу зображень в стереосистемах, що містять камери і проектори, спрямовані під кутом

Під загальною математичною моделлю аналізу стереозображень в даному випадку будемо розуміти модель, що описує систему: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран – спостерігач, в якій камери і проектори, спрямовані під кутом [36,105]. Для отримання загальної моделі досить застосувати формули, що реалізують зворотний стереооператор постійного ракурсу (4.39) до стереовектору, компоненти якого отримані в попередньому підрозділі, 4.4. Якщо стереопроєктор не має систем компенсації трапецеїдальних спотворень, то загальна математична модель являє собою вираз (4.39), в якому компоненти вектора $\vec{s}_{p/m}^i$ визначаються за формулами (4.68), (4.76), (4.88):

$$\vec{V}_i' = (\hat{z}_v - Z'_i) \cdot A_v^{-1} \bullet \vec{s}_{p/m}^i, \quad (4.39)$$

де

$$\vec{V}_i' = \begin{bmatrix} X_i' \\ Y_i' \\ Z_i' \end{bmatrix}, \quad A_v^{-1} = \frac{1}{2v \cdot \hat{z}_v} \cdot \begin{bmatrix} v + \hat{x}_v & v - \hat{x}_v & 0 \\ -\hat{y}_v & \hat{y}_v & -2v \\ \hat{z}_v & -\hat{z}_v & 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{s}_{p/m}^i = \begin{bmatrix} x_{l-p/m}^i \\ x_{r-p/m}^i \\ y_{p/m}^i \end{bmatrix},$$

$$x_{r-p/m}^i = \frac{M \cdot \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c + l/2 - X_i} \right) \right]}{\sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_p}{p} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c + l/2 - X_i} \right) \right]}. \quad (4.68)$$

$$x_{l-p/m}^i = \frac{M \cdot \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2} \right) \right]}{\sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_p}{p} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2} \right) \right]} + l/2. \quad (4.76)$$

$$y_{p/m}^i = h/2 - \frac{M \cdot (Y_i + h/2) \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + (h/2 - \hat{y}_p)^2} \cdot \cos \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{Y_i + h/2}{\hat{z}_c - Z_i} \right) \right]}{(\hat{z}_c - Z_i) \cdot \sin \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_p}{h/2 - \hat{y}_p} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{Y_i + h/2}{\hat{z}_c - Z_i} \right) \right]}. \quad (4.88)$$

Якщо стереопроектор має систему компенсації трапецеїдальних спотворень, то загальна математична модель являє собою вираз (4.39), в якому компоненти вектора $\vec{s}_{p/m}^i$ визначаються за формулами (4.61), (4.71), (4.84):

$$x_{r-p/m}^i = M \cdot \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \operatorname{tg} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{c + l/2 - X_i} \right) \right] + l/2. \quad (4.61)$$

$$x_{l-p/m}^i = M \cdot \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + p^2} \cdot \operatorname{tg} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c}{c} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\hat{z}_c - Z_i}{X_i + c - l/2} \right) \right] + l/2. \quad (4.71)$$

$$y_{p/m}^i = h/2 - \frac{M \cdot (Y_i + h/2) \sqrt{(\hat{z}_p)^2 + (h/2 - \hat{y}_p)^2}}{\hat{z}_c - Z_i}. \quad (4.84)$$

4.6 Висновки по розділу

Розроблені математичні моделі являють собою новий засіб для аналізу геометричних спотворень в різних конфігураціях стереосистем, від системи: екран – спостерігач; до системи: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран – спостерігач. Ці моделі створені для того, щоб давати відповідь на питання, ту чи тривимірну сцену або об'єкт (які спочатку були задумані дизайнером або отримані оператором) бачить конкретний спостерігач, який використовує який-небудь засіб візуалізації тривимірної інформації, при різних умовах спостереження, зйомки і візуалізації. Порівнюючи відомі координати ряду характерних точок об'єкта з отриманими координатами відповідних точок на моделі, можна судити про якість розглянутих стереосистем як діючих, так і проєктованих, іншими словами, отримані моделі можна розглядати як новий інструментарій для проєктування стереосистем з мінімальними спотвореннями. Спочатку були отримані математичні моделі для аналізу геометричних деформацій в системі: екран – спостерігач. Одна модель враховує геометричну деформацію стереоскопічних зображень, якщо спостерігач знаходиться не в розрахунковій точці ракурсу спостереження. Наступна модель враховує інший базис стереобачення при спостереженні. Третя модель враховує одночасно і інший ракурс спостереження, і інший стереобазис. Ці моделі орієнтовані тільки на комп'ютерні стереозображення. Далі, були отримані математичні моделі аналізу геометричних деформацій в системі: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран. Одна модель враховує інший базис і ракурс для систем, у яких центральні оптичні осі стереокамери і стереопроєктора паралельні між собою і перпендикулярні поверхні екрану, при цьому можливий облік коефіцієнта масштабування проєкторів. Далі, була отримана загальна математична модель, яка описує систему: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран – спостерігач з паралельним розташуванням стереокамери і стереопроєктора.

При цьому базиси і ракурси у стереокамери, у стереопроєктора і у спостерігача можуть відрізнятися один від одного. Дана математична модель дозволяє враховувати оптичний масштабний коефіцієнт у стереопроєктора. Останньою була створена загальна математична модель для системи: об'єкт – стереокамера – стереопроєктор – екран – спостерігач, якщо стереокамера і стереопроєктор спрямовані під кутом. Отримана математична модель дає можливість:

- враховувати різні значення базисів стереокамери, стереопроєктора, спостерігача;
- враховувати різні значення ракурсів для камер, проєкторів, спостерігача;
- враховувати оптичний коефіцієнт масштабування (збільшення або зменшення) у стереопроєктора;
- враховувати при аналізі наявність систем компенсації трапецеїдальних спотворень у стереопроєктора;

Математична модель має також інші можливості.

РОЗДІЛ 5

ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ПРОЦЕДУРИ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬ ГРУПОВІ ОПЕРАЦІЇ

Завдання моделювання і відображення тривимірних об'єктів вимагають великих обчислювальних ресурсів, і часто швидкодії навіть потужного центрального процесора ПК не вистачає на те, щоб задовольнити сучасним вимогам діалогу «людина-машина» через великий обсяг тривимірної графічної інформації, що переробляється в процесі моделювання і відображення.

Щоб зняти велику частину обчислювального навантаження з центрального процесора, пов'язану з маніпуляційними графічними процедурами під час відображення тривимірної інформації і тим самим забезпечити швидкий відгук обчислювального середовища на запит людини, постійно розробляються і з'являються на ринку все нові і нові відеокарти і відеоприскорювачі.

Сучасні відеокарти по суті своїй є швидкі графічні спеціалізовані процесори, покликані вирішувати конкретні завдання обробки зображень.

Роздільна здатність екранів дисплеїв постійно збільшується; також постійно зростає колірна палітра кожного пікселя екрану – тому графічні процесори постійно ускладнюються і за вартістю часто перевершують вартість центрального процесора. Крім того, ведуться інтенсивні роботи з пошуку нових алгоритмів і високопродуктивних обчислювальних структур, щоб задовольняти збільшеним вимогам в швидкості обробки і в реалістичності 3D зображень [2,76,78].

Використання стереоскопічних принципів візуалізації тривимірних об'єктів, в загальному випадку, додає складнощів в зазначеному сенсі, оскільки, крім іншого, потрібно забезпечити виконання всіх процедур стереоперетворення і стереопереробки про які йшлося вище, розділ 2-4). Якщо використовувати анагліфічний спосіб сепарації стереопар, коли використовується тільки два взаємно-додаткових кольору (червоний і бірюзовий), то за рахунок скорочення кольорової палітри, вдається кілька компенсувати виникаючі додаткові труднощі.

Для спеціалізованих стереоскопічних систем можна запропонувати спосіб прискорення обчислювальних процедур, заснований на ідеї застосування процесорів групових арифметичних операцій при моделюванні і відображенні [18,21,41,72,].

Групова арифметична операція повинна бути такою, щоб, з одного боку, вона була домінуючою в процедурах моделювання і в процедурах комп'ютерної графіки, а з іншого – допускала б можливість її реалізації на основі комбінаційних швидкодіючих структур, які потребують мінімуму управління.

Проведені раніше дослідження [7,8,48,71,73] показали, що якщо в якості основної групової операції вибрати арифметичну операцію скалярного множення двох дійсних векторів (сума парних добутків), то типові задачі лінійної алгебри (матрично-векторні операції, системи лінійних алгебраїчних рівнянь) допускають ефективне застосування зазначеної операції.

До вирішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь високих порядків зводяться багато завдань з розрахунку енергомереж, завдання фізики і техніки, як безпосередньо, так і при вирішенні диференціальних рівнянь (звичайних і в приватних похідних). У цьому розділі наведені результати подальших досліджень на предмет прискорення обчислювальних процедур на базі зазначеної групової арифметичної операції.

5.1 Матриці операторів для неоднорідних систем лінійних диференціальних рівнянь

Дана система диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}}{dt} &= A\vec{x} + \vec{F}(t); \\ \vec{x}(t_0) &= x_0, \end{aligned} \tag{5.1}$$

де

A – квадратна матриця постійних значень;

$\vec{F}(t)$ – вектор правих частин.

Для знаходження рішення була запропонована наступна послідовність дій [11]:

заміна системи (5.1) системою виду

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{y}}{dt} &= A\vec{y} + L_1[\vec{F}(t)]; \\ \vec{y}(t_0) &= \vec{y}_0, \end{aligned} \quad (5.2)$$

де

$L_1[\vec{F}(t)]$ – лінійний оператор, застосування якого до вектору правих частин $\vec{F}(t)$ призводить систему (5.1) або до простішого вигляду, або до виду, для якого відома відповідь; визначення вектора змінних $\vec{y}(t)$; знаходження шуканого вектора $\vec{x}(t)$ за допомогою так званого зворотного оператора $L_1^{-1}[\vec{y}(t)]$, впливаючи останнім на вектор $\vec{y}(t)$, тобто

$$\vec{x}(t) = L_1^{-1}[\vec{y}(t)]. \quad (5.3)$$

Раніше були розглянуті дві пари лінійних операторів [48]:

перша пара,

$$\left\{ \begin{aligned} L_{1m}[\vec{F}(t)] &= \frac{d^m}{dt^m} [F(t)], \\ L_{1m}^{-1}[\vec{y}(t)] &= \underbrace{\int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \cdots \int_{t_0}^t}_{m} \underbrace{d\tau \, d\tau \, \dots \, d\tau}_m, \end{aligned} \right. \quad (5.4)$$

при обмеженнях

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{F}(t_0) &= 0, \\ \frac{d^i [\vec{F}(t)]}{dt^i} \Big|_{t=t_0} &= 0, \\ \text{при } i &= 1, 2, \dots, m-1. \end{aligned} \right. \quad (5.5)$$

Єдиними обмеженнями другої пари (5.6)

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{2m}[\vec{F}(t)] = \underbrace{\int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \dots \int_{t_0}^t}_{m} \vec{F}(t) d\tau d\tau \dots d\tau, \\ L_{2m}^{-1}[\vec{y}(t)] = \frac{d^m}{dt^m} [\vec{y}(t)] \end{array} \right. , \quad (5.6)$$

є умови інтегрованості векторів $\vec{F}(t)$, $\int_{t_0}^t \vec{F}(\tau) d\tau$, $\int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \vec{F}(\tau) d\tau d\tau$.

Зрозуміло, що ці пари операторів доцільно застосовувати лише в тих випадках, коли компоненти вектора $\vec{F}(t)$ однакові, оскільки оператори діють однаково на всі складові векторів $\vec{F}(t)$ и $\vec{y}(t)$. Це звужує клас даних систем. З метою розширення цього класу пропонується замість пар лінійних операторів застосовувати матриці операторів [11]. У цьому випадку замість прямих лінійних операторів L_{1m} и L_{2m} на вектор $\vec{F}(t)$ буде діяти діагональна матриця лінійних операторів L , у якій по діагоналі можуть стояти в будь-якому поєднанні і будь-якого порядку прямі оператори L_{1m} и L_{2m} :

$$L = \begin{bmatrix} L_{1m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{2k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{2l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{1f} \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

На вектор $\vec{y}(t)$ діє діагональна матриця зворотних лінійних операторів L^{-1} ,

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} L_{1m}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{2k}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{2l}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{1f}^{-1} \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Доказ можливості застосування запропонованих матриць взаємообратних операторів зручно провести в області зображень по Лапласу. Припустимо, що на вектор $\vec{F}(t)$ системи (5.1) при нульових початкових умовах діє матриця операторів (5.7) при обмеженнях (5.5) на всі необхідні оператори. Тоді,

$$\frac{d\vec{y}}{dt} = A\vec{y} + L[\vec{F}(t)] \quad (5.9)$$

Застосуємо перетворення Лапласа

$$p\vec{Y}(p) = A \cdot \vec{Y}(p) + L(p) \cdot \vec{F}(p), \quad (5.10)$$

де

$$L(p) = \begin{bmatrix} p^{\pm i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p^{\pm j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p^{\pm k} \end{bmatrix}. \quad (5.11)$$

Звідки

$$\vec{Y}(p) = (pE - A)^{-1} L(p) \vec{F}(p). \quad (5.12)$$

В операторній області вплив матриці операторів на вектор $L[\vec{F}(t)]$

зводиться до множення матриці (5.11) на вектор $\vec{F}(p)$: $L(p) \cdot \vec{F}(p)$.

Шуканий вектор невідомих системи (5.1) в області зображень, з одного боку, дорівнює

$$\vec{X}(p) = (pE - A)^{-1} \bullet \vec{F}(p). \quad (5.13)$$

З іншого боку, застосування матриці зворотних операторів в області зображень до вектору, дає

$$L^{-1}(p) \cdot \vec{Y}(p) = L^{-1}(p)(pE - A)^{-1} \cdot L(p) \cdot \vec{F}(p), \quad (5.14)$$

де

$$L^{-1}(p) = \begin{bmatrix} p^{\bar{i}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p^{\bar{j}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p^{\bar{k}} \end{bmatrix}.$$

Оскільки матриця $L^{-1}(p)$ діагональна, можна перетворити вираз (5.14) до виду

$$L^{-1}(p) \cdot \vec{Y}(p) = (pE - A)^{-1} \cdot L^{-1}(p) \cdot L(p) \cdot \vec{F}(p) = (pE - A)^{-1} \cdot E \cdot \vec{F}(p) = \vec{X}(p),$$

що й потрібно було довести.

Той факт, що в області зображень по Лапласу $L^{-1}(p) \cdot L(p) = E$, послужив тому, що було прийнято написання матриці зворотних операторів $L^{-1}(p)$, відповідне написанню, прийнятому для зображення зворотної матриці. Формально в тимчасовій області дія матриці прямих операторів на вектор $\vec{F}(t)$ зводиться до трьох кроків: множення компонентів матриці L на вектор $\vec{F}(t)$; внесення кожної компоненти вектор $\vec{F}(t)$ під знак відповідного лінійного прямого оператора; виконання дій, передбачених прямими операторами. Аналогічно, з формальної точки зору, виконуються і дії матриці зворотних операторів L^{-1} над вектором $\vec{y}(t)$:

- 1) множаться компоненти матриці L^{-1} на вектор $\vec{y}(t)$;
- 2) вноситься кожна компонента вектора $\vec{y}(t)$ під знак відповідного лінійного зворотного оператора; виконуються дії, передбачені зворотними операторами.

Приклад. Дана система

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} - (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4) = b_1t^5; \\ \frac{dx_2}{dt} - (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4) = b_2t^{-4}; \\ \frac{dx_3}{dt} - (a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4) = b_3t^3; \\ \frac{dx_4}{dt} - (a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4) = b_4t^{-3}; \\ (x_1, x_2, x_3, x_4)|_{t=0} = 0. \end{array} \right.$$

Потрібно визначити вектор $x(t)$ за умови, що відома відповідь для випадку

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{y}}{dt} = A\bar{y} + \bar{\varphi}(t); \\ \bar{y}(t_0) = \bar{y}_0, \end{array} \right. \quad (5.15)$$

де $\varphi_1(t) = c_1$, $\varphi_2(t) = c_2t^{-1}$, $\varphi_3(t) = c_3$, $\varphi_4(t) = c_4t^{-1}$,

c_1, c_2, c_3, c_4 - відомі постійні величини.

У цьому випадку матрицю прямих лінійних операторів доцільно вибрати виду

$$L(p) = \begin{bmatrix} p^5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p^{-2} \end{bmatrix},$$

що відповідає матриці в тимчасовій області

$$L = \begin{bmatrix} \frac{d^5}{dt^5} [] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t [] d\tau d\tau d\tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d^3}{dt^3} [] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t [] d\tau d\tau \end{bmatrix}.$$

Крок 1.

$$L[F_1(t)] = \begin{bmatrix} L_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ F_3(t) \\ F_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{15} \cdot F_1(t) \\ L_{23} \cdot F_2(t) \\ L_{13} \cdot F_3(t) \\ L_{22} \cdot F_4(t) \end{bmatrix}.$$

Крок 2.

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{15}[F_1(t)] = \frac{d^5}{dt^5} [F_1(t)] = \frac{d^5}{dt^5} [b_1 t^5]; \\ L_{23}[F_2(t)] = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t F_2(\tau) d\tau d\tau d\tau = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t b_2 \tau^{-4} d\tau d\tau d\tau; \\ L_{13}[F_3(t)] = \frac{d^3}{dt^3} [F_3(t)] = \frac{d^3}{dt^3} [b_3 t^3]; \\ L_{22}[F_4(t)] = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t F_4(\tau) d\tau d\tau = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t b_4 \tau^{-3} d\tau d\tau. \end{array} \right.$$

Крок 3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^5}{dt^5} [b_1 t^5] = 120b_1, \quad c_1 = 120b_1; \\ \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t b_2 \tau^{-4} d\tau d\tau d\tau = -\frac{1}{6} b_2 t^{-1}, \quad c_2 = -\frac{b_2}{6}; \\ \frac{d^3}{dt^3} [b_3 t^3] = 6b_3; \quad c_3 = 6b_3; \\ \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t b_4 \tau^{-3} d\tau d\tau = \frac{1}{2} b_4 t^{-1}, \quad c_4 = \frac{b_4}{2}. \end{array} \right. \quad (5.16)$$

Постійні величини (5.16) дозволяють визначити вектор $\vec{y}(t)$ із системи (5.15). Далі для отримання шуканої відповіді до вектору $\vec{y}(t)$ застосовують матрицю зворотних операторів, яка в цьому випадку набуває вигляду:

Зворотний крок 1.

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_1} \underbrace{\int_0^t \cdots \int_0^t}_{5} [] d\tau \dots d\tau & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{c_2} \frac{d^3}{dt^3} [] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c_3} \underbrace{\int_0^t \cdots \int_0^t}_{3} [] d\tau \dots d\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4} \frac{d^2}{dt^2} [] \end{bmatrix},$$

або в області зображень

$$L^{-1}(p) = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_1} p^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{c_2} p^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c_3} p^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4} p^2 \end{bmatrix}.$$

Зворотний крок 2.

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{15}^{-1}[y_1(t)] = \frac{1}{c_1} \underbrace{\int_0^t \cdots \int_0^t}_{5} y_1(\tau) d\tau \dots d\tau; \\ L_{23}^{-1}[y_2(t)] = \frac{1}{c_2} \frac{d^3}{dt^3} [y_2(t)]; \\ L_{22}^{-1}[y_4(t)] = \frac{1}{c_3} \underbrace{\int_0^t \cdots \int_0^t}_{3} y_3(\tau) d\tau \dots d\tau; \\ L_{22}^{-1}[y_4(t)] = \frac{1}{c_4} \frac{d^2}{dt^2} [y_4(t)]. \end{array} \right.$$

Зворотний крок 3, як зазначено вище, полягає в реалізації математичних дій, передбачених зворотними операторами.

5.2 Постановка систем лінійних диференціальних рівнянь в T -області на обчислювальних структурах зі змішаним кодуванням

Аналіз формул, отриманих методом T -перетворення стосовно до диференціальних рівнянь, показує, що більша частина обчислювальної навантаження припадає на групову арифметичну операцію – суму парних добутків. З іншого боку, відомо [9], що така операція ефективно реалізується в непозиційній системі числення в залишкових класах (СОК), оскільки складається тільки з модульних операцій додавання і множення [1,79,81]. Для підвищення ефективності вирішення систем диференціальних рівнянь за методом Пухова Г.Є. [72], виникла ідея поєднати два ці підходи [12].

5.2.1 Система лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, задача Коші. Дана система (5.17)

$$\begin{cases} \frac{d\vec{x}}{dt} = A\vec{x} + \vec{f}(t), \\ \vec{x}|_{t=t_0} = \vec{x}_0, \end{cases} \quad (5.17)$$

де

\vec{x} – вектор невідомих; $\vec{f}(t)$ – вектор правих частин \vec{x}_0 – вектор початкових значень; A – матриця постійних коефіцієнтів.

В області T -перетворень система (5.17) набуває вигляду

$$D\vec{x}(k) = A\vec{x}(k) + \vec{F}(k), \quad (5.18)$$

де D – символ тейлоровської похідної, який в даному випадку поширюється на кожен компоненту вектора $\vec{x}(k)$; $\vec{x}(k)$, $\vec{F}(k)$ – відповідні зображення векторів $\vec{x}(t)$ і $\vec{f}(t)$; k – дискретний аргумент, який приймає значення $0, 1, 2, \dots$

Після реалізації T -похідної розрахункова формула набуде вигляду [72]:

$$\vec{x}(k+1) = \frac{H}{k+1} [A\vec{x}(k) + \vec{F}(k)], \quad (5.19)$$

де

H – постійна, що має розмірність часу t .

Основне обчислювальне навантаження у формулі (5.19) доводиться на операцію $A\vec{x}(k)$, тобто на кінцеве число сум парних добутоків. Однак повністю реалізувати формулу (5.19) на обчислювальних структурах, які працюють в СОК, не вдається, тому що на кожному кроці пошуку чергових дискрет вектора невідомих \vec{x}_i доводиться виконувати операцію ділення на величину, що в непозиційній системі числення є настільки трудомісткою, що буде втрачено ту перевагу, що дає СОК при виконанні модульних операцій.

Тому постало завдання, – перетворити формулу (5.19) так, щоб обчислення подальшого вектора невідомих (або функції від вектора) відбувалося без застосування операції ділення над вектором (або його функцією) на попередньому кроці. Вирішення цього завдання було запропоновано здійснити шляхом введення нового вектора змінних,

$$\vec{y}(k) = \varphi(k) \cdot \vec{x}(k), \quad (5.20)$$

де

$\varphi(k)$ – функція цілочисельного аргументу (мається на увазі, що для її обчислення не потрібно немодульних операцій).

Підставимо (5.20) в (5.19):

$$\frac{\vec{y}(k+1)}{\varphi(k+1)} = \frac{H}{k+1} \left[\frac{A\vec{y}(k)}{\varphi(k)} + \vec{F}(k) \right].$$

Після перетворення, маємо

$$\frac{y(k+1)}{\varphi(k+1)} = \frac{H}{(k+1)\varphi(k)} [A\vec{y}(k) + \varphi(k)\vec{F}(k)]. \quad (5.21)$$

З формули (5.21) випливає, що для задоволення поставленим вище умовам функція $\varphi(k)$ повинна володіти наступною властивістю:

$$\varphi(k+1) = (k+1)\varphi(k). \quad (5.22)$$

Дійсно, якщо умова (5.22) виконана, то формула (5.21) перетвориться до виду (5.23)

$$\bar{y}[k+1] = H[A\bar{y}(k) + \varphi(k) \cdot \bar{F}(k)], \quad (5.23)$$

з якого випливає, що для обчислення будь-якого подальшого вектора невідомих $\bar{y}(k+1)$ необхідні тільки модульні операції, тобто такі результати виконання яких залишаються в класі цілих чисел, якщо в цьому класі перебували вихідні дані. Функцією $\varphi(k)$, яка задовольняє одночасно і формулі (5.22) і умовам, про які говорилося вище (формула (5.20)) є факторіал змінної:

$$\varphi(k) = k! \quad (5.24)$$

Справедливість цього твердження підтверджується, по-перше, тим, що для обчислення $k!$ потрібно тільки операція множення, а по-друге, тим, що

$$(k+1)! = (k+1)k! \text{ — задоволення формулі (5.22).}$$

Остаточно формули (5.20) і (5.21) мають вигляд

$$\bar{y}(k) = k! \bar{x}(k), \quad (5.25)$$

$$\bar{y}[k+1] = H[A\bar{y}(k) + k! \bar{F}(k)]. \quad (5.26)$$

Помилковою є думка, нібито заміна вектора змінних (5.25) нічого суттєвого не дає на тій підставі, що нас цікавить в кінцевому рахунку вектор $\bar{x}(k)$, а не вектор $\bar{y}(k)$.

Однак зазначимо, що перехід до вектора змінних $\vec{y}(k)$ дозволяє здійснити поєднання в часі виконання немодульних операцій ділення $\frac{\vec{y}(k)}{k!}$ і модульних операцій по обчисленню наступних дискрет вектора $\vec{y}(k+1)$. Причому важливо те, що до моменту обчислення чергового вектора дискрет \vec{y}_i всі необхідні складові в базисі СОК вже є.

Вихідна формула (5.19) такої можливості не дає. Дійсно, припустимо, що чисельник формули (5.19) обчислюється в базисі СОК; а операція ділення на $(k+1)$, пов'язана з обчисленням вектора невідомих $\vec{x}(k+1)$, подібно розглянутому вище випадку, виконується в позиційній системі числення. Все це можливо, але під час перетворення чисельника формули (5.19) з СОК в позиційний базис і при подальшому виконанні операції ділення на $(k+1)$, і далі під час перетворення вектора $\vec{x}(k+1)$ з позиційної форми в СОК – непозиційні блоки знаходяться в стані очікування, оскільки для обчислення вектора дискрет чисельника формули (5.19) на наступному кроці необхідний вектор $\vec{x}(k+1)$, причому в непозиційному базисі.

Повертаючись до нових формул (5.25), (5.26) пропонується наступний розподіл обчислювальних функцій між позиційними і непозиційними блоками. Спеціалізований процесор групової операції що працює в СОК, зайнятий обчисленням дискрет вектора згідно з формулою (5.26). Обчислення дискрет вектора $\vec{x}(k+1)$, перевірка на точність, а також отримання точок шуканого вектора заданого диференціального рівняння (5.27) проводиться в блоках з позиційним базисом,

$$\vec{x}(i+1) = \vec{y}_i(0) + \vec{y}_i(1) + \frac{\vec{y}_i(2)}{2!} + \frac{\vec{y}_i(3)}{3!} + \dots \quad (5.27)$$

Причому, як зазначалося вище, в момент обчислення непозиційним процесором, наприклад, вектора $\vec{y}_i(4)$, паралельно відбувається перетворення з СОК в позиційний базис отриманої раніше величини $\vec{y}_i(3)$; обчислюється вектор $\frac{\vec{y}_i(3)}{3!}$ в позиційній системі числення; здійснюється накопичення в позиційній пам'яті

бажаного результату шляхом підсумовування $\frac{\bar{y}_i(3)}{3!}$ до раніше накопиченої

величини $\bar{y}_i(0) + \bar{y}_i(1) + \frac{\bar{y}_i(2)}{2!} + \dots$

Під час обчислення за формулою (5.26) слід зберігати в пам'яті окремо складові вектора $\bar{y}(k+1)$, $H \cdot A \cdot \bar{y}(k)$ і $H \cdot k! \bar{F}(k)$, тому що при виконанні наступної операції

ділення $\frac{\bar{y}(k+1)}{k+1}$ діапазон представлення чисел при роздільному діленні менше, ніж

при діленні всього $\bar{y}(k+1)$ вектора на $(k+1)!$. Іншими словами, необхідно перетворювати величину $H \cdot A \cdot \bar{y}(k)$ з СОК в позиційну форму і тут визначити

першу складову $\frac{H \cdot A \cdot \bar{y}(k)}{(k+1)!}$.

Другу складову $\frac{H \cdot k! \bar{F}(k)}{(k+1)!} = \frac{H \cdot \bar{F}(k)}{k+1}$ слід обчислювати в позиційному вигляді

повністю, оскільки для цієї операції в позиційній пам'яті є всі дані. Далі залишається тільки скласти отримані складові вектора $\bar{y}(k+1)$.

5.2.2 Система лінійних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами, задача Коші. Дана система (5.28)

$$\begin{cases} \frac{d\bar{x}}{dt} = A(t)\bar{x} + \bar{f}(t), \\ \bar{x}|_{t=t_0} = \bar{x}_0, \end{cases} \quad (5.28)$$

де коефіцієнти матриці $A(t)$ залежать від часу. За методом Пухова Г.Є. система (5.28) в області T -зображень представляється в такий спосіб [72]:

$$D\bar{x}(k) = A(k) * \bar{x}(k) + \bar{F}(k),$$

де $A(k) * \bar{x}(k)$ – добуток в T -області.

Розрахункова формула після реалізації T -похідної і T -добутку має вигляд:

$$\bar{x}(k+1) = \frac{H}{k+1} \left[\sum_{l=0}^{l=k} A(l)\bar{x}(k-l) + \vec{F}(k) \right]. \quad (5.29)$$

Як видно з формули (5.29), основним ускладненням при постановці системи диференціальних рівнянь (5.28) на обчислювальних структурах зі змішаним кодуванням є наявність операції ділення на коефіцієнт $(k+1)$ на кожному кроці обчислення дискрет вектора $\bar{x}(k+1)$.

Спробуємо скористатися знайденою раніше заміною змінних (5.25). Доказ проведемо методом математичної індукції. Спочатку переконаємося в ефективності підстановки (5.25) в (5.29) для випадків $k = 0, 1, 2, 3$:

$$k = 0,$$

$$\bar{x}(1) = H[A(0)\bar{x}(0) + \vec{F}(0)] = \bar{y}(1),$$

$$\bar{y}(1) = H[A(0)\bar{y}(0) + \vec{F}(0)] - \text{операції ділення не потрібно;}$$

$$k = 1,$$

$$\bar{x}(2) = \frac{H}{2} [A(0)\bar{x}(1) + A(2)\bar{x}(0) + \vec{F}(1)] = \frac{\bar{y}(2)}{2!},$$

$$\bar{y}(2) = H[A(0)\bar{y}(1) + A(1)\bar{y}(0) + \vec{F}(1)] - \text{операції ділення не потрібно;}$$

$$k = 2,$$

$$\begin{aligned} \bar{x}(3) &= \frac{H}{3} [A(0)\bar{x}(2) + A(1)\bar{x}(1) + A(2)\bar{x}(0) + \vec{F}(2)] = \\ &= \frac{H}{3} \left[A(0) \frac{\bar{y}(2)}{2!} + A(1)\bar{y}(1) + A(2)\bar{y}(0) + \vec{F}(2) \right] = \\ &= \frac{H}{3!} [A(0)\bar{y}(2) + 2!A(1)\bar{y}(1) + 2!A(2)\bar{y}(0) + 2!\vec{F}(2)] = \frac{\bar{y}(3)}{3!}, \end{aligned}$$

$\bar{y}(3) = H[A(0)\bar{y}(2) + 2!A(1)\bar{y}(1) + 2!A(2)\bar{y}(0) + 2!\bar{F}(2)]$ – операції ділення не потрібно;

$k = 3,$

$$\begin{aligned}\bar{x}(4) &= \frac{H}{4} [A(0)\bar{x}(3) + A(1)\bar{x}(2) + A(2)\bar{x}(1) + A(3)\bar{x}(0) + \bar{F}(3)] = \\ &= \frac{H}{4} \left[A(0) \frac{\bar{y}(3)}{3!} + A(1) \frac{\bar{y}(2)}{2!} + A(2)\bar{y}(1) + A(3)\bar{y}(0) + \bar{F}(3) \right] = \\ &= \frac{H}{4!} [A(0)\bar{y}(3) + 3A(1)\bar{y}(2) + 3!A(2)\bar{y}(1) + 3!A(3)\bar{y}(0) + 3!\bar{F}(3)] = \frac{\bar{y}(3)}{4!},\end{aligned}$$

$\bar{y}(4) = H[A(0)\bar{y}(3) + 3A(1)\bar{y}(2) + 3!A(2)\bar{y}(1) + 3!A(3)\bar{y}(0) + 3!\bar{F}(3)]$ – операції ділення не потрібно.

Припустимо, що зазначена вище процедура справедлива і для випадку $k = n$, тобто вектор $\bar{y}(n)$ визначається, виключаючи операцію ділення, і за цієї умовирозглянемо випадок $k = n + 1$:

$$\begin{aligned}\bar{x}(n+1) &= \frac{H}{n+1} [A(0)\bar{x}(n) + A(1)\bar{x}(n-1) + A(2)\bar{x}(n-2) + \dots + \\ &+ A(n-1)\bar{x}(1) + A(n)\bar{x}(0) + \bar{F}(n)],\end{aligned}\tag{5.30}$$

Підставляючи (5.25) в (5.30), отримаємо:

$$\begin{aligned}\bar{x}(n+1) &= \frac{H}{n+1} \left[A(0) \frac{\bar{y}(n)}{n!} + A(1) \frac{\bar{y}(n-1)}{(n-1)!} + A(2) \frac{\bar{y}(n-2)}{(n-2)!} + \dots + \right. \\ &\left. + A(n-1)\bar{y}(1) + A(n)\bar{y}(0) + \bar{F}(n) \right]\end{aligned}$$

Після перетворення:

$$\begin{aligned} \bar{x}(n+1) = \frac{H}{(n+1)!} [& A(0)\bar{y}(n) + n \cdot A(1)\bar{y}(n-1) + n(n-1)A(2)\bar{y}(n-2) + \dots + \\ & + n!A(n-1)\bar{y}(1) + n!A(n)\bar{y}(0) + n!\bar{F}(n)], \end{aligned}$$

або в більш компактному вигляді:

$$\bar{x}(n+1) = \frac{H}{(n+1)!} \left[A(0)\bar{y}(n) + \sum_{l=1}^n A(l)\bar{y}(n-l) \prod_0^{l-1} (n-l) + n!\bar{F}(n) \right]. \quad (5.31)$$

Підставляючи (5.25) в (5.31), отримуємо:

$$\bar{y}(n+1) = H \cdot \left[A(0)\bar{y}(n) + \sum_{l=1}^n A(l)\bar{y}(n-l) \cdot \prod_0^{l-1} (n-l) + n!\bar{F}(n) \right], \quad (5.32)$$

Як бачимо, вектор $\bar{y}(n+1)$ може бути обчислений без операції ділення. За індукції зазначена вище процедура справедлива для будь-яких значень цілочисленого аргументу k .

Таким чином, запропонована заміна змінних (5.25), застосована до розрахункової формули (5.29), дає можливість распаралелити процес обчислень в блоках, які працюють в позиційній і непозиційній системі числення.

Як і в системі лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, обчислення, пов'язані з вектором $\bar{y}(k)$, формула (5.32), доцільно виконувати в непозиційному базисі (на спецпроцесорі групової операції). Крім того, можуть виявитися ефективними спеціалізовані структури, що працюють в СОК, по реалізації величини $k!$. Обчислення, пов'язані з реалізацією операції ділення, виконуються в позиційному базисі.

5.3 Нелінійні системи

Наближені методи розв'язування систем нелінійних рівнянь вимагає великого числа однотипних арифметичних операцій [59]. Тому обчислювальний процес, який

відповідає цим завданням, при постановці останніх на універсальних ЕОМ займає багато машинного часу. Проведені дослідження задач лінійної алгебри та аналізу доводять ефективність застосування групової арифметичної операції скалярного добутку двох дійсних векторів [48]. Нижче буде проведено аналіз на предмет застосування групової операції для прискорення обчислювального процесу при вирішенні систем нелінійних рівнянь [10].

5.3.1 Метод Ньютона. Дана система нелінійних рівнянь з дійсними лівими частинами:

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \end{cases} \quad (5.33)$$

або

$$\vec{F}(\vec{x}) = 0,$$

де

\vec{x} – вектор невідомих, $\vec{F}(\vec{x})$ – вектор-функція.

Припускаючи, що функція $\vec{F}(\vec{x})$ неперервно диференційовна в деякій опуклій області, що містить \vec{x} і $\vec{x}^{(k)} = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})$, доведено [51], що ітераційний процес знаходження шуканого вектора можна організувати за формулою

$$\vec{x}^{(k+1)} = \vec{x}^{(k)} - W^{-1}(\vec{x}^{(k)})\vec{F}(\vec{x}^{(k)}), \quad k=0,1,2, \dots, \quad (5.34)$$

де $W^{-1}(\vec{x}^{(k)})$ – зворотна матриця Якобі системи функцій f_1, f_2, \dots, f_n щодо змінних x_1, x_2, \dots, x_n для k -го наближення,

$$W^{-1}(\bar{x}^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1^{(k)}} & \frac{df_1}{dx_2^{(k)}} & \cdots & \frac{df_1}{dx_n^{(k)}} \\ \frac{df_2}{dx_1^{(k)}} & \frac{df_2}{dx_2^{(k)}} & \cdots & \frac{df_2}{dx_n^{(k)}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{df_n}{dx_1^{(k)}} & \frac{df_n}{dx_2^{(k)}} & \cdots & \frac{df_n}{dx_n^{(k)}} \end{bmatrix}^{-1}.$$

З точки зору трудомісткості обчислювальної процедури незручністю методу Ньютона є необхідність на кожному кроці обчислювати зворотню матрицю $W^{-1}(\bar{x}^{(k)})$. Доведено [51], що якщо матриця $W^{-1}(\bar{x})$ неперервна в околиці шуканого рішення \bar{x} і початкове наближення $\bar{x}^{(0)}$, то приблизно вважаючи $W^{-1}(\bar{x}^{(k)}) \approx W^{-1}(\bar{x}^{(0)})$, приходять до модифікованого процесу Ньютона:

$$\bar{y}^{(k+1)} = \bar{y}^{(k)} - W^{-1}(\bar{x}^{(0)})F(\bar{y}^{(k)}), \quad k=0,1,2, \dots, \quad \bar{y}^{(0)} = \bar{x}^{(0)}. \quad (5.35)$$

В даному випадку зворотню матрицю $W^{-1}(\bar{x}^{(0)})$ потрібно обчислювати тільки один раз за час виконання завдання; тому цю роботу і обчислення вектора $\vec{F}(\bar{y}^{(i)})$ можна покласти на центральний процесор; решту громіздких однотипних обчислень, пов'язаних з множенням матриці на стовпець на кожному кроці ітерації, ефективно виконає спецпроцесор зазначеної вище груповий арифметичної операції.

позначаючи $W^{-1}(\bar{x}^{(0)}) = G$,

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{n1} & g_{n2} & \cdots & g_{nn} \end{bmatrix},$$

де $\alpha_n = \vec{v}_n A_{n-1}^{-1} \vec{u}_n$. Формула (5.36) покладена в основу методу послідовної облямівки.

Послідовно будуються зворотні матриці для матриць:

$$(a_{11}), \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix},$$

з яких кожна наступна виходить з попередньої за допомогою облямівки на підставі формули (5.36). Цей процес об'єднує такі дії (за умови, що A_{n-1}^{-1} вже відома, шукаються елементи матриці A_n^{-1}):

1. Обчислюється стовпець $A_{n-1}^{-1} \vec{u}_n (\beta_{1n}, \dots, \beta_{n-1n})$.
2. Обчислюється рядок $\vec{v}_n A_{n-1}^{-1}$ з елементами $\gamma_{n1}, \dots, \gamma_{nn-1}$.
3. Обчислюється число

$$\alpha_n = a_{nn} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{ni} \beta_{in} = a_{nn} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{in} \gamma_{ni}. \quad (5.37)$$

4. Знаходяться елементи d_{ik} оберненої матриці за формулами:

$$d_{ik} = d'_{ik} + \frac{\beta_{in} \gamma_{nk}}{\alpha_n}, \quad (i, k \leq n-1)$$

$$d_{in} = \frac{\beta_{in}}{\alpha_n}, \quad d_{nk} = \frac{\gamma_{nk}}{\alpha_n}, \quad (i, k \leq n-1), \quad d_{nn} = \frac{1}{\alpha_n},$$

де d'_{ik} – елементи матриці A_{n-1}^{-1} .

Обчислення по п.п 1-3 формул (5.37) можуть бути успішно виконані на спецпроцесорі групової операції. Реалізацію залежностей по п.4 доцільно покласти на центральний процесор.

5.3.1.2 Метод поповнення. Ідея методу полягає в наступному, нехай B неособлива матриця, зворотна для якої відома. Потрібно визначити зворотню матрицю A^{-1} , яка пов'язана з матрицею B співвідношенням $A = B + \vec{u} \cdot \vec{v}$,

де \vec{u} – деякий відомий стовпець; \vec{v} – деякий відомий рядок;

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 v_1 & u_1 v_2 & \cdots & u_1 v_n \\ u_2 v_1 & u_2 v_2 & \cdots & u_2 v_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_n v_1 & u_n v_2 & \cdots & u_n v_n \end{bmatrix}.$$

Доведено [51], що зворотна матриця $A^{-1} = B^{-1} - \frac{1}{\gamma} B^{-1} \vec{u} \vec{v} B^{-1}$,

де $\gamma = 1 + \vec{v} \cdot B^{-1} \vec{u}$, за умови $\gamma \neq 0$.

Вказану ідею зазвичай поширюють на окремий випадок, коли матриця A виходить з матриці B зміною одного рядка, тобто

$$A = B + V, \quad (5.38)$$

де V матриця, всі елементи якої дорівнюють нулю, крім елементів змінного рядка, наприклад з номером k . Тоді, $V = \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{e}_k \cdot \vec{v}$, де \vec{v} – не нульовий рядок матриці V ; \vec{e}_k – стовпець, k -й елемент якого дорівнює одиниці, а решта – нулю. В цьому випадку,

$$\vec{\alpha}_j = \vec{\beta}_j - \frac{(\vec{v}', \vec{\phi}_j)}{1 + (\vec{v}', \vec{\beta}_k)} \vec{\beta}_k,$$

де $\vec{\beta}_k$ – k -й стовпець матриці B^{-1} ; $\vec{\alpha}_j$ – j -й стовпець матриці A^{-1} ;

$(\vec{v}', \vec{\beta}_j), (\vec{v}', \vec{\beta}_k)$ – скалярні добутки векторів.

Виникає питання, де взяти для довільної матриці A матрицю B , що задовольняє умові (5.38), для якої відома зворотна B^{-1} . Метод поповнення передбачає, що задана матриця A розглядається як останній член послідовності $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n = A$, де $A_0 = E$ (одична матриця).

Перехід від попередньої матриці A_{k-1} до подальшої A_k здійснюється заміною k -ого рядка матриці A_{k-1} на k -ий рядок матриці A_k і так n раз. Формули переходу на k -ом кроці наступні:

$$\bar{\alpha}_j^{(k)} = \bar{\alpha}_j^{(k-1)} - \frac{(\bar{v}_k', \bar{\alpha}_j^{(k-1)})}{1 + (\bar{v}_k', \bar{\alpha}_k^{(k-1)})} \bar{\alpha}_k^{(k-1)}, \quad (5.39)$$

де

$$\bar{\alpha}_j^{(k)} \text{ — } j\text{-й стовпець матриці } A_k^{-1}; \quad \bar{v}^{(k)} = (a_{k1}, a_{k2}, \dots, a_{kn}).$$

Операції в дужках $(\bar{v}_k', \bar{\alpha}_j^{(k-1)})$, $(\bar{v}_k', \bar{\alpha}_k^{(k-1)})$ формули (5.39) є скалярним добутком двох векторів, які доцільно виконувати на процесорі групової операції.

Операцію знаходження елементів зворотної матриці можна прискорити, якщо обчислення виконувати з округленням (визначати \tilde{A}^{-1}). Це має сенс на перших кроках методу Ньютона. Надалі, у міру наближення до вирішення, може знадобитися уточнювати значення зворотного Якобіана – більш точно знаходити елементи зворотної матриці. Застосування спецпроцесора групової операції буде ефективним і в цьому випадку. Дійсно, по-перше, ефективно буде отримано контрольне співвідношення $A \cdot \tilde{A}^{-1}$, для знаходження якого необхідно n^2 зазначених групових операцій. якщо співвідношення $A \cdot \tilde{A}^{-1}$ таке, що норма

$$\|E - A \cdot \tilde{A}^{-1}\| \leq k < 1, \quad (5.40)$$

де

$\| \cdot \|$ - перша або друга норма матриці, то в цьому випадку елементи зворотної матриці A^{-1} можуть бути обчислені з як завгодно великою точністю за допомогою ітераційного процесу [51]:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1^{-1} = A_0^{-1}(E + R_0), \quad R_1 = E - A \cdot A_1^{-1}, \\ A_2^{-1} = A_1^{-1}(E + R_1), \quad R_2 = E - A \cdot A_2^{-1}, \\ \dots\dots\dots \\ A_m^{-1} = A_{m-1}^{-1}(E + R_{m-1}), \quad R_m = E - A \cdot A_{m-1}^{-1}, \end{array} \right. \quad (5.41)$$

Доведено, що, якщо виконана умова (5.40), збіжність процесу дуже швидка – число вірних десяткових знаків зростає в геометричній прогресії. По-друге, вид формул (5.41) переконливо свідчить про ефективність застосування процесора сум парних добутків, оскільки в цих формулах найбільш трудомісткою і переважною є операція множення двох квадратних матриць, що вимагає n^2 зазначених групових операцій.

5.3.2 Метод найшвидшого спуску. У припущенні, що функції f_1, f_2, \dots, f_n формули (5.33) дійсні і безперервно диференцуємі в їх загальної області визначення, доведено [51], що ітераційний процес найшвидшого спуску, який сходиться, виконується наступним чином:

$$\vec{x}^{(k+1)} = \vec{x}^{(k)} - \mu_k W_k' \vec{F}^{(k)}, \quad k = 0,1,2, \dots,$$

де

$$\vec{F}^{(k)} = \vec{F}(\vec{x}^{(k)}), \quad W_k = W(\vec{x}^{(k)}),$$

$$W(\vec{x}) = \frac{d\vec{F}}{d\vec{x}} \text{ - матриця Якобі;} \quad (5.42)$$

$$W'(\vec{x}) \text{ - транспонована матриця;} \quad (5.43)$$

$$\mu_k = \frac{(\vec{F}^{(k)}, W_k W_k' \vec{F}^{(k)})}{(W_k W_k' \vec{F}^{(k)}, W_k W_k' \vec{F}^{(k)})}$$

введемо позначення $W_k \vec{F}^{(k)} = \vec{\delta}^{(k)}$.

Подамо матриці W_k W'_k по іншому:

$$W_k = \begin{bmatrix} \vec{w}_{1k} \\ \vec{w}_{2k} \\ \vdots \\ \vec{w}_{nk} \end{bmatrix}, \quad \vec{w}_{ik} = [w_{i,1k} \quad w_{i,2k} \quad \cdots \quad w_{i,nk}] \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$W'_k = \begin{bmatrix} \vec{w}'_{1k} \\ \vec{w}'_{2k} \\ \vdots \\ \vec{w}'_{nk} \end{bmatrix}, \quad \vec{w}'_{ik} = [w'_{i,1k} \quad w'_{i,2k} \quad \cdots \quad w'_{i,nk}] \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

Подамо вектор $\vec{\delta}^{(k)}$ в розгорнутому вигляді:

$$\vec{\delta}^{(k)} = \begin{bmatrix} \delta_1^{(k)} \\ \delta_2^{(k)} \\ \vdots \\ \delta_n^{(k)} \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} \delta_1^{(k)} = (\vec{w}'_{1k}, \vec{F}^{(k)}) \\ \delta_2^{(k)} = (\vec{w}'_{2k}, \vec{F}^{(k)}) \\ \dots\dots\dots \\ \delta_n^{(k)} = (\vec{w}'_{nk}, \vec{F}^{(k)}) \end{cases} \quad (5.44)$$

Позначимо $W \cdot \vec{\delta}^{(k)} = \vec{\varepsilon}^{(k)}$,

$$\vec{\varepsilon}^{(k)} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^{(k)} \\ \varepsilon_2^{(k)} \\ \vdots \\ \varepsilon_n^{(k)} \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} \varepsilon_1^{(k)} = (\vec{w}_{1k}, \vec{\delta}^{(k)}) \\ \varepsilon_2^{(k)} = (\vec{w}_{2k}, \vec{\delta}^{(k)}) \\ \dots\dots\dots \\ \varepsilon_n^{(k)} = (\vec{w}_{nk}, \vec{\delta}^{(k)}) \end{cases} \quad (5.45)$$

$$c^{(k)} = (\vec{F}^{(k)}, \vec{\varepsilon}^{(k)}), \quad (5.46)$$

$$k^{(k)} = (\vec{\varepsilon}^{(k)}, \vec{\varepsilon}^{(k)}), \quad (5.47)$$

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}.$$

Нижче наведені деякі приклади приватних видів матриці T для випадку, коли точка в тривимірному просторі представлена чотиривимірним вектор-стовпцем при $N = 1$:

T_1 - матриця часткової зміни масштабу;

T_2 - матриця загальної зміни масштабу;

T_3 - матриця тривимірного зсуву;

$$T_1 = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_3 = \begin{bmatrix} 1 & b & c & 0 \\ d & 1 & f & 0 \\ h & i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

T_4 - матриця тривимірного повороту навколо вісі OX на $\angle \theta$;

T_5 - матриця тривимірного повороту навколо вісі OY на $\angle \varphi$;

T_6 - матриця тривимірного повороту навколо вісі OZ на $\angle \phi$;

T_7 - матриця повороту на $\angle \theta$ навколо довільної вісі обертання, заданої напрямними косинусами $n_1 = \cos \alpha, n_2 = \cos \varphi, n_3 = \cos \phi$,

$$T_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_5 = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$T_6 = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$T_7 = \begin{bmatrix} n_1^2 + (1 - n_1^2 \cos \theta) & n_1 n_2 (1 - \cos \theta) - n_3 \sin \theta & n_1 n_3 (1 - \cos \theta) + n_2 \sin \theta & 0 \\ n_1 n_2 (1 - \cos \theta) + n_3 \sin \theta & n_2^2 + (1 - n_2^2 \cos \theta) & n_1 n_3 (1 - \cos \theta) - n_1 \sin \theta & 0 \\ n_1 n_2 (1 - \cos \theta) - n_2 \sin \theta & n_2 n_3 (1 - \cos \theta) + n_1 \sin \theta & n_3^2 + (1 - n_3^2 \cos \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

T_8 - матриця дзеркального відображення 3D образу відносно площини XOY;

T_9 - матриця дзеркального відображення 3D образу відносно площини YOZ;

T_{10} - матриця дзеркального відображення 3D образу відносно площини XOZ,

T_{11} - матриця просторового переносу,

$$T_8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_9 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$T_{10} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 1 & 0 & m \\ 0 & 0 & 1 & n \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Розглянутих прикладів цілком достатньо, щоб переконатися в тому, що на основі квадратної матриці четвертого порядку може бути здійснено великий спектр графічних перетворень; і що реалізація розглянутих перетворень пов'язана з груповою операцією скалярного множення двох дійсних векторів.

В обчислювальних процедурах, пов'язаних зі стереопереробкою на основі запропонованого операторного методу, показав, що в них також найбільш трудомісткою обчислювальною операцією є вказана групова операція (розділи 2-4).

Це стосується: – процедур, що реалізують прямі і зворотні стереооператори постійного змінного і поворотного ракурсів стереобачення; – процедур, пов'язаних з аналізом зон стереобачення; – процедур аналізу геометричних спотворень в різних стереосистемах; – процедур стереовікно, стереоінтерполяція, стереоманімуляції, стереорекурсія, і інш.

5.5 Висновки по розділу

Аналіз перерахованих обчислювальних процедур показав, що в них найбільш трудомісткою обчислювальною операцією є групова арифметична операція скалярного множення двох дійсних векторів, яка є домінуючою в багатьох обчислювальних процесах алгебри, аналізу, в матричних перетвореннях, в 3D графіці і в стереографіці. Для тих спеціалізованих стереосистем, які включені в контур оперативного управління важливими критичними динамічними процесами, спеціалізований процесор сум парних додатків дасть істотне підвищення продуктивності обчислень в процедурах запропонованої стереообробки, що в кінцевому підсумку, при виконанні інших необхідних умов, про які говорилося вище, приведе до зростання швидкості адекватного сприйняття каркасних або натурно-каркасних стереозображень.

РОЗДІЛ 6

МЕТОДИ СИНТЕЗУ ПРОЦЕСОРІВ ГРУПОВИХ АРИФМЕТИЧНИХ ОПЕРАЦІЙ

Вимогою підвищеної швидкодії обумовлена необхідність того, щоб синтез процесорів групових арифметичних операцій було проведено у відповідності з ідеологією паралельних обчислювачів, а конкретно – на основі комбінаційних матричних структур двійковій арифметиці. Перед розробниками процесорів, що містять множителі і суматори, де операнди можуть мати будь-який знак, виникає питання про те, в яких кодах представляти двійкову інформацію.

В даному розділі будуть запропоновані два методи кодування, які дозволяють з єдиних позицій синтезувати швидкі обчислювальні структури процесорів групових арифметичних операцій: метод надлишкового кодування [19], метод детермінованого синтезу [14,25,]. Також досліджено систему числення в залишкових класах (СОК) [13,15] з модулем кратним двом, орієнтовану на групову операцію.

6.1 Метод надлишкового кодування

В роботі [55] розглянуті питання розширення розрядної сітки машини (надлишкова система кодування) стосовно множителя, які працюють з двійковими числами в додаткових кодах. Дані дослідження розвивають цей підхід з метою формалізації застосування надлишкової системи кодування при синтезі процесорів групових арифметичних операцій. Формалізація заснована на ідеї застосування області зображень [67]; при цьому вихідна інформація, яка задана в області оригіналів за допомогою так званого прямого перетворення, перекладається в область зображень, в якій виконуються всі необхідні групові операції, і далі, якщо необхідно, здійснюється переклад шуканих результатів в область оригіналів зворотним перетворенням.

6.1.1 Пряме перетворення. Прямим перетворенням названо таке, при якому цілому числу A_i , з області оригіналів ставиться у відповідність ціле позитивне число з області зображень \dot{A}_i на підставі виразу

$$\dot{A}_i = (P + A_i) \Big|_{\text{mod } P} \quad (6.1)$$

при обмеженні $|A_i| < P/2$, де P – модуль перетворення, ціле, позитивне число.

У формулі (6.1) операція взяття по модулю відноситься тільки до правої частини. Причому, оскільки нас буде цікавити найменший позитивний залишок, формулу прямого перетворення (6.1) можна представити інакше:

$$\dot{A}_i = \begin{cases} A_i, & \text{при } A_i \geq 0, \\ P + A_i, & \text{при } A_i < 0. \end{cases} \quad (6.2)$$

6.1.2 Зворотне перетворення. Формула зворотного перетворення з області зображень в область оригіналів може бути отримана шляхом перетворення виразу (6.2):

$$A_i = \begin{cases} \dot{A}_i, & \text{при } A_i \geq 0, \\ A_i - P, & \text{при } A_i < 0. \end{cases}$$

Так як умові $A_i \geq 0$ в області оригіналів відповідає умова $\dot{A}_i \leq P/2$ в області зображень, а умові $A_i < 0$ – умова $\dot{A}_i > P/2$, формула зворотного перетворення приймає вид

$$A_i = \begin{cases} \dot{A}_i, & \text{при } \dot{A}_i \leq P/2, \\ A_i - P, & \text{при } \dot{A}_i > P/2. \end{cases} \quad (6.3)$$

6.1.3 Арифметичні дії в області зображень. При виконанні всіх арифметичних операцій в області зображень обов'язковим є умова невиходу за межі діапазону $[0 - P/2]$ модулів всіх операндів і модулів результатів усіх операцій в області оригіналів. Завдання полягає в тому, щоб для всіх можливих випадків поєднання знаків операндів в області оригіналів знайти формули, що зв'язують зображення результату операцій з зображеннями операндів. Для операцій алгебраїчного додавання і множення в області зображень залежність має вигляд

$$\left(\begin{matrix} A \\ \times \\ B \end{matrix} \right)^* = \left(\begin{matrix} \dot{A} \\ \times \\ \dot{B} \end{matrix} \right) \Big|_{\text{mod } P}, \quad (6.4)$$

тобто зображення алгебраїчної суми (добутку) операндів дорівнює алгебраїчній сумі

(добуку) зображень операндів, взятої (взятому) по модулю перетворення P . Переконаємося в справедливості формули (6.4).

6.1.3.1 Операція алгебраїчного додавання. За умовою $|A| < P/2, |B| < P/2, |A+B| < P/2$.

Випадок 1. $A > 0, B > 0, \dot{A} = A, \dot{B} = B$. Так як $\dot{A} = A, \dot{B} = B$, відповідь тривіальна: $(A+B)^* = A+B$.

Випадок 2. $A > 0, B < 0, |A| > |B|, \dot{A} = A, \dot{B} = P - |B|$. Відповідно до формули прямого перетворення (6.2) необхідно, щоб $(A+B)^* = A - |B|$, а відповідно до формули (6.4) маємо $(A+B)^* = (A + P - |B|)_{\text{mod } P}$. Так як $A + P - |B| > P$, то $(A+B)^* = A - |B|$.

Випадок 3. $A > 0, B < 0, |A| < |B|, \dot{A} = A, \dot{B} = P - |B|$. Повинно бути $(A+B)^* = A + P - |B|$. Маємо $(A+B)^* = (A + P - |B|)_{\text{mod } P}$. Так як $(A + P - |B|) < P$, то $(A+B)^* = A + P - |B|$.

Випадок 4. $A < 0, B < 0, \dot{A} = P - A, \dot{B} = P - |B|$. Повинно бути $(A+B)^* = P - |A| - |B|$. Маємо $(A+B)^* = (P - |A| + P - |B|)_{\text{mod } P}$. Так як $|-|A| - |B|| < P/2$, то $(A+B)^* = P - |A| - |B|$.

Таким чином, при всіх можливих варіантах поєднання знаків доданків формула (6.4) відносно операції алгебраїчного складання справедлива.

6.1.3.2 Операція множення. За умовою $|A| < P/2, |B| < P/2, |AB| < P/2$.

Випадок 1. $A > 0, B > 0$. Так як $\dot{A} = A, \dot{B} = B$, відповідь тривіальна: $(AB)^* = AB$.

Випадок 2. $A > 0, B < 0$. З одного боку, має бути: $(AB)^* = P - A|B|$, з іншого — $(AB)^* = [A(P - |B|)]_{\text{mod } P} = [(A-1)P + P - A|B|]_{\text{mod } P} = P - A|B|$.

Випадок 3. $A < 0, B < 0$. Повинно бути: $(AB)^* = |A||B|$. Маємо:

$$\begin{aligned} (AB)^* &= [(P - |A|)(P - |B|)]_{\text{mod } P} = [P^2 - P|A| - P|B| + |A||B|]_{\text{mod } P} = \\ &= [P(P - |A| - |B|) + |A||B|]_{\text{mod } P} = |A||B|. \end{aligned}$$

Таким чином, формула (6.4) справедлива і щодо операції множення.

Перш ніж будуть приведені формули в області зображень деяких групових арифметичних операцій, запишемо умови в області оригіналів, при яких ці формули будуть справедливими:

$$|A_i| < P/2, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (6.5)$$

$$|B_i| < P/2, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (6.6)$$

$$|A_{ij}| < P/2, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad (6.7)$$

$$\sum_{i=1}^n |A_i| < P/2; \quad (6.8)$$

$$\prod_{i=1}^n |A_i| < P/2; \quad (6.9)$$

$$\sum_{i=1}^n |A_i| |B_i| < P/2; \quad (6.10)$$

$$\prod_{i=1}^n (|A_i| + |B_i|) < P/2; \quad (6.11)$$

$$\sum_{i=1}^n \prod_j |A_{ij}| < P/2; \quad (6.12)$$

$$\prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |A_{ij}| < P/2. \quad (6.13)$$

6.1.3.3 Групові арифметичні операції.

$$\left(\sum_{i=1}^n A_i \right)^* = \left(\sum_{i=1}^n \dot{A}_i \right) |_{\text{mod } P}. \quad (6.14)$$

Зображення суми n доданків дорівнює сумі зображень n доданків, взятої по модулю перетворення (формула (6.14) справедлива за умов (6.5), (6.8)).

$$\left(\prod_{i=1}^n A_i \right)^* = \left(\prod_{i=1}^n \dot{A}_i \right) \Big|_{\text{mod } P}. \quad (6.15)$$

Зображення добутку n співмножників дорівнює добутку зображень n співмножників, взятому по модулю перетворення (формула (6.15) справедлива за умов (6.5), (6.9)).

$$\left(\sum_{i=1}^n A_i B_i \right)^* = \left(\sum_{i=1}^n \dot{A}_i \dot{B}_i \right) \Big|_{\text{mod } P}. \quad (6.16)$$

Зображення суми парних добутків дорівнює сумі парних добутків зображень співмножників, взятої по модулю перетворення (формула (6.16) справедлива за умов (6.5), (6.6), (6.10)).

$$\left(\prod_{i=1}^n (A_i + B_i) \right)^* = \left(\prod_{i=1}^n (\dot{A}_i + \dot{B}_i) \right) \Big|_{\text{mod } P}. \quad (6.17)$$

Зображення добутку парних сум дорівнює добутку парних сум зображень доданків, взятих по модулю перетворення (формула (6.17) справедлива за умов (6.5), (6.6), (6.11)).

$$\left(\sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^m A_{ij} \right)^* = \left(\sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^m \dot{A}_{ij} \right) \Big|_{\text{mod } P}. \quad (6.18)$$

Зображення n сум m добутків дорівнює n сумі m добутків зображень співмножників, взятих по модулю перетворення (формула (6.18) справедлива за умов (6.7), (6.12)).

$$\left(\prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_{ij} \right)^* = \left(\prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \dot{A}_{ij} \right) \Big|_{\text{mod } P}. \quad (6.19)$$

Зображення n добутків m сум дорівнює n добутків m сум зображень доданків, взятому по модулю перетворення (формула (6.19) справедлива за умов (6.7), (6.13)).

Для всіх формул групових арифметичних операцій усі операнди в області оригіналів можуть мати будь-який знак. Отримані формули арифметичних операцій в області зображень (6.4), (6.14)–(6.19) носять узагальнений характер. Вони

справедливі, якщо інформація в області оригіналів представлена в будь-якій позиційній або непозиційній системі числення. Наприклад, нехай інформація в області оригіналів представлена в позиційній системі числення з основою p в прямих кодах, відповідно до відомої формули

$$A = b_0 \sum_{i=0}^n a_i p^i, \text{ при } b_0 = 0 \quad A \geq 0, \text{ при } b_0 = 1 \quad A < 0, \quad (6.20)$$

де a_i цифри позиційної системи числення.

У цьому випадку модуль перетворення P вибирається рівним 2^k , причому k – ціле і більше n за умовою перетворення.

Щоб отримати формулу прямого перетворення для прямих кодів позиційної системи числення, достатньо вираження (6.20) підставити в формулу (6.2):

$$\dot{A} = \left\{ \begin{array}{ll} \sum_{i=0}^n a_i p^i, & \text{при } b_0 = 0; \\ p^k - \sum_{i=0}^n a_i p^i, & \text{при } b_0 = 1. \end{array} \right.$$

Як випливає з останньої формули, позитивні числа при перекладі в область зображень не змінюються, негативні замінюються доповненнями до величини p^k . Якщо число в області оригіналів вже було представлено в звичайному додатковому коді (у вигляді доповнення до величини p^{n+1}), то при переході в область зображень позитивні числа, як і раніше не зазнають змін, а додатковий код негативних чисел змінюється шляхом нарощування старших розрядів ($n + 1, n + 2, \dots, k-1$), рівних величині $(p-1)$. Всього позиційний код в області зображень містить k розрядів.

Операція підсумовування в області зображень для позиційних кодів виконується так само, як і при підсумовуванні чисел в звичайних додаткових кодах. Слід тільки вказати, що в області зображень немає спеціального знакового розряду, проте інформація про знак числа в області оригіналів може бути отримана. Наприклад, якщо $P = 2^k$, то одиниця в двійковому інформаційному розряді зображення, відповідному вазі 2^{k-1} , вказує на те, що в області оригіналів число негативне, якщо

там нуль, то воно позитивне. Якщо $P=10$, то п'ятірка в десятковому інформаційному розряді зображення, відповідному вазі 10^{k-1} , говорить про те, що в області оригіналів знаходиться негативне число, якщо ж в цьому розряді цифра менше п'яти, то число позитивне. Це впливає з того факту, що в області зображень негативним числах з області оригіналів виділена область чисел, більших, ніж $P2^{-1}$. Зазначений розряд зображення при необхідності може управляти схемою перетворення числа з області зображень в область оригіналів. Розглянемо деякі приклади.

Десяткова система числення. Числа в області оригіналів представлені в прямих кодах, нехай $P=10^3$.

Операція складання: $|A| < 500, |B| < 500, |A + B| < 500$.

Випадок 1. $A = +200, B = +100$. Так як $\dot{A} = A, \dot{B} = B$, то $(A + B)^* = A + B = +300$.

Випадок 2. $A = +200, B = -100, \dot{A} = 200, \dot{B} = 900$.

$(A + B)^* = (20 + 900) \bmod 10^3 = 1100 \bmod 10^3 = 100$. Четвертий розряд відкинутий. Так як одиниця в третьому розряді менше п'яти, то число – позитивне, то $A+B = +100$.

Випадок 3 $A = -200, B = 100, \dot{A} = 800, \dot{B} = 100$. $(A + B)^* = (800 + 100) \bmod 10^3 = 900$.

Так як $9 > 5$, то $A + B = 90 - 10^3 = -100$.

Випадок 4. $A = -200, B = -100, \dot{A} = 800, \dot{B} = 900$.

$(A + B)^* = (800 + 900) \bmod 10^3 = 1700 \bmod 10^3 = 700$.

Так як $7 > 5$, то $A + B = 700 - 10^3 = -300$.

Операція множення: $|A| < 500, |B| < 500, |A \cdot B| < 500$.

Випадок 1. $A = +20, B = +15, \dot{A} = 20, \dot{B} = 15$. $(A \times B)^* = A \times B = +300$.

Випадок 2. $A = +20, B = -15, \dot{A} = 20, \dot{B} = 985$.

$(A \times B)^* = (20 \cdot 900) \bmod 10^3 = 19700 \bmod 10^3 = 700$. Четвертий і п'ятий розряди відкинуті.

Так як $7 > 5$, $A \cdot B = 700 - 1000 = -300$.

Випадок 4 $A = -20, B = -15, \dot{A} = 980, \dot{B} = 985$.

$(A \times B)^* = (920 \cdot 985) |_{\text{mod } 10^3} = 965300 |_{\text{mod } 10^3} = 300$. Четвертий, п'ятий і шостий розряди відкинути. Так як $3 < 5$, то $A \times B = +300$

Сума парних добутків:

$$X = \sum_{i=1}^3 A_i B_i; \quad |A_i| < 500, |B_i| < 500; \quad \sum_{i=1}^3 |A_i| \cdot |B_i| < 500;$$

$$A_1 = +10, \quad B_1 = -30, \quad A_2 = -20, \quad B_2 = -20, \quad A_3 = -40, \quad B_3 = 5.$$

$$\dot{A}_1 = +10, \quad \dot{B}_1 = 970, \quad \dot{A}_2 = 980, \quad \dot{B}_2 = 980, \quad \dot{A}_3 = 960, \quad \dot{B}_3 = 5.$$

$$\dot{X} = (10 \cdot 970 + 980 \cdot 98 + 960 \cdot 5) |_{\text{mod } 10^3} = 974900 |_{\text{mod } 10^3} = 900.$$

Четвертий, п'ятий і шостий розряди відкинути. Так як $9 > 5$, то $X = 900 = 10^3 = -100$

Двійкова система числення.

Операція складання: $P = 2^6, \quad |A| < 3, \quad |B| < 32, \quad |A + B| < 32$.

Випадок 1. $A=0,01010$ (-10), $B=1,00110$ (-6), $\dot{A} = 1010$, $\dot{B} = 111010$.

$(A + B)^* = (11101 + 1010) |_{\text{mod } 64} = 1000100 |_{\text{mod } 64} = 000100$. Сьомий розряд відкинутий.

Так як в шостому розряді нуль – число позитивне, тому $(A + B) = 0,000100$ (+4).

Випадок 2. $A=0,01010$ (+10), $B=1,01111$ (-15), $\dot{A} = 1010$, $\dot{B} = 110001$.

$(A + B)^* = (110001 + 1010) |_{\text{mod } 64} = 111011$. $A + B = 111011 - 2^6 = 1,000101$ (-5).

Випадок 3. $A=1,01010$ (-10), $B=1,01111$ (-15), $\dot{A} = 110110$, $\dot{B} = 110001$.

$(A + B)^* = (110001 + 110110) |_{\text{mod } 64} = 1100111 |_{\text{mod } 64} = 100111$.

$$A + B = 100111 - 2^6 = 1,11001$$
 (-25).

Операція множення.

Випадок 1. $A=1,00101$ (-5), $B=0,00110$ (+6), $\dot{A} = 111011$, $\dot{B} = 110$.

$(A \times B)^* = (111011 \times 110) |_{\text{mod } 64} = 10110010 |_{\text{mod } 64} = 100010$.

$$A \times B = 10010 - 2^6 = 1,11110$$
 (-30).

Випадок 2. $A=1,00101$ (-5), $B=1,00110$ (-6), $\dot{A} = 111011$, $\dot{B} = 111010$.

$$(A \times B)^* = (111011 \times 111010) |_{\text{mod } 64} = 110111011110 |_{\text{mod } 64} = 011110.$$

$$A \times B = 0,011110 (+30).$$

Слід звернути увагу на те, що операція взяття по модулю 2^k відбувається шляхом простого відкидання розрядів, старших, ніж k , тобто для цього не потрібно обладнання, а отже, і машинний час. Наприклад, синтез комбінаційних схем помножувачів, які працюють в області зображень, зводиться до використання відомих схем комбінаційних матричних множителей, що працюють тільки з позитивними числами і відкиданням всієї частини схеми, що знаходиться зліва від умовної вертикальної лінії, що відповідає модулю перетворення і що проходить через всі яруси послідовних комбінаційних суматорів цього множителя, аналогічно тому, як пропонувалося в роботі [67] для чисел, менших одиниці. Однак не повинно складатися враження, що при цьому множитель, що працює в області зображень, буде містити менше елементів, ніж множитель позитивних чисел, що працює в області оригіналів. Ні, за рахунок надлишкового кодування (за однакової кількості числового діапазону і точності обчислень) кількість елементів у першого помножувача буде більше, ніж у другого.

Якщо інформація в області оригіналів представлена в непоозиційній системі числення, наприклад, в залишкових класах, то модуль перетворення слід брати рівним загальної основи СОК, тобто $P = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_l$, де p_i – основи СОК.

У цьому випадку формула прямого перетворення набуде вигляду

$$\dot{A}\{\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dots, \dot{\alpha}_i\} = \begin{cases} A\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i\}, & A \geq 0, \\ (P - A)\{\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dots, \dot{\alpha}_i\}, & A < 0, \end{cases}$$

де $\dot{\alpha}_i = p_i - \alpha_i$, $i = 1, 2, \dots, l$; α_i – залишки в області оригіналів; $\dot{\alpha}_i$ – залишки в області зображень.

Арифметичні дії в області зображень і в цьому випадку будуть виконуватися відповідно до формул (6.4), (6.14) – (6.19), тільки, природно, незалежно по кожному

з основ СОК. Подібні операції в СОК розглянуті в роботі [81]. Зворотний перехід з області зображень в область оригіналів в СОК ускладнений через те, що у формулі (6.3) не вдається простими засобами реалізувати операцію порівняння двох величин $P/2$ і A_i .

6.1.4 Алгоритм синтезу комбінаційних структур. Як впливає з розглянутого вище, методика синтезу комбінаційних структур процесора групової операції – суми парних добутоків для двійкової системи числення передбачає таку послідовність.

а) Виходячи з заданого діапазону уявлення операндів, виду і розмірності необхідної групової арифметичної операції та точності обчислень визначається значення модуля перетворення в області зображень.

б) З відомих процедур [54, 55, 67] складаються схеми комбінаційних суматорів і умножителів, що працюють в області зображень відповідно до отриманих вище формул (нагадаємо, що в області зображень всі числа представляються без знаків).

в) Відкидаються ті частини паралельних матричних структур, які виводять за модуль перетворення.

г) Суматори і умножителі з'єднуються в комбінаційну дискретну структуру відповідно до виду групової операції. Таке з'єднання здійснюється досить просто, тому що інформація з виходу будь-якого суматора або умножителя може безпосередньо подаватися на будь-який з входів таких же схем. Треба стежити тільки за ваговими коефіцієнтами двійкових розрядів. На цьому етапі синтезу також можливий вихід за межі модуля перетворення, тому і тут необхідно виконати процедуру відкидання надлишкової частини схеми.

Синтезовані таким чином комбінаційні паралельні структури процесорів групових операцій, крім регулярності, володіють тією перевагою, що вимагають мінімуму керуючих сигналів. У таких структурах, як відомо, після подачі операндів на входи пристрою в комбінаційній схемі починається перехідний процес, по закінченні якого на виході з'являється шуканий результат.

6.2 Метод детермінованого синтезу

Нижче розглянуто ще один метод синтезу швидких комбінаційних структур процесорів групових арифметичних операцій [21,25,74]. Суть методу полягає в наступному:

- по-перше, в матричній дискретній комбінаційній обчислювальній структурі процесора виявляються джерела двійковій інформації з негативною вагою;
- по-друге, встановлюються детерміновані шляхи поширення двійкової інформації з негативною вагою всередині комбінаційної структури;
- по-третє, в точках проходження інформації з негативною вагою через яруси матричного процесора встановлюються спеціальні комбінаційні обчислювачі, що допускають роботу тільки з числами певного знака і мають ознаки детермінації в сенсі знаку на всіх входах і виходах.

6.2.1 Таблиці двійкових алгебраїчних суматорів.

Табл.

6.1–6.4 – це таблиці трьох входових однорозрядних двійкових суматорів.

Таблиця 6.1

Таблиця 6.2

Повний однорозрядний суматор,
всі операнди позитивні

Повний однорозрядний суматор,
операнд A – негативний

Функції	A	B	C	Σ	\dot{r}	\dot{Q}	r	Q	$-A$	B	C	Σ	\dot{r}	\dot{Q}	r	$-Q$
Коди	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-“-	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	-1	0	1
-“-	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	-1	0	1
-“-	0	1	1	2	2	0	1	0	0	1	1	2	2	0	1	0
-“-	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	-1	0	1
-“-	1	0	1	2	2	0	1	0	1	0	1	2	2	0	1	0
-“-	1	1	0	2	2	0	1	0	1	1	0	2	2	0	1	0
-“-	1	1	1	3	2	1	1	1	1	1	1	3	2	-1	1	1

Таблиця 6.3

Повний однорозрядних суматор,
операнди B, C - негативні

Таблиця 6.4

Повний однорозрядних суматор,
всі операнди негативні

Функції	A	$-B$	$-C$	Σ	\dot{r}	\dot{Q}	$-r$	Q	$-A$	$-B$	$-C$	Σ	\dot{r}	\dot{Q}	$-r$	$-Q$
Коди	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-“ -	0	0	1	-1	-2	1	1	1	0	0	1	-1	0	-1	0	1
-“ -	0	1	0	-1	-2	1	1	1	0	1	0	-1	0	-1	0	1
-“ -	0	1	1	-2	-2	0	1	0	0	1	1	-2	-2	0	1	0
-“ -	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	-1	0	-1	0	1
-“ -	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	-2	-2	0	1	0
-“ -	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	-2	-2	0	1	0
-“ -	1	1	1	-1	-2	1	1	1	1	1	1	-3	-2	-1	1	1

У табл. 6.1 цифри A, B, C позитивні, в табл. 6.4 – негативні; в табл. 6.2 цифра A має негативну вагу, B і C – позитивні; в табл. 6.3 цифра A має позитивну вагу, B і C – негативну. У четвертому стовпці цих таблиць вказана алгебраїчна сума результату складання цифр A, B, C , причому в десятковій системі числення. Значення алгебраїчної суми, яке дане в четвертому стовпці кожної з таблиць, також представлено двома розрядами, наведеними в шостому і п'ятому стовпчиках відповідних таблиць. Це виконано з таким розрахунком, що при алгебраїчному складення цифр в одному рядку з п'ятого і шостого стовпців кожної таблиці виходить цифра в четвертому стовпці тій же таблиці і в тому ж рядку. Специфіка розбивки на два значення така, що числа \dot{Q} і \dot{r} в кожній з таблиць мають тільки два значення (наприклад, для табл. 6.3 $\dot{r} = 0 \vee (-2)$; $\dot{Q} = 0 \vee 1$). Це дало можливість закодувати цифри з 5 і 6 стовпців кожної таблиці цифрами двійкової системи числення. Результат цього кодування відповідно записаний в 7 і 8 стовпці кожної з таблиць. При цьому, Q – алгебраїчна часткова сума; r – алгебраїчне часткове

перенесення. Неважко помітити, що для кожної з таблиць Q і r мають цілком певну знакову ознаку. Так, для табл. 6.1 Q і r мають позитивний ваговий коефіцієнт; для табл. 6.2 r має позитивну вагу, а Q – негативну; для табл. 6.4 r і Q – негативної ваги. Ознака негативної ваги для r і Q винесена перед величинами r і Q в головку сьомого і восьмого стовпців кожної з таблиць.

6.2.2 Аналіз таблиць алгебраїчного додавання. Аналізуючи поєднання знаків чисел A , B , C на входах повних суматорів, відповідних табл. 6.1-6.4, бачимо, що вони разом покривають будь-які можливі поєднання знаків, які можуть зустрітися при розгляді переносів і часткових сум в багатоярусних комбінаційних структурах, що реалізуються на основі повних суматорів (за умови рівнозначності входів A , B , C). В роботі [74] на основі однорозрядних двійкових суматорів, що працюють з цифрами різних знаків, пропонується будувати матричні помножувачі, що працюють в додаткових кодах. Ми спочатку проаналізуємо деякі особливості, які характерні для вищенаведених таблиць. Порівнюючи сьомий і восьмий стовпці табл. 6.1 з відповідними стовпцями табл. 6.4, бачимо, що вони однакові. Отже, комбінаційна схема повного суматора, синтезована по табл. 6.1, виконає свої функції і для суматора по табл. 6.4, але при цьому необхідно ще раз підкреслити, що повинні бути задоволені всі умови по знакам для вхідних цифр A , B , C , і не забути, що у схеми табл. 6.4 r і Q мають негативний вагу. Порівнюючи сьомий і восьмий стовпці табл. 6.2 з відповідними стовпцями табл. 6.3, бачимо, що вони теж повністю збігаються. Тому для реалізації табл. 6.2 і 6.3 досить мати одну і ту ж схему.

Таким чином, для реалізації чотирьох таблиць необхідно синтезувати дві базові схеми. Перша – це відома схема однорозрядного повного суматора, яка задовольнить таблицям 6.1 і 6.4, друга – яка задовольнить таблицям 6.2 і 6.3.

Цілком зрозумілим було подальше наше бажання подивитися, а чи не можна взагалі обійтися однією схемою. Порівнюючи сьомий і восьмий стовпці табл. 6.1 з відповідними стовпцями табл. 6.2, помічаємо, що восьмі стовпці у них однакові, а ось сьомі – істотно різняться. Якби ми в подальшому орієнтувалися тільки на однорозрядні повні суматори, то, напевно, поступили б так: синтезували схему для

функції Q – одну для всіх чотирьох таблиць, і дві функції одну для таблиць 6.1, 6.4, іншу для таблиць 6.2, 6.3. Але з огляду на громіздкість всього процесора, доцільно орієнтуватися на багаторозрядні суматори і арифметичні пристрої (наприклад, чотирирозрядні суматори типу 155ІМ-3 (SN7483) або АЛУ типу 531ІПЗП (SN74181)). Для деяких з них функція часткових сум включає в себе в якості компонента функцію перенесень з попередніх розрядів, причому ці зв'язки внутрішні, до них немає доступу. А оскільки таблиці 6.1, 6.4 відрізняються від таблиць 6.2, 6.3 саме функціями переносів, довелося шукати інший підхід.

6.2.3 Суматори без інверсії переносів. Випишемо довершені диз'юнктивні нормальні форми для величин $r_{7.1}, r_{7.4}$ (табл. 6.1, 6.4) і величин $r_{7.2}, r_{7.3}$ (табл. 6.2, 6.3). Для зручності читання приймемо, що нижні індекси розглянутих величин будуть відповідати номерам таблиць, для яких ці величини будуть записуватися.

$$r_{7.1} = r_{7.4} = \bar{A}BC \vee A\bar{B}C \vee AB\bar{C} \vee ABC;$$

$$r_{7.2} = r_{7.3} = \bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}BC \vee ABC.$$

Після мінімізації отримаємо

$$r_{7.1} = AB \vee AC \vee BC, \quad (6.21)$$

$$r_{7.2} = \bar{A}B \vee \bar{A}C \vee BC. \quad (6.22)$$

При порівнянні виразів (6.21) і (6.22) запрошується пропозиція: якщо по входу A звичайного однорозрядного повного суматора (див. табл. 6.1) подати інверсію сигналу, тобто \bar{A} , то в суматорі буде виконана функція перенесення, характерна для табл. 6.2; але при цьому, природно, зміниться функція часткової суми. Подивимося, чому вона буде дорівнювати,

$$Q_{7.1} = Q_{7.2} = Q_{7.3} = Q_{7.4} = \bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}BC \vee ABC. \quad (6.23)$$

Після підстановки (замість A підставляємо \bar{A}) маємо

$$\check{Q} = A\bar{B}C \vee A\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}BC. \quad (6.24)$$

Перетворимо (6.24): $\check{Q} = \overline{\overline{A\bar{B}C} \vee \overline{A\bar{B}\bar{C}} \vee \overline{\bar{A}B\bar{C}} \vee \overline{\bar{A}BC}} = \overline{\overline{A\bar{B}C} \vee \overline{A\bar{B}\bar{C}} \vee \overline{\bar{A}B\bar{C}} \vee \overline{\bar{A}BC}}$.

Порівнюючи отриманий вираз з (6.23), маємо

$$\check{Q} = \bar{Q}_{7.1} = \bar{Q}_{7.2} = \bar{Q}_{7.3} = \bar{Q}_{7.4}. \quad (6.25)$$

Таким чином, при подачі на вхід A звичайного однорозрядного комбінаційного повного суматора інверсії вхідного сигналу суматор виконає всі функції відповідно до табл. 6.2, але при цьому вихід часткової суми Q матиме інверсне значення. Тепер подамо інверсії вхідних сигналів на входи B і C . При цьому

$$\check{r} = A\bar{B} \vee A\bar{C} \vee \bar{B}\bar{C} \quad (6.26)$$

Перетворимо (6.26): $\check{r} = \overline{\overline{A\bar{B}} \vee \overline{A\bar{C}} \vee \overline{\bar{B}\bar{C}}} = \overline{(\bar{A} \vee B)(\bar{A} \vee C)(B \vee C)} = \overline{\bar{A}B \vee \bar{A}C \vee BC}$.

Порівнюючи з (6.22), маємо

$$\check{r} = r_{7.2} = r_{7.3}. \quad (6.27)$$

Подивимося, що при цьому відбулося з частковою сумою:

$$\check{Q} = \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}} \vee \overline{\bar{A}\bar{B}C} \vee \overline{A\bar{B}\bar{C}} \vee \overline{A\bar{B}C}} = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}C \vee A\bar{B}\bar{C} \vee A\bar{B}C}.$$

Порівнюючи отриманий вираз з (6.23), маємо

$$\check{Q} = Q_{7.1} = Q_{7.2} = Q_{7.3} = Q_{7.4}. \quad (6.28)$$

Сума змін не зазнала. Неважко показати, що при інвертуванні доданків A , B , C часткова сума Q і перенесення r матимуть інверсні значення.

6.2.4 Модифікації включення базової схеми суматора. На підставі вищевикладеного отримано ряд модифікацій включення базової схеми повного однорозрядного суматора (рис. 6.1).

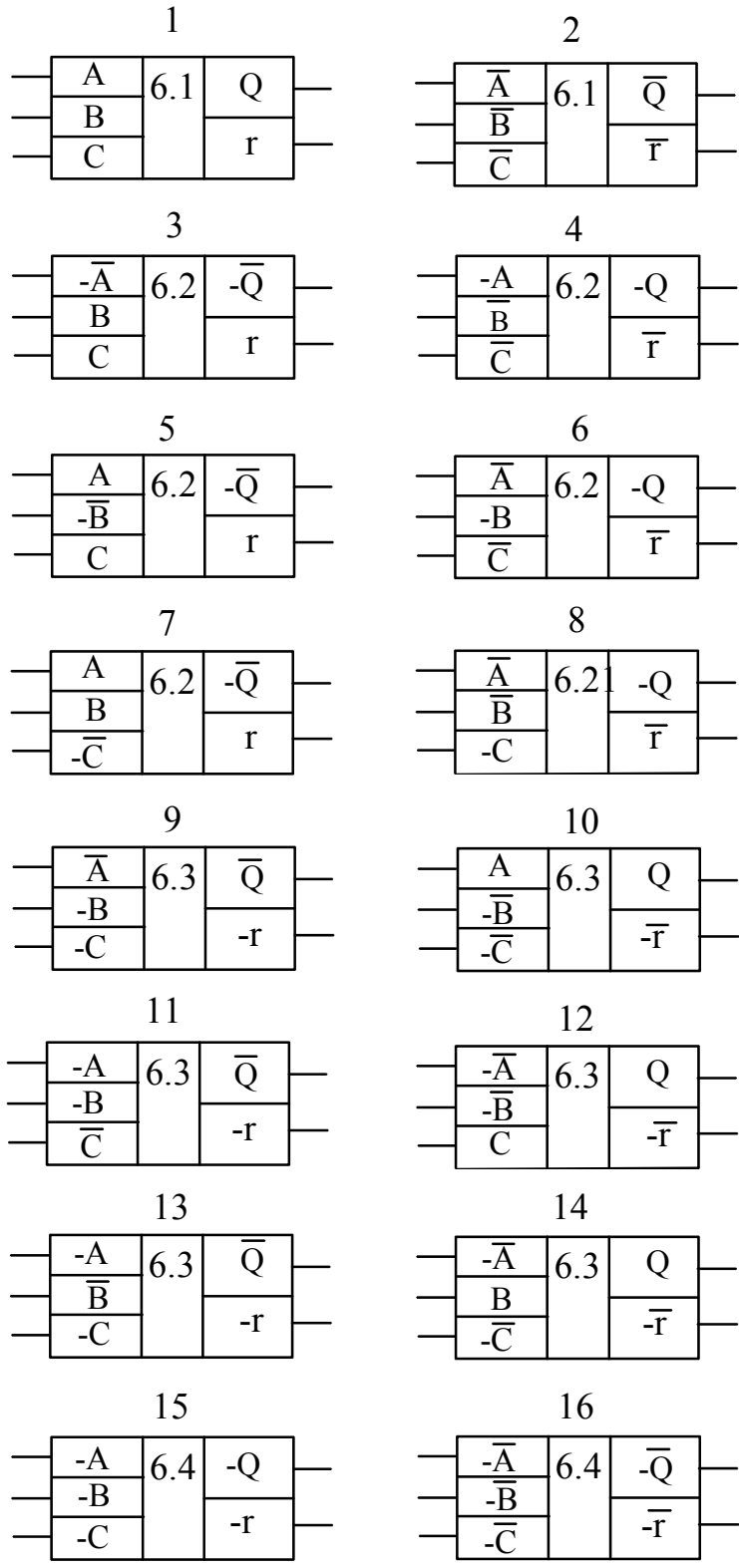


Рисунок 6.1. Модифікація включення базової схеми суматора

Співвідношення (6.22), (6.25) лягли в основу модифікацій 3, 5, 7, 9, 11, 13 (рис. 6.1), а співвідношення (6.27), (6.28) – 4, 6, 8, 12, 14, 16 (рис. 6.1). У зазначених модифікаціях ознакою негативної ваги є знак «мінус», що стоїть перед буквою (наприклад $-A$ або $-r$). Інверсії вхідних і вихідних величин позначені рисою над буквою, наприклад, \bar{A} позначає, що по входу A повинен надходити на обрану схему інверсний сигнал, \bar{Q} – що отриманий сигнал часткової суми має інверсне значення. Номери, які стоять в середній частині наведених модифікацій, відповідають номерам таблиць.

На рис. 6.2, як приклад, наведено один з можливих випадків використання розглянутих модифікацій. Припустимо, необхідно скласти два чотирьох розрядних

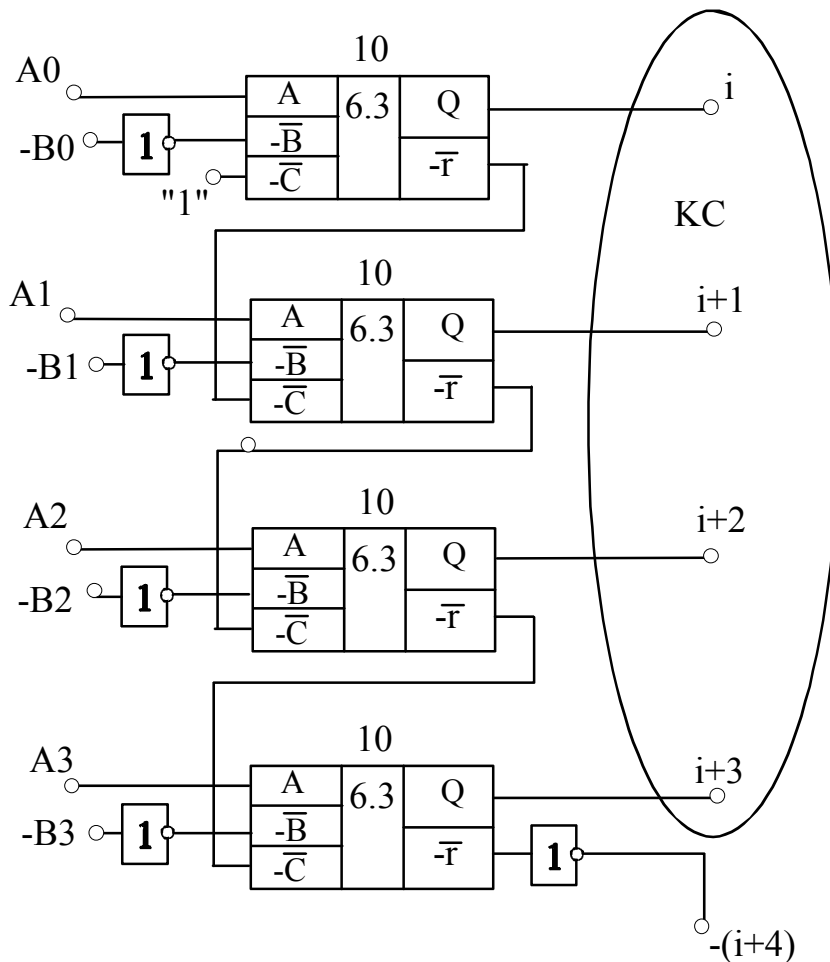


Рисунок 6.2. Чотирьох розрядний суматор

числа, з яких одне A позитивне, а всі цифри другого B мають негативну вагу. Крім того, чотири молодших розряда результату повинні надходити на комбінаційну

схему (КС), що працює тільки з позитивними цифрами. На рис.6.2 показано, яким чином, застосовуючи тільки схеми включення 10 (див. рис.6.1, табл. 6.3), вдалося вирішити поставлене завдання. При цьому тільки п'ятий вихідний розряд має негативну вагу.

6.2.5 Суматори з інверсіями переносів. Широко застосовується метод прискорення поширення сигналу переносу в комбінаційних суматорах, заснований на використанні інверсій переносів [54]. Цей метод лежить в основі побудови мікросхем суматорів, типу 155IM1 (SN 7480), 155IM2 (SN7482), 155IM3 (SN7483). Відомо [54], що якщо для формування сигналу переносу в парних і непарних розрядах використовувати співвідношення виду

$$r_{2i+1} = \overline{A_{2i} B_{2i}} \vee \overline{A_{2i} \bar{r}_{2i}} \vee \overline{B_{2i} \bar{r}_{2i}}, \quad (6.29)$$

$$\bar{r}_{2i+2} = \overline{A_{2i+1} B_{2i+1}} \vee \overline{A_{2i+1} r_{2i+1}} \vee \overline{B_{2i+1} r_{2i+1}}, \quad (6.30)$$

то сигнал перенесення при поширенні по сумматору буде проходити в кожному розряді тільки один елемент «І-АБО-НЕ». При цьому співвідношення для суми наводяться до такого виду, щоб для її отримання використовувалися тільки сформовані сигнали перенесення або його інверсії без їх додаткового інвертування. Такі співвідношення стосовно наших позначень наведені нижче:

$$Q_{2i} = \overline{r_{2i+1} \bar{r}_{2i} \vee r_{2i+1} \bar{A}_{2i} \vee r_{2i+1} \bar{B}_{2i} \vee \bar{A}_{2i} \bar{B}_{2i} \bar{r}_{2i}}, \quad (6.31)$$

$$\bar{Q}_{2i+1} = \overline{\bar{r}_{2i+2} r_{2i+1} \vee \bar{r}_{2i+2} A_{2i+1} \vee \bar{r}_{2i+2} B_{2i+1} \vee A_{2i+1} B_{2i+1} r_{2i+1}}. \quad (6.32)$$

Позначення вихідних схем однорозрядних повних суматорів з інверсіями переносів наведені на рис. 6.3 (1, 2). В даному випадку інверсії вхідних і вихідних сигналів є внутрішніми особливостями схеми – вони позначені кружечками.

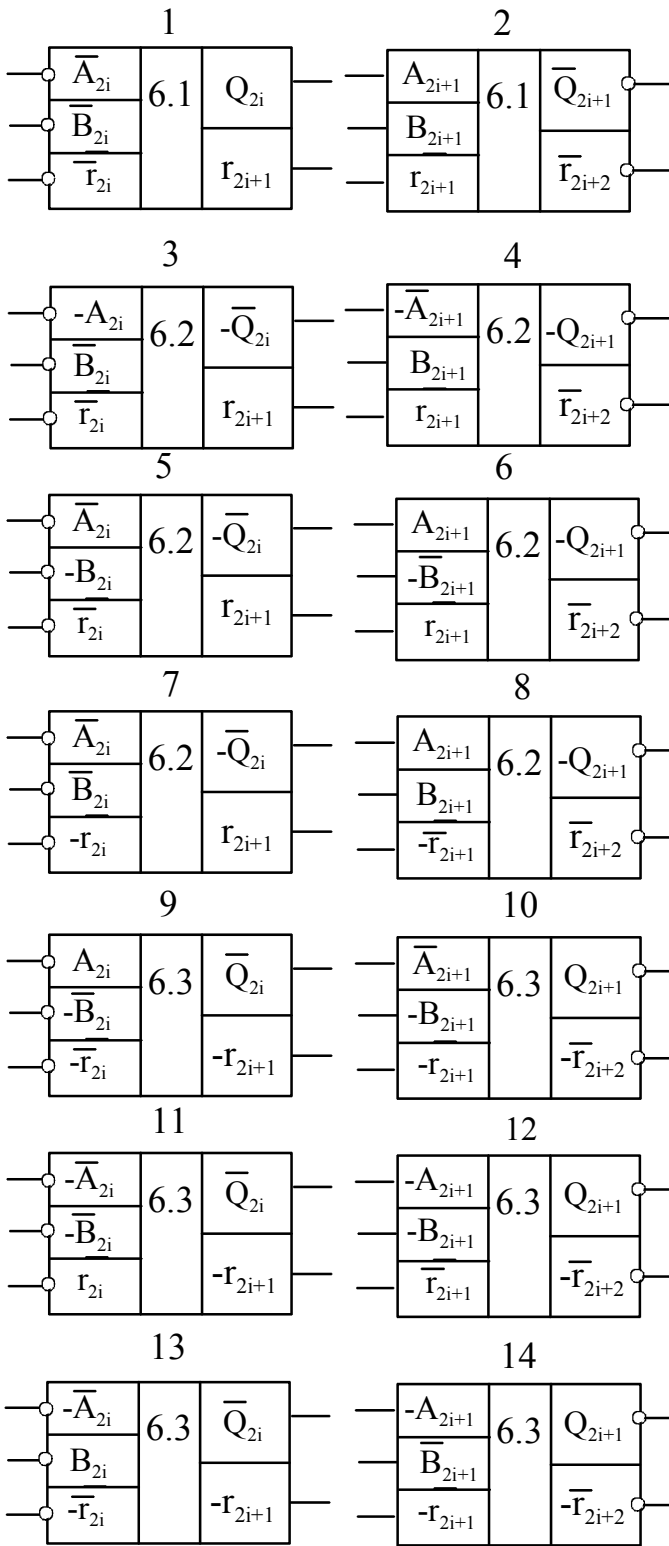


Рисунок 6.3. Модифікації схеми включення суматора

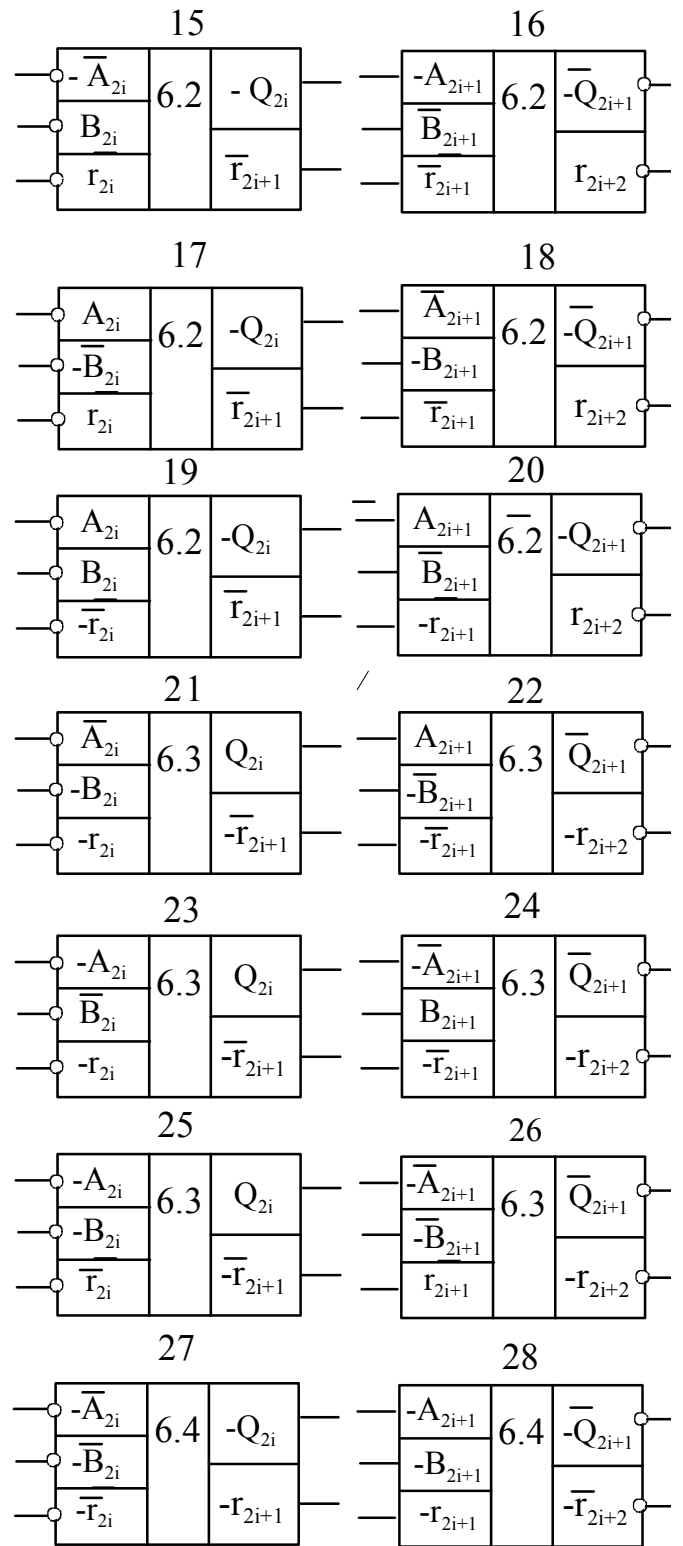


Рисунок 6.4. Модифікації схеми включення суматора

6.2.6 Модифікації включення базової схеми суматора з інверсіями переносів. Розглянемо ряд модифікацій включення таких суматорів стосовно розглянутих вище таблиць. Відповідно до табл. 6.1-6.4 функція Q має один і той же

вид, тому прийнемо:

$$Q_{2i}(6.1) = Q_{2i}(6.2) = Q_{2i}(6.3) = Q_{2i}(6.4) = Q_{2i},$$

$$\bar{Q}_{2i+1}(6.1) = \bar{Q}_{2i+1}(6.2) = \bar{Q}_{2i+1}(6.3) = \bar{Q}_{2i+1}(6.4) = \bar{Q}_{2i+1}.$$

Функції переносів відповідно до умов інверсій для табл. 6.1-6.4 наступні:

$$\begin{aligned} r_{2i+1}(6.1) &= r_{2i+1}(6.4) = r_{2i+1}, \\ \bar{r}_{2i+2}(6.1) &= \bar{r}_{2i+2}(6.4) = \bar{r}_{2i+2}, \end{aligned}$$

$$r_{2i+1}(6.2) = r_{2i+1}(6.3) = \overline{A_{2i} \bar{B}_{2i} \vee A_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2) \vee \bar{B}_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2)}, \quad (6.33)$$

$$\bar{r}_{2i+2}(6.2) = r_{2i+2}(6.4) = \overline{\bar{A}_{2i+1} B_{2i+1} \vee \bar{A}_{2i+1} r_{2i+1}(6.2) \vee B_{2i+1} r_{2i+1}(6.2)}. \quad (6.34)$$

В дужках, що стоять поруч з функцією Q або r , зазначений номер відповідної таблиці. Для табл. 6.1 номер опускається. Розглянемо функцію Q_{2i} за умови $\bar{\bar{A}}_{2i}$, яку позначимо через \check{Q}_{2i} . Підставимо (6.33) в (6.31):

$$\check{Q}_{2i} = \overline{[A_{2i} \bar{B}_{2i} \vee A_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2) \vee \bar{B}_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2)] r_{2i}(6.2) \vee [A_{2i} \bar{B}_{2i} \vee A_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2) \vee \bar{B}_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2)] A_{2i} \vee \overline{[A_{2i} \bar{B}_{2i} \vee A_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2) \vee \bar{B}_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2)] B_{2i} \vee A_{2i} \bar{B}_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2)}}.$$

Провівши заміну $\overline{A_{2i} \bar{B}_{2i} \vee A_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2) \vee \bar{B}_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2)} = \bar{A}_{2i} B_{2i} \vee \bar{A}_{2i} r_{2i}(6.2) \vee B_{2i} r_{2i}(6.2)$ і спрощуючи, отримуємо

$$\check{Q}_{2i} = \overline{\bar{A}_{2i} B_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2) \vee A_{2i} B_{2i} r_{2i}(6.2) \vee \bar{A}_{2i} \bar{B}_{2i} r_{2i}(6.2) \vee A_{2i} \bar{B}_{2i} \bar{r}_{2i}(6.2)}. \quad (6.35)$$

Щоб вираз (6.35) порівняти з вихідною формулою (6.31), останню необхідно також перетворити шляхом підстановки (6.29) в (6.31):

$$\check{Q}_{2i} = \overline{\overline{[\overline{A_{2i} B_{2i}} \vee \overline{A_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2) \vee \overline{B_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2)] \bar{r}_{2i}} (7.2) \vee [\overline{A_{2i} B_{2i}} \vee \overline{A_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2) \vee \overline{B_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2)] \overline{A_{2i}} \vee \overline{[\overline{A_{2i} B_{2i}} \vee \overline{A_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2) \vee \overline{B_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2)] B_{2i}} \vee \overline{A_{2i} B_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2)}.$$

Провівши заміну $\overline{A_{2i} B_{2i}} \vee \overline{A_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2) \vee \overline{B_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2) = A_{2i} B_{2i} \vee A_{2i} r_{2i} (7.2) \vee B_{2i} r_{2i} (7.2)$

і спрощуючи, отримуємо:

$$Q_{2i} = \overline{A_{2i} B_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2) \vee A_{2i} B_{2i} r_{2i} (7.2) \vee \overline{A_{2i} B_{2i} r_{2i}} (7.2) \vee A_{2i} \overline{B_{2i} \bar{r}_{2i}} (7.2). \quad (6.36)$$

Порівнюючи (6.35) і (6.36), бачимо, що

$$\check{Q}_{2i} = \overline{Q}_{2i}. \quad (6.37)$$

Тепер розглянемо функцію \overline{Q}_{2i+1} при $\overline{A_{2i+1}}$, яку позначимо через \check{Q}_{2i+1} .

Підставимо (6.34) в (6.32):

$$\begin{aligned} \check{Q}_{2i+1} &= \overline{\overline{[\overline{A_{2i+1} B_{2i+1}} \vee \overline{A_{2i+1} r_{2i+1}} (7.2) \vee \overline{B_{2i+1} r_{2i+1}} (7.2)] r_{2i+1}} (7.2) \vee \\ &\quad \overline{[\overline{A_{2i+1} B_{2i+1}} \vee \overline{A_{2i+1} r_{2i+1}} (7.2) \vee \overline{B_{2i+1} r_{2i+1}} (7.2)] \overline{A_{2i+1}}} \vee \\ &\quad \overline{[\overline{A_{2i+1} B_{2i+1}} \vee \overline{A_{2i+1} r_{2i+1}} (7.2) \vee \overline{B_{2i+1} r_{2i+1}} (7.2)] B_{2i+1}} \vee A_{2i+1} B_{2i+1} r_{2i+1} (7.2)}. \end{aligned}$$

Провівши заміну,

$$\overline{A_{2i+1} B_{2i+1}} \vee \overline{A_{2i+1} r_{2i+1}} (7.2) \vee \overline{B_{2i+1} r_{2i+1}} (7.2) = A_{2i+1} \overline{B_{2i+1}} \vee A_{2i+1} \bar{r}_{2i+1} (7.2) \vee \overline{B_{2i+1} \bar{r}_{2i+1}} (7.2)$$

і спрощуючи, отримуємо:

$$\check{Q}_{2i+1} = A_{2i+1} \overline{B_{2i+1} r_{2i+1}} (7.2) \vee \overline{A_{2i+1} \overline{B_{2i+1} \bar{r}_{2i+1}} (7.2)} \vee A_{2i+1} B_{2i+1} \bar{r}_{2i+1} (7.2) \vee \overline{A_{2i+1} B_{2i+1} r_{2i+1}} (7.2) \quad (6.38)$$

Підставимо (6.30) в (6.32). Після спрощення отримаємо:

$$\bar{Q}_{2i+1} = A_{2i+1} \bar{B}_{2i+1} r_{2i+1} (7.2) \vee \bar{A}_{2i+1} \bar{B}_{2i+1} \bar{r}_{2i+1} (7.2) \vee A_{2i+1} B_{2i+1} \bar{r}_{2i+1} (7.2) \vee \bar{A}_{2i+1} B_{2i+1} r_{2i+1} (7.2). \quad (6.39)$$

Порівнюючи (6.39) і (6.38), маємо

$$\check{Q}_{2i+1} = Q_{2i+1}. \quad (6.40)$$

Тепер подамо інверсії на входи B і r , тоді

$$\check{r}_{2i+1} (7.1) = r_{2i+1} (7.1) |_{\text{нпу} \bar{B}_{2i}, \bar{r}_{2i}} = \overline{\bar{A}_{2i} B_{2i} \vee \bar{A}_{2i} r_{2i} \vee B_{2i} r_{2i}} = A_{2i} \bar{B}_{2i} \vee A_{2i} \bar{r}_{2i} \vee \bar{B}_{2i} \bar{r}_{2i}. \quad (6.41)$$

Порівнюючи (6.41) з (6.33), отримуємо

$$\check{r}_{2i+1} (7.1) = \bar{r}_{2i+1} (7.2). \quad (6.42)$$

Аналогічно,

$$\check{r}_{2i+2} (7.1) = r_{2i+2} (7.1) |_{\text{нпу} \bar{B}_{2i+1}, \bar{r}_{2i+1}} = \bar{A}_{2i+1} B_{2i+1} \vee \bar{A}_{2i+1} r_{2i+1} \vee B_{2i+1} r_{2i+1}. \quad (6.43)$$

Порівнюючи (6.43) з (6.34), маємо,

$$\check{r}_{2i+2} (7.1) = \bar{r}_{2i+2} (7.2). \quad (6.44)$$

Розглянемо функції Q_{2i} і \bar{Q}_{2i+1} . Підставляючи (6.41) в (6.31) при $\bar{B}_{2i}, \bar{r}_{2i}$, після перетворення отримуємо:

$$\check{Q}_{2i} = Q_{2i} |_{\text{нпу} \bar{B}_{2i}, \bar{r}_{2i}} = \bar{A}_{2i} \bar{B}_{2i} r_{2i} \vee A_{2i} \bar{B}_{2i} \bar{r}_{2i} \vee \bar{A}_{2i} B_{2i} \bar{r}_{2i} \vee A_{2i} B_{2i} r_{2i}. \quad (6.45)$$

Порівнявши (6.45) з (6.36), маємо

$$\check{Q}_{2i} = Q_{2i}. \quad (6.46)$$

Підставляючи (6.43) в (6.32), при $\bar{B}_{2i+1}, \bar{r}_{2i+1}$ після перетворення отримуємо:

$$\check{Q}_{2i+1} = \bar{Q}_{2i+1} |_{\text{нпу} \bar{B}_{2i+1}, \bar{r}_{2i+1}} = A_{2i+1} B_{2i+1} \bar{r}_{2i+1} \vee \bar{A}_{2i+1} B_{2i+1} r_{2i+1} \vee A_{2i+1} \bar{B}_{2i+1} r_{2i+1} \vee \bar{A}_{2i+1} \bar{B}_{2i+1} \bar{r}_{2i+1}. \quad (6.47)$$

Порівнявши (6.39) з (6.47), маємо

$$\check{Q}_{2i+1} = \bar{Q}_{2i+1}. \quad (6.48)$$

Співвідношення (6.33) і (6.37) лягли в основу модифікацій включення 3, 5, 7, 9, 11,

13, а співвідношення (6.34) і (6.40) – в основу модифікацій 4, 6, 8, 10, 12, 14 (Рис. 6.3). Співвідношення (6.42), (6.46) лягли в основу модифікацій включення 15,17,19, 21,23,25, а співвідношення (6.44), (6.48) – модифікацій 16, 18, 20, 22, 24, 26 (Рис.6.4).

На рис. 6.5 наведено приклад використання деяких модифікацій включення однорозрядного суматора з інверсіями переносів. Є комбінаційна обчислювальна структура (КС), всередині якої інформація має тільки позитивну вагу. На входи

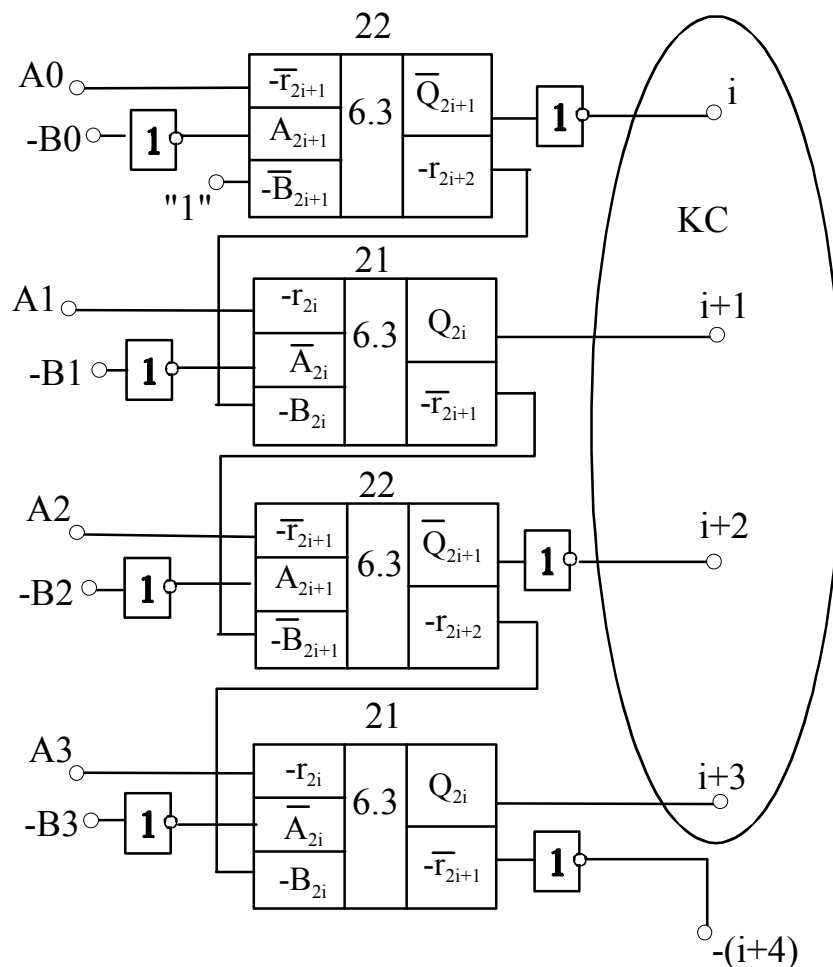


Рисунок 6.5. Приклад включення однорозрядного суматора з інверсіями переносів

$i, i+1, i+2, i+3$ КС надходять чотири молодших вихідних розрядів суматора, в якому підсумовуються два числа – позитивне $A(A_0, A_1, A_2, A_3)$ і негативне $B(-B_0, -B_1, -B_2, -B_3)$. Ставиться задача: на основі розглянутих вище модифікацій включення однорозрядного суматора з інверсіями переносів синтезувати такий

суматор, щоб на входи $i, i+1, i+2, i+3$ КС не надходило цифрової двійкової інформації з негативною вагою. З подібним завданням ми зустрінемося дещо пізніше при синтезі комбінаційного помножувача. Як видно з рис. 6.5, поставлена задача вирішена на основі модифікацій 21 і 22, що відпрацьовують табл. 6.3 при наступних умовах: на вхід $(-\bar{r}_{2i+1})$ схеми 22 першого розряду суматора повинна надходити логічна одиниця, щоб задовольнити вимогам обраної модифікації; розряди числа $B(-B_0, -B_1, -B_2, -B_3)$ повинні надходити на схему суматора через інвертори. За цих умов на входи $i, i+1, i+2, i+3$ КС надходить інформація лише з позитивною вагою. Тільки п'ятий розряд суматора (перенесення) має в цьому випадку негативну ознаку, але він в КС не надходить. Необхідно відзначити, що та частина схеми, яка на рис.6.5 обведена овальною лінією, може бути замінена мікросхемою 155ІМЗ (SN7483), в основу побудови якої якраз закладені ідеї прискорення поширення перенесення за рахунок чергування інверсій в парних і непарних розрядах.

6.2.7 Синтез комбінаційного матричного помножувача, що працює в додаткових кодах. Даний множитель обраний в якості об'єкта синтезу з двох причин: по-перше, для нього повною мірою виявляються всі основні етапи, характерні для запропонованого методу детермінованого синтезу; по-друге, такий помножувач – основний трудомісткий вузол в розглянутих процесорах групових операцій.

Постановка задачі: необхідно синтезувати комбінаційний матричний помножувач, що працює в додаткових кодах, що не має схем корекції результату і допускає застосування мікросхем середнього рівня інтеграції. Оба операнда:

$$\begin{aligned} X &= x_{k+1}, x_k, x_{k-1}, \dots, x_0, \\ Y &= y_{m+1}, y_m, y_{m-1}, \dots, y_0 \end{aligned}$$

представлені в додаткових кодах, де x_{k+1}, y_{m+1} знакові розряди. Представимо алгоритм отримання добутку відомим способом у вигляді стовпчика зміщених двійкових чисел, не звертаючи уваги на те, що деякі цифри мають негативну вагу.

Щоб отримати добуток, досить нульовий рядок помножити на y_0 перший – на y_1 , другий – на y_2 і т. д., $(m - 1)$ -й – на y_{m-1} , m -й рядок – на y_m , $(m + 1)$ -й рядок – на $(-y_{m+1})$ і результати скласти з урахуванням відповідних двійкових зрушень, які визначаються двійковими ваговими коефіцієнтами цифр операнда Y . Якщо операнди X і Y позитивні, то схемна реалізація такої процедури не викликає труднощів і відповідна комбінаційна схема матричного помножувача будується, наприклад, на елементах 155ЛП1 (SN7408), 155ІМ3 (SN7483).

В даному варіанті потрібен інший підхід. Відповідно до основних пунктів запропонованого методу спочатку необхідно визначити первинні джерела двійкової інформації з негативною вагою. Так як числа представлені в додаткових кодах, такими джерелами є знакові розряди операндів X і Y , тобто x_{k+1} і y_{m+1} .

У співвідношеннях (6.49) ці розряди зображені зі знаком «мінус». Решта розрядів

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & & -x_{k+1} & x_k & x_{k-1} & \dots & x_2 & x_1 & x_0 & y_0 \\
 & & & & -x_{k+1} & x_k & x_{k-1} & \dots & x_2 & x_1 & x_0 & y_1 \\
 & & & & -x_{k+1} & x_k & x_{k-1} & \dots & x_2 & x_1 & x_0 & y_2 \\
 & & & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \vdots \\
 & & & & -x_{k+1} & x_k & x_{k-1} & \dots & x_2 & x_1 & x_0 & y_{m-1} \\
 & & & & -x_{k+1} & x_k & x_{k-1} & \dots & x_2 & x_1 & x_0 & y_m \\
 x_{k+1} & -x_k & -x_{k-1} & \dots & -x_2 & -x_1 & -x_0 & & & & & -y_{m+1}
 \end{array} \quad (6.49)$$

чисел позитивні, вони обведені кривою. Синтез комбінаційної схеми для реалізації операцій, обведених лінією в співвідношеннях (6.49), як говорилося вище, з принципової точки зору не викликає труднощів. Але це за тієї умови, що з боку джерел двійковій інформації з негативною вагою всередину КС не надходить ні один такий розряд. На рис.6.6 показаний один з варіантів такої структури на основі розглянутих раніше модифікацій включення основних підсумкових пристроїв в залежності від поєднання знаків операндів на їх входах і вимог до знаків результату підсумовування на виходах.

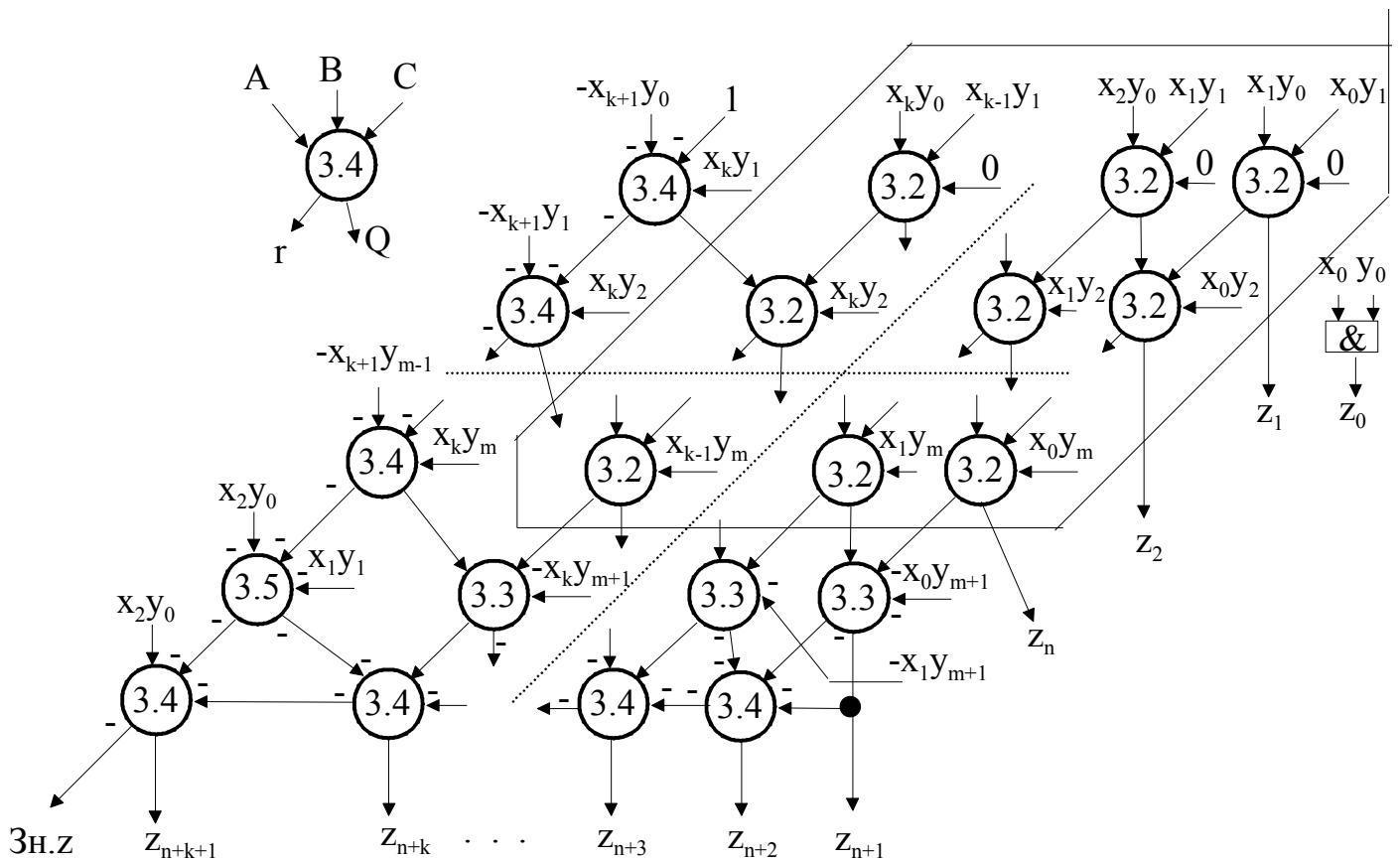


Рисунок 6. 6. Варіант структури комбінаційного помножувача

В цьому місці ми підходимо до другого обов'язкового пункту розглянутого методу синтезу. Він полягає в тому, щоб виходячи з необхідної функції, яка реалізується комбінаційним процесором, визначити шляхи поширення інформації з негативною вагою. Цей пункт взаємопов'язаний з третім пунктом запропонованого методу, який вимагає включення на різних ярусах і зрізах проходження через КС інформації з негативною вагою необхідних модифікацій включення підсумкових пристроїв, розглянутих вище.

На цьому етапі синтезу істотну роль може зіграти творчість конструктора, так як у нього є достатній вибір засобів при створенні конкретного комбінаційного пристрою в залежності від специфіки поставленого завдання.

Розглянемо негативну інформацію, первинним джерелом якої є знаковий розряд операнда $X(-x_{k+1})$. Це змінні

$$-(x_{k+1}y_0), -(x_{k+1}y_1), -(x_{k+1}y_2), \dots, -(x_{k+1}y_{m-1}), -(x_{k+1}y_m).$$

Уздовж лівого боку КС поставлені модифікації включення, відповідні табл. 6.3. Це зроблено з двох причин: по-перше, ознака детермінації по знаку для входів в більшій частині схем задоволена (однорозрядний суматор працює з двома цифрами, які мають негативну вагу: перша – це одна із зазначених вище змінних $-(x_{k+1}y_i)$, а друга – вихід перенесення попереднього суматора, який для модифікацій 6.3 теж має негативну вагу); по-друге, ознака детермінації по знаку для виходів сум в схемах модифікацій 6.3 позитивна, якраз така, яка потрібна за умовами задачі, щоб всередину КС не надходило інформації з негативною вагою.

Якщо простежити шлях уздовж усього ланцюга поширення перенесення в розглянутому суматорі, то можна помітити, що тільки в двох випадках спостерігається розбіжність ознак детермінації по знакам для входів в модифікаціях включення по табл. 6.3 з реальними знаками інформації, наявними в схемі. По-перше, в першому суматорі, де є тільки одне негативне число $-(x_{k+1}y_0)$, тому, щоб задовольнити вимогам детермінації по входах для модифікації 6.3, на вільний вхід перенесення першого розряду суматора подається логічна одиниця для задоволення вимозі інверсії цифри другого негативного числа, якого насправді немає, тобто воно дорівнює нулю. Другий випадок – це те місце, де перетинається ліва діагональ розглянутих суматорів з ярусом, відповідним негативної інформації знакового розряду операнда Y . У цьому місці (див. рис. 6.6) на суматорі зійшлося три розряди з негативною вагою, тому потрібна була модифікація включення, відповідна табл. 6.4 і яка має три негативних ознаки детермінації по знакам для входів.

У нижній частині комбінаційної обчислювальної схеми первинним джерелом двійковій інформації з негативною вагою є знаковий розряд операнда Y . Змінні

$$-(x_0y_{m+1}), -(x_1y_{m+1}), -(x_2y_{m+1}), \dots, -(x_{k-1}y_{m+1}), -(x_ky_{m+1}),$$

визначають модифікації включення схем суматорів в нижніх ярусах КС. Як видно з рис. 6.6, тут використовуються два яруси суматорів: перший реалізований на модифікаціях, відповідних табл. 6.2 (за винятком того місця, про яке говорилося вище), другий – на модифікаціях табл. 6.3. Не вдаючись в деталі, скажімо, що підбір

модифікацій схем включення на розглянутих ярусах проводився з урахуванням відповідності ознак детермінації по входах і виходах використовуваних модифікацій реальним ознакам потоку інформації з негативною і позитивною вагами, крім того, в останньому ярусі враховувався той факт, що результат множення двох операндів (X і Y) повинен бути представлений в додатковому коді, при якому всі розряди, за винятком знакового, мають позитивну вагу. Апробація даного методу синтезу проводилася на різних схемах умножителей, що працюють в додаткових кодах. В одних схемах модифікація включення суматорів здійснювалася на основі мікросхем 155ІМЗ (SN7483), в інших – на основі 531ІПЗП (SN74181), 531ІП4П (SN74182). Проведені експерименти підтвердили правильність закладених ідей і високі тимчасові характеристики перемножувачів на мікросхемах середньої ступені інтеграції.

6.2.8 Синтез матричних комбінаційних процесорів групових операцій. Даний синтез проводиться на основі умножителя, що працює в додатковому коді і реалізованого на програмованих постійних ЗП (ППЗП) і арифметико-логічних пристроях (АЛП). Нехай вихідні операнди представлені 11-розрядних двійковим додатковим кодом; розмірність групової операції дорівнює чотирьом. В цьому випадку паралельний комбінаційний спецпроцесор повинен містити чотири помножувача і три суматора. На першому кроці синтезу помножувача виділяється блок операцій, в якому нема інформації з негативною вагою. На другому кроці обраний блок операцій поділяється на кілька частин так, щоб кожен частину можна було реалізувати на конкретних ППЗП з подальшим їх підсумовуванням. В нашому випадку з урахуванням реалізації на 556РТ5 (3604) виділений блок складається з чотирьох операцій помножувача позитивних чисел A , B , C , D виду

$$\begin{aligned} A &= (x_9 x_8 x_7 x_6 x_5) (y_4 y_3 y_2 y_1 y_0); \\ B &= (x_4 x_3 x_2 x_1 x_0) (y_4 y_3 y_2 y_1 y_0); \\ C &= (x_9 x_8 x_7 x_6 x_5) (y_9 y_8 y_7 y_6 y_5); \\ D &= (x_4 x_3 x_2 x_1 x_0) (y_9 y_8 y_7 y_6 y_5), \end{aligned}$$

де x_i, y_i - двійкові цифри з позитивною вагою, індекс при x і y вказує на номер двійкового розряду операндів X, Y ; x_0, y_0 молодші розряди, їх ваговий коефіцієнт дорівнює $2^0=1$. Для програмування будь-якого із зазначених блоків операцій A, B, C, D на ППЗП типу 556РТ5 (3604) досить на кожен блок виділити три мікросхеми, щоб покрити весь діапазон розглянутих добутків без округлення. Природно, що кожна з цих трьох ППЗП повинна програмуватися по-своєму, але три різновиди однакові для всіх блоків A, B, C, D . Таким чином, для розглянутого помножувача необхідно мати чотири комплекти по три ППЗП в кожному, прошитих по своїй таблиці.

На третьому кроці синтезу виходи всіх ППЗП заводяться на АЛУ типу 531ПЗП (SN74181), 531П4П (SN74182), в ті розряди, які відповідають ваговим коефіцієнтам результатів множення в кожному з блоків A, B, C, D . Таким чином, на виході АЛП реалізується число $F = A + B + C + D$, яке представимо у вигляді $F = F_1 F_2$, де $F_2 = F_9 F_8 F_7 \dots F_1 F_0$, цифри $F_i = Z_i$, тобто, іншими словами, на виході розглянутої структури будуть десять молодших двійкових цифр шуканого результату $Z = XV$, які безпосередньо повинні бути заведені на входи відповідних суматорів, як того вимагає групова операція. Інша складова числа F : $F_1 = F_{20} F_{19} F_{18} \dots F_{11} F_{10}$, - це та частина, яка повинна пройти ще операції алгебраїчного підсумовування з негативними числами $-x_{10}(Y)$ і $-y_{10}(X)$. Це підсумовування проводиться на АЛП типу 531ПЗП (SN74181) і 531П4П (SN74182), в два етапи. На першому етапі - з числом $(-x_{10}y_9, -x_{10}y_8, -x_{10}y_7, \dots, -x_{10}y_0)$ враховуючи необхідну модифікацію включення АЛП за методикою розглянутого методу, а саме: весь суматор включається по модифікації, що відповідає табл. 6.3, за винятком 11-го розряду, вага якого 2^{20} . У цьому розряді використовується модифікація включення по табл. 6.2, де другий доданок дорівнює нулю. Крім того, слід врахувати, що вхід переносу в розряд з ваговим коефіцієнтом 2^{10} має негативну ознаку детермінації, а значить, необхідна інверсія цього сигналу.

На другому етапі до результату, отриманого на першому, додається число $(y_{10}x_{10}, -y_{10}x_9, -y_{10}x_8, -y_{10}x_7, \dots, -y_{10}x_0)$, причому всюди

використовується модифікація включення, відповідна табл. 6.3. Вхід перенесення в розряд з ваговим коефіцієнтом 2^{10} має негативну ознаку детермінації, тому необхідна інверсія сигналу з цього входу. Крім того, другий вхід розряду АЛП, що має вагу 2^{21} , також має негативну ознаку детермінації, тому на нього сигнал повинен надходити з інверсією. На виходах розглянутого АЛП ми отримуємо старші і знаковий розряди $(Зн. z, z_{20}, z_{19}, z_{18}, \dots, z_{10})$ результату множення $Z = XY$ в додатковому коді, які безпосередньо надходять на відповідні розряди АЛП, що підсумовують пари добутоків в додаткових кодах, де вже немає проблем. З виходу останнього АЛП інформація надходить на вхід наступного АЛП і т. д., відповідно до розмірності групової операції.

Виконання розглянутих вище процедур призведе до паралельної матричної структури спецпроцесора групової арифметичної операції, що працює з операндами в додаткових двійкових кодах, що не має схем корекції і перекодіровочних вузлів на стиках множитель – суматор, що вимагає мінімуму дій, що управляють, в якому результат операції утворюється після закінчення перехідного процесу в комбінаційній схемі.

6.3 СОК з модулем, кратним двом

Одним із способів введення негативних чисел в СОК є уявлення чисел в так званій штучній формі [1]. При цьому весь числовий діапазон $P = p_1 p_2 p_3 \dots p_n$, де p_i – вибрані модулі СОК, розбивається на дві рівні частини. В інтервалі $[0, P/2]$ розташовуються негативні числа СОК, а в інтервалі $[P/2, P]$ – позитивні.

Якщо один з модулів СОК, наприклад p_1 , дорівнює двом, то, позначаючи середину діапазону через p , $p = P/2 = P/p_1$ або $p = p_2 p_3 p_4 \dots p_n$, або в СОК $p = (1, 0, 0, \dots, 0)$, штучну форму будь-якого цілого числа N , лежачого в діапазоні $0 \leq |N| < p$, записують

$$N' = p + N. \quad (6.50)$$

Доведено [1], що якщо вихідні числа і результат виконання операцій не виходять за межі нового діапазону $[0, p]$, то операції додавання і множення двох довільних чисел N_1 і N_2 будь-яких знаків виконуються за формулами (6.51) і (6.52) відповідно

$$(N_1 + N_2)' = N_1' + N_2' + p, \quad (6.51)$$

$$(N_1 N_2)' = \begin{cases} N_1' N_2', & \text{якщо } N_1' \text{ і } N_2' \text{ — однакової парності,} \\ N_1' N_2' + p, & \text{якщо } N_1' \text{ і } N_2' \text{ різної парності} \end{cases} \quad (6.52)$$

Як видно з формул (6.51) і (6.52) результати операцій автоматично утворюються в штучної формі. Раніше [1], була запропонована узагальнена штучна форма представлення негативних чисел в СОК для випадку, коли в складі вибраних модулів немає модуля рівного двом, але присутній модуль, рівний $2t + 1, t = 1, 2, 3, \dots$ Зараз пропонується розглянути випадок, коли в складі вибраних модулів СОК замість модуля рівного двом присутній модуль, кратний двом [13].

Доцільність запровадження такого модуля в набір СОК буде описана в наступному пункті.

Без обмеження спільності, приймемо, що $p_n = 2^i, i = 2, 3, 4, \dots$

Тоді, $p = P/2 = p_1 p_2 p_3 \cdots p_{n-1} 2^{i-1}$, або в СОК

$$p = (0, 0, 0, \dots, 0, 2^{i-1}) \quad (6.53)$$

Якщо число p прийняти рівним нулю, то позитивні числа $N = |N|$ представляються у вигляді $N' = p + |N|$, а негативні числа $N = -|N|$ — у вигляді $N = p - |N|$.

Отже, штучна форма для подання позитивних і негативних чисел в СОК визначається за відомим виразом (6.50), але з урахуванням нової умови (6.53).

Розглянемо виконання модульних операцій в такій системі за умови, що самі операнди і результати операцій не виходять за межі $[0, P/2]$.

6.3.1 Операція складання. Задані два довільних числа N_1 і N_2 будь-яких знаків. Запишемо штучні форми цих чисел $N_1' = N_1 + p$; $N_2' = N_2 + p$.

З одного боку,

$$N_1' + N_2' = N_1 + p + N_2 + p = 2p + N_1 + N_2, \quad (6.54)$$

з іншого, штучна форма суми дорівнює

$$(N_1 + N_2)' = N_1 + N_2 + p. \quad (6.55)$$

Підставляючи вираз $N_1 + N_2$ із (6.54) в (6.55), отримаємо:

$$(N_1 + N_2)' = N_1 + N_2 - p = N_1 + N_2 + p, \quad (6.56)$$

Оскільки $-p = [0, 0, 0, \dots, 0, (-2^{i-1})] = (0, 0, 0, \dots, p_n - 2^{i-1}) = (0, 0, 0, \dots, 2^{i-1}) = p$.

6.3.2 Операція множення. Маючи штучні форми двох довільних чисел N_1 і N_2 у вигляді $N_1' = N_1 + p$; $N_2' = N_2 + p$, запишемо, з одного боку,

$$N_1' N_2' = (N_1 + p)(N_2 + p) = N_1 N_2 + p(p + N_1 + N_2), \quad (6.57)$$

а, з іншого – штучна форма добутку дорівнює

$$(N_1 N_2)' = N_1 N_2 + p. \quad (6.58)$$

Підставляючи в (6.58) вираз для з (6.57), отримаєм:

$$(N_1 N_2)' = N_1' N_2' - p(p + N_1 + N_2) + p,$$

або

$$(N_1 N_2)' = N_1' N_2' + p(p + 1) + p(N_1' + N_2') \quad (6.59)$$

Розглянемо докладніше доданок формули (6.59). Оскільки $p + 1 = (1, 1, 1, \dots, 1, 2^{i-1} + 1)$,

то

$$p(p + 1) = (1, 1, 1, \dots, 1, 2^{i-1} + 1)(0, 0, 0, \dots, 0, 2^{i-1}) = \left[0, 0, 0, \dots, \underbrace{(2^{i-1})(2^{i-1} + 1)}_{\text{no mod } 2^i} \right].$$

Добуток $\underbrace{(2^{i-1})(2^{i-1} + 1)}_{\text{no mod } 2^i}$ дорівнює величині 2^{i-1} , оскільки $2^{i-1} + 1$ є цілим непарним

числом. Отже, $p(p + 1) = (0, 0, 0, \dots, 0, 2^{i-1})$,

$$p(p + 1) = p. \quad (6.60)$$

Тепер перейдемо до аналізу третього доданка формули (6.59). Добуток $p(N_1' + N_2')$ тотожно дорівнює нулю по всіх вибраних модулях СОК (крім модуля $p_n = 2^i$). В останньому випадку сума двох чисел N_1' і N_2' по модулю $p_n = 2^i$ являє собою будь-яке ціле позитивне число з ряду $0-2^{i-1}$. При множенні такого ряду на число 2^{i-1} і взяття результату по модулю $\text{mod } 2^i$ встановлюється наступна послідовність:

$$\begin{aligned} 0 \cdot 2^{i-1} \bmod 2^i &= 0; \\ 1 \cdot 2^{i-1} \bmod 2^i &= 2^{i-1}; \\ 2 \cdot 2^{i-1} \bmod 2^i &= 0; \\ 3 \cdot 2^{i-1} \bmod 2^i &= 2^{i-1}; \\ 4 \cdot 2^{i-1} \bmod 2^i &= 0; \\ 5 \cdot 2^{i-1} \bmod 2^i &= 2^{i-1}; \\ &\vdots \end{aligned}$$

Відзначимо, що результат множення нуля і парних чисел на 2^{i-1} по модулю 2^i дає у відповіді нуль, а непарних чисел – дає у відповіді 2^{i-1} .

Таким чином,

$$p(N'_1 + N'_2) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } N'_1 + N'_2 \text{ – парна сума,} \\ p, & \text{якщо } N'_1 + N'_2 \text{ – непарна сума} \end{cases} \quad (6.61)$$

Парна сума $N'_1 + N'_2$ утворюється, якщо складові N'_1 і N'_2 однакової парності, непарна – якщо складові N'_1 і N'_2 різної парності. Тому формула (6.61) перетвориться до виду

$$p(N'_1 + N'_2) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } N'_1 + N'_2 \text{ – однакової парності,} \\ p, & \text{якщо } N'_1 + N'_2 \text{ – різної парності} \end{cases}$$

Отже, остаточно формула для визначення добутку (6.59) з урахуванням (6.60) і (6.61) буде наступною:

$$(N_1 N_2)' = N'_1 N'_2 + p + \begin{cases} 0, & \text{якщо } N'_1 \text{ і } N'_2 \text{ – однакової парності,} \\ p, & \text{якщо } N'_1 \text{ і } N'_2 \text{ різної парності} \end{cases},$$

або

$$(N_1 N_2)' = N'_1 N'_2 + \begin{cases} p, & \text{якщо } N'_1 \text{ і } N'_2 \text{ – однакової парності,} \\ 0, & \text{якщо } N'_1 \text{ і } N'_2 \text{ – різної парності} \end{cases}. \quad (6.62)$$

Парність штучних форм співмножників N'_1 і N'_2 по модулю 2^i визначається по старшому розряду двійкового представлення залишку по цьому модулю. Якщо він дорівнює нулю – число парне, якщо одиниці – непарне; якщо ці розряди у двох співмножників однакові (два нуля або дві одиниці), то числа N'_1 і N'_2 однакової парності, якщо не однакові, то числа N'_1 і N'_2 різної парності.

Отримані формули додавання (6.56) і множення (6.62) подібні відомим формулам додавання і множення для випадку, коли в складі модулів СОК є модуль рівний двом. Відмінність полягає в тому, що, по-перше, величина має інше значення, а по-друге, у формулі множення верхня і нижня рядки міняються місцями.

Конкретні приклади, що підтверджують правильність отриманих формул, наведені в роботі [13].

Таким чином, переваги системи залишкових класів з модулем, рівним двом, в запропонованій системі повністю збережені.

Додаткові можливості СОК з модулем, кратним двом, проявляються в обчислювальних структурах зі змішаним кодуванням, де інформація представлена і у вигляді позиційної двійкової системи, і в СОК; коли ставиться завдання обов'язкового збільшення діапазону представлення чисел в непозиційному базисі.

Відомий варіант СОК з модулем, рівним двом, для вирішення поставленого завдання зажадав би включення ще одного або декількох нових модулів до складу що означало б синтез схем суматорів, помножувачів і каналів перетворювачів із двійкового позиційного коду в код СОК за додатковими модулями. Оскільки в загальному випадку необхідно додавати старші модулі, взаємно прості з модулями реалізованого в машині набору, завдання синтезу табличних (як найбільш перспективних) схем суматорів і умножувачів по старшим модулів являє собою проблему, на порядок більш складну, ніж та, яка була пов'язана з аналогічним завданням для модулів меншої розмірності.

Застосування ступеневої системи залишкових класів [1] з метою заміни синтезу схем зазначених блоків, які працюють за додатковими модулями СОК, набором модулів меншої розмірності на черговому ярусі СОК можливо тільки в разі, якщо в складі обчислювальної системи немає перетворювача позиційного двійкового коду в код СОК (що не відповідає поставленому завданню). В роботі [1] показано, що якщо обчислювальна система містить перетворювачі позиційних двійкових кодів в коди СОК, то використання принципу багатоярусної СОК з метою усунення завдання синтезу табличних суматорів за знову введеним додатковим старшим модулем СОК не приводить до успіху.

Розглянемо запропонований варіант СОК, в набір якої входить модуль, кратний двом. Припустимо, що для покриття необхідного збільшення діапазону СОК необхідно $s + 1$ двійкових розрядів позиційного уявлення, причом $s < m$, де $m + 1$ – кількість двійкових розрядів довільного цілого числа в позиційному базисі.

6.3.3 Канал перетворення позиційного двійкового коду в код СОК за модулем 2^s . Як відомо [1], перетворення з позиційної двійкової системи числення в непозиційний базис організовується паралельно по всіх каналах, відповідних наявним модулям СОК. Канал такого перетворювача, за модулем 2^s , реалізує формулу $A / \text{mod } 2^s = \left(\sum_{i=0}^m a_i 2^i \right) / \text{mod } 2^s$, яку представимо у вигляді двох доданків

$$\left(\sum_{i=0}^m a_i 2^i \right) / \text{mod } 2^s = \left(\sum_{i=0}^s a_i 2^i \right) / \text{mod } 2^s + \left(\sum_{i=s+1}^m a_i 2^i \right) / \text{mod } 2^s.$$

Так як $\left(\sum_{i=0}^s a_i 2^i \right) / \text{mod } 2^s = \sum_{i=0}^s a_i 2^i$, $\left(\sum_{i=0}^m a_i 2^i \right) / \text{mod } 2^s \equiv 0$, остаточно отримуємо:

$$A / \text{mod } 2^s = \left(\sum_{i=0}^m a_i 2^i \right) / \text{mod } 2^s = \sum_{i=0}^s a_i 2^i.$$

Іншими словами, канал перетворювача позиційного двійкового коду в код СОК по модулю 2^s взагалі не вимагає обладнання – молодші $s + 1$ двійкові розряди позиційного представлення числа A є точними двійковими еквівалентами залишку числа по модулю 2^s .

6.3.4 Суматор за модулем 2^s . Роль суматора по модулю 2^s може виконати будь-який позиційний двійковий суматор, в якому ігнорується одиниця переносу зі старшого s -го розряду. Дійсно, відкидання одиниці перенесення з s -го розряду рівносильно вирахуванню числа, рівного 2^s , з утвореної на сумматорі суми, а число 2^s як раз і відповідає обраному модулю. Якщо кожний доданок за величиною менше значення модуля (умова, обов'язкова для існування залишку з будь-якого модуля СОК), то в найгірших поєднаннях при підсумовуванні двох чисел по модулю 2^s , значення модуля може бути перевищено тільки один раз, отже, зазначений суматор завжди дасть правильну відповідь. Оскільки в СОК перевага віддається табличним комбінаційним суматорам, то і по модулю 2^s доцільно використовувати комбінаційні суматори, в яких передбачені спеціальні заходи прискорення

поширення перенесення (організація групових переносів, переноси з використанням інверсій і так далі).

6.3.5 Помножувач за модулем 2^s . Розглянемо варіант комбінаційного помножувача по модулю 2^s , який будується на базі традиційного комбінаційного двоїчного умножителя. Без обмеження спільності міркування проведемо на конкретному прикладі, нехай $s=4$. На рис. 6.1 приведена відома схема комбінаційного двоїчного умножителя позитивних чисел на розрядність 4. Даний умножитель видає добуток двох операндів X і Y з абсолютною точністю по завершенню перехідного процесу в комбінаційній схемі. Щоб на основі такого

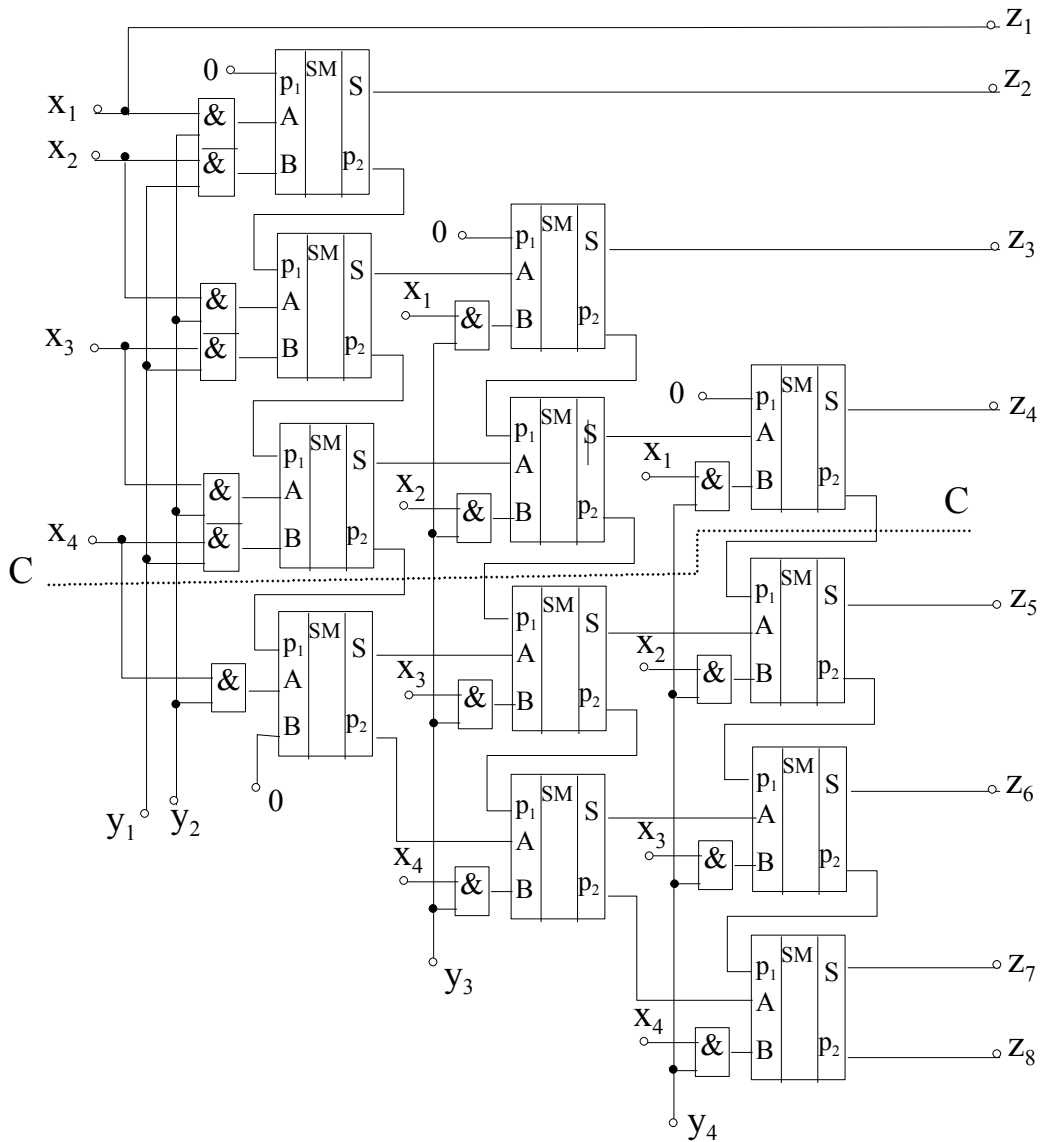


Рисунок 6.7. Двоїчний умножитель

помножувача отримати множитель, що працює по модулю 2^s , достатньо всього лише виключити ту частину схеми, рис.6.7, яка розташована нижче умовної лінії перетину $C - C$.

6.3.6 Перетворення з СОК в поліадичне числення. У поліадичному обчисленні, як відомо [1], довільне число X зображується у вигляді

$$X = \alpha_1 + p_1\beta_1 + p_1p_2\beta_2 + \dots + p_1p_2 \dots p_{n-1}\beta_n,$$

де p_1, p_2, \dots, p_n – модулі СОК;

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ – цифри в поліадичному обчисленні.

Прийmemo $p_n = 2^i$, причому незалежно від того, є p^n старшим модулем СОК чи ні, порядок перетворення залишається одним і тим же, і, як легко можна переконатися на конкретних прикладах, алгоритм перетворень в цьому випадку повністю збігається з відомим алгоритмом, що дозволяє синтезувати комбінаційні схеми. Запишемо послідовність формул, характерну для цього процесу. На першому кроці виявляється, знаходиться число, яке перетворюється, в діапазоні $[0 \dots p_1p_2]$. Комбінаційна схема, що відповідає цьому кроці, будується так, щоб вирішити порівняння $X_1 = \alpha_1 + p_1\beta_1 \equiv \alpha_2 \pmod{p_2}$, тобто реалізувати формулу,

$$\beta_1 \equiv (\alpha_2 - \alpha_1) \left(\frac{1}{p_1} \right) \pmod{p_2}.$$

На другому кроці діапазон визначення X розширюється до величини $p_1p_2p_3$,

$$X_2 = X_1 + p_1p_2\beta_2 \equiv \alpha_3 \pmod{p_3}.$$

Після перетворення,

$$\beta_2 \equiv (\alpha_3 - X_1) \left(\frac{1}{p_1p_2} \right) \pmod{p_3},$$

.....

На останньому кроці $X = X_{n-2} + p_1p_2p_3 \dots p_{n-1}\beta_{n-1} \equiv \alpha_n \pmod{p_n}$, або після заміни

$$p_1p_2p_3 \dots p_{n-1} = \alpha_n p_n + \beta_n \text{ і перетворення}$$

$$\beta_{n-1} \equiv (\alpha_n - X_{n-2}) \left(\frac{1}{\beta_n} \right) (\text{mod } p_n). \quad (6.63)$$

Таким чином, специфіка модуля $p_n = 2^i$ позначається на останньому етапі перетворення. Іншими словами, якщо перетворювач синтезований для СОК з модулем $p_n = 2^i$, то щоб отримати такий же перетворювач для СОК з модулем $p_n = 2^{i+k}$, необхідно організувати по-новому тільки процес обчислення коефіцієнта β_{n-1} . У формулі (6.63) при цьому зміниться наступне: буде нове значення α_n – за умовою. Залишки величин β_n і X_{n-2} по новому модулю $p_n = 2^{i+k}$ утворюються без апаратно – це відповідна кількість молодших двійкових розрядів чисел β_n і X_{n-2} , яке визначається новим значенням модуля $p_n = 2^{i+k}$. Оскільки для конкретного перетворювача величини α_n і β_n це постійні числа, то комбінаційна схема, яка реалізує формулу (6.63) по модулю $p_n = 2^{i+k}$ синтезується досить просто.

Остаточо $X = X_{n-2} + (\alpha_n p_n + \beta_n) \beta_{n-1} = X_{n-2} + \beta_{n-1} p_1 p_2 \dots p_{n-1}$.

Ця операція реалізується на тому ж обладнанні, яке використано в перетворювачі з модулем $p_n = 2^i$. Необхідно, щоб множитель на константу і суматор були виконані з деяким запасом розрядності, з урахуванням розширення зміни діапазону за рахунок введення нового значення модуля $p_n = 2^{i+k}$. Отже, СОК з модулем, кратним двом, при мінімумі схемних доповнень дозволяє налаштувати перетворювач СОК – поліадічний код на новий більш широкий діапазон.

6.4 Висновки по розділу

Обидва розглянутих методи дозволяють з єдиних позицій синтезувати процесори групових арифметичних операцій. Перший досить формалізований і конструктор при синтезі не замислюється про знаках операндів, оскільки усі

перетворення проводяться в області зображень, де всі числа тільки позитивні. Однак цей метод передбачає збільшену кількість обладнання.

Другий метод більш складний, вимагає від конструктора спеціальних знань і творчості, але зате дозволяє створювати економічні схеми комбінаційних матричних процесорів високої продуктивності.

Непозиційна система числення в залишкових класах, що містить в своєму складі модуль, кратний двом, зберігаючи переваги СОК з модулем, рівним двом, має ту перевагу, що дозволяє в обчислювальних структурах змішаного кодування розширити діапазон представлення чисел в непозиційному базисі при мінімумі схемних доповнень для операцій модульного підсумовування, модульного множення, перетворення з позиційного базису в СОК і перетворення з СОК в поліадичний код.

РОЗДІЛ 7

СПЕЦІАЛІЗОВАНІ СТЕРЕОСКОПІЧНІ 3D СИСТЕМИ

7.1 Телевізійна стереоскопічна система відображення цифрової інформації

Роботи по стереобаченню в ІПМЕ ім.Г.Є.Пухова НАН України були розпочаті в 1981 році в рамках спільного Наказу-Постанови Міністерства машинобудування і Президії НАН України. За завданням одного з підприємств Міністерства машинобудування були розроблені, виготовлені і передані Замовнику три модифікації стереоскопічної системи ТССОЦІ, яка була призначена для стерео обробки і стереовізуалізації каркасної просторової графічної інформації, що є результатом напівнатурного моделювання рухомих об'єктів.

У перших двох модифікаціях системи в якості ЕОМ була задіяна Електроніка –100І (PDP-8), у третій модифікації – ЕОМ СМ-1420 (PDP-11). У першій модифікації реалізація стереооператора постійного ракурсу і групова арифметична операція виконувалася програмним способом. У наступних модифікаціях ці процедури реалізовані апаратним способом. В останньої модифікації також апаратним способом був реалізований процесор пучків стереовекторів. Алгоритм роботи, тимчасові діаграми, структурні особливості організації пам'яті стереокадра і обчислювальних блоків детально викладені в монографії [25]. Для того щоб операційна система RSX-11 сприймала ТССОЦІ як і будь-який інший зовнішній пристрій, потрібно було спроектувати контролер зв'язку з загальною шиною СМ таким, щоб він задовольняв всім протоколам цієї шини (нагадаємо, там 56 контактів). Такий контролер був розроблений і створений.

Первинний річний ефект, розрахований на обсяг 1983 р. використання склав 433, 6 тис. руб. (акт впровадження наведено в Додатку В).

У 1985 році експонат ТССОЦІ на ВДНГ України, м. Київ завоював диплом ІІ ст. (Копія диплома приведена в додатку С).

Після демонстрації ТССОЦІ на виставці Прогрес-86/87, м. Москва Міжгалузева експертна Рада зі сприяння впровадженню прийняла рішення про

широке впровадження системи ТССОЦІ в рамках підприємств Міністерства електронної промисловості.

7.2 Стереоскопічна система відображення натурної інформації

Стереосистеми телевізійного мовлення реального часу для населення поки не знайшли широкого впровадження, хоча багато дослідників були зайняті в цій сфері. Досить вказати на ряд робіт школи Шмакова П.В. та інших [56,60,61,64,65,68,80,86]. Основна трудність – це необхідність збільшувати спектр переданих частот телевізійного тракту, практично в два рази. Тому найбільш значні результати по стереобаченню були досягнуті в області прикладних систем, тобто в промисловості, наукових дослідженнях, системах управління тренажу і навчанні. У більшості випадків такі системи є системами замкнутого типу, при цьому відпадає необхідність в ВЧ модуляції для передачі в ефір, і відсутні вимоги сумісності з мовним телебаченням. Інформація від стереовідеокамер до стереовідеомоніторів передається на рівні відеосигналів, як правило, по кабельних лініях. Як приклад таких стереосистем можна вказати на наступні:

- стереоскопічна система в комплексі з маніпуляторами для роботи з радіоактивними речовинами в атомній промисловості;
- стереотелевізійна камера, яка встановлена на саморушному підводному носії;
- стереотелевізійна кольорова система, що входить до складу робота маніпулятора для проведення хірургічних операцій (Німеччина, 1998 р.).

З 1987 року в інституті були розпочаті дослідження по створенню прикладних стереосистем для візуалізації натурної інформації. Був розроблений і створений діючий зразок спеціалізованої телевізійної стереоскопічної системи для відображення натурної інформації, реалізованої на основі промислової телевізійної установки ПТУ-52. Система містила дві чорно-білі телевізійні камери КТП-64, блок перетворювача натурної інформації в стереоскопічну форму, блок дистанційного керування, блок синхронізації, кольоровий телевізійний приймач, змінні об'єктиви, стереоскопічні окуляри. Система призначалася для розпізнавання об'єктів, сцен, процесів в навколишньому просторі в системах оперативного прийняття рішень при

дистанційному контролі і управлінні. За основу перетворення просторової інформації в стереоскопічну форму був обраний анагліфічний спосіб сепарації стереопар. Відеосигнал з лівої камери кодувався червоним кольором, відеосигнал з правої камери кодувався бірюзовим кольором.

У 1989 році на замовлення ПО Спецатом м. Прип'ять, Чорнобильської обл. на базі апаратури "Телар-32", камери КТ-108, був розроблений, створений і переданий Замовнику зразок системи ССОНІ (Стереоскопічна система для відображення натурної інформації).

ССОНІ була спроектована для роботи в високих полях радіації (до 10^9) рентген і призначалася для робототехнічних комплексів, що виконують демонтажні роботи з розбирання ядерного реактора, як системи об'ємного бачення при дистанційному управлінні ріжучим інструментом. Копія акту випробування системи приведена в Додатку В).

7.3 Стереоскопічний телевізійно-обчислювальний комплекс

Маючи досвід роботи з системами, які окремо працюють з комп'ютерною та натурною стереоінформацією, виникло питання, а чи не можна створити стереосистему, яка допускає суміщення на одному екрані одночасно ці два види стереоінформації. Відповідь виявилася позитивною. У 1991 році був розроблений і створений діючий експериментальний зразок стереокомплексу нового напрямку – СТОК (Стереоскопічний телевізійно-обчислювальний комплекс), відмінною рисою якого була можливість обробляти і відображати не тільки натурну стереоінформацію (живе стереовідео), що надходить в комплекс по каналах прикладного стереобачення, не тільки комп'ютерну каркасну стереоінформацію, яку синтезує людина за допомогою спеціальних програм і стереопроекторів, але і, найголовніше, – комбіновану стереоінформацію, що подається в загальну зону стереобачення в реальному часі, в режимі накладення. При цьому і натурна, і комп'ютерна, і комбінована просторова інформація надходить на загальний екран в стереоскопічному вигляді, і сприймається людиною як віртуальна реальність, що

дозволяє досліднику спілкуватися з натурно-комп'ютерним віртуальним світом в надзвичайно наочній формі. СТОК являє собою комплекс, який об'єднав в собі ідеї і блоки систем: ТССОЦІ і ССОНІ.

На рис.7.1, де ЕОМ – СМ-1420; TV – кольоровий телевізійний монітор; ВК-Л

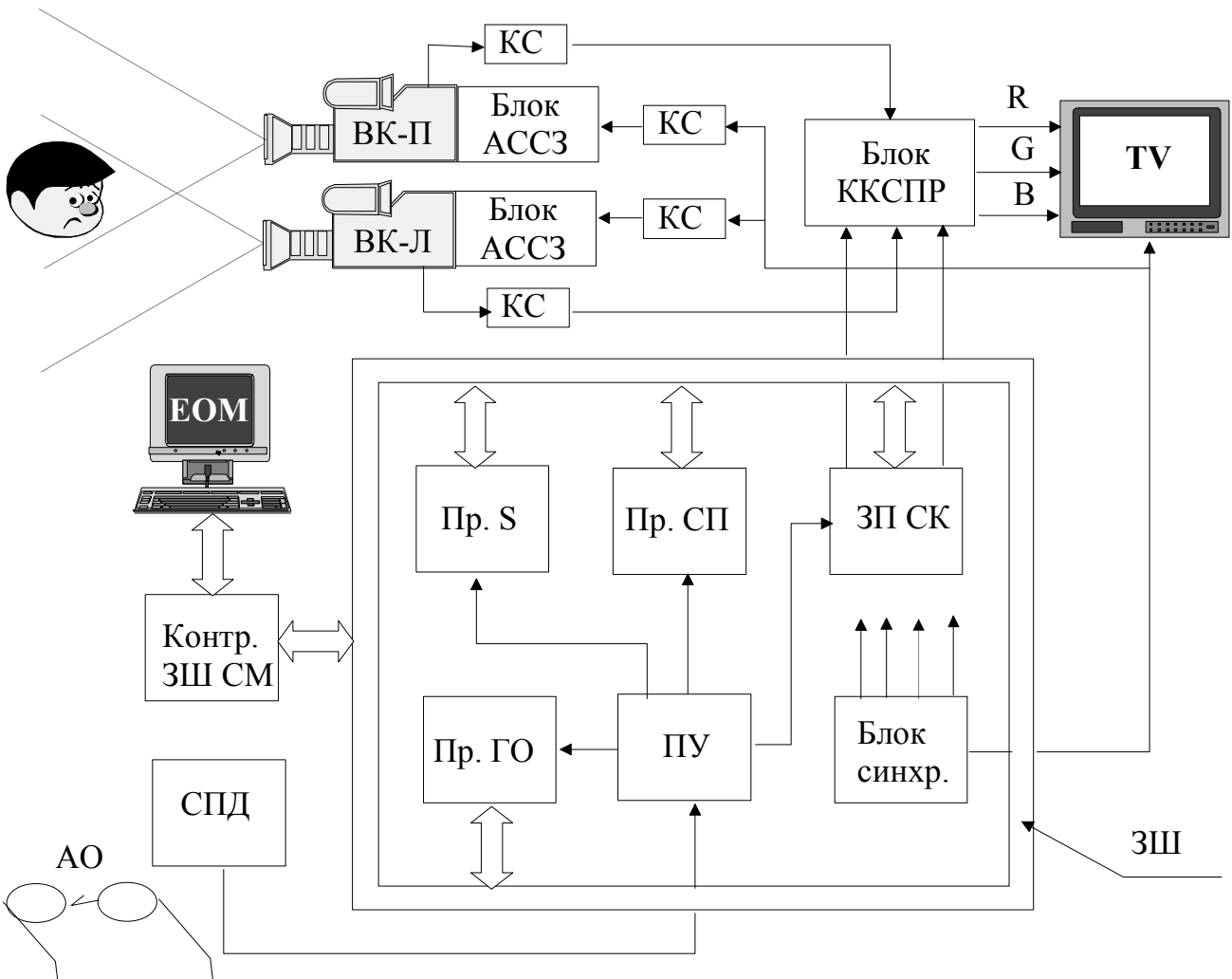


Рисунок 7.1. Блок схема телевійно-комп'ютерного комплексу СТОК

– відеокамера лівого каналу натурного стереобачення; ВК-П – відеокамера правого каналу натурного стереобачення; Блок АССЗ – блок авто синхростереозахвату; Блок ККСР – блок кодування, кольорової суміші та погодження рівней відеосигналів; ЗШ – загальна шина ТССОЦІ; Пр. ГО – процесор групової операції; Пр. СП – процесор стереопучків;

Пр.С – процесор стереоперетворення; ПУ – пристрій управління; ЗП СК – пам'ять стереокадру; Блок синхр. – блок синхронізації комплексу; Контр. ЗШ СМ – контролер зв'язку ЗШ СМ і ЗШ ТССОЦІ; СПД – сенсорний пульт діалогу; КС – канал зв'язку; АО – анагліфічні окуляри, наведена блок схема СТОК.

Чинний зразок СТОК, у якого в якості комп'ютера була задіяна ЕОМ СМ 1420, був створений в ПІМЕ ім.Г.Є.Пухова НАН України; і всі дослідження по натурно-комп'ютерному стереобаченню і моделюванню проводилися саме на цьому комплексі. Зупинимось коротко на функціях, виконуваних основними блоками комплексу:

- ЗП СК – призначений для регенерації накопиченої в ньому стереоінформації на екрані стереодісплея, а також для запису в темпі телевізійної розгортки нової стереоінформації; забезпечує 512x512 кольорових стереоточок [25];
- Пр.СП – призначений для розрахунку і запису в ЗПСК поточних стереокоординат декількох незалежних стереовідрізків (пучка стереовідрізків) в темпі телевізійної розгортки (обсяг пучка залежить від довжин складових стереовекторів);
- Пр.ГО – призначен для обчислення групової арифметичної операції скалярного добутку двох дійсних векторів (Розділ 6);
- ПУ – призначен для забезпечення необхідних потоків команд в різних режимах роботи системи;
- СПД – виносний пульт, який необхідний для контролю і управління комплексом з місця оператора;
- ЗШ – внутрішня загальна шина даних і команд системи ТССОЦІ;
- Блок синхр. – призначений для генерації всього набору керуючих системних імпульсів, а також телевізійної синхросмесі для телевізійного монітора і двох відеокамер;
- ВК-П, ВК-Л – відеокамери (КТП-64) призначені для введення в СТОК натурної стереоінформації;

- Контр. ЗШ-СМ – призначений для забезпечення зв'язку між ЗШ ТССОЦІ та ЗШ комп'ютера при обміні даними і командами;
- КС – канали зв'язку, що представляють собою узгоджені довгі лінії, з приймально-передавачами на кінцях для забезпечення трансляції телевізійних відео і синхро сигналів без спотворень;

7.3.1 Блок автосинхростереозахвату. Блок АССЗ призначений для забезпечення загальної синхронізації блоків стереокомплексу за неодмінної умови повної сумісності телевізійних рядків і полів стереопар натурального і комп'ютерного стереоканалів.

Під час візуалізації комбінованого (натурно-комп'ютерного) стереозображення на телевізійному екрані однією з важливих проблем є проблема реалізації режиму загальної автоматичної синхронізації блоків стереокомплексу при неодмінній умові – повної сумісності по телевізійних рядках і полях стереопар натурального та комп'ютерного стереоканалів. Далі наведені основні підходи, що були застосовані під час вирішення цієї проблеми.

При розробці блоку АССЗ було визначено, по-перше, що ведучим блоком синхронізації комплексу буде блок синхронізації стереопроектора телевізійно-обчислювального стереокомплексу, який спеціально модернізується для цієї мети.

Блоки синхронізації телевізійних стереокамер для ”лівого” та “правого” натурних каналів визначені як відомі.

Якщо використовується тільки натурний канал стереобачення, то одна із телекамер стає ведучою, а друга – відомою.

По-друге, в блок синхронізації кожної із відомих телевізійних камер додається додатковий блок (блок АССЗ), схема реалізація якого відображає таку ідею: – у визначений момент часу кадрового і рядкового імпульсу відомої камери відключається подача опорної частоти 1мгц на блок синхронізації цієї камери, а її блок АССЗ переходить до режиму очікування. Очікування продовжується до тих пір, поки в блоці синхронізації ведучої камери (стереопроектора) не настане аналогічний момент часу кадрового і рядкового імпульсів. В цей момент АССЗ

відомої камери підключає сигнал опорної частоти 1мгц на вхід блока синхронізації відомої камери; починаючи з цього моменту рядкові та кадрові імпульси ведучої та відомої телевізійної камери ідуть з однаковою частотою і абсолютно синфазно.

Внаслідок чого зображення натурних і комп'ютерних стереопар на екрані монітора є сталим і повністю сумісним.

Експерименти показали, що блок АССЗ гарантує синхронну роботу стереокомплексу як в режимі натурального стереобачення, так і в режимі натурно-комп'ютерного стереобачення. Не було випадку, щоб при включенні комплексу зображення на екрані TV було не стійким, або було не сумісним по рядках чи кадрах.

7.3.2 Блок кодування, кольорової суміші та погодження рівней відеосигналів. Блок ККСРП призначений для вирішення проблем кодування, кольорової суміші та погодження рівней відеосигналів, які надходять до системи по натурних і комп'ютерних стереоканалах. Блок ККСРП виконує наступні функції:

- Кодування "лівих" складових стереопар натурального та комп'ютерного стереоканалів червоним кольором.
- Кодування "правих" складових стереопар натурального та комп'ютерного стереоканалів бірюзовим кольором.
- Підсилення відеосигналів "лівого" та "правого" телевізійних натурних каналів до рівней для суміші з відповідними комп'ютерними складовими, які надходять від стереопроцесора .
- Узгодження рівней вихідних сигналів блоку ККСРП з вхідними ланцюгами відеопідсилувачив кольорових сигналів TV.
- Суміш та взаємне регулювання рівней відеосигналів "лівих" і "правих" стереоканалів натурної та комп'ютерної складових.

Обчислювальні процеси в комплексі організовані таким чином, що всі процедури, пов'язані з обчисленнями і пересилками відбуваються в "темний" час, тобто під час дії або імпульсу полів гасіння (ІПГ), коли телевізійний монітор замкнений по полю, або імпульсу гасіння по рядку (ІРГ), коли монітор замкнений

по рядку. В результаті такої організації до моменту відкриття телевізійного монітора по черговому полю в пам'яті стереокадра є достовірна нова необхідна інформація про чергові стереопару комп'ютерного каналу. В деталях організація процесів обміну між ЗПСК і ПР-СП, а також їх структура описана в роботі [25].

Відзначимо тільки, що завдяки вказаного способу організації обчислювального процесу комплекс забезпечує візуалізацію каркасних стереозображень в темпі телевізійної розгортки, тобто є можливість візуалізувати динамічні каркасні комп'ютерні стереозображення, накладені на підстилаючу поверхню напівтонових натурних стереозображень.

Спеціально розроблений програмний комплекс "СТЕРЕО", в процесі стереомодельовання і стереовізуалізації, забезпечує СТОК наступними можливостями:

- можливістю узгодження, прив'язки, і юстирування в інтерактивному режимі основних параметрів стереобачення для натурального і комп'ютерного каналів (це стереобазиси, стереоракурси, стереозони, системи координат);
- можливістю дистанційного визначення тривимірних координат шуканих точок натурального об'єкта за допомогою спеціального тривимірного стереокурсора, форма, розмір і крок переміщення центру фігури прицілювання якого встановлюються оператором в інтерактивному режимі);
- можливістю комп'ютерного стереосинтезу різних об'єктів по тривимірним координатам вузлових і габаритних точок шуканих об'єктів на основі реалізації процедури стереооператора постійного ракурсу;
- можливістю реалізації традиційних графічних процедур (зрушення, поворот, огляд, деформація, масштабування, малювання, компоновання, мультиплікація та інш.) в стереоскопічній формі;
- можливістю реалізації процедури стереовікно для комп'ютерних зображень;
- можливістю просторової стереоінтерполяції за трьома довільним точкам зони стереобачення;

- можливістю реалізації процедур прямого стереооператора змінного ракурсу для комп'ютерних каркасних зображень;
- можливістю реалізації процедури стереорекурсія.

Перераховані вище можливості СТОК послужили основою для розробки і створення нового методу просторового моделювання, названого методом натурно-комп'ютерного стереомоделювання [26,28-31,39,40,101].

7.4 Метод натурно-комп'ютерного стереомоделювання

У різних галузях науки і техніки все частіше виникає потреба в просторовому моделюванні. Як приклади можна привести завдання аналізу взаємодії об'єктів в тих ситуаціях, коли людина не має можливості безпосередньо бути присутніми на місці подій (космічне або глибоководне середовище, або зони хімічного, бактеріологічного, радіаційного забруднення).

Це можуть бути також завдання ергономіки та дизайну при проектуванні нових виробів, механізмів, будівель; або моделювання процесів протікання складних хірургічних операцій і т.д.

Для вирішення подібного виду завдань застосовується чи фізичне (натурне) моделювання, наприклад, макети забудови мікрорайонів в архітектурі, макети літака і його вузлів в авіабудуванні і т. д., або тривимірне комп'ютерне моделювання, що використовує пакети прикладних програм по тривимірній машинній графіці, що реалізує формули перспективної геометрії з орієнтацією на напівтонові кольорові зображення на екранах персональних комп'ютерів.

Обом цим методам притаманні як переваги, так і недоліки.

Метод фізичного моделювання надзвичайно наочний, однак процес створення фізичної моделі і, особливо, її корекція і доопрацювання займає багато часу і, крім того, це досить дорогий захід. Процес вимірювання в таких моделях виконується, як правило, механічним, або електронно-механічним способом і, в деяких випадках – електронним.

Метод комп'ютерного напівтонового моделювання – менш наочний, так як при цьому не використовується такий потужний апарат просторового сприйняття навколишнього світу, як бінокулярний людський зір (синтезована комп'ютерна тривимірна модель з графічного екрану РС сприймається двома очима так само, як і одним оком – це істотне обмеження методу).

Крім того, досить трудомістким є процес занесення в базу даних комп'ютера вихідної інформації про натурну частку моделі, особливо, при нових реалізаціях. Виникла ідея: з огляду на нові можливості комплексу СТОК при роботі з натурно-комп'ютерними стереозображеннями, створити метод просторового моделювання, що поєднує в собі переваги зазначених вище методів моделювання (наочність фізичного методу і гнучкість і універсальність комп'ютерного методу).

Суть запропонованого методу просторового моделювання впливає їх основних характеристик комплексу СТОК і полягає в тому, що в загальній зоні натурно-комп'ютерного стереобачення розміщуються стереозображення натурних просторових об'єктів і сцен або їх фізичних моделей і одночасно в тій же зоні розміщуються стереозображення комп'ютерних моделей просторових об'єктів і сцен, синтезованих людиною.

Фактично, після процедури налаштування і юстирування натурно-комп'ютерного каналу стереобачення, про що мова піде трохи нижче, сам процес натурно-комп'ютерного стереомоделювання полягає в тому, що телевізійні стереокамери розташовуються в зоні заданої просторової сцени моделювання і наводяться на ті об'єкти і фрагменти сцени, які власне і є предметом або областю моделювання; і після отримання на екрані стереозображення шуканої натурної сцени або об'єкта, йде процес комп'ютерного стереосинтезу проектного об'єкта і розміщення останнього в тій точці простору зображення натурної сцени або натурального об'єкта, в яку дослідник вказує спеціальним тривимірним стереокурсором. Якщо форма, розмір, позиція створеного об'єкта і т.п. влаштовують дослідника, далі може послідувати процедури комп'ютерного стереоманіпулювання з об'єктом (зміщення, обертання, зміна комп'ютерного стереоракурсу і інш.). При цьому може виникнути необхідність знову повернутися до процедури

комп'ютерного стереосинтезу з метою корекції зображення отриманого об'єкта або його заміни.

На цьому етапі не потрібне створення цифрової бази даних для шуканих натурних сцен і об'єктів – це ще одна з переваг запропонованого методу.

Після того, як результат натурно-комп'ютерного стереомодельовання на якісному рівні влаштовує дослідника, слід процедура занесення синтезованого об'єкта в пам'ять ЕОМ, прив'язка його до місцевості натурної сцени, домальовування деталей поверхні об'єкта, побудова проєкцій і т.п.

Як показали експерименти, натурні стереозображення зручно представляти в напівтоновому вигляді, а комп'ютерні стереозображення – в каркасному вигляді (прямому або інверсному); при цьому комп'ютерні стереозображення добре видно на тлі натурних стереозображень навіть в тих випадках, коли відбувається "наїзд" комп'ютерних образів на натурні.

7.4.1 Вимірювання в натурно-комп'ютерних стереомоделях. До сих пір при розгляді запропонованого методу ми не торкалися питань вимірювання в натурно-комп'ютерних стереомоделях. А по суті, модельовання починається тільки тоді, коли є можливість вимірювати результати модельовання. Тому проблема технічних і методологічних аспектів процедури вимірювання в розглянутих стереомоделях є другою за важливістю проблемою.

Зупинимось на питаннях суміщення натурального і комп'ютерного стереозображень, який допускає режим достовірного вимірювання тривимірних координат в таких стереомоделях. Проблема поєднання натурних і комп'ютерах стереозображень вимагала постановки і вирішення низки задач.

Це:

1. Задача визначення та узгодження базисів стереобачення для натурального і комп'ютерного стереоканалів.
2. Задача визначення та узгодження ракурсів натурального і комп'ютерного стереоканалів.

3. Задача вибору і узгодження систем координат, а також питання визначення місця розташування екранних площин для натурального і комп'ютерного стереоканалів.

4. Задача визначення та узгодження зон стереобачення для натурального і комп'ютерного каналів.

5. Задача юстирування комп'ютерного, натурального і комбінованого каналів.

Рішення перших трьох з перерахованих вище завдань базується на використанні запропонованого принципу еквівалентності умов достовірного натурно-комп'ютерного стереобачення, суть якого полягає в наступному: взаємне розташування довільної точки A_n натурального об'єкта, розташованого в зоні натурального стереобачення щодо лівої і правої телевізійних камер має бути подібно взаємному розташуванню відповідної точки комп'ютерного каналу A_k в зоні комп'ютерного стереобачення щодо позицій відповідних очей спостерігача.

При цьому зони стереобачення натурального і комп'ютерного каналів в просторі розташування вказаних течок A_n і A_k повинні перекриватися.

Іншими словами, оптичні осі телевізійних камер лівого і правого каналів натурального стереобачення повинні бути спрямовані на довільну точку натурального об'єкта під тими ж кутами, під якими спрямовані промені зору відповідно лівого і правого очей спостерігача на відповідну точку машинного стереозображення.

Виходячи із запропонованого принципу еквівалентності побудована методика узгодження базисів і ракурсів натурального і комп'ютерного каналів стереобачення і взаємозв'язку систем координат.

На першому етапі встановлюється зв'язок між екранною системою координат, світовою системою координат, базисом і ракурсом комп'ютерного стереобачення і координатами довільної точки комп'ютерного стереозображення. Для цього використовується прямий стереооператор постійного ракурсу.

На другому етапі узгодження виконується процедура прив'язки координат натурної сцени до телевізійного стереокадру. При виведенні натурної стереоінформації на екран монітора виникає питання, на якій відстані від телекамер знаходиться площина, яка відповідає площині екрану монітора, тобто, де проходить площина, яка відокремлює перед екранні натурні зображення від за екранних. Це

питання дуже важливе в даному випадку, оскільки потрібно поєднати на загальному стереомоніторі натурні і комп'ютерні стереозображення з метою електронних вимірювань. Оскільки в стереооператорі обчислення шуканого вектора проводиться в екранній системі координат, яка постійно пов'язана з екранною площиною монітора, стає зрозумілим, чому важливо знати точне положення площини, відповідної екранній, в натурному каналі стереобачення. Базис натурного стереоканалу, як правило, заданий; він визначається конструкційними параметрами стереокамер. Ракурс натурного стереоканалу і положення екранної площини спочатку обчислюються приблизно, а згодом уточнюється при юстируванні.

На третьому етапі суміщення проводиться узгодження перерахованих параметрів натурно-комп'ютерного каналу шляхом зміни комп'ютерних стереоскладових. Для цих цілей в програмних засобах підтримки комплексу СТОК передбачена можливість зміни всіх параметрів комп'ютерного стереоканалу в інтерактивному режимі. Змінюючи необхідні величини, дослідник домагається задоволенню умовам принципу еквівалентності.

7.4.2 Визначення та узгодження зон стереобачення натурного і комп'ютерного каналів.

Комп'ютерний канал. Як говорилося вище (розділ 2) зона комп'ютерного стереобачення – це простір змінних Ω в світовій системі координат $OXYZ$, для якого при обраних значеннях констант стереоперетворення значення компонент вектора стереопар потрапляє в область допустимих значень змінних екранної системи координат $oxuz$.

Були знайдені математичні залежності, представлені в світовій системі координат (2.54), виходячи з яких для будь-якої точки просторового комп'ютерного образу можна встановити, чи знаходиться ця точка в зоні стереобачення чи ні. Для приблизних розрахунків, а також для вирішення задачі взаємного узгодження зон комп'ютерного і натурного стереобачення, можна застосовувати графо-аналітичний метод визначення зони V .

Для моделювання впливу констант стереоперетворення на бічні, верхню і нижню межі зони стереобачення можна використовувати метод комп'ютерного стереомоделювання.

Натурний стереоканал. Зона натурального каналу стереобачення V визначена як простір, розташований перед оптичними системами телевізійних камер, знаходження в якому об'єкта візуалізації є необхідною умовою для його спостереження. Слід зазначити, що крім необхідних умов стереобачення в натурному каналі, важливі ще й достатні умови, які пов'язані з конкретними умовами спостереження об'єкта і особливостями останнього. Це і освітленість об'єкта і сцени, це і відбивна здатність і форма об'єкта, це і роздільна здатність оптики стереотелевізійного тракту, наявність перешкод та інш.

В основу запропонованого методу визначення зони натурального каналу стереобачення покладено поняття – границя різкості (ГРП), на базі гіперфокальної відстані H [50], стосовно окремо до кожної з телевізійних камер натурального каналу стереобачення. Нижче в короткій формі наведено основні етапи даного методу (метод графо-аналітичний).

Етап 1. Вибір системи координат і "прив'язка" телевізійних камер і передбачуваного об'єкта візуалізації до обраної системи координат, тобто отримання графічного зображення в двох проекціях (вид зверху і вид збоку) взаємного положення телевізійних камер і об'єкта візуалізації (з урахуванням масштабних співвідношень).

Етап 2. Креслення ліній візування оптичних головок телевізійних камер, спрямованих на обрану точку натурального об'єкта.

Етап 3. Креслення проєкцій кутів поля зору для лівої і правої телекамери в горизонтальній і вертикальній площинах.

Етап 4. Обчислення гіперфокальної відстані H для кожної з телекамер за формулою:

$$H = kF^2 / N \cdot L,$$

де

F - фокусна відстань об'єктива телекамери;

N - діафрагма об'єктива;

L - висота мішені видикона;

k - число ліній розкладання в центрі видикона.

Етап 5. Розрахунок ближньої ГРІП за формулою:

$$H_1 = H \cdot H_0 / (H + H_0),$$

де

H_0 - відстань від центру об'єктива телекамери до предметної площини, на яку фокусують об'єктиви.

Етап 6. Розрахунок дальньої ГРІП за формулою:

$$H_2 = H \cdot H_0 / (H - H_0).$$

Етап 7. Викреслювання графіка – області різкого бачення ($H_2 - H_1$) для кожної з телекамер в двох проекціях, і побудова проекцій перетину цих графіків з графіками проекцій кутів поля зору для кожної з телекамер в горизонтальній і вертикальній площині. Отримані проекції перетину графіків є проекціями зони натурального стереоканалу в двох площинах.

Проекції зображення зони натурального каналу стереобачення V і зони комп'ютерного каналу Ω дозволяють вирішити задачу узгодження цих зон графічним способом для випадку комбінованого каналу стереобачення. Для остаточного узгодження телевізійного і комп'ютерного стереоканалів та суміщення натурних і комп'ютерних стереозображень потрібно ще вирішити задачу юстирування комбінованого стереоканалу.

7.4.3 Юстирування натурно-комп'ютерного стереоканалу.

Юстирування натурно-комп'ютерного стереоканалу необхідне для отримання такого поєднаного стереозображення, коли, з урахуванням масштабних коефіцієнтів, значення тривимірних координат, виміряних на об'єкті в натурі і виміряних на стереозображенні збігаються. Вирішення цього завдання дає можливість дослідникові дистанційно вимірювати тривимірні координати шуканого

натурного об'єкту за допомогою стереокурсору, суміщаючи центр фігури прицілювання його до необхідних точок стереозображення натурного об'єкта.

Спочатку слід виконати юстування комп'ютерного каналу. Метою юстирування комп'ютерного стереоканалу є досягнення такого стану, при якому значення відстаней, виміряних в екранній площині за допомогою стереокурсора були б рівні відповідним відстаням, виміряним на екрані за допомогою лінійки.

Юстирування досягається за допомогою корекції формули стереоперетворення (2.15) до виду:

$$\vec{s} = A \bullet D(\vec{V} + \vec{c}) / (\hat{z}_0 - Z - \dot{z}),$$

де D - додаткова діагональна матриця

$$D = \begin{bmatrix} K_{гор} & 0 & 0 \\ 0 & K_{гор} & 0 \\ 0 & 0 & K_{верт} \end{bmatrix}.$$

Коефіцієнти корекції по горизонталі $K_{гор}$ і по вертикалі $K_{верт}$ визначаються експериментальним шляхом.

Для юстування натурного каналу може бути використана еталонна прямокутна рамка прицілювання. Методика юстирування натурного каналу стереобачення вимагає пошуку такого положення лівої і правої стереокамер, щодо еталонної рамки прицілювання, і такої точки фокусування стереокамер, коли розміри рамки прицілювання в натурі і на екрані будуть однаковими. Причому рамка прицілювання повинна бути розташована в тому місці, де проходить на стереозображенні екранна площина.

Спочатку на екрані стереомонітора зображується комп'ютерна копія еталонної рамки прицілювання, що розташовується в площині екрану, причому, в натуральних розмірах; а потім, методом послідовних наближень здійснюється пошук такого положення камер, коли, з одного боку, "ліве" і "праве" стереозображення рамки прицілювання на екрані співпадуть, а з іншого боку, коли розміри зображення і

його розташування на екрані співпадутъ з еталонним зображенням рамки прицілювання, яке генерує комп'ютерний стереоканал.

Юстирування комбінованого каналу стереобачення. Методика юстирування комбінованого каналу стереобачення заснована на використанні просторової фігури юстирування ПФЮ (рис.7.2) і спеціального алгоритму юстирування на основі ПФЮ.

Реалізація алгоритму юстирування, який наведено нижче, здійснюється за допомогою процедур стереографіки і процедур стереомодельовання.

На рис. 7.2 приведено квазі стереоскопічне зображення ПФЮ.

Мета юстирування телевізійно-комп'ютерного стереоканалу полягає в тому, щоб повністю узгодити основні параметри натурального і комп'ютерного каналів шляхом поєднання на екрані двох стереозображень ПФЮ: – стереозображення натурної ПФЮ (ПФЮ-Н), що розташовується в певному місці перед камерами і –

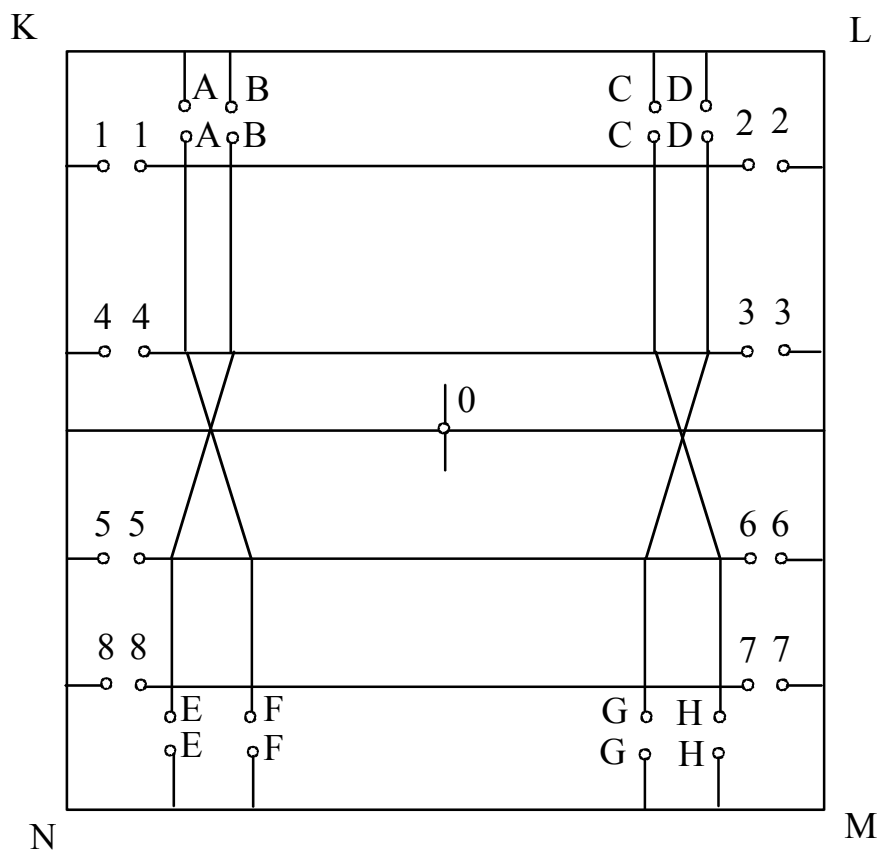


Рисунок 7.2. Рамка ПФЮ.

стереозображення комп'ютерної ПФЮ (ПФЮ-К), синтезованого дослідником за

допомогою стереопроцедур. Після установки ПФЮ-Н в юстувальне місце, поєднання двох стереозображень досягається, в основному, за рахунок зміни параметрів стереоперетворення для ПФЮ-К. Процес юстирування передбачає наступний порядок дій:

- установку натурної ПФЮ-Н перед стереокамерой так, щоб площина KLMN ПФЮ-Н перебувала в площині, відповідної екранної площини для натурального стереоканалу;
- установку натурної ПФЮ-Н так, щоб точка «0» ПФЮ-Н збіглася на екрані з точкою, що відповідає центру екрану монітора;
- маніпуляцію з комп'ютерним стереозображенням ПФЮ-К відповідно до запропонованого нижче алгоритма.

Алгоритм юстирування телевізійно-комп'ютерного стереоканалу:

1. Вивід на стереоекран зображень ПФЮ-К і ПФЮ-Н.
2. Перехід в режим стереомодельовання.
3. Поєднання на стереоекрані зображень рамки KLMN ПФЮ-К і рамки KLMN ПФЮ-Н.
4. Встановлення симетрії розташування ліній А-В, В-Е, С-Н, D-G щодо рамки KLMN за допомогою процедур: "огляд-зліва" і "огляд-справа".
5. Установка приблизної рівності стереобазисів телевізійного і комп'ютерного каналів (контроль ведеться по приблизній рівності координати X точок А, В, С, D, Н, G, F, Е відповідно для натурального і комп'ютерного стереозображень; дана процедура потрібна, якщо заздалегідь невідомий натурний стереобазис, і якщо його значення не введено в константи комп'ютерного стереоперетворення; рівність буде точною, якщо рівні між собою координати \hat{z}_0 натурального і комп'ютерного стереоракурсів),
6. Установка зразкової відповідності ліній 1-2, 3-4, 5-6, 7-8 по координаті Y відповідно для телевізійного і комп'ютерного стереозображень за допомогою процедур "огляд-зверху", "огляд-знизу" (установка буде точною, якщо точно узгоджена координата \hat{z}_0 натурального і комп'ютерного стереоракурсів).

7. Встановлення точного значення координати \hat{z}_0 комп'ютерного ракурсу стереобачення, відповідного значенню координати \hat{z}_0 стереоракурсу натурального каналу за допомогою процедур: "наїзд-вперед", "наїзд-назад".

8. Перевірка на точність рівності в пунктах 5,6.

Якщо є неточності, слід повторити процедури в пунктах 5, 6, 7, 8.

Експерименти показали, що достатньо двох-трьох повторень, щоб повний збіг було досягнуто. Фото з екрану СТОК приведено в Додатку С. В результаті проведених досліджень були вирішені основні методологічні аспекти проблеми суміщення в одному просторі стереобачення натурних і комп'ютерних стереозображень, що дало можливість реалізувати на СТОК процедуру дистанційного вимірювання тривимірних координат натурних об'єктів електронним способом.

Таким чином, запропонований метод натурно-комп'ютерного стереомодельовання можна розглядати як новий інструмент, що володіє великою наочністю, гнучкістю і універсальністю при вирішенні задач просторового проектування і моделювання. Метод пройшов апробацію на ряді задач, пов'язаних з питаннями конструювання прикладних стереоскопічних систем.

7.5 Система, метод і алгоритм визначення позиції спостерігача перед монітором

В розділі 4 було показано, що в традиційних (одноракурсних) системах стереобачення при неточному розташуванні спостерігача в точці розрахункового ракурсу об'ємний образ буде представлятися спостерігачеві в деформованому вигляді, наприклад, куля буде здаватися еліпсоїдом, куб – параллелепіпедом і т.д..

7.5.1 Особливості системи. Щоб виключити такі спотворення в комп'ютерному стереобаченні, вводиться зворотний зв'язок про поточний стан спостерігача (ракурсі стереоспостереження) в формули, які формують стереопари об'ємного зображення. У цьому випадку не тільки усуваються спотворення, про які сказано вище, але спочатку одноракурсна стереосистема набуває властивостей багаторакурсності.

Така система, що працює в реальному часі, надає спостерігачеві можливість розглядати тривимірні зображення з різних сторін. Суттєвою складовою таких стереокомплексів є система точного визначення позиції спостерігача перед стереомонітором. Нижче пропонується розглянути бездротову систему визначення позиції спостерігача в просторі, яка реалізується на основі двох інфрачервоних камер і одного або декількох датчиків, що розташовуються на стереоокулярах спостерігача (рис. 7.3) [49].

Постановка задачі. Потрібно створити тепловізійно-комп'ютерну систему для визначення в реальному часі позиції спостерігача щодо монітора стереосистеми. Під

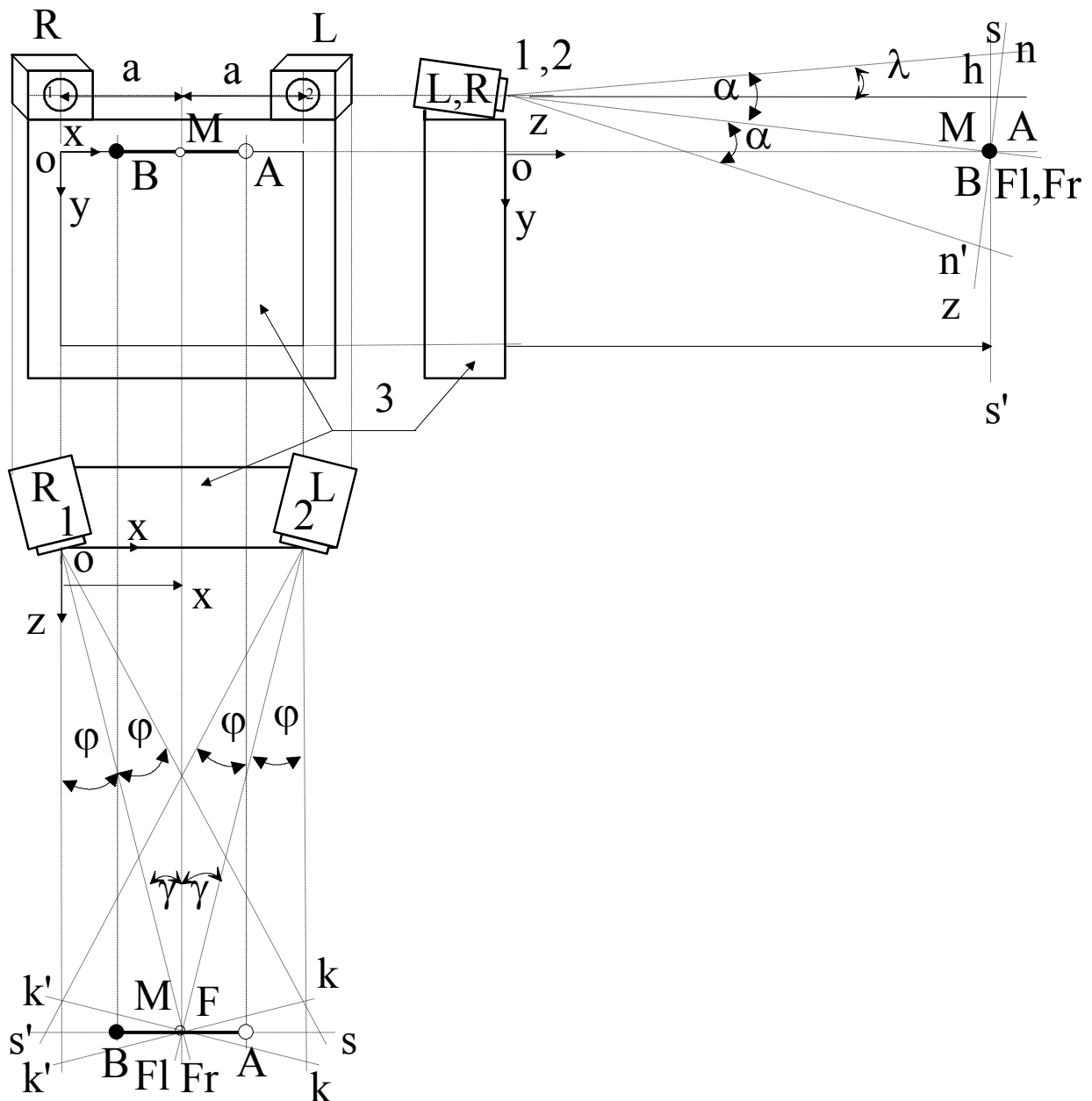


Рисунок 7.3. Три проекції пропонованої системи

позицією спостерігача в подальшому будемо розуміти тривимірні координати точки M (M_x, M_y, M_z), що лежить посередині відрізка прямої $A-B$, що з'єднує датчики A і B . Для прикладу, розглянемо випадок з двома датчиками. В якості нерухокої системи координат буде використана екранна система координат, початок якої (точка o) розташований в лівому верхньому кутку чинного простору монітора. Пропонований метод визначення координат точки M заснований на обробці зображень датчиків, отриманих за допомогою двох камер L і R , що працюють в інфрачервоному діапазоні. Як видно з рис.7.3, система, складається з лівої L і правої R телекамер, які перебувають на верхній кромці монітора 3 і двох датчиків A і B , жорстко пов'язаних між собою. Пропонована система передбачає повну ідентичність камер L і R по кутах бачення в плані (кути α) і у фронтальній площині (кути φ).

Камери закріплені на верхній кромці монітора симетрично щодо центральної лінії ширини його чинного простору. Крім того, камери повинні бути встановлені так, щоб вертикальна площина, що проходить через центри оптичних головок камер (1,2), збігалася з вертикальною площиною поверхні чинного простору монітора. Центральні оптичні осі камер проходять через спільну точку F , що лежить у вертикальній площині $S-S'$. Поточними вхідними даними для роботи системи є двовимірні координати точок A і B , які отримують із кадру лівої і правої камер. Координати представлені в системі координат $x'o'y'$ (рис. 7.4).

Пропонована система вимагає попереднього юстирування камер і положення

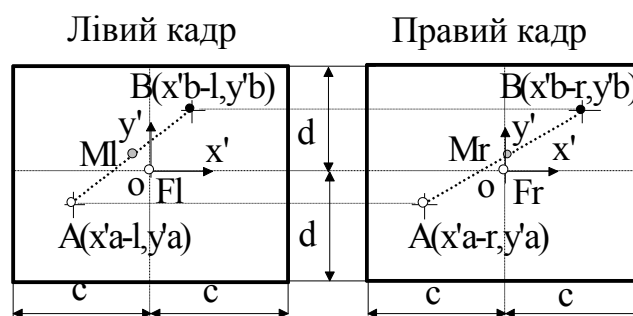


Рисунок 7.4. Розташування допоміжної системи координат $x'o'y'$

датчиків (A і B). Будемо вважати заданими (рис.7.5, 7.6) такі константи:

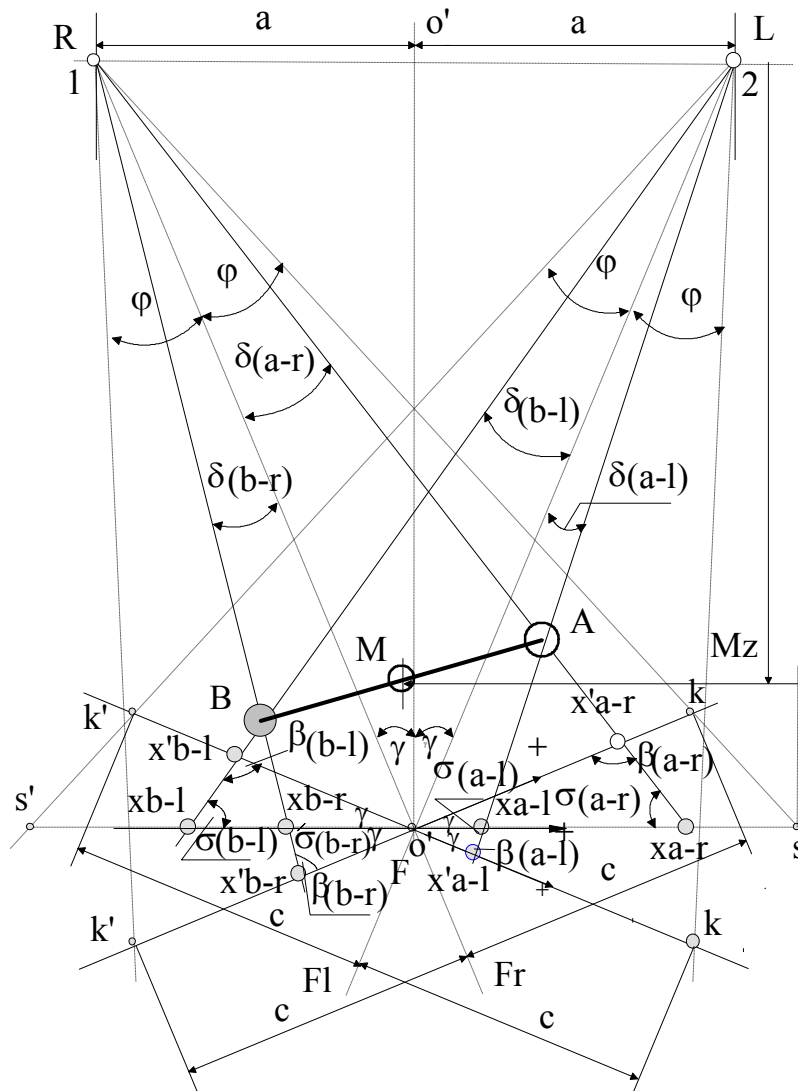


Рисунок 7.5. Горизонтальна проекція для визначення кутів і координат

- $2a$ – відстань між центрами оптичних осей камер L і R;
- \hat{z}_0 – відстань між паралельними площинами: площиною, що проходить вертикально через центри оптичних головок камер і вертикальною площиною, що проходить через точку перетину оптичних осей камер (точка F);
- $2d$ – максимальна висота зображень, що лежать в площинах юстирування k-k', які перпендикулярні оптичним осям 2-Fl, 1-Fr;

- $2c$ – максимальна ширина зображень, що лежать в площинах юстирування k - k' ;
- 2γ – кут зведення камер в плані (кут між оптичними осями 1-Fr и 2-F1);
- 2α – проекція кутів зору камер на вертикальну площину YOZ;
- 2φ – проекція кутів зору камер на горизонтальну площину XOZ;
- λ – проекція кута піднесення, частина кута 2α , яка розташована над рівнем горизонту у фронтальній проекції;
- \hat{y}_0 – відстань від осі $o-x^3$ екранної системи координат до лінії, що з'єднує оптичні головки камер L і R.

Таким чином, на обробку надходять шість координат, для точки А – координати x'_{a-L}, x'_{a-R}, y_a , для точки В – координати x'_{b-L}, x'_{b-R}, y_b . По суті, отримані координати є стереопари точок А і В з стереобазисом $2a$.

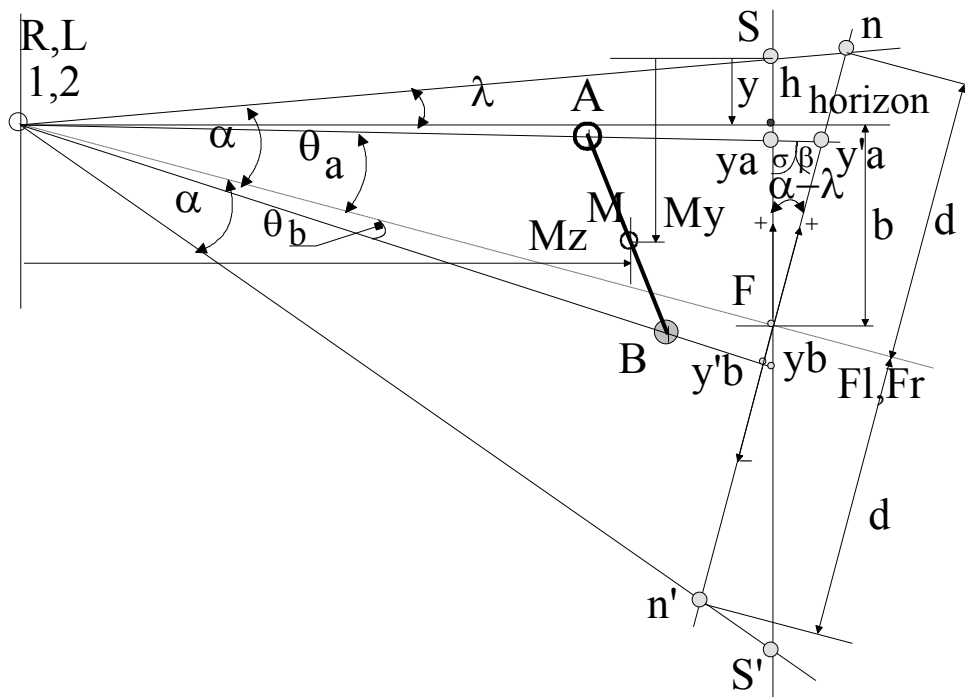


Рисунок 7.6. Фронтальна проекція для визначення кутів і координат

7.5.2 Метод визначення ракурсу спостереження. Метод визначення поточного положення точки М базується на наступних основних моментах:

1. Визначення поточних координат точки А (x'_{a-L}, x'_{a-R}, y_a) і точки В (x'_{b-L}, x'_{b-R}, y_b) – як результат аналізу зображень двох кадрів лівої і правої камер. Конструкція системи камера-датчик повинна забезпечувати однозначне розпізнавання в реальному часі двох точок на тлі інших ділянок зображення. Іншими словами, в будь-який момент часу зображення лівої і правої камер повинні представляти собою дві крапки, що світяться на темному тлі решти кадру.

Передбачається, що поворот голови і тулуба спостерігача не виходить за межі діапазону, при якому хоча б по одному з каналів (L або R) зображення датчиків А чи В зливаються в одне або міняються місцями. Тільки за таких умов створюються необхідні умови для визначення тривимірних координат позиції спостерігача.

2. Отримані в першому пункті дані перетворюються до єдиної системи координат (система хоу). Реалізується зворотний стереооператор постійного ракурсу, що дозволяє визначити тривимірні координати точок А і В.

3. Визначаються тривимірні координати точки М, шляхом усереднення тривимірних координат точок А і В. Щоб коректно використовувати формули, що реалізують зворотний стереооператор постійного ракурсу, необхідно щоб стереокоординати були приведені до однієї площини (в даному випадку це площина S-S'). У зв'язку з тим, що камера L фіксує кадри зображень, наявні в площинах, перпендикулярних оптичній осі 2-F1, а камера R – в площинах, перпендикулярних оптичній осі 1-Fr, щоб задовольнити вимогам, сказаним вище, необхідно виконати додаткові перетворення координат.

Зупинимося на цих перетвореннях. Розглянемо точку А, камери R, координату x (рис. 7.5.). Для цього випадку заданої є координата x'_{a-R} , потрібно визначити координату x_{a-R} . З прямокутного трикутника ($o' 1 x'_{a-R}$) знаходимо кут δ_{a-R} , (7.1),

$$\delta_{a-R} = \arctg \frac{x'_{a-R}}{\sqrt{(a^2 + z_0^2)}}. \quad (7.1)$$

Визначаємо кут β_{a-R} , як зовнішній кут трикутника $(o' 1 x'_{a-R})$,

$$\beta_{a-R} = 90^0 + \delta_{a-R} . \quad (7.2)$$

З трикутника $(o' x'_{a-R} x_{a-R})$ визначимо кут σ_{a-R} ,

$$\sigma_{a-R} + \beta_{a-R} + \gamma = 180 \quad (7.3)$$

Підставимо (7.2) в (7.3),

$$\sigma_{a-R} = 90 - (\gamma + \delta_{a-R}) . \quad (7.4)$$

Запишемо теорему синусів для трикутника $(o' x'_{a-R} x_{a-R})$,

$$\frac{x'_{a-R}}{\sin(\sigma_{a-R})} = \frac{x_{a-R}}{\sin(\beta_{a-R})} . \quad (7.5)$$

Підставивши (7.2), (7.4) в (7.5), отримаємо

$$x_{a-R} = x'_{a-R} \frac{\sin(90^0 + \delta_{a-R})}{\sin(90^0 - \gamma - \delta_{a-R})} .$$

Після спрощення маємо:

$$x_{a-R} = x'_{a-R} \frac{\cos(\delta_{a-R})}{\cos(\gamma + \delta_{a-R})} . \quad (7.6)$$

Розглядаючи аналогічним чином координату x точки A для лівої камери, трикутники $(o' x'_{a-L} x_{a-L}), (o' 2 x'_{a-L})$, отримаємо

$$\beta_{a-L} = 90^0 - \delta_{a-L}, \quad \sigma_{a-L} = 90^0 - \gamma + \delta_{a-L},$$

$$\delta_{a-L} = \arctg \frac{x'_{a-L}}{\sqrt{(a^2 + z_0^2)}}.$$

Після підстановок і спрощень маємо:

$$x_{a-L} = x'_{a-L} \frac{\cos(\delta_{a-L})}{\cos(\delta_{a-L} - \gamma)}. \quad (7.7)$$

Аналогічно отримуємо формули для точки В.

Камера R, трикутники $(1 \ o' \ x'_{b-R})$, $(o' \ x'_{b-R} \ x_{b-R})$:

$$\beta_{b-R} = 90^0 - \delta_{b-R}, \quad \sigma_{a-L} = 90^0 - \gamma + \delta_{b-R},$$

$$\delta_{b-R} = \arctg \frac{x'_{b-R}}{\sqrt{(a^2 + z_0^2)}},$$

$$x_{b-R} = x'_{b-R} \frac{\cos(\delta_{b-R})}{\cos(\delta_{b-R} - \gamma)}. \quad (7.8)$$

Камера L, трикутники $(1 \ o' \ x'_{b-L})$, $(o' \ x'_{b-L} \ x_{b-L})$:

$$\beta_{b-L} = 90^0 + \delta_{b-L}, \quad \sigma_{a-L} = 90^0 - \gamma - \delta_{b-L},$$

$$\delta_{b-L} = \arctg \frac{x'_{b-L}}{\sqrt{(a^2 + z_0^2)}},$$

$$x_{b-L} = x'_{b-L} \frac{\cos(\delta_{b-L})}{\cos(\delta_{b-L} + \gamma)}. \quad (7.9)$$

Розглянуті приклади, формули (7.6)–(7.9) враховують всі можливі поєднання знаків координати x'_{b-L} , кута γ .

Аналізуючи ці формули і з огляду на той факт, що кут δ_i автоматично обчислюється зі знаком, приходимо до наступних загальних формул перетворення:

$$x_{i-L} = x'_{i-L} \frac{\cos(\delta_{i-L})}{\cos(\delta_{i-L} - \gamma)}, \quad (7.10)$$

$$x_{i-R} = x'_{i-R} \frac{\cos(\delta_{i-R})}{\cos(\delta_{i-R} + \gamma)}, \quad (7.11)$$

де i – будь-яка з точок А чи В.

Як говорилося вище, формули (7.10), (7.11) визначають значення координати x в системі $x'o'y'$. Якщо є необхідність привести ці значення до екранної системи координат, необхідно скористатися наступними формулами,

$$\begin{aligned} x_{i-L}^{\exists} &= o's - x_{i-L}, \\ x_{i-R}^{\exists} &= o's - x_{i-R}. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Як видно з рис.7.3 величина $o's$ може бути обчислена за формулою (7.11) при наступних даних: $x'_{i-R} = c$, $\delta_{i-R} = \varphi$, формула (7.13),

$$o's = c \frac{\cos \varphi}{\cos(\varphi + \gamma)}. \quad (7.13)$$

Зводячи воєдино, отримані формули окремо для лівої і окремо для правої складових і спрощуючи вирази, маємо остаточні формули:

$$x_{i-R}^{\exists} = c \frac{\cos \varphi}{\cos(\varphi + \gamma)} - \frac{x'_{i-R} \cdot \cos \left[\arctg \left(\frac{x'_{i-R}}{\sqrt{(a^2 + \hat{z}_0^2)}} \right) \right]}{\cos \left[\arctg \left(\frac{x'_{i-R}}{\sqrt{(a^2 + \hat{z}_0^2)}} \right) - \gamma \right]}, \quad (7.14)$$

$$x_{i-L}^{\exists} = c \frac{\cos \varphi}{\cos(\varphi + \gamma)} \frac{x'_{i-L} \cdot \cos \left[\arctg \left(\frac{x'_{i-L}}{\sqrt{(a^2 + \hat{z}_0^2)}} \right) \right]}{\cos \left[\arctg \left(\frac{x'_{i-L}}{\sqrt{(a^2 + \hat{z}_0^2)}} \right) - \gamma \right]} . \quad (7.15)$$

Фронтальна проекція, рис.7.6.

Аналогічно вищевикладеному, розглянемо точку А,
визначимо кут θ_a ,

$$\theta_a = \arctg \frac{y'_a}{\sqrt{(b^2 + \hat{z}_0^2)}} , \quad (7.16)$$

$$\beta = 90^0 - \theta_a , \quad \sigma = 90^0 - \alpha + \lambda + \theta_a ,$$

$$y_a = y'_a \frac{\cos \theta_a}{\cos(\alpha - \gamma - \theta_a)} . \quad (7.17)$$

З трикутника (o' h 1) маємо,

$$\alpha - \lambda = \arctg \frac{b}{\hat{z}_0} . \quad (7.18)$$

Підставивши (7.18) і (7.16) в (7.17), маємо,

$$y_a = \frac{y'_a \cdot \cos \left[\arctg \left(\frac{y'_a}{\sqrt{(b^2 + \hat{z}_0^2)}} \right) \right]}{\cos \left[\arctg \frac{b}{\hat{z}_0} - \arctg \left(\frac{y'_a}{\sqrt{(b^2 + \hat{z}_0^2)}} \right) \right]} . \quad (7.19)$$

Кут нахилу юстировочних площин s-s' по відношенню до оптичних осей камер у фронтальній проекції залишається одним і тим же, як для лівої, так і для правої камери, формула (7.19) для обчислення координати у в базисі $x'O'y'$ є остаточною.

Щоб отримати формулу для обчислення координати у в базисі x^3oy^3 , необхідно визначити відрізок O'S. Для цього скористаємося формулою (7.17) за умови, що $y'_i = d$, $\theta_i = \alpha$,

$$O'S = d \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \lambda} . \quad (7.20)$$

Підставимо (7.18) в (7.20):

$$O'S = d \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \left(\alpha - \operatorname{arctg} \frac{b}{\hat{z}_0} \right)} .$$

Остаточно маємо:

$$y_i^3 = d \frac{\cos \alpha}{\cos \left(\alpha - \operatorname{arctg} \frac{b}{\hat{z}_0} \right)} \cdot \frac{y_i' \cdot \cos \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{y_i'}{\sqrt{(b^2 + \hat{z}_0^2)}} \right) \right]}{\cos \left[\operatorname{arctg} \frac{b}{\hat{z}_0} - \operatorname{arctg} \left(\frac{y_i'}{\sqrt{(b^2 + \hat{z}_0^2)}} \right) \right]} . \quad (7.21)$$

Таким чином, ми привели завдання визначення тривимірних координат позиції спостерігача до задачі реалізації зворотного стереооператора постійного ракурсу для випадку, коли $\dot{x} = 0, \dot{y} = 0, \dot{z} = 0$.

Напрямок осей у і Y збігаються за знаком.

Константи $2a$, $\hat{x}_0, \hat{y}_0, \hat{z}_0$ – задані умовами завдання і результатами юстування системи.

Реалізація зворотного стереооператора пов'язана з розкриттям матричного рівняння

$$\vec{v} = (\hat{z}_0 - Z - \dot{z}) \cdot A^{-1} \cdot \vec{s} - \vec{c},$$

що призводить в нашому випадку до наступних формул,

$$X_i = \frac{a(x_{i-L}^{\ominus} + x_{i-R}^{\ominus}) + \hat{x}_0(x_{i-L}^{\ominus} - x_{i-R}^{\ominus})}{2a + (x_{i-L}^{\ominus} - x_{i-R}^{\ominus})}, \quad (7.22)$$

$$Y_i = \frac{\hat{y}_0(x_{i-L}^{\ominus} - x_{i-R}^{\ominus}) + 2a \cdot y_i^{\ominus}}{2a + (x_{i-L}^{\ominus} - x_{i-R}^{\ominus})}, \quad (7.23)$$

$$Z_i = \hat{z}_0 - \frac{\hat{z}_0(x_{i-L}^{\ominus} - x_{i-R}^{\ominus})}{2a + (x_{i-L}^{\ominus} - x_{i-R}^{\ominus})}. \quad (7.24)$$

Таким чином, використовуючи формули (7.14), (7.15), (7.21) – (7.24), ми можемо визначати тривимірні координати будь-якої довільної точки i , яка буде виділена камерами L і R з області допустимих значень. Вже згадана система містить два датчика A і B і тому необхідно використовувати перераховані формули спочатку для однієї точки, наприклад, точки A , а потім для точки B . Щоб отримати тривимірні координати точки M , необхідно скористатися формулами усереднення:

$$X_M = \frac{X_A - X_B}{2} + X_B, \quad Y_M = \frac{Y_A - Y_B}{2} + Y_B, \quad Z_M = \frac{Z_A - Z_B}{2} + Z_B. \quad (7.25)$$

Після цього, виходячи з конкретної конструкції датчиків A і B і способу їх кріплення на стереоокулярах, в формули (7.25) при необхідності вносяться постійні складові зсуву координат, щоб в результаті координати точки M точно відповідали переніссі спостерігача.

Нижче на підставі отриманих вище формул наведено алгоритм визначення позиції спостерігача.

7.5.3 Алгоритм визначення просторових координат позиції спостерігача.

1. Вводяться необхідні константи: $a, b, c, d, \hat{x}_0, \hat{z}_0$.
2. Обчислюються додаткові константи,

$$f_1 = \sqrt{(a^2 + \hat{z}_0^2)}, \quad f_2 = \sqrt{(b^2 + \hat{z}_0^2)}, \quad f_3 = c \cdot \frac{\cos \varphi}{\cos(\varphi + \gamma)},$$

$$f_4 = \operatorname{arctg} \frac{b}{\hat{z}_0}, \quad f_5 = d \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha - f_4)}, \quad \hat{y}_0 = f_5 - b.$$

Всі обчислення пункту 2 можуть бути виконані заздалегідь, один раз.

Подальші обчислення повинні виконуватися в реальному часі, в міру надходження поточних координат датчиків А і В.

3. Обчислюються значення кутів:

точка А:

$$\delta_{A-R} = \operatorname{arctg} \left(\frac{x'_{A-R}}{f_1} \right), \quad \delta_{A-L} = \operatorname{arctg} \left(\frac{x'_{A-L}}{f_1} \right), \quad \theta_A = \operatorname{arctg} \left(\frac{y'_A}{f_2} \right),$$

точка В:

$$\delta_{B-R} = \operatorname{arctg} \left(\frac{x'_{B-R}}{f_1} \right), \quad \delta_{B-L} = \operatorname{arctg} \left(\frac{x'_{B-L}}{f_1} \right), \quad \theta_B = \operatorname{arctg} \left(\frac{y'_B}{f_2} \right).$$

4. Визначаються координати точок А і В, що лежать в площині s'-s:

точка А:

$$x_{A-R} = \frac{x'_{A-R} \cdot \cos(\delta_{A-R})}{\cos(\delta_{A-R} + \gamma)}, \quad x_{A-L} = \frac{x'_{A-L} \cdot \cos(\delta_{A-L})}{\cos(\delta_{A-L} - \gamma)}, \quad y_A = \frac{y'_A \cdot \cos \theta_A}{\cos(f_4 - \theta_A)},$$

точка В:

$$x_{B-R} = \frac{x'_{B-R} \cdot \cos(\delta_{B-R})}{\cos(\delta_{B-R} + \gamma)}, \quad x_{B-L} = \frac{x'_{B-L} \cdot \cos(\delta_{B-L})}{\cos(\delta_{B-L} - \gamma)}, \quad y_B = \frac{y'_B \cdot \cos \theta_B}{\cos(f_4 - \theta_B)}.$$

5. Обчислюються екранні стереокоординати:

точка А :

$$x_{A-L}^{\vartheta} = f_3 - x_{A-L}, \quad x_{A-R}^{\vartheta} = f_3 - x_{A-R}, \quad y_A^{\vartheta} = f_5 - y_A$$

точка В:

$$x_{B-L}^{\vartheta} = f_3 - x_{B-L}, \quad x_{B-R}^{\vartheta} = f_3 - x_{B-R}, \quad y_B^{\vartheta} = f_5 - y_B.$$

6. Визначаються тривимірні координати точок А і В:

точка А:

$$X_A = \frac{a(x_{A-L}^{\vartheta} + x_{A-R}^{\vartheta}) + f_3(x_{A-L}^{\vartheta} - x_{A-R}^{\vartheta})}{2a + (x_{A-L}^{\vartheta} - x_{A-R}^{\vartheta})},$$

$$Y_A = \frac{\hat{y}_0(x_{A-L}^{\vartheta} - x_{A-R}^{\vartheta}) + 2a \cdot y_A^{\vartheta}}{2a + (x_{A-L}^{\vartheta} - x_{A-R}^{\vartheta})}, \quad Z_A = \hat{z}_0 - \frac{\hat{z}_0(x_{A-L}^{\vartheta} - x_{A-R}^{\vartheta})}{2a + (x_{A-L}^{\vartheta} - x_{A-R}^{\vartheta})},$$

точка В:

$$X_B = \frac{a(x_{B-L}^{\vartheta} + x_{B-R}^{\vartheta}) + f_3(x_{B-L}^{\vartheta} - x_{B-R}^{\vartheta})}{2a + (x_{B-L}^{\vartheta} - x_{B-R}^{\vartheta})},$$

$$Y_B = \frac{\hat{y}_0(x_{B-L}^{\vartheta} - x_{B-R}^{\vartheta}) + 2a \cdot y_B^{\vartheta}}{2a + (x_{B-L}^{\vartheta} - x_{B-R}^{\vartheta})}, \quad Z_B = \hat{z}_0 - \frac{\hat{z}_0(x_{B-L}^{\vartheta} - x_{B-R}^{\vartheta})}{2a + (x_{B-L}^{\vartheta} - x_{B-R}^{\vartheta})}.$$

7. Визначаються тривимірні координати середньої точки М:

$$X_M = \frac{X_A - X_B}{2} + X_B, \quad Y_M = \frac{Y_A - Y_B}{2} + Y_B, \quad Z_M = \frac{Z_A - Z_B}{2} + Z_B.$$

8. Вводиться корекція, пов'язана з конструкцією датчиків і способом кріплення їх на стереоокулярах.

$$X_M^K = X_M \pm \Delta X, \quad Y_M^K = Y_M \pm \Delta Y, \quad Z_M^K = Z_M \pm \Delta Z.$$

8. Отримані дані передаються для подальшого використання, відбувається перехід до пункту 3.

7.5.4 Процедура обчислення шести ступенів свободи (6DF) положення голови спостерігача. Якщо в даній системі використовувати три датчика, розташованих на стереоокулярах, рис.7.7, то на основі запропонованої системи є можливість організувати процедуру обчислення шести ступенів свободи положення голови спостерігача в просторі перед монітором .

В цьому випадку, отримані вище формули використовуються для отримання тривимірних координат трьох датчиків $P_1(X_1, Y_1, Z_1), P_2(X_2, Y_2, Z_2), P_3(X_3, Y_3, Z_3)$, на базі яких визначаються: 3D координати положення перенісся спостерігача перед монітором і три кути повороту голови: кут крену, кут ризання і кут тангажу.

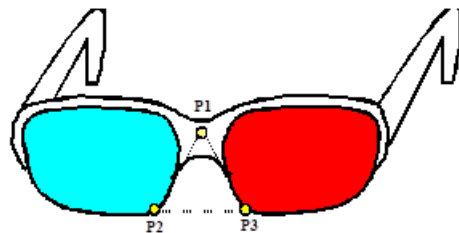


Рисунок 7.7. Приклад розташування 3х датчиків на стереоокулярах

Так як датчик P1 закріплений на окулярах в районі перенісся спостерігача, то тривимірні координати точки P1, перелічені в екранну систему координат, є координатами ракурсу стереобачення,

$$\vec{r} = \vec{V}_1 + \vec{c},$$

де \vec{c} – вектор зміщення світової і екранної систем координат, тобто

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 + \dot{x} \\ Y_1 + \dot{y} \\ Z_1 + \dot{z} \end{pmatrix}.$$

Для вирішення другої частини задачі будуть використані відомі формули рівняння площини в просторі, що проходить через три задані точки P1, P2, P3, що не

лежать на одній прямій (за умовами задачі), [53]. Представимо координати точок $P_1(X_1, Y_1, Z_1), P_2(X_2, Y_2, Z_2), P_3(X_3, Y_3, Z_3)$ у вигляді матриці Q :

$$Q = \begin{bmatrix} X & Y & Z & 1 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Рівняння площини буде:

$$\det Q = 0, \quad (7.26)$$

тобто визначник матриці Q дорівнює нулю.

Розкривши (7.26) по першому рядку, отримаємо:

$$\det Q_1 \cdot X + \det Q_2 \cdot Y + \det Q_3 \cdot Z + \det Q_0 = 0,$$

де матриці:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} Y_1 & Z_1 & 1 \\ Y_2 & Z_2 & 1 \\ Y_3 & Z_3 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} Z_1 & X_1 & 1 \\ Z_2 & X_2 & 1 \\ Z_3 & X_3 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_3 = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_0 = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{bmatrix}.$$

Відомо, що направляючі косинуси нормалі до площини P_1, P_2, P_3 можна визначити за формулами:

$$\cos \alpha = \frac{\det Q_1}{\pm \sqrt{(\det Q_1)^2 + (\det Q_2)^2 + (\det Q_3)^2}},$$

де α – кут з віссю OX ;

$$\cos \beta = \frac{\det Q_2}{\pm \sqrt{(\det Q_1)^2 + (\det Q_2)^2 + (\det Q_3)^2}},$$

β – кут з віссю OY ;

$$\cos \gamma = \frac{\det Q_3}{\pm \sqrt{(\det Q_1)^2 + (\det Q_2)^2 + (\det Q_3)^2}},$$

γ – кут з віссю OZ ;

Звідки:

$$\alpha = \arccos \left[\frac{\det Q_1}{\pm \sqrt{(\det Q_1)^2 + (\det Q_2)^2 + (\det Q_3)^2}} \right], \quad \beta = \arccos \left[\frac{\det Q_2}{\pm \sqrt{(\det Q_1)^2 + (\det Q_2)^2 + (\det Q_3)^2}} \right],$$

$$\gamma = \arccos \left[\frac{\det Q_3}{\pm \sqrt{(\det Q_1)^2 + (\det Q_2)^2 + (\det Q_3)^2}} \right].$$

Параметр Q_0 відповідає зрушенню площині P_1, P_2, P_3 щодо системи координат $(OXYZ)$. Якщо $Q_0 = 0$, то площина проходить через початок координат. Таким чином, ми маємо шість змінних, що визначають положення голови спостерігача в просторі перед стереомонітором в будь-який момент часу: три координати, що визначають положення перенісся спостерігача і три кутові координати повороту його голови.

7.6 Багаторакурсна стереоскопічна система стеження за рухомим об'єктом

Йтиметься про телевізійну стереоскопічну систему, у якій багато ракурсів забезпечується за рахунок кількох відеокамер, кожна з яких спрямована на об'єкт зйомки під своїм ракурсом [35].

При зйомці з великої відстані (коли відстань до об'єкта зйомки набагато більше базису зйомки для двох сусідніх відеокамер) всі камери можуть розташовуватися на

загальній платформі в лінію, паралельно між собою і на однаковій відстані одна від одної. У цьому випадку розміри всіх стереокадрів однакові, і не виникає проблем при подальшій стереовізуалізації.

Якщо ж ведеться зйомка об'єкта, що знаходиться в ближній зоні стереобачення, то виникає ряд проблем при виборі правильного розташування стереокамер в такій системі.

По-перше, для розширення загальної для всіх відеокамер зони стереобачення, необхідно, щоб камери були спрямовані в зону стереобачення під кутом.

По-друге, відстані кожної з камер до реперної точки об'єкта зйомки повинні бути однаковими – цього вимагає умова узгодження розмірів всіх стереокадрів, що знімаються в кожен момент часу. Інакше похибки від неузгодженого положення стереокамер можуть привести до того, що буде втрачено стереоефект для деяких ракурсів.

Додаткові труднощі виникають тоді, коли ставиться задача спостереження і візуалізації за об'єктом, що знаходиться в ближній зоні стереобачення, який рухається (наприклад, задача побудови технічного зору роботів, реалізованого на основі багаторакурсної телевізійної стереосистеми).

Нижче пропонується один з варіантів вирішення задачі наведення рухомої платформи з відеокамерами для багаторакурсної стереосистеми.

7.6.1 Опис системи і принципу функціонування. В основу пропонованого рішення покладено наступний принцип функціонування системи – знімання відеоінформації з усіх камер здійснюється тільки в той момент часу, коли:

а) оптичні центри всіх камер розташовані на однаковій відстані від обраної реперної точки, що знімається;

в) центральні оптичні осі всіх відеокамер спрямовані на реперну точку об'єкта.

Для реалізації запропонованого принципу необхідно, щоб:

- усі відеокамери були розташовані на загальній платформі, яка могла б обертатися навколо своєї центральної точки симетрії в двох площинах: в горизонтальній площині – навколо осі $O-Y$ і у вертикальній – навколо осі $O-X$;
- система була обладнана системою реального часу для визначення тривимірних координат реперної точки, що знімається. В якості такої системи може бути запропонована система, яка розглянута в розділі 7.3 цього розділу;
- кожна відеокамера мала можливість обертатися навколо осі, перпендикулярної верхній поверхні платформи і яка проходить через центр оптичної системи камери;
- кожна з камер мала можливість переміщатися в певних межах уздовж координатних осей $O-X$ і $O-Z$, тобто, в площині платформи C ;
- алгоритм управління камерами повинен давати можливість знімати інформацію з усіх відеокамер в той момент, коли останні розташовані на окружності рівного радіусу, з рівним дискретним кутовим кроком (при цьому центр даного кола повинен збігатися з реперною точкою об'єкта A_i). На рис.7.8, для прикладу,

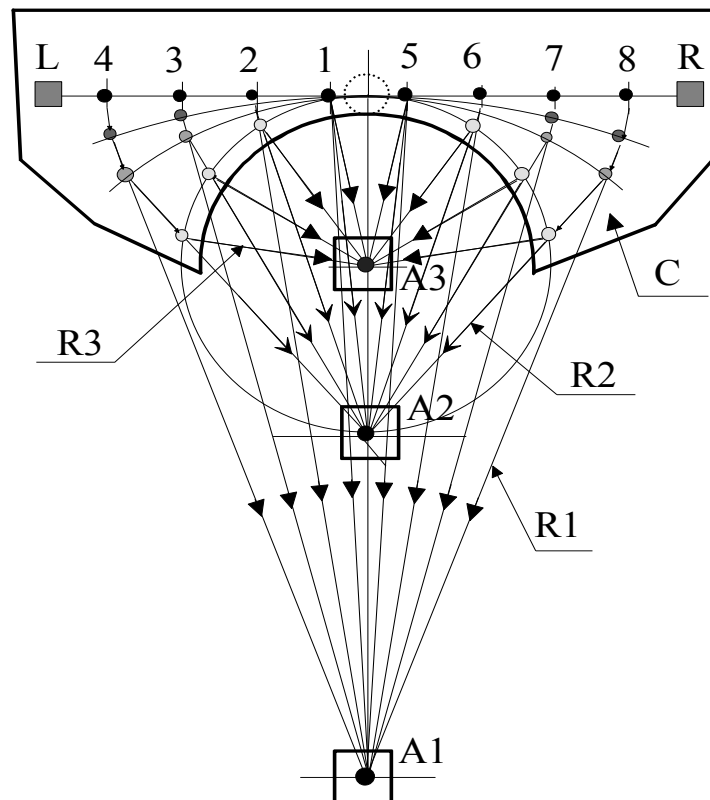


Рисунок 7.8. Розташування відеокамер щодо об'єкта

наведено чотири випадки розташування восьми відеокамер (1,2,3,4,5,6,7,8) для різних положень реперної точки об'єкта A_i уздовж осі горизонтальної симетрії платформи C . Перший випадок: об'єкт знаходиться далеко, тому камери розташовані вздовж прямої лінії з рівним кроком. Другий випадок: реперна точка об'єкта знаходиться в точці A_3 , камери розташовані на окружності радіуса R_3 . Третій випадок: реперна точка – в точці A_2 , камери – на колі радіуса R_2 . Четвертий випадок: $A_1 - R_1$. На рис.7.8 показані також місця розташування на платформі C двох відеокамер інфрачервоного діапазону R і L , які необхідні для визначення тривимірних координат реперної точки рухомого об'єкта відповідно до алгоритму, розглянутого вище, пункт 7.3.3.

7.6.2 Алгоритм роботи системи наведення стереокамер на об'єкт.

Робота системи передбачає наступну послідовність дій:

- Визначення тривимірних координат реперної точки (A_i) рухомого об'єкта при фіксованому положенні платформи C .
- Обчислення кутів повороту платформи в горизонтальній і у вертикальній площинах і обчислення радіусу кола в горизонтальній площині, уздовж якої повинні розташовуватися всі стереокамери.
- Поворот платформи C навколо вертикальної осі так, щоб горизонтальна вісь симетрії платформи $O-Z$, була спрямована на реперну точку.
- Поворот платформи C у вертикальній площині, так щоб реперна точка об'єкта збіглася з площиною, в якій розташовані центральні оптичні осі відеокамер.
 - Обчислення кутів повороту кожної з камер.
 - Поворот кожної камери на свій кут повороту.
 - Обчислення координат переміщення кожної з камер.
 - Переміщення кожної камери в нову позицію відповідно до координат, що надійшли з обчислювального блоку.
 - Знімання відеоінформації з усіх камер.
 - Відпрацювання нового положення реперної точки.

Хоча рішення задачі розбито на кілька етапів, значна частина алгоритму може і повинна виконуватися паралельно, щоб підвищити динамічні характеристики системи.

7.6.3 Математичні основи роботи системи наведення стереокамер.

Потрібно знайти математичні залежності для написання алгоритму роботи обчислювального блоку системи, який би видавав керуючі сигнали для відпрацювання кутів повороту платформи і кожної камери, а також для відпрацювання координат переміщення кожної з камер в залежності від взаємного положення платформи і реперної точки об'єкта.

Будемо вважати, що під кожен (або кожен другий) телевізійний кадр в обчислювальному блоці системи вже є тривимірні координати поточного положення реперної точки об'єкта A_i (A_x, A_y, A_z) щодо системи координат, наведеної на рис.7.9 (початок системи координат $O X Y Z$ збігається з віссю обертання платформи C). Використовуючи отримані координати можна визначити:

- величину R_i – відстань точки A_i від початку координат (радіус кола вздовж якої в кінцевому підсумку повинні розміститися всі вісім відеокамер);
- величину σ_i – кут повороту платформи C в горизонтальній площині;
- величину δ_i – кут повороту платформи C у вертикальній площині,

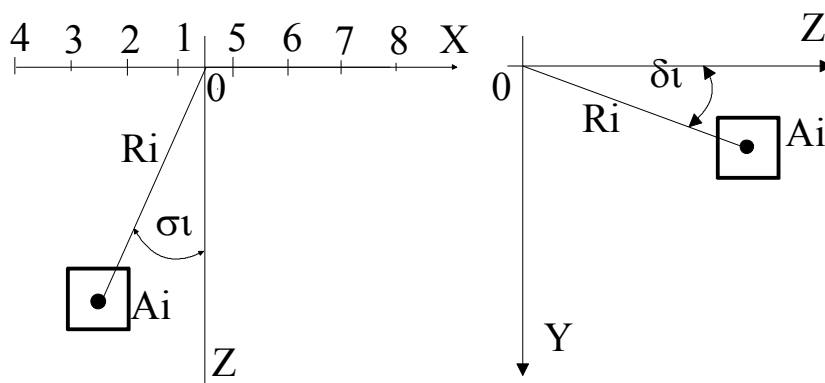


Рисунок 7.9. Розташування системи координат

$$R_i = \sqrt{(Ax_i)^2 + (Az_i)^2}, \quad \sigma_i = \arctg\left(\frac{Ax_i}{Az_i}\right), \quad \delta_i = \arctg\left(\frac{Ay_i}{Az_i}\right).$$

Після того як платформа С повернулася в горизонтальній площині на кут σ_i , точка A_i стала перебувати на осі 0-Z. Як випливає з геометричних побудов і аналізу, кожна камера повинна мати свій кут повороту навколо своєї власної осі ($\alpha - i$) і свої координати $x-i$, $z-i$.

Оскільки система симетрична щодо осі 0-Z, ми розглянемо розрахунок кутів і координат тільки для однієї половини платформи, для іншої половини абсолютні значення кутів і координат будуть дорівнюють відповідним значенням з лівої половини платформи, за винятком знаків кутів і знаків координат.

Як видно з рис.7.10 відлік кутів йде від позитивного напрямку осі координат O-Z. Якщо в початковому положенні, коли всі камери розташовані вздовж прямої лінії, відстань між камерами позначити через b , то

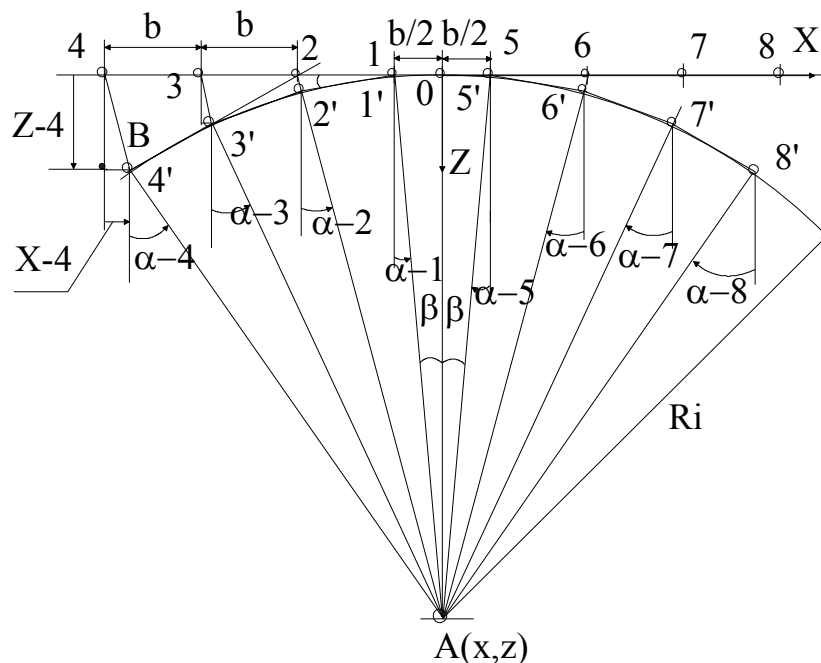


Рисунок 7.10. Розрахунок кутів повороту камер

$$\beta_i = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{b}{2R_i} \right), \alpha_i - 1 = \frac{\beta_i}{2}; \alpha_i - 5 = -0,5\beta_i;$$

$$\alpha_i - 2 = \beta_i + \frac{\beta_i}{2} = 1,5\beta_i; \alpha_i - 6 = -1,5\beta_i; \alpha_i - 3 = 2\beta_i + \frac{\beta_i}{2} = 2,5\beta_i;$$

$$\alpha_i - 7 = -2,5\beta_i; \alpha_i - 4 = 3\beta_i + \frac{\beta_i}{2} = 3,5\beta_i; \alpha_i - 8 = -3,5\beta_i.$$

Таким чином, нам відомі кути повороту для всіх восьми камер.

Тепер можна знайти ті координати кожної з камер, при яких камери розташуються уздовж окружності радіуса R_i , з рівною кутовою дискретністю (кут $2\beta_i$). Оскільки камери 1 і 5 тільки повертаються, але не переміщуються уздовж координатних осей, їх координати постійні:

$$(Z_1 = Z_5 = 0, X_1 = -X_5 = -b).$$

Визначимо координати переміщення камери 2 (рис. 7.11). Опустим перпендикуляр із точки $2'$ на ось $0-X$.

Неважко довести, що кут ($k 1 2'$) дорівнює β , і тому:

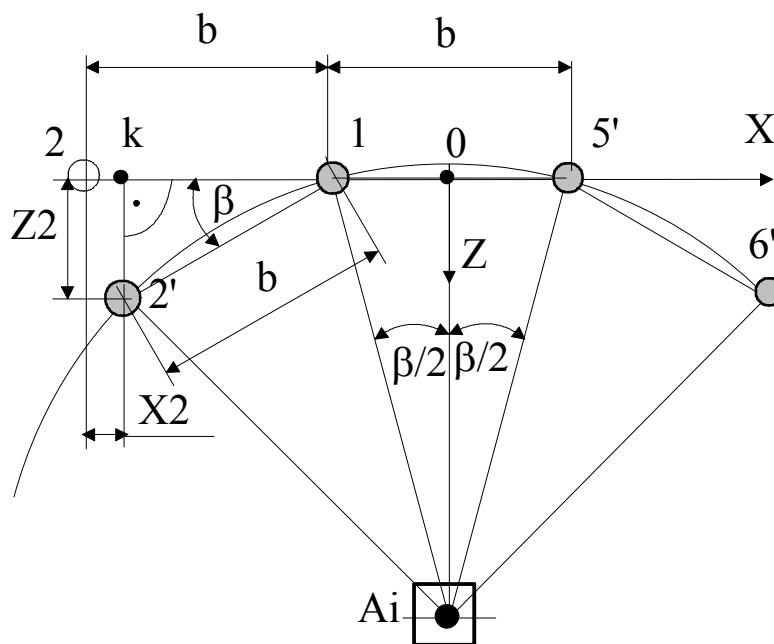


Рисунок 7.11. Розрахунок координат переміщення камер

$$k_2' = b \cdot \sin \beta, \quad k_1 = b \cdot \cos \beta, \quad X_2 = b - k_1 = b(1 - \cos \beta), \quad Z_2 = b \cdot \sin \beta.$$

При цьому відлік координати X йде від точки 2. Якщо відлік вести від точки 0, то:

$$|X_{02}| = b \cdot \cos \beta + \frac{b}{2}.$$

Тепер визначимо аналогічно координати переміщення камери 3 щодо точки 3,

$$Z_3 = Z_2' + b \cdot \sin 2\beta = b \cdot (\sin \beta + \sin 2\beta), \quad X_3 = b \cdot (1 - \cos 2\beta)$$

Запишемо вираз для координати X3 щодо точки 0,

$$|X_{03}| = 2b + \frac{b}{2} - b(1 - \cos 2\beta) = 0,5b \cdot (3 + 2 \cos 2\beta).$$

Визначимо координати переміщення камери 4, відносно точки 4,

$$Z_4 = Z_3' + b \cdot \sin 3\beta + b(\sin \beta + \sin 2\beta + \sin 3\beta), \quad X_4 = b \cdot (1 - \cos 3\beta)$$

X4 щодо точки 0:

$$|X_{04}| = 3b + 0,5b - b \cdot (1 - \cos 3\beta) = 0,5b \cdot (5 + 2 \cos 3\beta).$$

Так як $Z_6 = Z_2$, $Z_7 = Z_3$, $Z_8 = Z_4$, $X_6 = -X_2$, $X_7 = -X_3$, $X_8 = -X_4$,

ми маємо координати для руху всіх восьми камер.

Камери R і L, які служать цілям визначення координат крапки репера A_i , повинні бути закріплені на платформі жорстко і отюстировані на певну зону сканування. Якщо швидкодія виконавчих двигунів дозволить відпрацьовувати результати чергового вимірювання реперної точки за час одного телевізійного кадру, то вся система повинна бути синхронізована телевізійними імпульсами полів гасіння.

Для підвищення швидкодії системи кожне переміщення і кожен поворот виконавчих механізмів платформи і камер повинні відпрацьовуватися в збільшеннях, тобто на виконавчі механізми з обчислювального блоку повинні надходити не абсолютні значення кутів повороту і координат переміщення, а відповідні прирощення цих змінних. Якщо швидкодія виконавчих двигунів не дозволить відпрацьовувати чергові прирощення координат і кутів за один

телевізійний кадр, необхідно брати кратну кадрову частоту для синхронізації системи.

7.7 Висновки по розділу

Вирішено основні методологічні аспекти проблеми суміщення в одному просторі стереобачення натурних і комп'ютерних стереозображень, що дало можливість реалізувати на створеному телевізійно-обчислювальному стереокомплексі новий метод натурно-комп'ютерного графічного стереомодельювання. При цьому була реалізована процедура дистанційного вимірювання тривимірних координат натурних об'єктів електронним способом. Запропонований метод можна розглядати як новий інструментарій, якому характерна наочність, гнучкість, універсальність при вирішенні задач 3D стереопроекування і стереомодельювання. Метод пройшов апробацію на ряді задач, пов'язаних з питаннями конструювання прикладних стереоскопічних систем.

Розроблений проект системи визначення положення голови спостерігача в просторі перед монітором, що працює в реальному часі. Реалізація цього проекту дозволить виключити деформаційні спотворення від неточності розташування спостерігача перед монітором. Крім того, це додасть стереоскопічній системі властивостей баготоракурсності. Також отримані математичні залежності, які дозволять на базі такої системи визначати всі 6 ступенів свободи положення голови спостерігача.

Розроблений проект баготоракурсної системи стеження за рухомим об'єктом дозволить вирішити ті труднощі, які виникають при спостереженні і візуалізації за рухомим об'єктом, що знаходиться в ближній зоні стереобачення (випадок побудови технічного зору роботів, реалізованого на основі багато ракурсної стереосистеми).

РОЗДІЛ 8

ВОЛЮМЕТРИЧНА СИСТЕМА ВІДОБРАЖЕННЯ НА БАЗІ ГІБРИДНОЇ ШАРУВАТОСТІ

Відповідно до плану робіт по темі ГІБРИД в ІПМЕ ім.Г.Є.ПУХОВА НАН України на 2014-2016 роки була поставлена задача розробити концепцію, основні принципи функціонування і конструкцію безочкової спеціалізованої системи відображення просторової інформації. При цьому були поставлені амбітні вимоги до характеристик такої системи. Перелічимо основні з цих вимог:

- безочковість – відсутність будь-яких видів допоміжних засобів для спостереження 3D зображень (очкових або нашоломних);
- багаторакурсність – можливість спостерігати без спотворень 3D зображення з деякої зони оператора ;
- динамічність – можливість спостереження рухомих об'єктів і сцен;
- кольоровість – можливість відображати кольорові 3D зображення;
- чіткість – роздільна здатність на рівні можливостей сучасних моніторів;
- багатооператорність – можливість одночасної незалежної роботи декількох операторів зі своїми базами даних.

За способом візуалізації 3D дисплеї зазвичай ділять на три класи: стереоскопічні, голографічні та волюметричні (об'ємні, воксельні).

Вищевказані вимоги визначили напрямок подальших досліджень в області волюметричних систем відображення просторової інформації, в яких мінімальним фрагментом інформації, що відображається є воксель.

Воксель – це елемент об'ємного зображення, що містить значення елемента растра в тривимірному просторі. Воксели є аналогами двовимірних пікселів для тривимірного простору. Самі воксели не містять інформації про свої координати в просторі. Тривимірні координати вокселей визначаються просторовим полем значень, що представляють собою тривимірну матрицю значень шуканого об'єкта або сцени.

Волюметричні дисплеї будуються на різних принципах. Наприклад, вони можуть містити ряд площин, що формують зображення, які розташовані одна за одною [88,108,115,119]. Є велика безліч патентів, в яких використовується принцип рухливих площин, на які проектується зображення. При цьому рух площини може бути зворотно-поступальним, обертальним або коливальним [118]. Дисплеї на основі рухливих площин використовують ефект зорової інерції для досягнення 3D ефекту. За цикл свого руху поверхня проходить весь об'єм, в якому розташовується зображення. При цьому спостерігач, хоча сприймає кожне положення поверхні як плоске, в результаті інерції зору замість однієї поверхні бачить суцільне тривимірне тіло. Є розробки, коли зображення проектується на обертові криволінійні поверхні, наприклад, на поверхню спіральної форми [121].

Існує окремий клас волюметричних систем, коли тривимірне зображення є віртуальним. Це системи, в яких спостерігач бачить 3D зображення не прямо на екрані монітора, а на його відображення в просторі. Використовуються при цьому або оптичні системи з варіофокальними лінзами, або системи з дзеркальними поверхнями [88, 118]. При цьому дзеркала можуть бути плоскі [98,100,111], сферичні [113], еліптичні [114], параболічні [98], гіперболічні [90]. Є системи, в яких зображення стереоскопічні та інші.

Судячи з аналізу патентної літератури на даний момент відомо безліч проектів волюметричних систем різного виду. Хоча дослідження в цій області в розвинених країнах йдуть широким фронтом, проте, волюметричні 3D дисплеї на поточний момент не набули масового поширення і, в кращому випадку, представлені лабораторні або демонстраційні зразки. З описів патентів, як правило, можна зрозуміти принцип побудови об'ємного зображення, але судити про основні характеристики цих систем важко.

8.1 Концепція побудови волюметричного відображення

В основу запропонованої концепції покладено принцип пошарового відображення, при якому кожен шар графічного 3D зображення розташовується на своєму глибинному місці. Всі шари разом створюють єдине тривимірне тіло.

Виникає питання, яким чином фізично отримати шари тривимірного зображення, як розташувати їх в просторі один за іншим так, щоб кожен шар не заважав іншим шарам; причому так, щоб задовольнити вимогам динаміки 3D зображення.

8.1.1 Принцип побудови шаруватих віртуальних 3D зображень.

Спочатку був обраний віртуальний спосіб синтезу, за рахунок відображення в дзеркалах. До переваг рухомих дзеркал в задачах відображення інформації, безумовно, слід віднести той факт, що саме зображення, що відображається дзеркалом, при русі дзеркала в просторі, не переноситься, – отже не існує в принципі проблеми змазування зображення за рахунок руху дзеркала. З рис.8.1 можна зрозуміти, як повинні розташовуватися дзеркала, екран і спостерігач, щоб отримати пошаровий віртуальний об'ємний образ.

Екран розташований під кутом 45 градусів до поверхні дзеркал. На рис.8.1

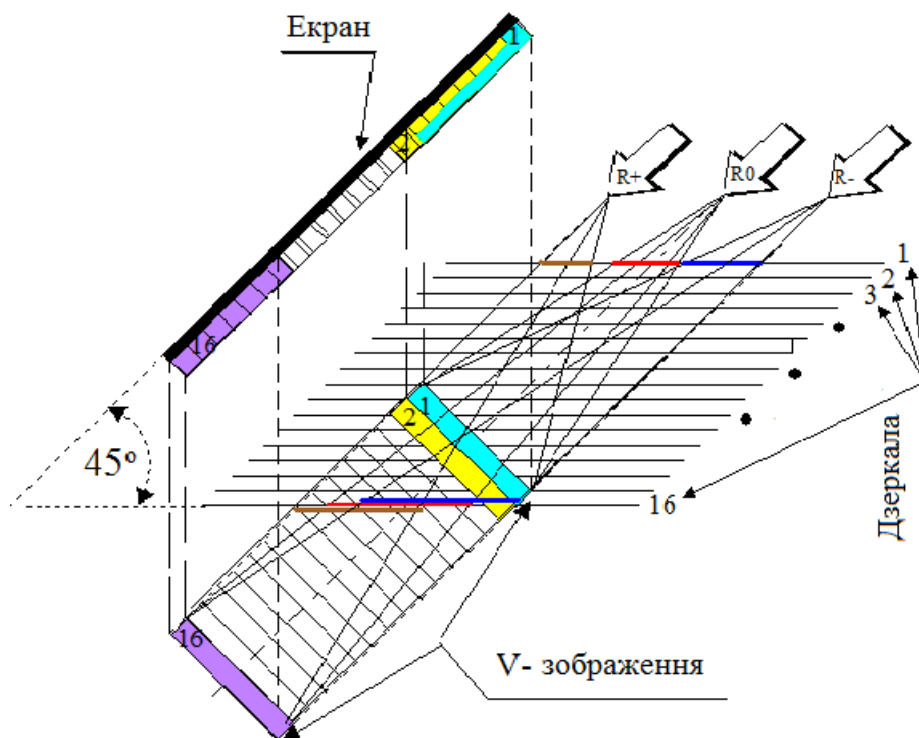


Рисунок 8.1 Принцип отримання шаруватого 3D зображення

зображені 16 дзеркал, вид збоку. Всі дзеркала паралельні один одному і

перебувають на деякій відстані один від одного. Спостерігач знаходиться в точці R_0 , лінія його погляду по відношенню до дзеркал також становить 45 градусів.

Зображення першого шару (зелений колір, цифра 1 на рис.8.1.) виводиться у верхній частині екрану монітора і відбиваючись в першому дзеркалі займає віртуальне зображення 1 (зелений колір). Для того щоб віртуальне зображення другого шару (жовтий колір, цифра 2 на рис.8.1) розташувалося точно під зображенням першого шару, необхідно, по-перше, перемістити зображення другого шару на екрані монітора (жовтий колір, цифра 2 на екрані) вниз на певну величину, а по-друге, розташувати друге дзеркало нижче першого на певну величину (дзеркало 2). І так далі, до останнього 16-го шару (на рис.8.1 – бузковий колір, цифра 16). В результаті утворюється віртуальне 3D зображення, що складається з 16 шарів.

На рис.8.1 також показані можливі області зміщення оператора (R^- , R^+); при цьому, зміщення V -зображення не відбувається. Іншими словами, є можливість огляду тривимірного зображення з місця оператора – це задоволення вимозі багато ракурсності.

8.1.2 Принцип гібридної шаруватості. Шістнадцяти глибинних шарів віртуального образу для практичного застосування явно не достатньо. Тому було запропоновано замість звичайного LCD- монітора, застосувати шаруватий монітор, ідея побудови якого, була запропонована в американському патенті [108]. Суть побудови такого монітора зрозуміла з рис.8.2. Є спільне джерело світла з розсіюючим фільтром; два поляризатора на вході і виході; і блок РК матриць, що складається з k однакових РК-панелей.

Цілком зрозуміло, що крім самої глибинної панелі (на рис. 8.2, панель 1), всі інші працюють на просвіт. Природно виникає питання, якої інтенсивності буде зображення, що пройшло через весь блок панелей. Відомо, що втрати світла при проходженні через один шар РК панелі знаходяться на рівні 3%. У таблиці 8.1

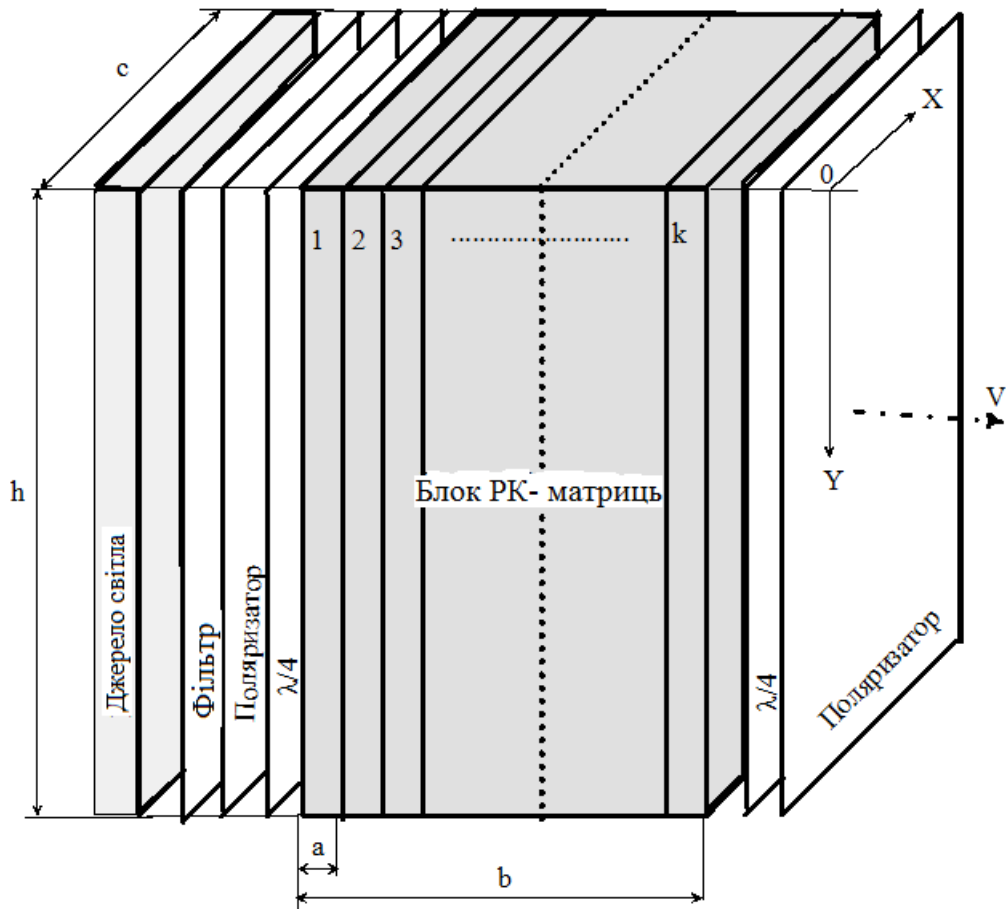


Рисунок 8.2 Шаруватий РК-монітор

наведені розрахункові дані прозорості, що враховує втрати світла при проходженні через різну кількість шарів РК-панелей.

Таблиця 8.1

Втрати прозорості в шаруватому РК моніторі

№ слоя	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Прозор.	1	0,97	0,94	0,91	0,885	0,858	0,833	0,81	0,78	0,76	0,74	0,72	0,69	0,67	0,65	0,63

Наприклад, з таблиці видно, що якщо блок РК панелей складається з 12 шарів, то інтенсивність світла з найдалшої панелі становитиме 0,72 від первісної, прийнятої за одиницю.

На рис. 8.3, де введені такі позначення:

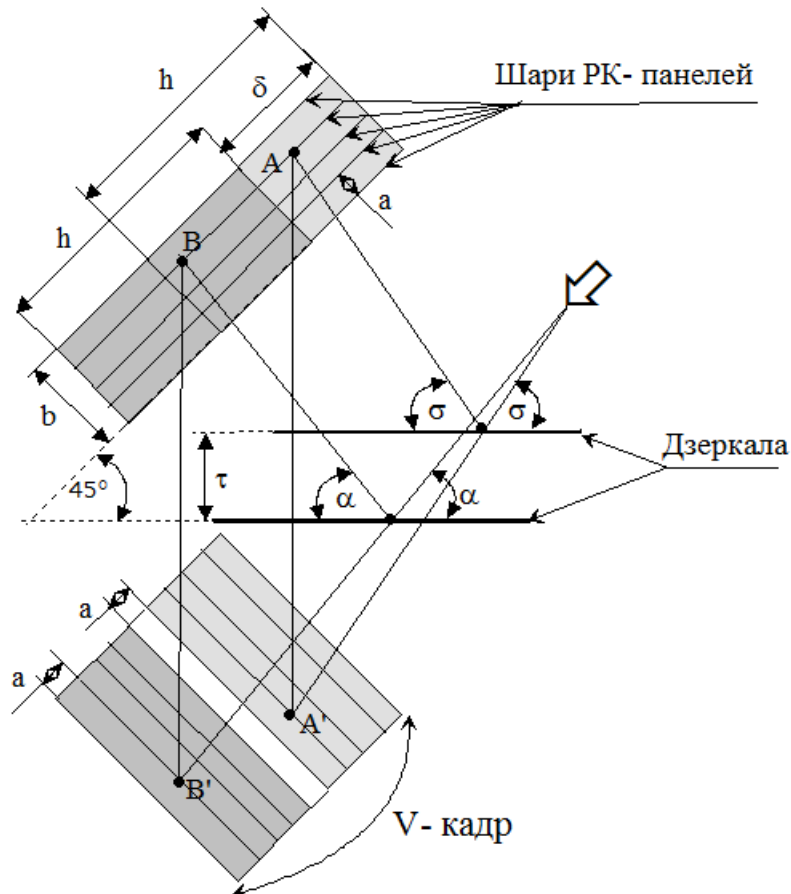


Рисунок 8.3 Принцип гібридної шаруватості

- a – товщина одного шару РК-панелі, без урахування підсвічування і поляризаторів;
- b – товщина пакета шарів РК панелей;
- τ – відстань між дзеркалами;
- V_k – волюметричний кадр (X, Y, Z);
- h – висота волюметричного кадру, відповідає координаті Y ;
- δ – величина зміщення кожного наступного кадру зображення на РК панелях при переході до чергового дзеркала;

- α, σ – кути падіння і відбиття променів погляду спостерігача на різні по глибині точки A', B' відповідно, приведені креслення, що пояснює принцип гібридної шаруватості для випадку чотирьох шарів РК-панелей і двох дзеркал. Як видно з рис.8.3, зазор між двома віртуальними блоками має дорівнювати товщині одного РК-шару (a).

Для конструювання системи необхідно знати, по-перше, який зазор повинен бути між сусідніми дзеркалами; а по-друге, на яку величину має зсуватися кожний наступний відеокадр на екрані монітора по відношенню до попереднього.

Для відповіді на ці питання запишемо деякі очевидні співвідношення:

$$b=ka; \delta=b+a=(k+1)a; \tau=\delta\sqrt{2}; \tau=(b+a)\sqrt{2}.$$

Глибинна координата Z при цьому буде: $Z=m(k+1)a+a$, де m – кількість дзеркал.

Ідея побудови валюметричної системи гібридної шаруватості полягає в тому, щоб зазначені блоки РК панелей відбивалися в дзеркалах, що знаходяться на різних рівнях. Але як видно з наведених вище рисунків, одні дзеркала закривають інші. Щоб цього не відбувалося, дзеркала повинні обертатися паралельно один одному в горизонтальній площині [45,46]. Синхронізація обертання дзеркал повинна бути такою, щоб коли перед спостерігачем з'являється чергове i -е дзеркало, на екрані монітора в потрібному місці повинно з'явитися зображення блоку i -го глибинного зрізу валюметричного кадру. В поставлених вище технічних вимогах є умова забезпечення динамічності валюметричної системи. Це означає, що зміна всього 3D-кадру повинна виконуватися з частотою (12,5-25) Гц.

Це накладає додаткові умови на вибір РК-матриць, здатних задовольнити сучасним вимогам. Останнім часом з'явилася інформація, що деякими фірмами вже досягнуто час відгуку РК-матриці, близько 1 мсек. Ми в своїх дослідженнях орієнтувалися на граничну цифру 2 мсек на зміну РК-кадру (інформація 2010 року; РК-матриці з часом відгуку 4 мсек вже були в продажу). Виходячи з цього часу розглянуті кілька видів 3D систем.

8.2 Види волюметричних систем гібридної шаруватості

У таблицю 8.2 зведені деякі можливі види 3D системи з різними характеристиками в залежності від частоти зміни V-кадру, кількості дзеркал, числа шарів в РК-блоці.

Таблиця 8.2

Характеристики деяких можливих видів волюметричної системи

№ виду	Частота, гц	Час V-кадру, мс	Кількість дзеркал, м	Число РК-шарів, k	Координата Z, піксел	Час РК матриці мс	Прозорість
1	12,5	80	12	4	48	6,6	0,91
2	-'	-'	-'	8	96	6,6	0,81
3	-'	-'	16	8	128	5,0	0,81
4	-'	-'	12	16	192	6,6	0,63
5	25	40	12	8	96	3,3	0,81
6	-'	-'	12	12	144	3,3	0,72
7	-'	-'	12	16	192	3,3	0,63
8	-'	-'	16	12	192	2,5	0,72
9	-'	-'	16	16	256	2,5	0,63

8.3 Приклад розрахунку 3D об'єму на базі конкретної моделі

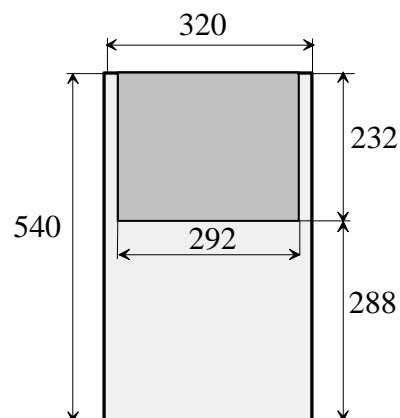


Рисунок 8.4 Розмір РК матриц

Розрахунок проведено на основі РК матриці, розміром 540x320 (Samsung SyncMaster 245T), рис. 8.4. В якості розрахункової системи обрана модель №6 з таблиці 8.2. Прийнята товщина шару однієї РК-матриці рівна 2 мм. Товщина шару відображення при цьому буде дорівнювати: $(12-1) \times 2 = 22$ мм. У випадку з 12 дзеркалами розмір глибини волюметричного кадру (координата Z) буде дорівнювати $12 \times 24 = 288 - 2 = 286$ мм.

Таким чином, відповідно до рис.8.4 висота 3D кадру (координата Y), буде менше або буде дорівнювати величині $540\text{мм} - 286\text{мм} = 254\text{мм}$. У цьому випадку співвідношення сторін $(X / Y) = 320/254 = 5 / 3,6$. Щоб отримати, наприклад, співвідношення сторін $X / Y = 5/4$, необхідно зменшити розмір координати X до величини 292мм, рис. 8.4. В результаті розмір волюметричного об'єму 3D кадру буде $(X, Y, Z) = (292 \times 232 \times 288)$ мм.

8.4 Спрощене креслення конструкції волюметричної системи

Як приклад вибрані дві моделі системи, №№ 6, 9 з таблиці 8.2.

На рис. 8.5, де

3-1 ... 3-12 – обертові дзеркала;

БРК-1БРК-6 – РК-блоки;

R – конструкційний параметр,

наведено спрощене креслення волюметричної системи, що складається з 12 обертових дзеркал, шести РК-блоків, що містять одну кольорову і одинадцять чорно-білих рідко-кристалічних матриць. На рис. 8.5 стрілками показано шість незалежних посадочних місць операторів.

Як видно з рис.8.5, є можливість розміщення в проміжках ще шести БРК, отримуючи дванадцять посадочних місць операторів. Параметр R визначає радіус кола обертання нижньої кромки нижнього дзеркала. Розрахунки показують, що для даної конструкції $R = 1220\text{мм}$.

Залежно від виду блоку РК-матриць в даній конфігурації можливі або 12 кольорових шарів, або 144 шарів, з яких кожен дванадцятий шар може бути кольоровим. Частота зміна волюметричного об'єму становить 25 гц .

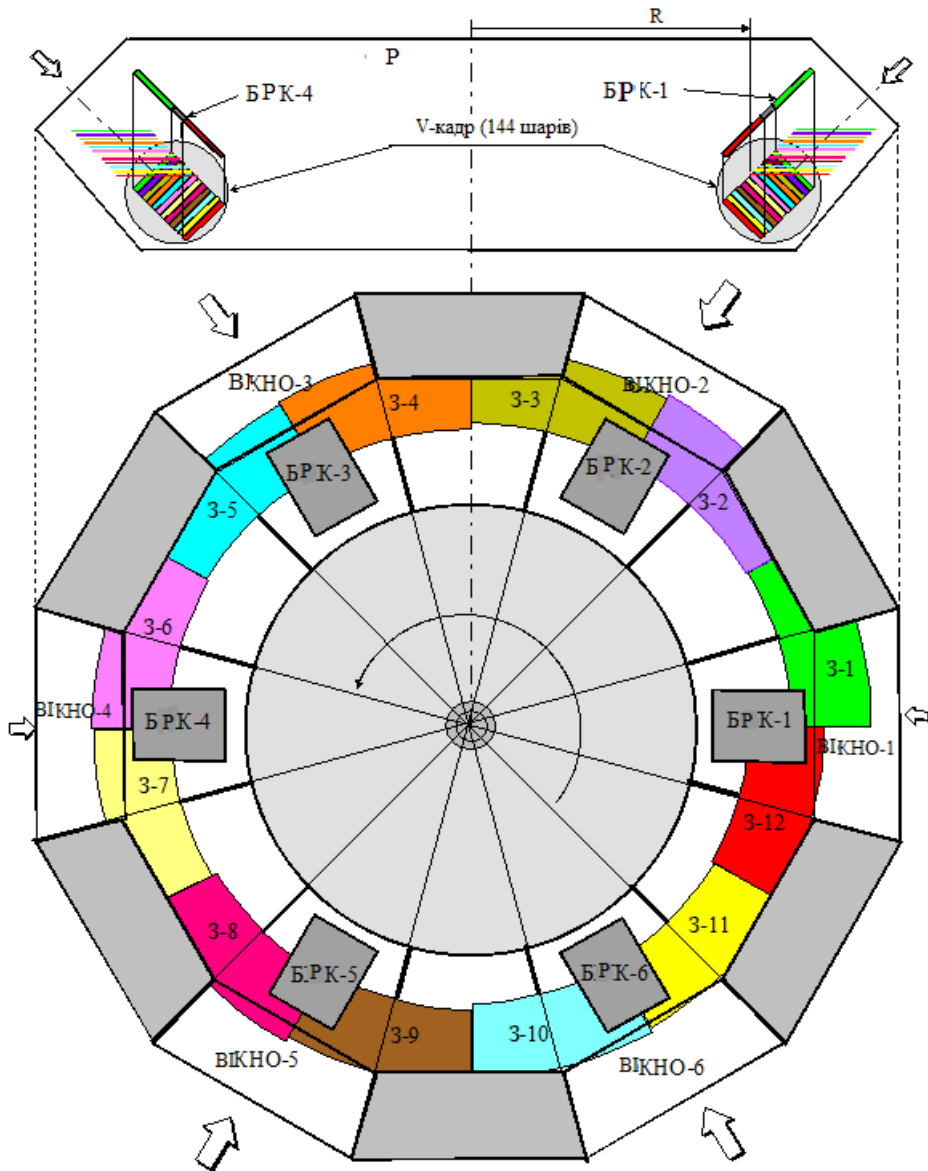


Рисунок 8.5. Волюметрична 3D система на базі 12 дзеркал і 6 РК-блоків

На рис. 8.6 наведено креслення волюметричної системи, що містить 16 обертових дзеркал, 16 блоків РК-матриць, і 16 незалежних посадочних місць операторів. Система – динамічна, зміна волюметричного об'єму здійснюється з

частотою 25 Гц. На традиційних РК матрицях можлива організація або 16 повнокольорових шарів, або 192 шарів, з яких кожен шістнадцятий шар може бути кольоровим.

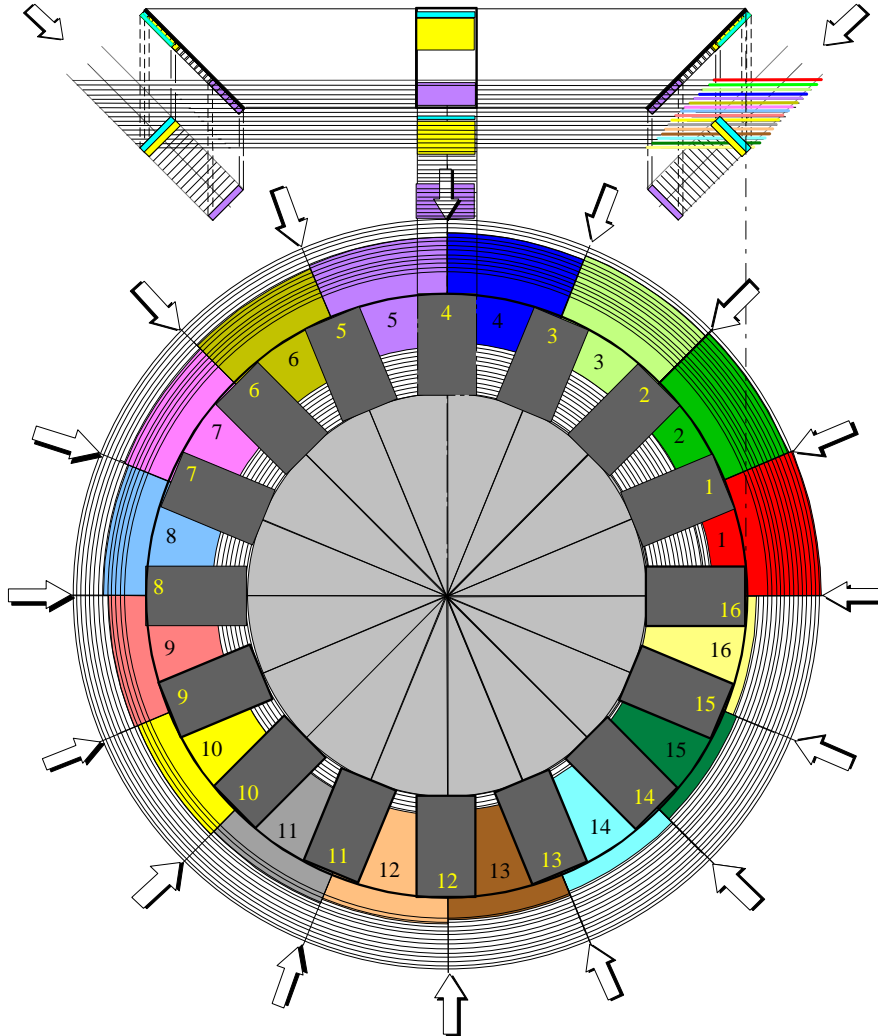


Рисунок 8.6 Волюметрична система на базі 16 дзеркал і 16 РК-блоків

8.5 Висновки по розділу

Проведені дослідження показали, що запропонований вид волюметричної системи, яка реалізується на основі шаруватих блоків рідко-кристалічних матриць із загальним підсвічуванням і обертових плоских дзеркал, задовольнив повністю всім поставленим спочатку технічним вимогам, за винятком одного. Вимога по кольоровості задоволена частково: в повному віртуальному волюметричному багатошаровому об'ємі число кольорових шарів дорівнює числу обертових дзеркал,

наприклад 12 кольорових з повних 144, або 16 з 16 або 16 з 192 і так далі, в залежності від обраної конфігурації.

Починаючи з 2014 р. з'явилися плоскі екрани на основі прозорих матриць. На фото 8.1, 8.2 в якості прикладів, наведені рекламні фото кольорових дисплеїв на базі таких матриць. Деякі фірми, пишуть, що вже домоглися прозорості 70%. Це вселяє оптимізм при подальших модифікаціях запропонованого виду валюметричних систем на базі гібридної шаруватості, оскільки кількість кольорових шарів в загальному обсязі може бути збільшено в рази.

Така система буде затребувана при відображенні результатів томографічного аналізу (медичного або промислового), а також при аналізі геологічних розрізів при пошуку корисних копалин і таке інше.



Фото 8.1



Фото 8.2

ВИСНОВКИ

Дисертацію присвячено вирішенню важливої науково-прикладної проблеми – підвищенню рівня продуктивності, реалістичності та адекватності сприйняття складних комбінованих стереозображень при побудові спеціалізованих відео-комп'ютерних 3D систем за рахунок створення теорії і структурно-алгоритмічних основ формування і аналізу каркасних і натурно-каркасних стереозображень.

Визначено коло задач, вирішення яких призводить до візуалізації просторових зображень каркасного виду; вказані переваги анагліфічного способу сепарації стереопар при накладенні каркасних 3D зображень на натурне стереозображення; виявлені основні проблеми, пов'язані з підвищенням рівня продуктивності, та адекватності сприйняття каркасних і натурно-каркасних стереозображень. В ході дослідження були отримані наступні основні наукові та практичні результати.

Вперше:

- Розроблено «операторний метод стереопертворень», що встановлює взаємно – однозначну відповідність між 3D координатами і стереокоординатами для постійного, змінного та 3х поворотних стереоракурсів спостереження; а також – для постійного ракурсу спостереження в стереосистемах, що містять плоске дзеркало.
- На базі даного методу вирішена кореспондентська задача для каркасних графічних стереозображень.
- Розроблено математичні моделі графічних стереопроцедур для каркасних конструкцій: 3D-огляд; 3D-інтерполятор; 3D-вікно; 3D-рекурсія; 3D-маніпуляції, щодо будь-якої точки стереопростору, яка встановлюється за допомогою 3D-курсору.
- Розроблено математичні основи вирішення проблеми крайового ефекту для каркасних графічних стереозображень.
- Розроблено математичні моделі аналізу геометричних деформацій за рахунок іншого базису і/або ракурсу спостереження в системах: стереоекран – спостерігач; об'єкт – стереокамера – стереопроектор – стереоекран; об'єкт – стереокамера –

стереопроектор – стереоекран – спостерігач для двох випадків розташування стереокамери і стереопроектора: паралельно один одному або під кутом.

- Розроблен метод натурно-комп'ютерного графічного стереомоделювання.
- Розроблено основні принципи конструювання стереоскопічного телевізійно - обчислювального комплексу (СТОК) для відображення натурно-комп'ютерної каркасної 3D інформації.

Отримали подальший розвиток:

- Теоретичні питання і принципи побудови стереосистеми визначення позиції спостерігача перед монітором.
- Обчислювальні процедури, що використовують групові арифметичні операції.
- Методи синтезу процесорів групової операції, які працюють в позиційному і непозиційному базисах.
- Концепція і основні принципи конструювання волюметричної системи на основі гібридної шаруватості.
- Принцип побудови багаторакурсної стереосистеми стеження за рухомим об'єктом.

Були розроблені, виготовлені і передані Замовнику 3 версії телевізійної стереоскопічної системи відображення цифрової інформації (ТСССОЦІ).

Була розроблена, виготовлена і передана Замовнику стереоскопічна система відображення натурної інформації для роботи при високих полях радіації (ССОНІ).

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М. : Сов. Радио. – 1968. – 438с.
2. Башков Є.О. Високопродуктивні засоби організації реалістичної об'ємної візуалізації в системах тривимірної комп'ютерної графіки / Є.Є Башков, С.А. Зорі // . – Покровськ ДВНЗ «ДонНТУ». – 2017. – 215с.
3. Белостоцкий Е.М. Глубинное зрение при движении головой // Пробл. физиол. оптики. – 1953. – № 8. – С. 341–345.
4. Валюс Н. А. Стереоскопия. – М. : Наука, . –1962. –378 с.
5. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М. : Наука. – 1967. – 575с.
6. Гилой В. Интерактивная машинная графика. – М.: Мир. – 1981. –380с.
7. Груц Ю.Н. Способ представления решения однородных систем линейных дифференциальных уравнений для моделирования их на вычислительном комплексе “ЦВМ-процессор групповой операции” / Ю.Н. Груц // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей. – К. – 1975 . – Вып.13. – С.71–78.
8. Груц Ю.Н. Решение краевых задач на гибридных вычислительных комплексах со специализированными процессорами / Ю.Н. Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. – К. – 1975. – С 34–38.
9. Груц Ю.Н. Непозиционная система счисления в специализированных процессорах групповых операций / М.В.Синьков, Ю.Н. Груц, В.Ф. Ващенко, В.П. Ануреев // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей. – К. – 1975. – Вып.13. – С.66–71.
10. Груц Ю.Н. Многопроцессорные приставки к ЦВМ для моделирования нелинейных систем / Ю.Н. Груц // В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей. – К. – 1978. –Вып.16. – С.105–111.
11. Груц Ю.Н. Матрицы операторов при моделировании неоднородных систем линейных дифференциальных уравнений / Ю.Н. Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. – К. – 1979. – Вып.1. – С.56–60.

- 12.Груц Ю.Н. Постановка систем линейных дифференциальных уравнений в T-области на вычислительных структурах со смешанным кодированием / Ю.Н.Груц // В кн.: Электроника и методы гибридных вычислений. Сб. научн. трудов. – К. – 1978. – С.151–159.
- 13.Груц Ю.Н. К вопросу введения отрицательных чисел в СОК с модулем, кратным двум / Ю.Н.Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов. – К. – 1979. – С.58–64.
- 14.Груц Ю.Н. Способ кодирования информации в процессорах групповых операций / Ю.Н.Груц // В кн. Специализированные процессоры: Препринт-224. ИЭД АН УССР. – К. – 1980. – С34–35.
- 15.Груц Ю.Н. Некоторые аспекты СОК с модулем, кратным двум / Ю.Н. Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов. –К. – 1984. – Вып.7. – 7с.
- 16.Груц Ю.Н. Математические основы организации баз данных при выводе графической информации на стереодисплей / Ю.Н. Груц // В кн.: Методы моделирования и математические модели процессов (Материалы IV отчетной конф. ИПМЭ АН УССР). – К. – 1985. – 0.2с.
- 17.Груц Ю.Н. Вопросы создания средств трехмерной стереоскопической графики / Ю.Н. Груц // Диалог человек – ЭВМ: Тезисы докл. IV Всесоюзной конф. 8–12 окт.1985. – К. – ИК им. В.М.Глушкова АН УССР. – Ч.1. – С. 110–111.
- 18.Груц Ю.Н. Применение групповых арифметических операций в процедуре организации баз данных при стереопереработке / Ю.Н. Груц // Моделирование-85: Теория, средства, применение. Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф. – К. – 1985. – Ч3. – С. 90–92.
- 19.Груц Ю.Н. Избыточное кодирование при синтезе процессоров групповых операций / Ю.Н.Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов. – К. – 1985 . –Вып.8. – С.44–50.
- 20.Груц Ю.Н. Отображение трехмерной машинной информации при полунатурном моделировании / Ю.Н.Груц // В кн.: Вопросы специального машиностроения. – М. – 1986. – Серия 4. – 14с.

21. Груц Ю.Н. Стереоскопическая машинная графика: Методы синтеза процессоров групповых операций / Ю.Н.Груц // Препринт АН УССР, Институт проблем моделирования в энергетике; 63). – К. – 1986. – 48с.
22. Груц Ю.Н. Стереоскопическая машинная графика: Математические основы, алгоритмы, программы / Ю.Н.Груц, В.П.Ануреев // Препринт АН УССР, Институт проблем моделирования в энергетике; 55/. – К. – 1986. – 28с.
23. Груц Ю.Н. К вопросу вывода трехмерной машинной информации на телевизионный экран / Ю.Н.Груц // В кн.: Гибридные вычислительные машины и комплексы. Сб. научн. трудов. – К. – 1987. –Вып.10. – С.76–82.
24. Груц Ю.Н. Принципы организации оперативного диалога с ЭВМ при моделировании нестационарных трехмерных нелинейных полей / Ю.Н.Груц // В кн.: Проблемы нелинейной электротехники ПНЭ-88, Ч.1. – К. – 1988. – С.168–171.
25. Груц Ю.Н. Стереоскопическая машинная графика / Ю.Н.Груц // К: Наук. думка. – 1989. – 160с. – ISBN 5–12–001188–8.
26. Груц Ю.Н. Стереоскопические системы распознавания машинной и натурной информации / Ю.Н.Груц // В кн.: Вопросы специального машиностроения. – Москва. – 1991. – Срия 4. – 16 с.
27. Груц Ю.Н. Алгоритмы определения координат подвижного объекта, ориентированные на задачи стереоскопической машинной графики / Ю.Н.Груц, Г.А.Козорез // В кн.: Вопросы специального машиностроения. – М. – 1991. – Срия 4. – 13с.
28. Груц Ю.Н. Система и метод натурно-компьютерного стереомоделирования / Ю.Н.Груц // В кн.: Методы и средства компьютерного моделирования. – К. – 1995. – С10–12.
29. Груц Ю.Н. Технология получения прикладных стереобаз данных для систем виртуальной реальности / Ю.Н.Груц // В кн.: Методы и средства компьютерного моделирования. – К. – 1997. – С11–13.
30. Груц Ю.Н. Метод натурно-компьютерного стереомоделирования / Ю.Н.Груц // Электронное моделирование. – 1996. – Т.18, №4. – С.104–109.

31. Груц Ю.Н. Телевизионно-компьютерные стереосистемы: от прошлого к будущему / Ю.Н.Груц // Видео квадрат. – 1998. – №5. – С.25–30.
32. Груц Ю.Н. Пространственное отсечение в стереографии / Ю.Н.Груц // Збірник наукових праць ІПМЕ НАН України. – Львів. –1998. – Вип.3. – С. 60–65.
33. Груц Ю.Н. Процедура стереоинтерполирования / Ю.Н.Груц // Электронное моделирование. – 1999. – Т.21, №1. – С.94–100.
34. Груц Ю.Н. Математическая модель анализа стереоизображений / Ю.Н.Груц, В.Ф. Евдокимов // Электронное моделирование. – 2001. –Т.23, №6. – С.106–112.
35. Груц Ю.Н. Многокурсовая стереоскопическая система слежения за подвижным объектом / Ю.Н.Груц // В сборнике: Моделювання та інформаційні технології. – К. – 2001. – Вип.11. – С. 120–126.
36. Груц Ю.Н. Математическая модель для анализа изображений в стереосистемах, содержащих стереокамеры и стереопроекторы, направленные под углом / Ю.Н.Груц // В сборнике: Моделювання та інформаційні технології. – К. – 2001. – Вип.14. – С. 85–98.
37. Груц Ю.Н. Метод анализа геометрических деформаций в стереовидении / Ю.Н.Груц, В.Ф.Евдокимов // К.: ІПМЕ им.Г.Е.Пухова НАН України. Збірник наукових праць. –2002. – Вип.16. – С.100–109.
38. Груц Ю.Н. Графический стереоредактор для работы с трехмерными объектами скелетного типа / В.Ф.Евдокимов, Ю.Н.Груц // К.: ІПМЕ им.Г.Е.Пухова НАН України. Збірник наукових праць. – 2003. – Вип.20. – С. 105–112.
39. Груц Ю.Н. Натурно-компьютерное стереомоделирование / Ю.Н.Груц // Сб. трудов конференции: SIMULATION-2006. – К. – С. 193–197.
40. Груц Ю.Н. Технология совмещения стереопространств при 3D-моделировании / Ю.Н.Груц // Сб. трудов конференции: SIMULATION-2008, Том 2. – К. – С.416–422.
41. Груц Ю.Н. Алгоритм повышения точности синтеза интерполяционной кривой / Р.В.Яровой, Ю.Н.Груц // Электронное моделирование. – 2010. –Т.32, №5. –

- C.105–111.
42. Груц Ю.Н. Процедура виртуального 3D погружения в графических стереомоделях / Ю.Н.Груц // Электронное моделирование. – 2011. – Т.33, №2. – С.119–124.
43. Груц Ю.Н. Стереоператоры для 3D-систем, содержащих зеркало / Ю.Н.Груц // Электронное моделирование. – 2014. – Т.36, №6. – С.99–109.
44. Груц Ю.Н. Математическая модель графической процедуры отсечения для скелетных стереоизображений / Ю.Н.Груц // Моделювання та інформаційні технології. – К. – 2015. – Вип.74. – С.60–69.
45. Груц Ю.Н. Волюметрическая система на основе гибридной слоистости / Ю.Н.Груц // Моделювання та інформаційні технології. – К. – 2015. – Вип.79. – С.27–34.
46. Груц Ю.Н. Принцип построения волюметрической 3D системы на основе комбинированной слоистости / Ю.Н.Груц // Vth International Scientific Conference SIMULATION-2016. – К. – 2016. – С.178–182.
47. Груц Ю.Н. Операторный метод стереоперетворень в комп'ютерній графіці / Ю.Н.Груц // Материалы 6-й Международной научно-технической конференции: Информационные системы и технологии ИСТ-2017, посвященной 80-летию В.В. Свиридова 11–16 сентября 2017. – Коблево, Украина. – Харьков. – С.37–38.
48. Груц Ю.Н. Исследование и разработка гибридных многопроцессорных квазианалоговых систем: Автореф. дис. канд. техн. наук / АН УССР Ин-т электродинамики. – К. – 1973. – 25с.
49. Груц Ю.Н. Система, метод и алгоритм определения позиции наблюдателя в пространстве / Ю.Н. Груца // Моделювання та інформаційні технології. – К. – 2001. – Вип.10. – С.9–18.
50. Гурляев Д.С. Справочник по фотографии (фотосъемка). – К.: Техника, 1989. – 218с.
51. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.:Наука. – 1966. – 664 с.

52. Денинг В., Эссинг Г., Маас С. Диалоговые системы «человек - ЭВМ» : Адаптация к требованиям пользователя. – М : Мир. –1984. – 212 с.
53. Ильин В. Л., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия. – М.: Наука. – 1968. – 232 с.
54. Каган Б. М., Каневский М. М. Цифровые вычислительные машины и системы. – М.: Энергия. – 1973. – 679 с.
55. Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. – М.: Наука. – 1969. – 489 с.
56. Катус Г. П. Объемное и квазиобъемное представление информации. – М.: Энергия. – 1975. – 368 с.
57. Кауфман А. Введение в объемную визуализацию /А. Кауфман // Программирование. –1992. – №1. – С.8–19.
58. Книгин С. «3D дисплеи»[Электронный ресурс][Цитовано:15.02.218 р.]. – Режим доступа: <http://www.3dnews.ru/display/3dd/>.
59. Кнут Д.Е. Искусство программирования для ЭВМ. – Т.2. – Получисленные алгоритмы. – М.: Мир. – 1977.
60. Колин К. Т. Малогабаритное стерео видеоконтрольное устройство // Материалы науч.-техн. конф. Ленингр. электротехн. ин-та связи им. проф. М. А. Бонч-Бруевича. – Вып. 2. – С. 55–58.
61. Копылов П.М., Петров В.С. Перспектива применения электрооптических модуляторов в телевидении // Техника кино и телевидения. – 1976. – № 5. – С.40–47.
62. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука. – 1970. – 564 с.
63. Кравков С. В. Глаз и его работа. – М.: Медгиз. –1950. –531с.
64. Мамчев Г. В. Построение ортостереоскопической системы телевидения // Техника кино и телевидения. –1977. –№. 6. –С. 62–66.
65. Мамчев Г. В. Стереотелевидение. – М.: – Энергия. – 1979. – 62 с.
66. Ньюмен У., Спрул Р. Основы интерактивной машинной графики. – М.: Мир. – 1976. –573 с.
67. Папернов А. А. Логические основы ЦВТ. – М. : Сов. Радио. – 1972. – 219 с.

68. Передающая стереотелевизионная камера, установленная на самодвижущемся подводном носителе // *Electronic Design*, 1960. – № 14. – P.20.
69. Петров В. Д. Средства трехмерного отображения // *Зарубеж. радио-электрон.*, – 1981. – № 2. – С. 55–58.
70. Пухов Г. Е. Избранные вопросы теории математических машин. – К : Изд-во АН Украины. – 1964. – 264 с.
71. Пухов Г. Е., Бардаченко В. Ф., Королев Ю. В. Вычислительные устройства на скаляторах. – К. : Теніка, 1983. – 144 с.
72. Пухов Г.Е. Преобразования Тейлора и связь их с интегральными преобразованиями Лапласа и Фурье // *Проблемы электроники и вычислительной техники.* - К.: Наукова думка, 1976. – С.7–13.
73. Пухов Г.Е. О возможности построения алгоритмически универсальной гибридной вычислительной машины // *Математическое моделирование и теория электрических цепей.* – К.: Наукова думка. – 1971. – №.9. – С.3–9.
74. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М. : Мир. – 1978. – 848 с.
75. Рассел Кей Истинно объемное изображение // *Computerword Россия.* –2002 , №28-29. [Электронный ресурс]. – Режим доступа:
<http://www.osp.ru/cw/2002/28-29/54537/>
76. Роганов В.Р. Анализ устройств, моделирующих трёхмерные изображения. В кн.: *Системы обробки ітформації: збірник наукових праць.* – Х.: Харківський університет Повітряних Сил Імені Івана Кожедуба. – 2013. – Вып. 7(114) . – С.101–106 .
77. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. – М. : Машиностроение. –1980. – 240 с.
78. Романюк А.Н. эффективные области применения объемной визуализации / С.И.Вяткин, А.Н. Романюк, П.А.Величко, А.В. Полищук // *Збірник матеріалів Міжнародної науково- практичної Інтернет- конференції, Вінниця, грудень 2014.* –2014. – С.101–104.

79. Синьков В.М., Груц Ю.Н., Устройство для интегрирования в системе остаточных классов / М.В.Синьков, Ю.Н.Груц // Авт. Свидетельство №7723598 (СССР). Бюл. изобретений №11. – 1980 .
80. Телевидение / Под ред. П. В. Шмакова. – М. : Связь. – 1979. – 432 с.
81. Торгашев В. А. Система остаточных классов и надежность ЦВМ. – М.: Сов. Радио. – 1973. – 115 с.
82. Уокер Б.С., Гурд Дж.Р., Дроник Е. А. Интерактивная машинная графика. – М.: Мир. – 1980. – 168 с.
83. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. – М.: Физматиз.,. – 1963. – 734 с.
84. Фоли Дж., Вэн Дэм А. Основы интерактивной машинной графики : В 2 т. – М.: Мир. – 1985. – Т. 1. – 368 с.
85. Фоли Дж., Уоллес В. Искусство организации естественного диалога «человек - машина». – М. : Мир, ТИИЭР. – 1974. – 62, № 4. – С. 54 – 67.
86. Шмаков П.В., Колин К.Т., Джакония ВЕ. Стереотелевидение. – М. : Связь. –1968. – 207 с.
87. Alan C. Traub .Three-dimensional display. –1970. – Патент US 3,493,290.
88. Alan Sullivan. Multi-planar volumetric display system and method of operation using psychological vision cues. – 2002. –Патент US 6,466,185.
89. Blandell B.G. An Introduction to Computer Graphics and Creative 3D Environments / Springer – Verlag London Limited. – 2008. –501 p.
90. Chaen, A., Yamazawa, K., Yokoya, N., and Takemura, H. Omnidirectional stereo vision using hyperomni vision. Technical Report. – IEICE (in Japanese). –1997. – P.96–122.
91. Che-Chih Tsao. Moving screen projection technique for volumetric three dimensional display. – 2001. –Патент US 6,302,542.
92. Christopher D. Treedimensional display technology for aerospace and visualization. / Wickens Christopher D., Todd Steven. // In Proc. Human Factors Soc.34th Annual Meeting. – 1990. –P.1479-1483.
93. Ezhov V.A. Volume (or stereoscopic) images on the screens of standard

- computer and television displays / Ezhov V.A., Studentsov S.A. // - Proc. SPIE, 2005. – Vol. 5821. –P.102-116.
94. Favors G.E. Volumetric 3D Display and Application Infrastructure / G.E.Favors // “Computer” . – 2005. – August. – P.37-44.
95. Gee Young Sung 2D/3D switchable autostereoscopic display apparatus and method / Gee Young Sung, Yun-Tae Kim, Du-Sik Park, Dong Kyung Nam, Ju Yong Park // US Pat. 00079584,2010.
96. Geng J. Method and apparatus for an interactive volumetric three dimensional Display // US Pat. 7 098 872,2010.
97. Geng J. Volumetric 3D Display for Radiation Therapy Planning / Geng J. // Journal of Display Technology . – Vol.4. –No.4. –2008. –December. –P.437-450.
98. Gluckman, J., Nayar, S.K., Thoresz, K.J.: Real-time omnidirectional and panoramic stereo. In: Proceedings of the 1998 DARPA Image Understanding Workshop. – Morgan Kaufmann, San Francisco . –1998. –P. 299–303.
99. Gluckman, J., Nayar, S.K.: Catadioptric stereo using planar mirrors. Int. J. Comput. Vision 44. –2001. –P.65–79 .
100. Goshtasby A., and Gruver, W.A. Design of a single-lens stereo camera system. Pattern Recognition. – 1993. –26(6). –P.923–937.
101. Gruts Y.N. Method of Model-Computer Stereomodelling / Yu.N. Gruts // Engineering Simulation. – 1997, Vol.14. – C. 681-690.
102. Gruts Y.N. Stereoscopic operators and its application / Yu.N. Gruts, Jung-Young Son // Proceedings of The 6th International Workshop on 3-D Imaging Media Technology and The 5th Photonic Information Processing Conference. – 2000. –Vol.6, N1. –P.34–38.
103. Gruts Y.N. Stereoscopic operators and its Application / Yu.N. Gruts, Jung-Young Son // Journal of Optical Society of Korea, Vol. 5, No. 3, September 2001. – P.90–92.
104. Gruts Y.N. Distortion Analysis in Stereoscopic Images / Jung-Young Son, Yuri Gruts, Joo-Hwan Chun, Yong-Jin Choi, Ji-Eun Bahn, Vladimir I. Bobrinev //

- Optical Engineering, Vol. 41(3), 2002. – P.680–685.
105. Gruts Y. N .Stereoscopic image distortion in radial camera and projector Configurations / Jung-Young Son, Yuri N Gruts., Kae-Dal Kwack,Kyung-Hun Cha,Sung-Kyu Kim // J.OPT.Soc.Am.A. –Vol.24, N3. –March 2007. – P. 643–650.
 106. Javida B. Three-dimensional television, video and display technology / Bahram Javida, Fumio Ocano // Springer – Verlag Berlin Heidelberg. – 2002. –505p.
 - 107.Kane P.S. Stereoscop[c display system with flexible rendering for multiple simultenieous observers / Paul S. Kane, Pochester, NY (US); Patrick Cosgrove, Honeoye Falls, NY (US); Cathleen D. Cerosaletti, Rochtster, NY (US) // Pat. 0066816,2010,Mar.18,2010. – 18p.
 108. Martin S. Leung. Three-dimensional real-image volumetric display system and Method. – 1998. – Pat. US 5,745,197.
 - 109.Masaaki Kikuchi Image generating apparatus for generating three –dimensional image having high visibility // US Pat. 0078579,2010, Apr. 1,2010. –34 p.
 110. Mchael S. Hagen, Wendell W. Damm Three – Dimensional Data Display // US Pat. 7 236 900,2010.
 111. Mitsumoto, H., Tamura, S., Okazaki, K., Kajimi, N., and Fukui, Y. 1992.3d reconstruction using mirror images based on a plane symmetry recovery method. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 14(9). –P.941–945.
 112. Murray, D.W. 1995. Recovering range using virtual multicamera stereo. Computer Vision and Image Understanding, 61(2). –P. 285–291.
 113. Nayar, S.K. 1988. Robotic vision system. United States Patent 4,893,183.
 114. Nene, S.A., Nayar, S.K.: Stereo with mirrors. In: ICCV 1998: Proceedings of the Sixth International Conference on Computer Vision, Washington, DC, USA, IEEE Computer Society, Los Alamitos. – 1998. – P. 1087.
 115. Rick K. Dorval. Volumetric three-dimensional display system. – 2003. – Патент US 6,554,430.
 116. Stereo3D Display [Электронный ресурс]- [Цитовано: 15.02.2018р.]–Режим доступа: <http://www.stereo3d.com/displays.htm>.
 117. Teoh, W. and Zhang, X.D. 1984. An inexpensive stereoscopNishimoto Y. and

- Shirai, Y. 1987. A feature-based stereo model using small disparities. In cvpr87. – P. 192–196.
118. Thomas P. O'Brien. Gimballed three-dimensional display system. –1987. – Патент US 4,539,081.
119. Victor Weiss. Multi-layered, three-dimensional display. – 2004. – Патент US 6,721,023.
120. Watt A. 3D computer Graphics. 3-d edition / Watt Alan // Person Education Limited. – 2000. – 573 p.
121. Zheng Jason Geng. Method and apparatus for high resolution three dimensional display. – 2000. – Патент US 6,064,423.

ДОДАТОК А

Доказ формул (4.46)–(4.48).

Розкривши (4.45), спочатку знайдемо вираз для координати Z'_i :

$$Z'_i = \frac{\hat{z}_v - Z'_i}{(\hat{z}_c - Z'_i)v\hat{z}_v} \cdot [p\hat{z}_v(Z_i - \hat{z}_c) + cM\hat{z}_p\hat{z}_v],$$

$$Z'_i(\hat{z}_c - Z'_i)v + Z'_i p(Z_i - \hat{z}_c) + Z'_i cM\hat{z}_p = \hat{z}_v [p(Z_i - \hat{z}_c) + cM\hat{z}_p],$$

$$Z'_i = \frac{\hat{z}_v [p(Z_i - \hat{z}_c) + Mc\hat{z}_p]}{(Z_i - \hat{z}_c)(p - v) + Mc\hat{z}_p}, \quad (\text{ДА.1})$$

Тепер розглянемо координату Y'_i ,

$$Y'_i = \frac{\hat{z}_v - Z'_i}{(\hat{z}_c - Z'_i)v\hat{z}_v} \cdot [Mv\hat{z}_p(Y_i + h/2) + (Z_i - \hat{z}_c)(ch/2 - p\hat{y}_v) - cM\hat{z}_p\hat{y}_v], \quad (\text{ДА.2})$$

підставимо (ДА.1) в (ДА.2):

$$Y'_i = \frac{\hat{z}_v - \frac{\hat{z}_v [p(Z_i - \hat{z}_c) + Mc\hat{z}_p]}{(Z_i - \hat{z}_c)(p - v) + Mc\hat{z}_p}}{(\hat{z}_c - Z'_i)v\hat{z}_v} \cdot \{(Z_i - \hat{z}_c)(ch/2 - p\hat{y}_v) + M\hat{z}_p[v(Y_i + h/2) - c\hat{y}_v]\}. \quad (\text{ДА.3})$$

Для зручності, умовно позначимо дріб, обведену пунктирною лінією, буквою W.

Розглянемо окремо дріб W :

$$\boxed{W} = \frac{\hat{z}_v p(Z_i - \hat{z}_c) - \hat{z}_v v(Z_i - \hat{z}_c) + \hat{z}_c c M \hat{z}_p - \hat{z}_v p(Z_i - \hat{z}_c) - \hat{z}_v \hat{z}_p M c}{[(\hat{z}_c - Z_i)(v - p) + c M \hat{z}_p][\hat{z}_c - Z_i] v \hat{z}_v},$$

$$\boxed{W} = \frac{1}{[(\hat{z}_c - Z_i)(v - p) + c M \hat{z}_p]}. \quad (\text{ДА.4})$$

підставимо (ДА.4) в (ДА.3):

$$Y_i' = \frac{(Z_i - \hat{z}_c)(ch/2 - p\hat{y}_v) + M\hat{z}_p[v(Y_i + h/2) - c\hat{y}_v]}{(Z_i - \hat{z}_c)(p - v) + M c \hat{z}_p}. \quad (\text{ДА.5})$$

Розглянемо координату X_i' :

$$X_i' = \frac{\hat{z}_v - Z_i'}{(\hat{z}_c - Z_i) v \hat{z}_v} \cdot [M v \hat{z}_p (X_i - l/2) + (Z_i - \hat{z}_c)(\hat{x}_v p - v l/2) + c M \hat{z}_p \hat{x}_v], \quad (\text{ДА.6})$$

підставимо (ДА.1) в (ДА.6):

$$X_i' = \boxed{W} \cdot \{(Z_i - \hat{z}_c)(\hat{x}_v p - v l/2) + M \hat{z}_p [v(X_i - l/2) + c \hat{x}_v]\}, \quad (\text{ДА.7})$$

підставимо (ДА.4) в (ДА.7):

$$X_i' = \frac{(Z_i - \hat{z}_c)(p \hat{x}_v - v l/2) + M \hat{z}_p [v(X_i - l/2) + c \hat{x}_v]}{(Z_i - \hat{z}_c)(p - v) + M c \hat{z}_p}. \quad (\text{ДА.8})$$

Формули (ДА.1), (ДА.5), (ДА.8) відповідають остаточним значенням компонент вектора, наведеними в розділі 4: (4.46).

ДОДАТОК В

Копії документів, що підтверджують впровадження дисертаційної роботи

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора Института проблем
моделирования в энергетике
АН УССР
Д.Т.Н., профессор
А.Е. Степанов
" 26 " марта 1983 г.

Первый
зам. Руководителя предприятия
п/я X-5498
И.С. Максимов
" 26 " марта 1983 г.

УТВЕРЖДАЮ

А К Т

внедрения в производство

Разработка Устройства стереоскопического отображения

(наименование работы, устройства, прибора)

выполненная Институтом проблем моделирования в энергетике АН УССР

в виде образца устройства

(образец, изделие, документация)

в соответствии с решением, принятым по х/д I03-8I/2544-П от 01.06.81
первым зам.руководителя предприятия Максимовым И.С.

(наименование документа, должность и фамилия лица, принявшего решение)

от "01" марта 1983 г. внедрена в производство
на предприятии п/я X-5498

(наименование организации, предприятия)

Внедренное в производство новшество имеет следующие преимущества:

I. Новизна и перспективность применения предложенных решений
Устройство позволяет на качественно новом уровне воспроизводить динами-
ческую трехмерную дискретную информацию, поступающую с вычислительных
комплексов. Целесообразно применять в моделирующих комплексах, где
объектом моделирования являются пространственные образы.

и 30.08.83
5304

2. Сравнение с лучшими отечественными образцами аналогов не имеется.

3. Другие преимущества Монитором предложенного образца устройства служит экран унифицированного телевизионного приемника типа УПИМЦТ-61, который сохраняет свои функции по приему телевизионных программ.

4. Первичный годовой экономический эффект, рассчитанный на объем 1983 года выпуска (использования) составляет 433,6 тыс.рублей. Долевое участие ИПМЭ АН УССР составляет 85%, т.е. 368,6 тыс.руб.

Расчет годового экономического эффекта, произведенный в соответствии с методикой определения экономической эффективности использования новой техники, изобретений и рациональных предложений № 48/16/13/3 от 14.02.77 г. прилагается на 7 листах.

От Института ИМЭ АН УССР
Зам.Зав.отделом
А.Ф.Катков

Ответственный исполнитель
Ю.Н.Груц
ст.н.сотр. Ю.Н.Груц


Руковод.службы эконом.эф-
фективности
Э.П.Сенигова

От предприятия (организации)
Зав.отделом
К.К.Деньшиков

Ответственный исполнитель
нач.сект. Ю.П.Шубный


Руководитель экономической службы
А.Т.Алферова

УТВЕРЖДАЮ

Первый зам. руководителя
предприятия п/я X-5498


И.С. Максимов
"14" сентября 1983 г.

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора Института
проблем моделирования в
энергетике АН УССР
докт. техн. наук, профессор


А.Е. Степанов
"14" сентября 1983 г.

С П Р А В К А

долевого участия ИПМЭ АН УССР в разработке и внедрении образца
устройства стереоскопического отображения информации, поступающей
с полунатурного моделирующего комплекса предприятия п/я X-5498

Наименование организации	Долевое участие
ИПМЭ АН УССР	85%
Предприятие п/я X-5498	15%

От предприятия п/я X-5498

Нач. отдела

К.К. Деньчиков

Нач. сектора

Ю.П. Шубный

От ИПМЭ АН УССР

Зам. зав. отдела

А.Ф. Катков

Старш. научн. сотрудник

Ю.Н. Груц

Сек -

и
Дата 30.08.83
и
Вход. № 5304

"УТВЕРЖДАЮ"



Заместитель руководителя организации п/я В-2050

Г.И.Страхов

" 11 " 1984г.

Расчет экономического эффекта от разработки и внедрения на предприятии п/я Х-5498 устройства стереоскопического отображения.

Годовой экономический эффект 433.6 тыс.руб.

Затраты на разработку и внедрение 213.0 тыс.руб.

Место внедрения - предприятие п/я Х-5498

Срок внедрения - сентябрь 1983г.

"СОГЛАСОВАНО"

Первый заместитель руководителя предприятия п/я Х-5498

И.С.Максимов

" 17 " 10 1984 г.

ПРЕДПРИЯТИЕ
ПОЧТОВЫЙ ЯЩИК
Х-5498

Директору ИИМЭ АН УССР
Академику АН УССР Пухову Г.Е.

113105 л-в
23.10.84 № 6499/336-02

252680, Киев-57, ГСП
Брест-Литовский просп., 102

на № _____ от _____

Разработанное в ИИМЭ АН УССР и переданное в рамках до-
говора № 103-81/2544-П (акт внедрения от 23.09.83) устрой-
ство стереоскопического отображения используется в 1984 г.
на нашем предприятии.

Годовой экономический эффект составляет 433.6 тыс руб.

Первый заместитель руководителя

И.С.Максимов

От 8.10.84
З-отдел
10-330 отд-1
И.И. Миндун
38-7.лет, 38.дтс

Институт проблем микроэлектроники
в акад. отделе
Вх. № 1483
80 10 84

УТВЕРЖДАЮ

Ю.Н. Гр Директор Института проблем
моделирования в энергетике



В.Ф. Евдокимов

УТВЕРЖДАЮ

Директор ПО

"СПЕЦАТОМ"



Ю.Н. Самойленко

А К Т

Мы, нижеподписавшиеся, представители ИПМЭ АН УССР: Грц Ю.Н., Лутай В.Н., Аникина Е.И., с одной стороны и представители ПО "СПЕЦАТОМ" Федоров О.М., Мусатов В.В., Черкасов Э.А., с другой стороны, составили настоящий акт в том, что в соответствии с х/д-160-89 от 01.09.89г. первый передал, а второй принял макетный образец стереоскопической системы отображения натурной информации (ССОНИ), разработанный и изготовленный ИПМЭ АН УССР в полном соответствии с ТЗ к указанному договору в составе

- ✓ 1) телевизионный приёмник - "Электрон - Ц282Д" з.№109957657 - 1 шт
- ✓ 2) телевизионные камеры КТ-108 - 2 шт;
- ✓ 3) пульт управления камерами - 1 шт;
- ✓ 4) ВК 50В60 з.№016549 - 1 шт;
- ✓ 5) промежуточный блок ПБ-094С - 1 шт;
- ✓ 6) блок управления БУ-044С - 1 шт;
- ✓ 7) блок видеусилителей ВК-018С - 1 шт;
- ✓ 8) блок разверток БР-018С - 1 шт;
- ✓ 9) блок питания БП-219С - 1 шт;
- ✓ 10) жгуты и кабели - 1 к-т;
- ✓ 11) документация на аппаратуру "Телар-32-04" - 2 книги;
- ✓ 12) анаглифические очки - 1 шт;
- ✓ 13) техническое описание и инструкция по эксплуатации на 20 листах текста формата А4 и 11 листов схем и рисунков различного формата.

Все акты передачи оборудования, произведенные в рамках х/д - 160-89 от 01.09.89г. считать утратившими силу.

От ИПМЭ АН УССР:

Ю.Н. Грц Грц Ю.Н.

В.Н. Лутай Лутай В.Н.

Е.И. Аникина Аникина Е.И.

От ПО "СПЕЦАТОМ"

О.М. Федоров О.М. Федоров

В.В. Мусатов В.В. Мусатов

Э.А. Черкасов Э.А. Черкасов

"УТВЕРЖДАЮ"

Директор ИПМЭ АН УССР
В. Ф. Евдокимов
1990 г.



"УТВЕРЖДАЮ"

Главный инженер ПО "СПЕЦАТОМ"
В. В. Голубев
1990 г.



ПРОТОКОЛ

испытаний стереосистемы типа ССОНИ
на площадке заказчика - ПО "Спецатом"
/г. Чернобыль Киевской области/

1. В период с 06.03.90 г. по 11.03.90 г. были проведены испытания стереосистемы отображения натурной информации типа ССОНИ, разработанной ИПМЭ АН УССР по х/д 160-83 от 01.09.89 г.
2. Указанные испытания проводились на площадке заказчика по ранее разработанной и утвержденной Программе испытаний макетного образца ССОНИ /дата утверждения 27 и 28.12.89 г./ при следующих условиях:
 - 2.1. Освещенность теста прицеливания, тест-таблиц ИТ-72,0860 в центре $-/800\pm 50/$ лк /по данным люксметра №116 N002487/ по краям $-/600\pm 100/$ лк /по данным люксметра № 116 N002487/.
 - 2.2. Расстояние от объективов камер КТ-108 до плоскостей, указанных в п.2.1 тестов, составляло:
 - 2.2.1. $/450\pm 3/$ мм
 - 2.2.2. $/100\pm 3?/$ мм
 - 2.2.3. $/50\pm 2/$ мм
 - 2.3. Базисное расстояние - $/64\pm 1/$ мм;
 - 2.4. Расстояние от наблюдателя /оператора/ до экрана ЭЛТ ТВ-монитора на основе ТВ "Электрон Ц 282 Д", произвольное - в пределах не более 3-х метров.
3. Испытания проводились представителем заказчика т.Черкасовым Э. А. и представителем ИПМЭ АН УССР т. Лутай В. Н. В испытаниях принял участие зам.начальника цеха СИР-2 ПО "Спецатом" т. Федоров О. М.
4. Результаты испытаний следующие:
 - 4.1. Пп. 1;2;3;4;5 Программы испытаний макетного образца ССОНИ выполнены полностью;
 - 4.2. П.5.10 Технического задания "Расстояние гарантированной фокусировки - 500 мм", в указанных в абзаце 2 данного Протокола условиях, не выполняется при использовании ТВ "Электрон Ц 282 Д" и камер КТ-108 с аппаратурой ТЕЛАР-32.04.

Камера КТ-108 с аппаратурой ТЕЛАР-32.04 и ТВ "Электрон Ц 282 Д", используемым в данной системе, должна обеспечивать разрешающую способность /по горизонтали в центре/ при освещенности $/500\pm 50/$ лк не менее 350 лин.

При фокусировке изображения тест-таблицы 0860, на которую ссылается завод-изготовитель аппаратуры ТЕЛАР-32.04 /документ "ТЕЛАР-32" Техническое описание и инструкция по эксплуатации ЯХ 1.130.032 Т0/, разрешающая способность в 350 лин не обеспечивалась при указанных в абзаце 2 условиях и при внешнем освещении окон в 2000 лк /по данным люксметра № 116 N 002487/.

4.3. Остальные требования п.5 ТЗ "Основные требования к выполнению НИР и ОКР" выполнены полностью.

5. В целях расширения возможностей ССОНИ рекомендуется:

5.1. Доукомплектовать систему ССОНИ анаглифическими очками /"Маской"/ закрытого типа /с боков и сверху/ /взамен используемых при испытаниях/;

5.2. Ввести регулировки размерности по вертикали и центровку по горизонтали в режиме СТЕРЕО;

5.3. Откорректировать документацию по результатам испытаний и фактически выполненным электрическим схемам.

6. Учитывая полученные в целом положительные результаты указанных испытаний и в связи с расширением работ у заказчика по техническому стереозрению с целью использования научного задела ИПМЭ АН УССР /работы с.н.с. Груца Ю. Н./ рекомендуется ИПМЭ предоставить ПО "Спецатом" в двухнедельный срок Пояснительную записку по вопросам применения стереографии /включая использование стереопроцессора, стереопера и других вопросов стереографии/ для робототехнических комплексов и мобильных объектов ПО "Спецатом".

От П/О "Спецатом"

Федоров О. М.

Черкасов Э.

11.05.90

От ИПМЭ АН УССР

Лутай В. Н.

ДОДАТОК С

Фотографії виготовлених і переданих Замовникам систем (ТССОЦІ, ССОНІ), комплексу СТОК і зображень з екрану.



ТССОЦІ, 1982 р. (Роздільна здатність системи 512x512 кольорових динамічних стереоточок, частота 50 гц).

Пролетарі всіх країн, єднайтеся!



ДИПЛОМ

ДРУГОГО СТУПЕНЯ

ГОЛОВНИЙ КОМІТЕТ ВИСТАВКИ ДОСЯГНЕНЬ
НАРОДНОГО ГОСПОДАРСТВА УКРАЇНСЬКОЇ РСР
НАГОРОДЖУЄ

ЦИМ ДИПЛОМОМ
УЧАСНИКА ВИСТАВКИ 1987 РОКУ

ГРУЦА

ЮРІЯ МИКОЛАЙОВИЧА

ЗА УСПІХИ
В ЕКОНОМІЧНОМУ І СОЦІАЛЬНОМУ РОЗВИТКУ
УКРАЇНСЬКОЇ РСР

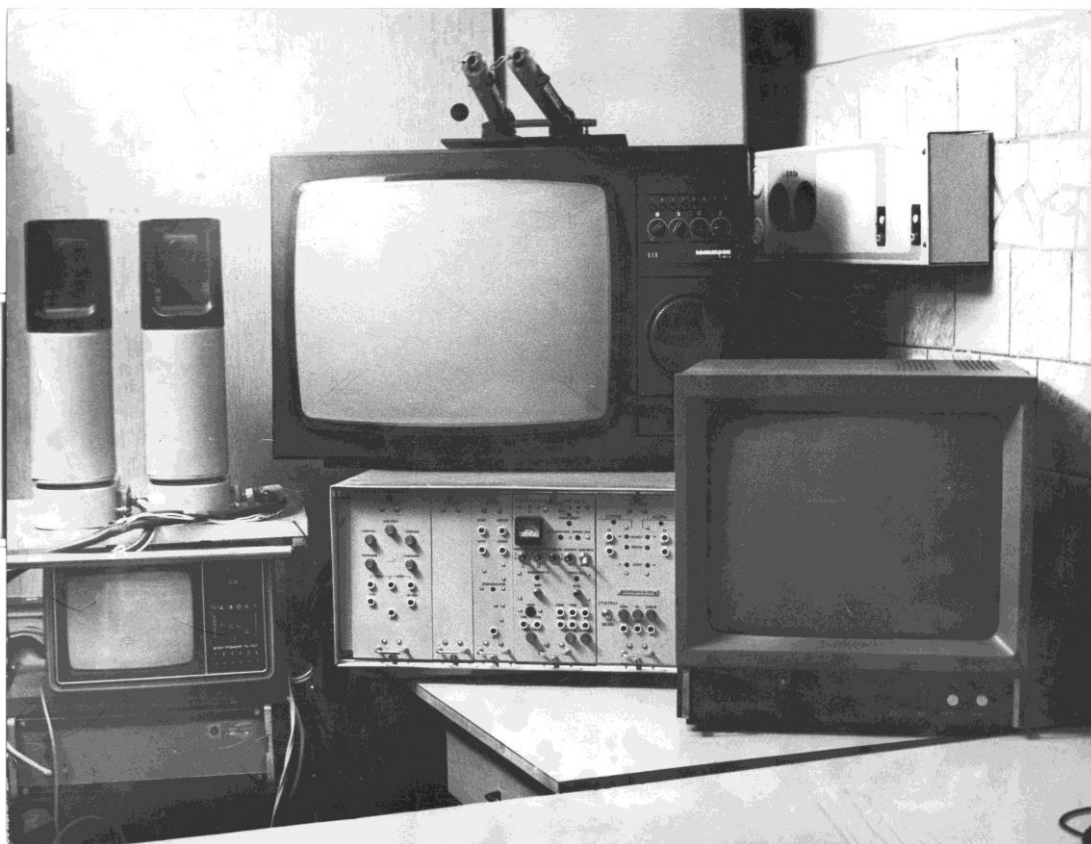
Головний комітет Виставки досягнень
народного господарства Української РСР

ГОЛОВНИЙ
КОМІТЕТ

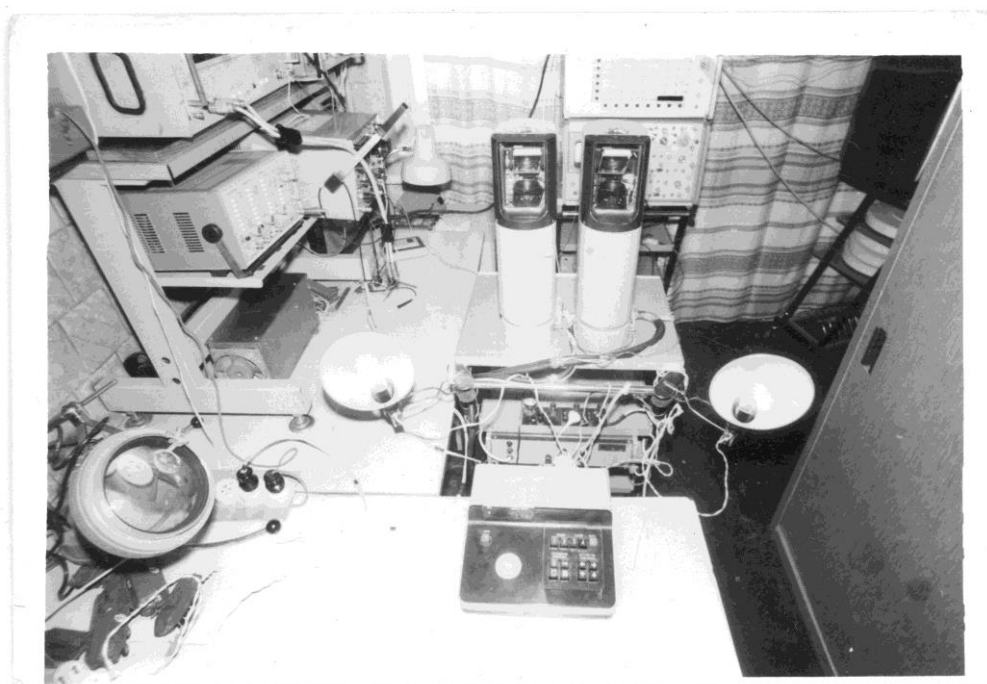
Постанова Головного комітету
Виставки

від 17.11.1987 р.

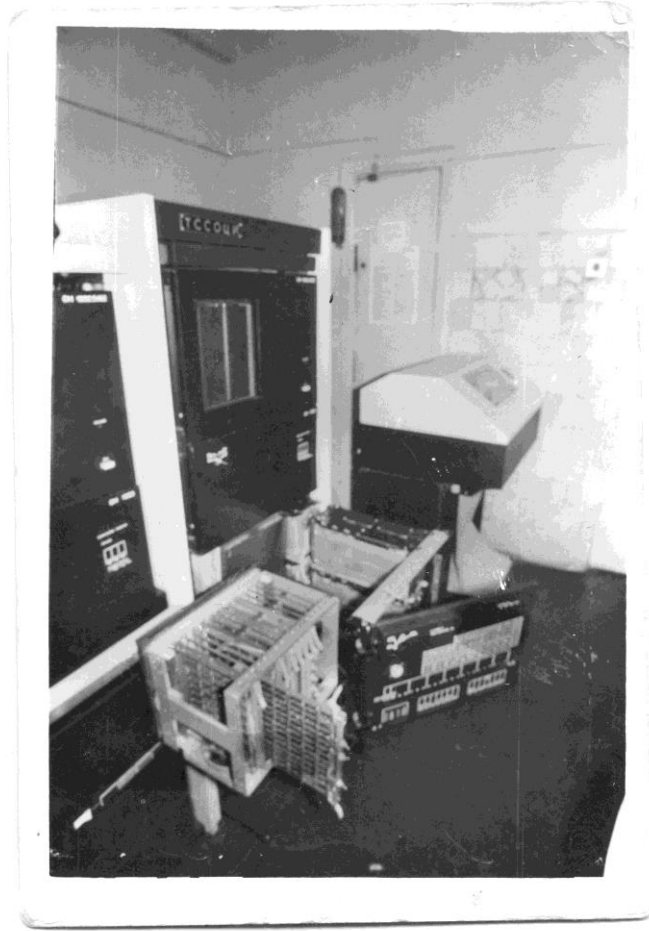
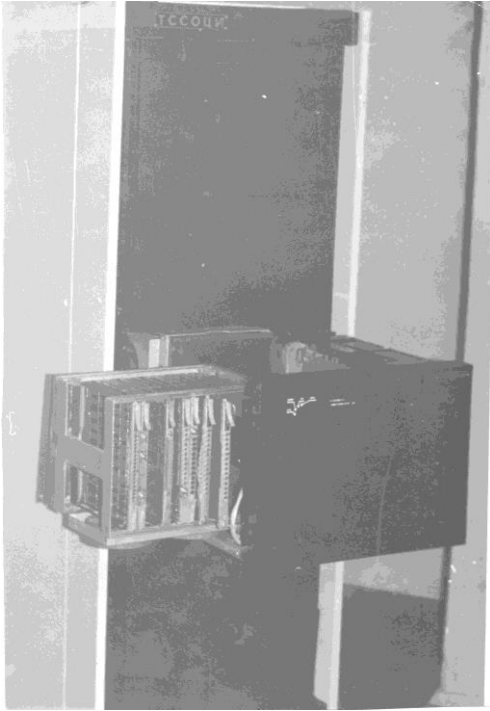
р. № 54/Н м. Київ



ССОНІ 1989 р. (система для роботи при високих полях радиації - 10^9 рентген, на замовлення ВО Спецатом, м. Прип'ять).



Натурна (телевізійна) частина комплексу СТОК.



Комп'ютерна частина комплексу СТОК

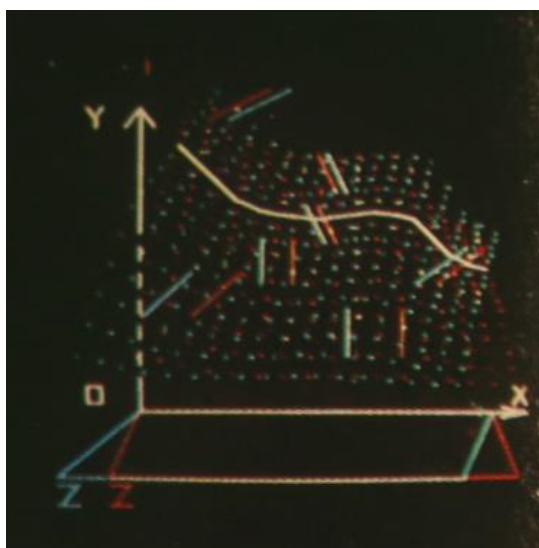
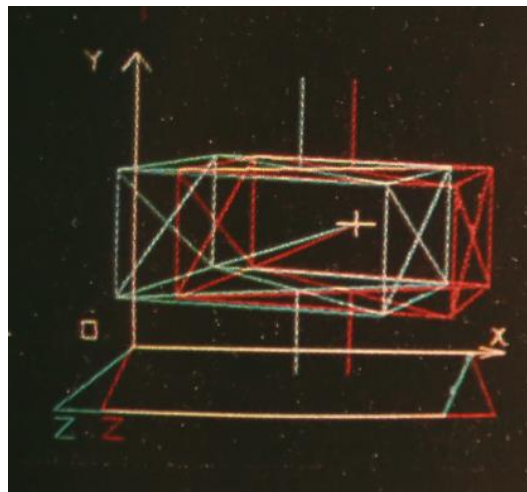
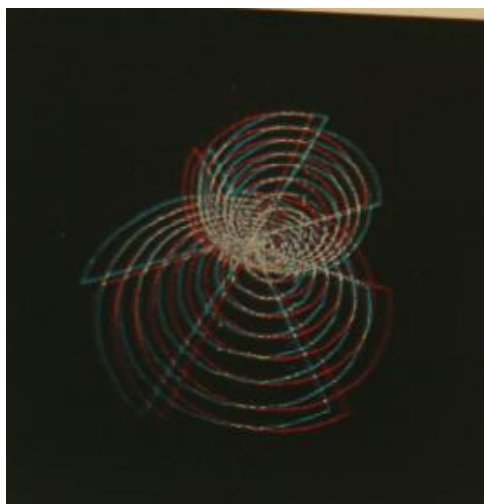
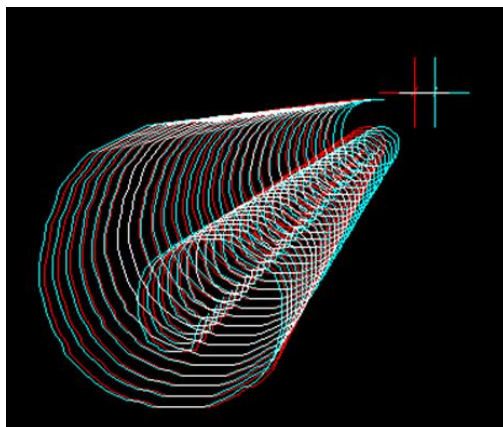


Фото з екрану ТВ системи ТССОЦІ

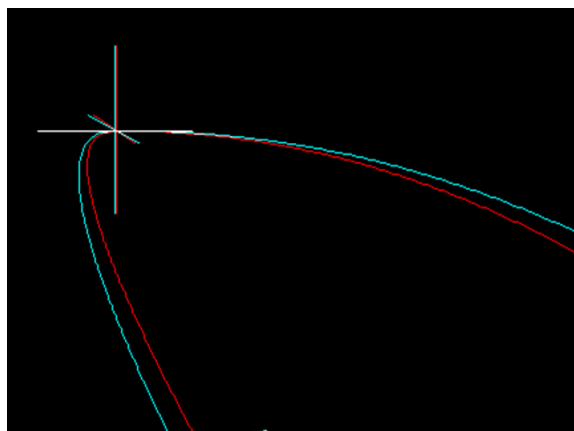
(512x512) стереоточок, 1982 р.



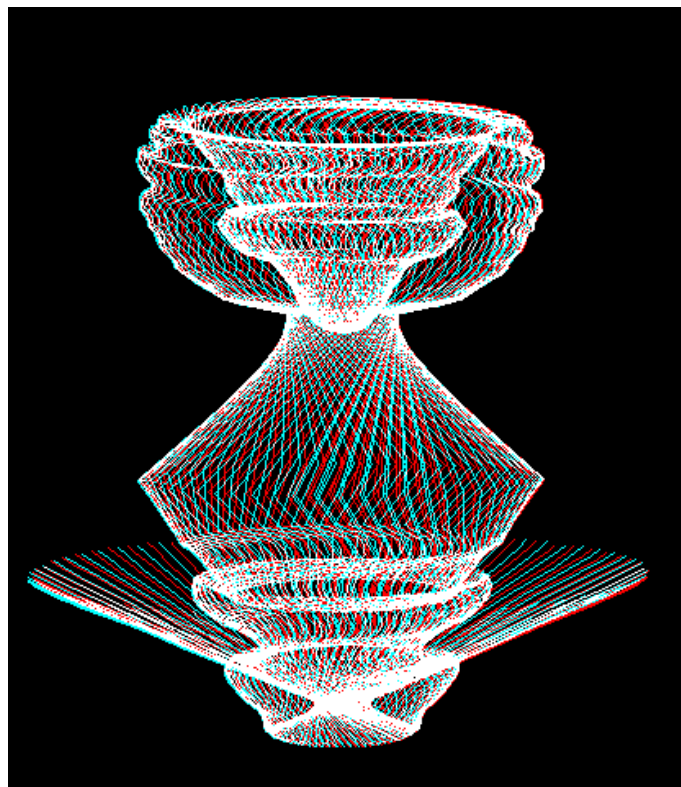
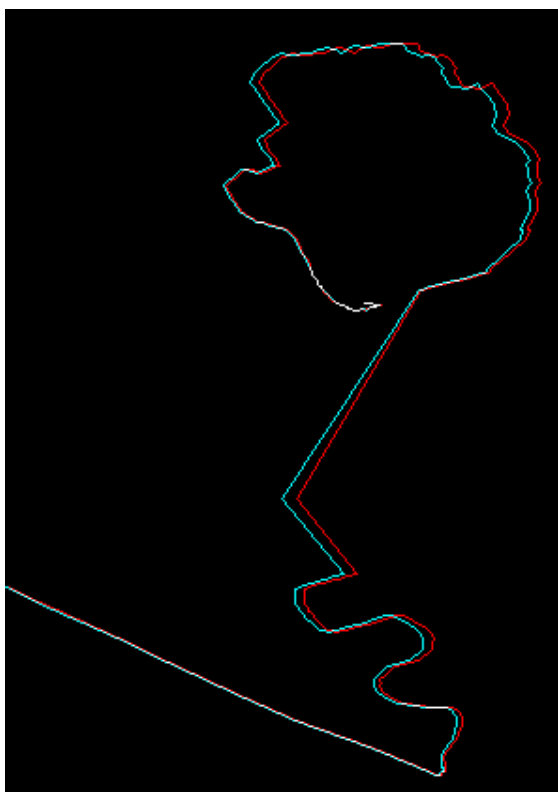
Фото телевізійно-комп'ютерного стереозображення, зняте з екрану комплексу СТОК (На натурне стереозображення людини накладено стереозображення каркасів літака і очок; літак посаджений на площину перфокарти, яку тримають в руці. Зображення анагліфічні (фото ч / б).



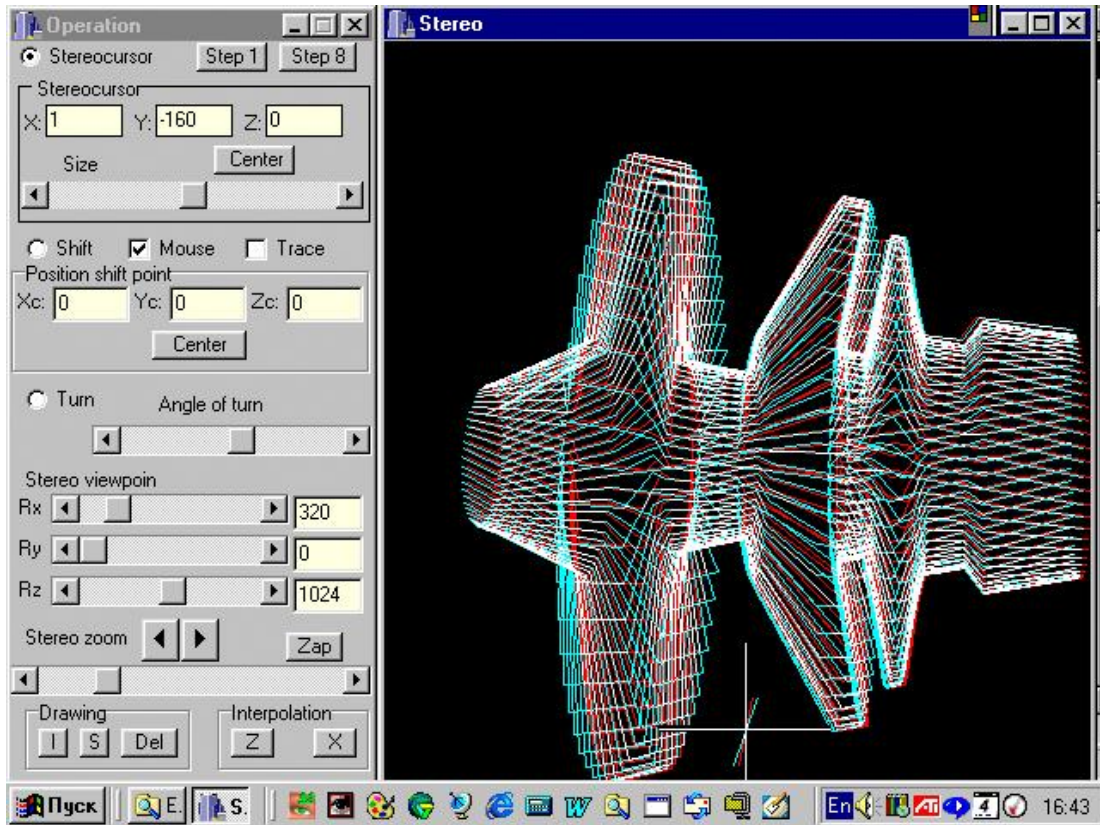
Стереомасштабування в будь-яку точку стереопростору, встановлену стереокурсором.



Сtereoінтерполяція. Крива тягнеться своїм максимумом за центром стереокурсора.



Стереорекурсія. Стереозображення праворуч синтезовано шляхом повороту довільної фігури, яка зліва.



Ще один приклад реалізації процедури стереорекурсія.